

2.18 最佳投资问题(INVEST)

对于投资问题或“赌博”问题，有许多例子(例如2.19节的INVESTWLV)，这类问题在每个状态都需要我们投入一定量的“资金”，而下一状态是盈是亏则由概率决定。这种投资问题可以视作生产问题(例如PROD，见2.34节)，这里 s 是当前的总资产，那么下一状态就是 $s'=s+d$ 或 $s'=s-d$ ，即盈利或亏损，究竟是那种状态还得看概率。当然，这个盈利和亏损的数额都可以随意调整，如 $s'=s+2d$ 或 $s'=s-d+1$ 。此外，这个盈亏的概率是一个关于投资金额 i 的函数。如果按照生产问题的方式列式，这里的“产品”即投资的费用可以视作是0。对于这个投资问题[8,问题19.29],其状态转移方程如下：

$$f(k, s) = \max_i \{p_i f(k+1, s+i) + (1-p_i) f(k+1, s-i+1)\}$$

给定一个初始资金 s_0 ,我们的目标是计算 $f(1, s_0)$ ，边界条件是当 $k=N$ 时 $f(k,s)=s$ 。举个例子，假定增幅为0,1,2的成功率 p_i 分别为1,0.2,0.4。那么对于 $s_0 = 2$ 和 $N = 4$, 我们有 $f(1, 2) = 2.6$ ，其对应的最优投资方案是投资一个单位的资金。