

- [第二次作业](#)
 - [阻尼牛顿法](#)
 - [扩充函数类](#)
 - [运行程序](#)
 - [第一题运算结果](#)
 - [第一题图像展示](#)
 - [第二题运算结果](#)
 - [第二题图像](#)

第二次作业

阻尼牛顿法

由于运算过程中需要计算函数梯度以及黑塞矩阵，设计一个类来扩充原函数的功能

扩充函数类

```

import numpy as np
class Function:
    def __init__(self,f,delta) -> None:
        self.delta = delta
        self.f = f
    def cal_val(self,val):
        return self.f(val)
#求偏导
    def part_1(self,index,val):
        #! 不改变原值
        val = list(val)
        # 原函数值
        f1 = self.f(val)
        val [index] += self.delta
        # 自变量改变delta后的函数值
        f2 = self.f(val)
        return (f2 - f1)/self.delta
#求二阶导
    def part_2(self,index1,index2,val):
        #! 不改变原值
        val = list(val)
        f1 = self.part_1(index1,val)
        val [index2] += self.delta
        f2 = self.part_1(index1,val)
        return (f2-f1)/self.delta
#求梯度
    def cal_Gra(self,val):
        if len(list(val)) == 1 :
            return self.part_1(0,val)
        elif len(list(val)) == 2:
            return np.array([self.part_1(0,val),self.part_1(1,val)])
    def cal_Hessian(self,val):
        dim = len(val)
        mat = np.zeros((dim,dim))
        for i in range(dim):
            for j in range(dim):
                mat[i,j] = self.part_2(i,j,val)
        return mat

```

运行程序

```

# 阻尼牛顿法
# 必须在cd 到子文件夹里
import sys
sys.path.append("../")
import numpy as np
from normal_function import *
import math
import matplotlib.pyplot as plt
import 数值最优化.first.Linear_search as ls
class Newton:
    def __init__(self,f) -> None:
        self.f = f
        self.func = Function(f,10**-6)
        self.distance = 0
    def cal_direction(self,val):
        grad = self.func.cal_Gra(val)
        hessian = self.func.cal_Hessian(val)
        # 判断函数是否为正定函数
        if np.all(np.linalg.eigvals(hessian)>0.1) == False :
            # 如果不是正定函数
            direction = -grad
            print("velocity")
        else:
            # 如果是正定函数
            print("newton")
            direction = -grad.dot(np.linalg.inv(hessian))
            if direction.dot(grad) > 0.1:
                direction = -grad
            print(direction)
            return direction
    def cal_distance(self,val):
        distance = ls.Armijo(val,self.cal_direction(val),self.f)
        return distance
    def cal_gra_dis(self,val):
        grad = self.func.cal_Gra(val)
        return math.sqrt(grad[0]**2+grad[1]**2)
    def damped_newton_method(self,val):
        epsilon = 10**-3
        iter = 0
        #画图
        x = np.linspace(-4,4,100)
        y = np.linspace(-4,4,100)
        X,Y = np.meshgrid(x,y)
        Z = self.f([X,Y])
        #等高线
        plt.contour(X,Y,Z,10)
        while(self.cal_gra_dis(val) > epsilon):
            print("第{0}次迭代".format(iter))
            direction = self.cal_direction(val)
            dis = self.cal_distance(val)
            print("移动距离为{0}".format(dis))
            val_next = val + dis*direction
            # 画线段
            x = [val[0],val_next[0]]

```

```

        y = [val[1],val_next[1]]
        plt.plot(x,y)
        val = val_next
        iter += 1
    plt.show()

def newton_steepest_method(self,val):
    epsilon = 10**-3
    iter = 0
    #画图
    x = np.linspace(-4,4,100)
    y = np.linspace(-4,4,100)
    X,Y = np.meshgrid(x,y)
    Z = self.f([X,Y])
    #等高线
    plt.contour(X,Y,Z,50)
    while(self.cal_gra_dis(val)>epsilon):
        print("第{0}次迭代".format(iter))
        print("位置坐标{0},函数值{1}".format(val,self.f(val)))
        direction = self.cal_direction(val)
        print(direction)
        dis = self.cal_distance(val)
        val_next = val+ dis*direction
        # 画线段
        x = [val[0],val_next[0]]
        y = [val[1],val_next[1]]
        plt.plot(x,y)
        val = val_next
        iter = iter+1
    plt.show()

def f1(val):
    x1 = val[0]
    x2 = val[1]
    return 4*x1**2 + x2**2 -8*x1 -4*x2

def f2(val):
    x1 = val[0]
    x2 = val[1]
    return 4*x1**2 + x2**2- (x1**2)*x2

val1 = np.array([0,0])
val2 = np.array([2,0])
newton = Newton(f1)
newton.damped_newton_method(val1)
newton2 = Newton(f2)
newton2.newton_steepest_method(val2)

```

第一题运算结果

第0次迭代

原位置为(0,0),函数值为0

现位置为(0.4999997499301111,0.9999997505263557),函数值为-5.999998500772843

移动距离为0.5

第1次迭代

原位置为(0.4999997499301111,0.9999997505263557),函数值为-5.999998500772843

现位置为(0.7500329153753698,1.4997332724970613),函数值为-7.499799027770552

移动距离为0.5

第2次迭代

原位置为(0.7500329153753698,1.4997332724970613),函数值为-7.499799027770552

现位置为(0.8750745126439385,1.7498996759594363),函数值为-7.875024318350207

移动距离为0.5

第3次迭代

原位置为(0.8750745126439385,1.7498996759594363),函数值为-7.875024318350207

现位置为(0.9375383881296718,1.8749384719185838),函数值为-7.9687538023641835

移动距离为0.5

第4次迭代

原位置为(0.9375383881296718,1.8749384719185838),函数值为-7.9687538023641835

现位置为(0.9687904703615839,1.9375189711031524),函数值为-7.992199982066987

移动距离为0.5

第5次迭代

原位置为(0.9687904703615839,1.9375189711031524),函数值为-7.992199982066987

现位置为(0.9843987992633514,1.9687633893220253),函数值为-7.998050684295652

移动距离为0.5

第6次迭代

原位置为(0.9843987992633514,1.9687633893220253),函数值为-7.998050684295652

现位置为(0.9922001918050374,1.9843974048298216),函数值为-7.999513210992443

移动距离为0.5

第7次迭代

原位置为(0.9922001918050374,1.9843974048298216),函数值为-7.999513210992443

现位置为(0.9960994992539717,1.9921977589594841),函数值为-7.999878269410467

移动距离为0.5

第8次迭代

原位置为(0.9960994992539717,1.9921977589594841),函数值为-7.999878269410467

现位置为(0.9980497592473094,1.9960982827161449),函数值为-7.999969562846263

移动距离为0.5

第9次迭代

原位置为(0.9980497592473094,1.9960982827161449),函数值为-7.999969562846263

现位置为(0.999024759413865,1.9980478524010095),函数值为-7.999992384742948

移动距离为0.5

第10次迭代

原位置为(0.999024759413865,1.9980478524010095),函数值为-7.999992384742948

现位置为(0.9995121945682066,1.9990231564400684),函数值为-7.9999980939601025

移动距离为0.5

第11次迭代

原位置为(0.9995121945682066,1.9990231564400684),函数值为-7.9999980939601025

现位置为(0.9997558256183843,1.9995112847704415),函数值为-7.99999952267291

移动距离为0.5

第12次迭代

原位置为(0.9997558256183843,1.9995112847704415),函数值为-7.99999952267291

现位置为(0.9998776789939117,1.999755370694065),函数值为-7.999999880306789

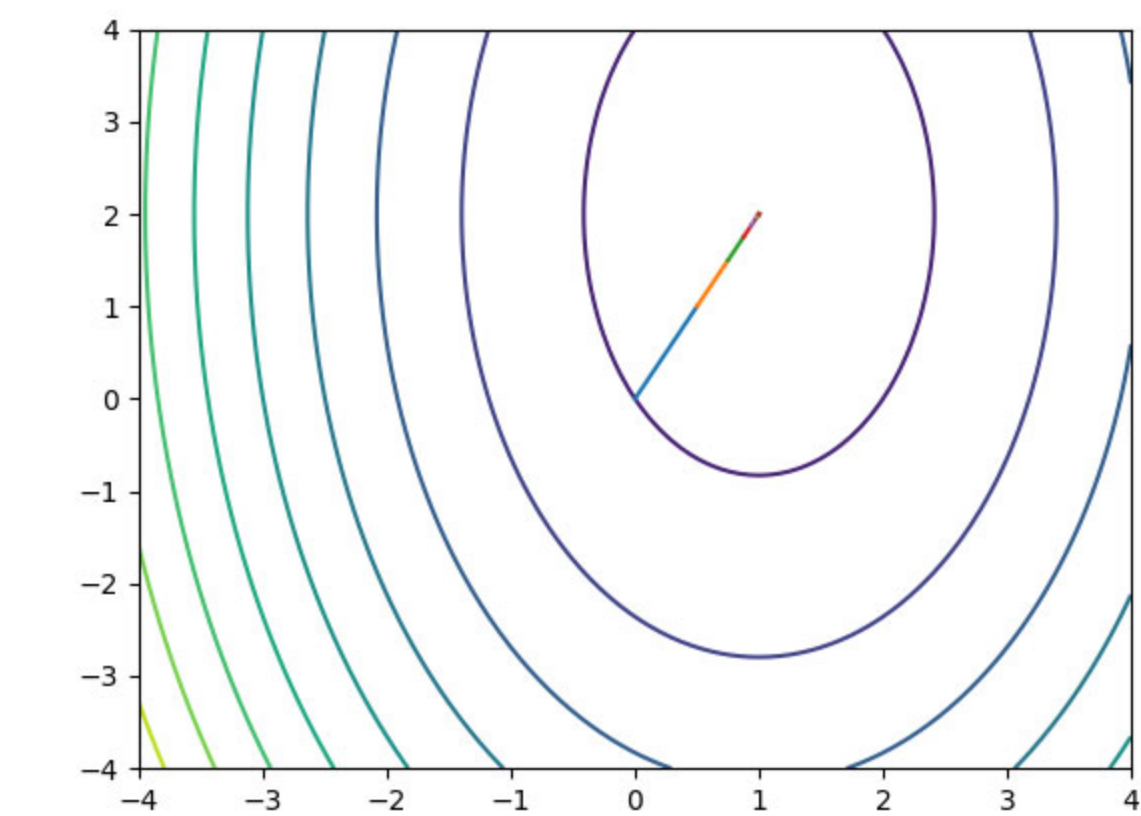
移动距离为0.5

第13次迭代

原位置为(0.9998776789939117,1.999755370694065),函数值为-7.999999880306789

现位置为(0.9999995432134957,1.9999995322678747),函数值为-7.999999999998947
移动距离为1

第一题图像展示



第二题运算结果

第0次迭代

位置坐标[2 0], 函数值16

[-16.000004 3.999999]

原位置为(2,0), 函数值为16

现位置为(0.9631997406320352, 0.2591999353455776), 函数值为3.537725858381355

第1次迭代

位置坐标[0.96319974 0.25919994], 函数值3.537725858381355

[-1.21083555 -0.96197777]

原位置为(0.9631997406320352, 0.2591999353455776), 函数值为3.537725858381355

现位置为(0.3577819651609495, -0.22178894792709458), 函数值为0.5896128209403502

第2次迭代

位置坐标[0.35778197 -0.22178895], 函数值0.5896128209403502

[-0.34399788 0.16271508]

原位置为(0.3577819651609495, -0.22178894792709458), 函数值为0.5896128209403502

现位置为(0.18578302330112775, -0.14043140980811325), 函数值为0.16262934454553668

第3次迭代

位置坐标[0.18578302 -0.14043141], 函数值0.16262934454553668

[-0.18021075 0.12420892]

原位置为(0.18578302330112775, -0.14043140980811325), 函数值为0.16262934454553668

现位置为(0.09567764794646973, -0.07832695050213126), 函数值为0.043468981976243604

第4次迭代

位置坐标[0.09567765 -0.07832695], 函数值0.043468981976243604

[-0.09394401 0.07391512]

原位置为(0.09567764794646973, -0.07832695050213126), 函数值为0.043468981976243604

现位置为(0.04870564431488999, -0.0413693896694938), 函数值为0.01129852366632529

第5次迭代

位置坐标[0.04870564 -0.04136939], 函数值0.01129852366632529

[-0.04822158 0.04020631]

原位置为(0.04870564431488999, -0.0413693896694938), 函数值为0.01129852366632529

现位置为(0.024594856739063642, -0.02126623642391571), 函数值为0.0028847448185070805

第6次迭代

位置坐标[0.02459486 -0.02126624], 函数值0.0028847448185070805

[-0.02446712 0.02096642]

原位置为(0.024594856739063642, -0.02126623642391571), 函数值为0.0028847448185070805

现位置为(0.012361296837459608, -0.010783025482727924), 函数值为0.0007291279407645477

第7次迭代

位置坐标[0.0123613 -0.01078303], 函数值0.0007291279407645477

[-0.0123288 0.01070652]

原位置为(0.012361296837459608, -0.010783025482727924), 函数值为0.0007291279407645477

现位置为(0.006196897830639985, -0.005429765429797123), 函数值为0.00018329703488531246

第8次迭代

位置坐标[0.0061969 -0.00542977], 函数值0.00018329703488531246

[-0.00618903 0.00541011]

原位置为(0.006196897830639985, -0.005429765429797123), 函数值为0.00018329703488531246

现位置为(0.003102384293917133, -0.002724710318136713), 函数值为4.594942430634586e-05

第9次迭代

位置坐标[0.00310238 -0.00272471], 函数值4.594942430634586e-05

[-0.00310078 0.0027194]

原位置为(0.003102384293917133, -0.002724710318136713), 函数值为4.594942430634586e-05

现位置为(0.0015519961786471003, -0.0013650096417566712), 函数值为1.1501307764222609e-05

第10次迭代

位置坐标[0.001552 -0.00136501], 函数值1.1501307764222609e-05

[-0.00155197 0.0013633]

原位置为(0.0015519961786471003, -0.0013650096417566712), 函数值为1.1501307764222609e-05

现位置为(0.0007760125645807452, -0.0006833573590382932), 函数值为2.876170796427301e-06
第11次迭代
位置坐标[0.00077601 -0.00068336], 函数值2.876170796427301e-06
[-0.00077638 0.00068256]
原位置为(0.0007760125645807452, -0.0006833573590382932), 函数值为2.876170796427301e-06
现位置为(0.00038782252261232794, -0.0003420795651061589), 函数值为7.186951159695648e-07
第12次迭代
位置坐标[0.00038782 -0.00034208], 函数值7.186951159695648e-07
[-0.00038829 0.0003415]
原位置为(0.00038782252261232794, -0.0003420795651061589), 函数值为7.186951159695648e-07
现位置为(0.00019367783660174983, -0.0001713275717341014), 函数值为1.794039810856684e-07
第13次迭代
位置坐标[0.00019368 -0.00017133], 函数值1.794039810856684e-07
[-0.00019417 0.00017081]
原位置为(0.00019367783660174983, -0.0001713275717341014), 函数值为1.794039810856684e-07
现位置为(9.65930640295443e-05, -8.592325980293392e-05), 函数值为4.4704488332543737e-08

第二题图像

