

研究信道利用率——一个概率的视角

应承轩

计算机科学与技术系2017级、201785071

September 27, 2019

1 引言

网络数据在信道上进行传输，然而由于现实情况的限制，信道的利用率远远无法达到理论的信道利用率——100%。在本次实验中，我将从概率的视角、使用数值模拟的手段，研究信道利用率。

2 实验描述

2.1 信道利用率的定义

我们假设数据传输使用广播信道，当不考虑数据之间的碰撞时候，我们可以为信道的利用率定义如下一个极限：

$$S_{max} = \frac{T_0}{T_0 + \tau} \quad (1)$$

其中 T_0 为数据帧本身的发送时间， τ 为一个端到端延迟时间。

如果考虑到数据之间产生的碰撞，我们必须使用一个协议去进行调度，在本文中，我们以CSMA/CD方法为例，其信道利用率具体定义如下：

$$S = \frac{T_0}{T_0 + T_1 + \tau} \quad (2)$$

其中 T_1 为CSMA/CD协议中退避方法产生的延时。

2.2 信道利用率的期望

我们实验的目的是求出信道利用率的期望，即：

$$\mathbb{E}(S) = \mathbb{E}\left(\frac{T_0}{T_0 + T_1 + \tau}\right) \quad (3)$$

我们假设实验在理想环境中完成：数据帧本身发送时间固定、端到端延迟固定，即： $\mathbb{E}(T_0) = T_0$ 、 $\mathbb{E}(\tau) = \tau$ ，我们有：

$$\mathbb{E}(S) = \frac{T_0}{T_0 + \mathbb{E}(T_1) + \tau} \quad (4)$$

由于退避方法产生的延时 T_1 由其他节点对信道的竞争、本自身机数产生的策略、以及自己上一个时间的状态共同决定。不妨可以假设其概率分布如下：

$$T_1 \sim P(N, S, \pi, \dots) \quad (5)$$

其中 N 为其邻居的情况，我们可以简单的假设 $N = N(n)$ ，其中 n 为网络中节点的总数，即 n 越大，其邻居情况越复杂¹； S 为每个节点自身的状态，为了简单，我们作出0阶马尔可夫假设； π 为单次退避时间的采样策略，为了简单，我们采用均匀采样。

显然，我们难以确定概率分布，不妨做出如下转换：

$$\mathbb{E}(T_1) = \int p \cdot T_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M T_1^i \quad (6)$$

其中 T_1^i 为第 i 次采样获得的退避延时。

3 模型

我们按照CSMA/CD的规范，仅复现其时间属性，不对协议本身进行模拟，具体代码请查看 <https://github.com/chengsyuan/Channel-Efficiency-Simulator/>。

4 实验

4.1 实验设置

在实验中，我们将时间片设为10us，即每10us为一步，更多实验中使用的参数如下：

端到端延迟 τ	伯努利概率 p	数据发送时间 T_0	节点个数 n
3 steps	0.0001	100 steps	10

为了简化实验环境，研究主要问题，我们对模型做出以下抽象：

- **IID假设**：各个主机独立发包，互不了解。每个主机、每个step发包几率均相等。
- **数据包大小相等**：假定主机发送速率为10Mbps，在100steps内，主机相当于发送10Kbits，即1.25Kbytes，可以较好的模拟现实环境。
- **发送频率**：每个节点在每一个step进行一次伯努利试验，考虑到伯努利期望，这相当于每10000step或100ms发送一次数据包。

¹我这里写的不是很严谨！

4.2 实验结果

根据之前提到的超参数，我们进行了多次实验，近似求得信道利用率的期望 $\mathbb{E}(S)$ 。

采样次数M	期望利用率 $\mathbb{E}(S)$
1	0.9100
10	0.9300
50	0.9398
100	0.9379
200	0.9393
500	0.9384
1,000	0.9369

可以看出，最终结果趋近于0.9369，我们可以假定此时的 M 足够大，并以此作为期望利用率 $\mathbb{E}(S)$ 。

4.3 参数对于信道利用率的影响

注意，我们保持其他参数不变，仅更改自变量。考虑到有限的计算资源，我们每次实验均重复十次，即 $M = 10$ 。

4.3.1 节点个数

我们研究了网络中不同节点个数对于信道利用率的影响，注意，所有节点均遵循IID原则，结果见下表：

节点个数n	期望利用率 $\mathbb{E}(S)$
1	0.9700
2	0.9690
3	0.9610
5	0.9580
10*	0.9339
20	0.8930
30	0.7590
40	0.6630
50	0.4279
60	0.2830
70	0.1530
80	0.0749
90	0.0450
100	0.0329

表格中带*的为默认参数。

可以看出，随着节点个数 n 的增加，期望利用率 $\mathbb{E}(S)$ 逐渐减小。

4.3.2 数据包大小

我们研究了网络中数据包大小对于信道利用率的影响，考虑到数据包发送时间 T_0 与数据包大小成线性关系，我们将数据包发送时间 T_0 作为自变量进行研究，结果见下表：

数据包发送时间 T_0	期望利用率 $\mathbb{E}(S)$
10	0.7659
50	0.9179
60	0.9359
80	0.9409
100*	0.9329
200	0.9109
300	0.8889
500	0.6150
1,000	0.2440

表格中带*的为默认参数。

可以看出，这个曲线为凸曲线，期望利用率 $\mathbb{E}(S)$ 最大值应该在 $T_0 = 80$ 的附近。

4.3.3 端对端延迟

我们研究了端对端延迟 τ 对于信道利用率的影响，结果见下表：

端对端延迟 τ	期望利用率 $\mathbb{E}(S)$
0	1.000
1	0.9590
2	0.9419
3*	0.9430
5	0.9150
7	0.9090
10	0.8810
15	0.8240
20	0.7950
30	0.7120
50	0.6060
100	0.4370

表格中带*的为默认参数。

可以看出，随着端对端延迟 τ 的增加，期望利用率 $\mathbb{E}(S)$ 逐渐减小。

5 感触

熬夜伤身体，早睡早起身体好。