

0.1 §7 复矩阵的 Jordan 标准型 (存在性)

定理 7.1 设 $A \in M_n(\mathbb{C})$, 则存在 $\lambda_1, \dots, \lambda_l \in \mathbb{C}$ (不必两两不同), $d_1, \dots, d_l \in \mathbb{Z}^+$, 使得

$$A \sim_s J_A = \begin{bmatrix} J_{d_1}(\lambda_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_{d_l}(\lambda_l) \end{bmatrix}_{n \times n}$$

注 (1) $\lambda_1, \dots, \lambda_l$ 互不相同的元素组成 $\text{spce}_{\mathbb{C}}(A)$

(2) $\chi_A = (t - \lambda_1)^{d_1} \dots (t - \lambda_l)^{d_l}$

$\mu_A = \text{lcm}((t - \lambda_1)^{d_1} \dots (t - \lambda_l)^{d_l})$

(3) 如果 $d_1 = \dots = d_l = 1$, 则

$$J_A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_l \end{bmatrix}_{n \times n}$$

即 A 可对角化

注 d_1, \dots, d_l 是否唯一? l 是否唯一? 即 J_A 是否唯一

0.2 §8 矩阵的准素有理规范型简介

定理 8.1 设 $A \in M_n(F)$, 则存在 $d_1, \dots, d_l \in \mathbb{Z}^+$, 则存在 $l_1, \dots, l_s \in \mathbb{Z}^+, p_1, \dots, p_s \in F[t] \setminus F$ 不可约, 使得

$$A \sim \begin{bmatrix} J_{l_1}(p_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_{l_s}(p_s) \end{bmatrix}_{n \times n}$$