

# 基于干扰观测器的机械臂非线性滑模控制

米根锁, 梁骅旗

(兰州交通大学 自动化与电气工程学院, 甘肃 兰州 730070)

**摘要:** 针对机械臂在轨迹跟踪时对内部参数扰动及外界干扰较为敏感的特性, 设计了一种基于干扰观测器的机械臂非线性滑模控制策略。根据系统动力学模型和 Lyapunov 稳定性理论, 对系统的不确定性和外部干扰采用干扰观测器进行观测, 同时设计非线性滑模控制器, 构造 Lyapunov 函数, 验证系统的稳定性。在此基础上设计系统控制律, 控制律对未观测的干扰进行补偿, 保证系统的稳定性, 提高机械臂的跟踪性能。仿真结果表明, 该策略能较好地克服多种因素引起的干扰, 改善系统的控制性能。

**关键词:** 机械臂; 干扰观测器; 非线性滑模控制; Lyapunov 函数

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2019) 09-1935-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0308

## Nonlinear Sliding Mode Control for Robotic Manipulator Based on Disturbance Observer

Mi Gensuo, Liang Huaqi

(College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** A nonlinear sliding mode control strategy of manipulator based on disturbance observer is designed for the characteristics of the manipulator which is sensitive to internal parameter disturbance and the external disturbance in the position tracking. According to the system dynamics model and Lyapunov stability theory, the uncertainties and external disturbances of the system are observed by disturbance observer. At the same time, the nonlinear sliding mode controller is designed and the Lyapunov function is constructed to verify the stability of the system. On this basis, the system control law and the sliding mode control law are designed to compensate the unobserved interference to ensure the stability of the system and improve the tracking performance of the manipulator. The simulation results show that the strategy can overcome the interference caused by many factors and improve the control performance of the system.

**Keywords:** Manipulator; Disturbance Observer; Nonlinear Sliding Mode Control; Lyapunov Function

## 引言

机械臂因其独特的灵活性, 已在工业装配、安

全防爆、医疗卫生等领域得到了广泛的应用, 但由于机械臂是一类多输入多输出、存在参数不确定性、外界干扰及未建模动态等不确定性的非线性系统, 这些因素增加了精确控制的难度<sup>[1]</sup>。因此, 提高机械臂控制系统的稳定性和抗干扰性有现实的需求。

目前实际用于机械臂系统控制的方法主要有 PID 控制、反演控制和自适应控制等, 然而由于它们自身所存在的缺陷, 促使其与神经网络、模



收稿日期: 2017-06-30 修回日期: 2017-10-10;  
基金项目: 甘肃省自然科学基金(1310RJZA046);  
作者简介: 米根锁(1966-), 男, 内蒙古卓资, 硕士, 教授, 研究方向为计算机系统测控技术与应用方面的教学与科研工作; 梁骅旗(1992-), 男, 山西晋中, 硕士生, 研究方向为机械臂轨迹跟踪控制。

http: www.china-simulation.com

• 1935 •

糊、滑模控制等算法相结合,形成了一些新的控制方法<sup>[2]</sup>。

文献[3-4]都是基于计算力矩方法设计反馈控制器,并加入自适应滑模模糊控制系统来降低系统的不确定性的影响,但是其对于非线性系统需要制定复杂的模糊规则,调节大量的参数,具有一定的局限性。文献[5]将终端滑模控制器用于 N 关节机械臂控制,它实现了二阶机械臂系统在有限时间内的精确跟踪,但是会出现奇异性问题。文献[6]利用状态观测器对系统外部的干扰进行实时的估计,同时结合模糊控制技术对非线性误差反馈控制加以改进,从而实现误差反馈增益的优化整定。文献[7]将非线性滑模面结合指数趋近律与自适应率应用于永磁同步电机的控制,有效地提高了系统的瞬态响应性能,减弱了控制系统的抖振现象。文献[8]对引入干扰观测器的机械臂系统采用滑模反演法设计控制器,该方法能较好地观测到干扰,提高了跟踪性能,但设计过程略显复杂。

本文综合考虑上述问题,针对存在外部干扰、未建模动态等不确定因素的影响下的机械臂轨迹跟踪控制,将干扰观测器与非线性滑模控制相结合提出基于干扰观测器的非线性滑模控制。利用干扰观测器对系统的各种不确定性和干扰进行观测;同时,利用非线性滑模控制器对未观测到的干扰进行补偿。仿真结果验证了该控制策略的有效性和优越性。

## 1 机械臂数学建模

考虑一个 N 关节的机械臂,其动态性能可由式(1)二阶非线性微分方程描述。

$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = T + d \\ y = q \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $q \in R^n$  为关节角位移量,  $M(q) \in R^{n \times n}$  为机械臂的惯性矩阵,  $C(q, \dot{q}) \in R^n$  表示离心力和哥氏力,  $G(q) \in R^n$  为重力项,  $T \in R^n$  为关节控制力矩,  $d \in R^n$  为外部扰动信号,具体包括参数误差、模型误差及不确定干扰等;  $q$ 、 $\dot{q}$ 、 $\ddot{q}$  分别为机械臂实际

角度、角速度和角加速度,  $y \in R^n$  为输出角度。

式(1)所描述的机械臂系统具有如下动力学特性:

特性 1:  $M(q) - 2C(q, \dot{q})$  是一个斜对称矩阵, 即  $\forall x \in R^n$ , 满足:

$$x^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))x = 0$$

特性 2: 惯性矩阵  $M(q)$  是对称正定矩阵, 其逆  $M^{-1}(q)$  存在, 并且存在正数  $m_1, m_2$  满足如下不等式:

$$m_1 \|x\|^2 \leq x^T M(q)x \leq m_2 \|x\|^2$$

特性 3: 存在一个合适的机械臂参数向量, 使得  $M(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$ ,  $G(q)$ ,  $F(\dot{q})$  满足线性关系:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \phi(q, \dot{q}, \ddot{q})H$$

式中:  $\phi(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in R^{n \times m}$  为已知关节变量的回归矩阵, 它是机械臂广义坐标及各阶导数的已知函数矩阵,  $H \in R^n$  是描述机械臂质量特性的未知定常参数向量。

由于系统存在外部干扰信号,在设计过程中为使观测器能够较好地跟踪期望的输入角度  $q_d$ ,在分析时做出如下假设:

假设 1: 期望角度  $q_d$  及其  $n$  阶导数是存在且有界的。

假设 2: 外部扰动信号  $d$  是有界的且界在机械臂系统可承受范围, 即  $|d| < d_{max}$ 。

## 2 基于干扰观测器的非线性滑模控制器设计

在机械臂控制系统中,给定一个输入信号  $q_d$  作为期望角度,输入期望角度  $q_d$  与实际角度  $q$  作差输出误差信号  $x_1$ , 将此误差输入到非线性滑模控制器中,经过非线性滑模控制器处理会输出一个控制力矩  $T_0$  与干扰观测器经调整增益后输出的力矩  $T_d$  作差,产生最终的控制力矩  $T$  (即  $T = T_0 - T_d$ ), 将  $T$  输入机械臂系统中,从而实现对整个系统的控制。

由于存在外部干扰信号  $d$ ,在控制器具体设计中将其分为两部分:一部分为可观测部分(如系统摩擦);另一部分为不可观测部分(随机外部干扰)。

基于这种思路,在设计控制器时,对于可观测的部分使用干扰观测器进行观测,对于未观测到的部分使用非线性滑模控制来进行补偿,系统控制框图如图 1 所示。

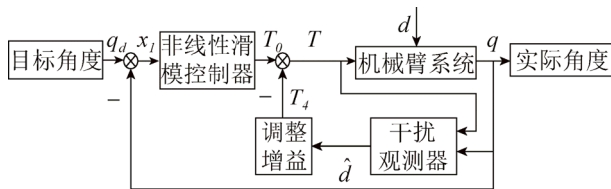


图 1 基于干扰观测器的机械臂非线性滑模控制框图  
Fig. 1 Structure diagram of nonlinear sliding mode control with disturbance observer for manipulator

## 2.1 干扰观测器的设计

根据机械臂的数学模型,本文采用如式(2)所示的干扰观测器。

$$\begin{cases} \dot{z} = -L(q, \dot{q})z + L(q, \dot{q})(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - T - p(q, \dot{q})) \\ \hat{d} = z + p(q, \dot{q}) \end{cases} \quad (2)$$

式中: \$z\$ 为定义的辅助向量, \$p(p, \dot{p})\$ 为待设计的非线性函数; 函数 \$L(q, \dot{q})\$ 应满足式(3)条件。

$$L(q, \dot{q})M(q)\ddot{q} = \frac{dp(q, \dot{q})}{dt} \quad (3)$$

\$\hat{d}\$ 为 \$d\$ 的估计值, 则干扰观测器的观测误差 \$e\$ 定义为:

$$e = d - \hat{d} \quad (4)$$

假设相对于干扰观测器的动态特性, 干扰的变化是缓慢的, 即:

$$\dot{d} = 0 \quad (5)$$

由式(3)和式(5), 可得干扰观测器的动态方程为:

$$\dot{e} = \dot{d} - \dot{\hat{d}} = -\dot{\hat{d}} = -\dot{z} - \frac{dp(q, \dot{q})}{dt} \quad (6)$$

将式(2)和式(3)代入式(6):

$$\begin{aligned} \dot{e} &= L(q, \dot{q})(z + p(q, \dot{q})) - \\ &L(q, \dot{q})(M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - T) \end{aligned} \quad (7)$$

综合式(1)和式(2)可将式(7)变为:

$$\dot{e} = L(q, \dot{q})\hat{d} - L(q, \dot{q})d = -L(q, \dot{q})e \quad (8)$$

因而得到观测器误差的系统动态方程为:

$$\dot{e} + L(q, \dot{q})e = 0 \quad (9)$$

通过设计矩阵 \$L(q, \dot{q}) = \text{diag}\{c, c\}\$, \$c > 0\$, 使

估计值 \$\hat{d}\$ 按指数逼近干扰 \$d\$。设计:

$$p(q, \dot{q}) = c\dot{q}$$

干扰观测器的输出传输到增益调整模块, 将观测到的干扰转化成相应输入通道的控制量, 结合式

(1)可知增益调整矩阵为单位阵, 则:

$$T_d = \hat{d}$$

采取干扰观测器后, 式(1)所描述的数学模型变为:

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= M^{-1}(T + d - C\dot{q} - G) = \\ &M^{-1}(T_0 - T_d + d - C\dot{q} - G) = \\ &M^{-1}(T_0 + e - C\dot{q} - G) \end{aligned} \quad (10)$$

由式(10)可知, 采用干扰观测器后, 系统的总干扰由 \$d\$ 减小为 \$e\$, 有效地减小了外界干扰对系统的影响。

## 2.2 非线性滑模控制器设计

滑模变结构控制方法通过控制量的切换, 使系统状态沿着滑模面滑动, 且系统在受到匹配摄动和外界干扰时具有不变性 (或完全鲁棒性), 并可用来针对日益复杂的被控对象设计控制律。

取系统的状态变量为:

$$\begin{cases} x_1 = q_d - q \\ x_2 = \dot{x}_1 = -\dot{q} \end{cases} \quad (11)$$

为了应用非线性滑模控制器, 在引入干扰观测器后, 可将机械臂的闭环控制表示为如式(12)所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dot{q} \\ \dot{x}_2 = -\ddot{q} = M^{-1}(C\dot{q} + G - T_{BS} - e) \end{cases} \quad (12)$$

采用如式(13)所示的非线性滑模面:

$$s = \text{sign}(x_1 + rx_2) \frac{\sqrt{\lambda(\lambda + |x_1 + rx_2|)} - \lambda}{2} + rx_2 \quad (13)$$

式中: \$\lambda\$、\$r\$ 为常数。

下面证明非线性滑模面的稳定性:

首先, 定义控制器的 Lyapunov 函数为:

$$V = \frac{1}{2}s^2$$

则:

$$\dot{V} = s\dot{s} \quad (14)$$

式中: 对滑模面 \$s\$ 求导, 并将式(11)代入其中, 可

求得：

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial s}{\partial x_2} \dot{x}_2 = -\frac{2(\lambda \dot{q} + \lambda r \ddot{q})}{\sqrt{\lambda(\lambda + |x_1 + rx_2|)}} - r\ddot{q} \quad (15)$$

将式(15)代入到式(14)可得：

$$\dot{V} = s\dot{s} = -\frac{2(\lambda \dot{q} + \lambda r \ddot{q})s}{\sqrt{\lambda(\lambda + |x_1 + rx_2|)}} - r\ddot{q}s = -\left(\frac{2(\lambda \dot{q} + \lambda r \ddot{q})s}{\sqrt{\lambda(\lambda + |x_1 + rx_2|)}} + r\ddot{q}s\right) \quad (16)$$

由式(16)可以明显看出  $\dot{V} < 0$ 。

综上所述， $\dot{V} < 0$ ，满足到达条件，在控制过程中不会出现超调，保证其控制效率，所以非线性滑模面在全局稳定。

## 2.3 控制律的设计

根据滑模控制原理，对于带有外界干扰和未建模不确定性的系统，控制律一般采用等效控制加变结构控制项，以期达到较好地控制目的。机械臂系统的控制率如式(18)所示。

$$T_0 = T_{BS} + T_{vss} \quad (17)$$

式中： $T_{BS}$  为等效控制项，在系统进入滑模运动后，保证系统的状态轨迹保持上面； $T_{vss}$  为变结构控制项，用于补偿建模不确定部分和未知干扰部分，消除其影响，增强系统鲁棒性，缩短稳定时间<sup>[9]</sup>。

以下依次设计  $T_{BS}$  和  $T_{vss}$ 。

为了保证系统进入滑动模态后，保持系统的状态轨迹线保持上面，需满足  $s=0$ ， $\dot{s}=0$ ，即令式(15)等于 0。

$$\dot{s} = -\frac{2(c\dot{q} + cr\ddot{q})}{\sqrt{c(c + |x_1 + rx_2|)}} - r\ddot{q} = 0 \quad (18)$$

为了便于计算将式(18)缩小分母，并将式(12)代入式(18)中，可得：

$$-\frac{2(c\dot{q} + cr\ddot{q})}{c} - r\ddot{q} = 0$$

$$2\dot{q} + 3rM^{-1}(T_{BS} + e - C\dot{q} - G) = 0$$

忽略建模不确定部分，得到等效控制项如式(19)所示。

$$T_{BS} = \left(C - \frac{2M}{3r}\right) \dot{q} + G - e \quad (19)$$

接下来设计变结构控制  $T_{vss}$ ，本文设计中采用准高阶滑模控制项，此控制项有收敛速度快，控制精确，鲁棒性强的优点。针对存在外界干扰及存在模型不确定的机械臂，采用准高阶滑模控制项，效果会更好。如式(20)所示。

$$T_{vss} = -M(x_1) \left( \frac{\dot{s} + \sqrt{s} \text{sign}(s)}{\dot{s} + \sqrt{s}} \right) \quad (20)$$

## 3 仿真分析

机械臂系统的动力学模型为<sup>[10]</sup>：

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = T + d$$

其中：

$$M(q) = \begin{bmatrix} p_1 + p_2 + 2p_3 \cos q_2 & p_2 + p_3 \cos q_2 \\ p_2 + p_3 \cos q_2 & p_2 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -p_3 \dot{q}_2 \sin q_2 & -p_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ p_3 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} p_4 g \cos q_1 + p_5 g \cos(q_1 + q_2) \\ p_5 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix},$$

$$p = [p_1, p_2, p_3, p_4, p_5] = [0.29, 0.076, 0.087, 0.304, 0.087]。$$

取  $g=9.8$ ，期望轨迹  $q_{d1}=\sin(t)$ ， $q_{d2}=\sin(t)$ ，机械臂初始位置为  $[q_1, q_2, q_3, q_4]^T = [0, 0, 0, 0]^T$ ，考虑库伦摩擦和粘性摩擦  $d(\dot{q}) = z \text{sgn}(\dot{q}) + k\dot{q}$ ，其中第一和第二关节的摩擦参数均为  $z=0.5$ ， $k=0.1$ 。干扰观测器设计中，定义：

$$p(q, \dot{q}) = c\dot{q} = c \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } c=1.5。$$

为了验证本文所提的基于干扰观测器的机械臂非线性滑模控制器的性能优点，接下来分别从轨迹跟踪、位置跟踪误差以及干扰观测器观测结果 3 个方面进行仿真分析。

从图 2、图 3 可以看出，当采用干扰观测器时关节 1 处的抖动明显减少，较不采用干扰观测器能够更早地跟踪给定波形，说明干扰观测器有效减小外界干扰对系统影响。

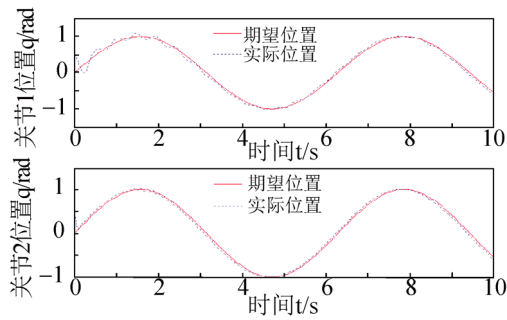


图 2 传统滑模控制轨迹跟踪曲线 (无干扰观测器)  
Fig. 2 Tracking curves based on sliding mode control (without disturbance observer)

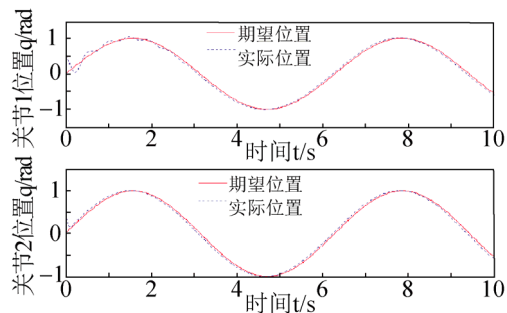


图 3 传统滑模控制轨迹跟踪曲线 (含干扰观测器)  
Fig. 3 Tracking curves based on sliding mode control (with disturbance observer)

图 2、图 4 分别为传统滑模控制和非线性滑模控制不含干扰观测器的情况, 可以看出轨迹曲线与期望曲线不能重合, 受外部干扰影响较大, 有一定的偏差。

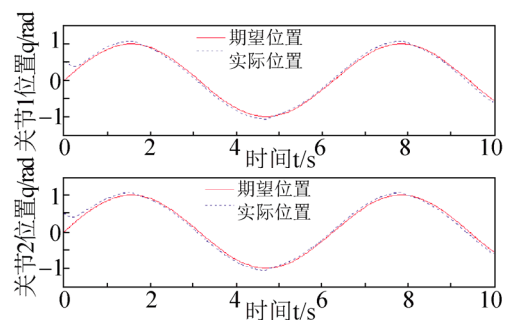


图 4 非线性滑模控制轨迹跟踪曲线 (含干扰观测器)  
Fig. 4 Tracking curves of nonlinear sliding mode control (without disturbance observer)

对比图 3、图 5 可以看出传统滑模控制器在前 2 s 有抖振现象, 在 2 s 以后轨迹与期望轨迹不能重合, 跟踪效果不太理想; 采用非线性滑模控制器在大约 0.5 s 以后双关节几乎与期望轨迹重合, 跟踪

效果好。

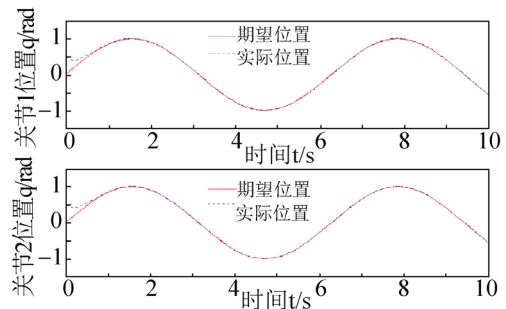


图 5 非线性滑模控制轨迹跟踪曲线 (含干扰观测器)  
Fig. 5 Tracking curves based on nonlinear sliding mode control (with disturbance observer)

比较图 6、图 7 曲线, 可以很明显地看出两图的波动都较大, 误差难以稳定在 0 附近, 跟踪效果较差; 但图 7 的抖动幅度比图 6 的抖动幅度小, 说明干扰观测器可以减小外界干扰对系统的影响。

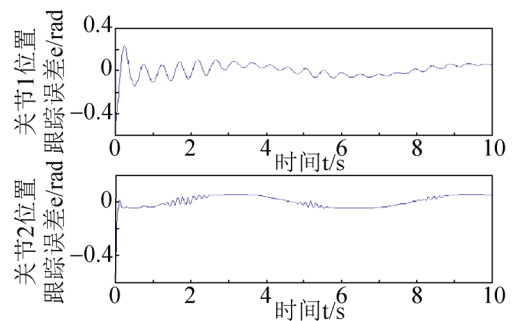


图 6 滑模控制轨迹跟踪误差曲线 (含干扰观测器)  
Fig. 6 Tracking errors curve of sliding mode control (without disturbance observer)

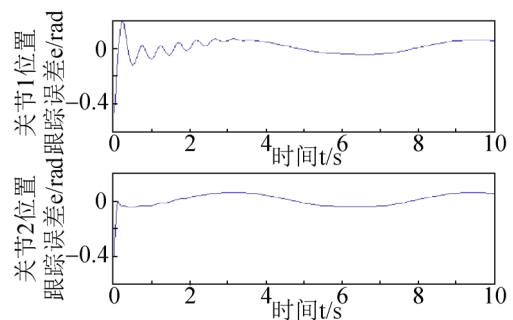


图 7 滑模控制轨迹跟踪误差曲线 (含干扰观测器)  
Fig. 7 Tracking errors curve of sliding mode control (with disturbance observer)

比较图 7、图 8, 可以明显地看出图 8 的双关节误差轨迹较为平稳, 可以在很短的时间内到达稳

定状态且波动很小,而图 7 曲线波动很大,几乎不能到达稳定状态,可以看出非线性滑模控制器可以使系统快速达到稳定状态,保证鲁棒性。

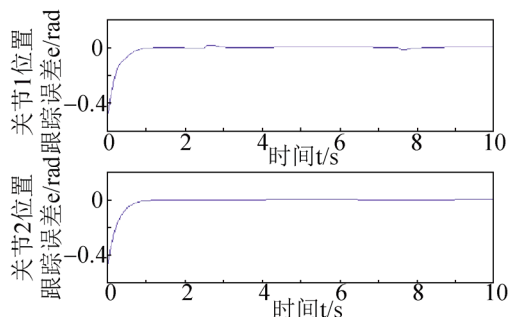


图 8 非线性滑模控制轨迹跟踪误差曲线(含干扰观测器)  
Fig. 8 Tracking errors curve of nonlinear sliding mode control(with disturbance observer)

比较图 8、图 9 曲线,从图 9 曲线可看出,无干扰观测器时,跟踪误差较大,波动明显,很难进行有效跟踪。而图 8 曲线可以明显地看出采用干扰观测器控制后,在 1 s 以后,跟踪误差为 0,跟踪速度较快;虽然关节 1 在 2.6 s 和 7.7 s 左右有很小的波动,但是关节 2 的波动几乎为 0,说明干扰对系统的影响较小,跟踪效果不错。

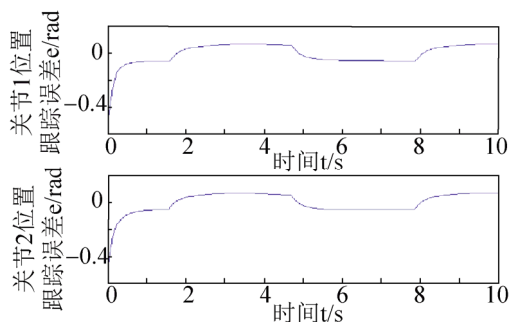


图 9 非线性滑模控制轨迹跟踪误差曲线(无干扰观测器)  
Fig. 9 Tracking errors curve of nonlinear sliding mode control(without disturbance observer)

图 10 为干扰观测器观测结果曲线,虽然关节 1 在转折点处难以较好地跟踪,但在关节 2 处可以实现对干扰的观测,曲线表明采用干扰观测器能够快速准确地估计干扰信号,减小干扰对系统的影响。

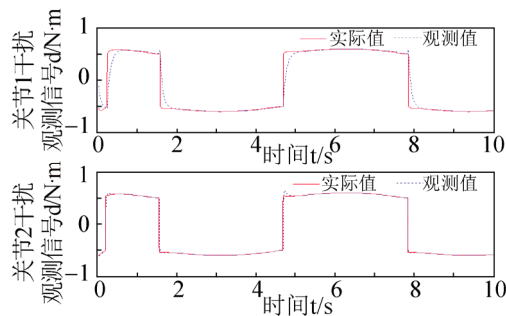


图 10 机械臂两关节干扰观测结果  
Fig. 10 Disturbance observation values of two joints for the manipulator

为了验证控制系统在外界干扰变化时的跟踪能力以及干扰观测器的观测能力,现将干扰变为有一定高频成分的随机干扰信号,其他参数不变,仿真结果如图 11 所示。

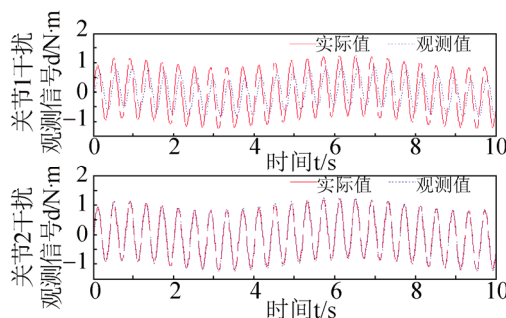


图 11 高频信号干扰下的机械臂两关节干扰观测结果  
Fig. 11 Disturbance observation values of two joints for the manipulator with High Frequency Signal Interference

由图 11 可以看出,干扰观测器在关节 1 处跟踪有一定的滞后,但在关节 2 处可以实现对干扰较好的观测,曲线表明当扰动变为有一定高频成分的随机信号时,干扰观测器仍然能够快速准确地估计干扰信号,减小干扰对系统的影响,保证系统的稳定性。

## 4 结论

针对多关节机械臂系统存在外界干扰与内部扰动的问题,本文设计了一种基于干扰观测器的非线性滑模控制策略。在设计控制器的过程中,干扰观测器对外界可观测的干扰进行观测,然后采用非线性滑模控制器对其余的干扰进行补偿,从而使系



统输出能跟踪期望轨迹,保证系统的安全性和稳定性。仿真分析表明,与滑模控制策略相比,该策略不仅能够较好地削弱外界干扰对系统的影响,使系统具有较强的抗干扰能力,而且可以有效地减少抖动,加快系统响应速度,增强系统稳定性。

## 参考文献:

- [1] 林雷,王洪瑞,任华彬. 基于模糊变结构的机械臂控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(4): 643-645.  
Lin Lei, Wang Hongrui, Ren Huabin. Fuzzy-based variable structure control for robotic manipulators[J]. Control Theory and Applications, 2007, 24(4): 643-645.
- [2] 史先鹏,刘士荣. 机械臂轨迹跟踪控制研究进展[J]. 控制工程, 2011, 18(1): 116-122.  
Shi Xianpeng, Liu Shirong. A survey of tracking control for robot manipulators[J]. Control Engineering, 2011, 18(1): 116-122.
- [3] Kuo K Y, Lin J. Fuzzy logic control for flexible link robot arm by singular perturbation approach[J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2002, 2(1): 24-38.
- [4] Castillo O, Melin P. Intelligent adaptive model-based control of robotic dynamic systems with a hybrid fuzzy-neural approach[J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2003, 3(4): 363-378.
- [5] Man Z, Paplinski A P, Wu H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems (S0921-0296), 1999, 39(1): 2464-2469.
- [6] 郭一军,俞立,徐建明. 基于模糊自抗扰技术的机械臂轨迹跟踪控制[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2017, 45(2): 42-48.  
Guo Yijun, Yu Li, Xu Jianming. The trajectory tracking control of ipulator based on fuzzy ADRC technology[J]. Journal of Shaanxi Normal University(Natural Science Edition), 2017, 45(2): 42-48.
- [7] 钱荣荣,骆敏舟,赵江海,等. 永磁同步电动机新型自适应滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 11(30): 1414-1421.  
Qian Rongrong, Luo Minzhou, Zhao Jianghai, et al. Novel adaptive sliding mode control for permanent magent synchronous motor[J]. Control Theory and Applications, 2013, 11(30): 1414-1421.
- [8] 席雷平,陈自力,齐晓慧. 基于非线性干扰观测器的机械臂自适应反演滑模控制[J]. 信息与控制, 2013, 42(4): 470-477.  
Xi Leiping, Chen Zili, Qi Xiaohui. Adaptive Back-stepping Sliding Mode Control for Robotic Manipulator with Nonlinear Disturbance Observer[J]. Information and Control, 2013, 42(4): 470-477.
- [9] 贺昱曜. 非线性控制理论及应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2007: 153-163.  
He Yuyao. Nonlinear control theory and its application[M]. Xi'an: Xi'an University Press, 2007: 153-163.
- [10] 刘金钊. 机器人控制系统的设计与MATLAB仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.  
Liu Jinkun. Robot control system design and MATLAB simulation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.