

ローパスフィルター / ハイパスフィルター実験

担当教官： 宮教大・物理 神田

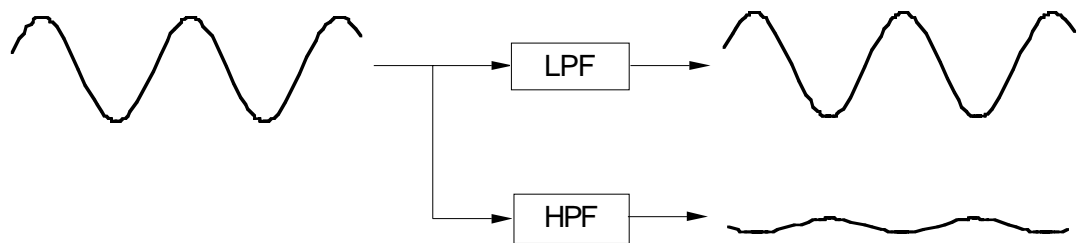
1. 概要

交流電圧を、周波数によって通したり遮ったりすることができる。

ローパスフィルター (LPF; Low Pass Filter) は低い周波数の電気信号を通す。

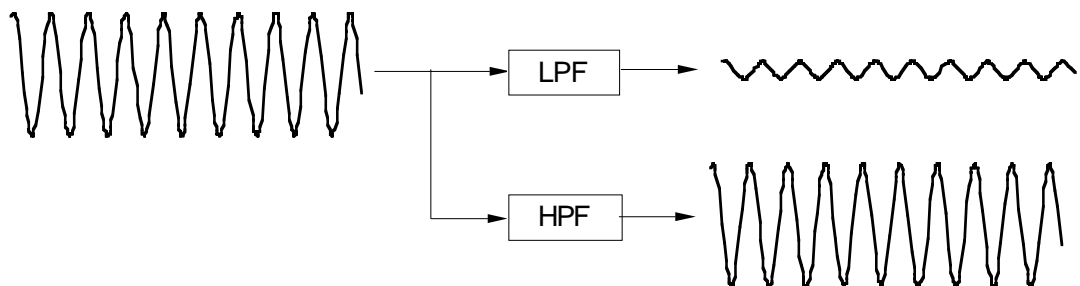
ハイフィルター (HPF; High Pass Filter) は高い周波数の電気信号を通す。

低い周波数の交流信号に対する応答：



LPF は通すが、HPF は通さない。

高い周波数の交流信号に対する応答：



HPF は通すが、LPF は通さない。

最も基本的な回路は、電気抵抗素子とキャパシター（コンデンサ）から成る。

2. ローパスフィルター(LPF; Low Pass Filter)

2-1. 基本的な回路

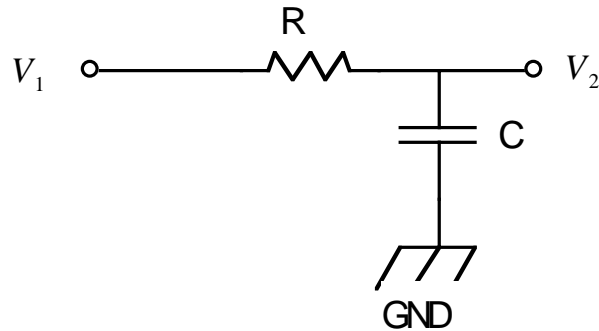


図 1 : LPF の回路図

電気抵抗素子 : R [Ω]、キャパシター (コンデンサー) : C [F]、

入力電圧 : V_{in} 、出力電圧 : V_{out}

2-2. LPF の特性

上図入出力電圧を複素表示でそれぞれ定義しよう。入出力電圧の比は

$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \quad \text{Eq 2.1}$$

と与えられる。ここで $CR = \tau$ [sec] がこの回路の**時定数**である。この時定数は LPF の特徴的な周波数 ω_0 を

$$\omega_0 = \frac{1}{CR} \text{ [rad/s]} \quad \text{Eq 2.2}$$

として与える。そうすると Eq. 2.1 は、

$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{Eq 2.3}$$

と書き直すことが出来る。入出力電圧の大きさの比は、

$$\left| \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} \quad \text{Eq 2.4}$$

また、入出力の位相差 $\Delta\phi$ は

$$\tan(\Delta\phi) = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{Eq 2.5}$$

と求められる。以下に $\omega_0 = 2\pi \times 100 [\text{rad/s}]$ の場合の入出力比と位相差を示す。

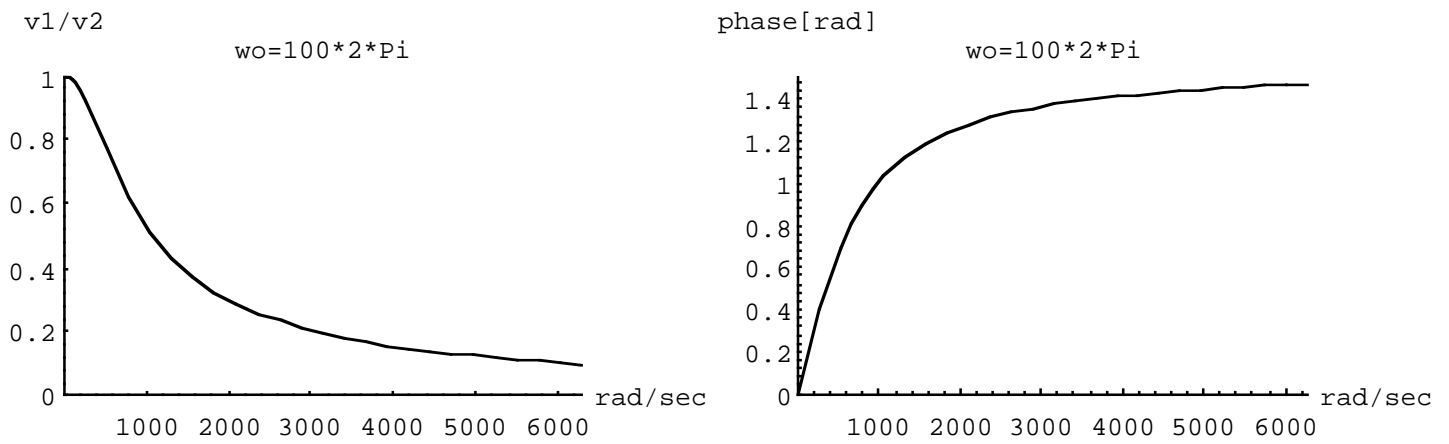


図 2

このフィルターでは例えば $\omega_0 = 1000 [\text{rad/s}]$ では交流信号は、

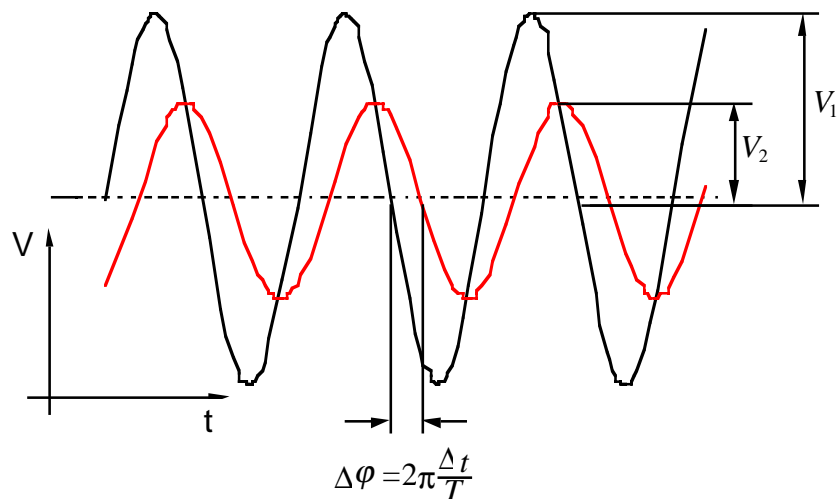


図 3

のようになっている。この図で位相差は $V_1(t)$ と $V_2(t)$ の時間的遅れに見て取ることが出来る。

レポート問題

1. Eq. 2.1 を導け
2. Eq. 2.3 から Eq. 2.4 と Eq. 2.5 を導け
3. $\left| \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} \right| = \frac{1}{2}$ となる ω はいくらか。

2-3. 実験

i. 材料と道具

電気抵抗素子：R1 300Ω, R2 10kΩ

キャパシター：C1 0.1μF, C2 0.47μF

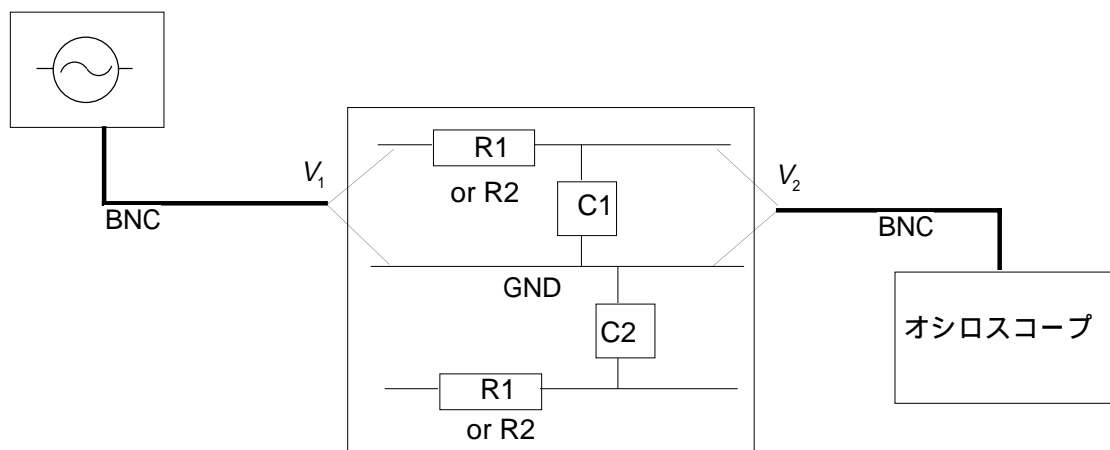
プリント基板

半田こて、BNC-プローブケーブル、オシロスコープ、正弦波発信器

ii. 回路図

図1：LPFの回路図に同じ

iii. 実体配線図



* 1つのプリント基盤に2ないし4回路

図4

iv. 測定内容

- 1) 各フィルターについて、周波数を変えながら V_2 の V_1 に対する振幅比と位相差を測定する(グラフ提出)。位相差については、図3を参考に、オシロスコープで読みとる。
- 2) 正弦波以外の波形を入力して観察する。

2-4. レポート提出内容

振幅比のグラフ

配付資料中の問題

そのほか概要、実験の説明や考察などを一般的な科学レポートの形式で仕上げて提出。

3. ハイパスフィルター(HPF; High Pass Filter)

3-1. 基本的な回路

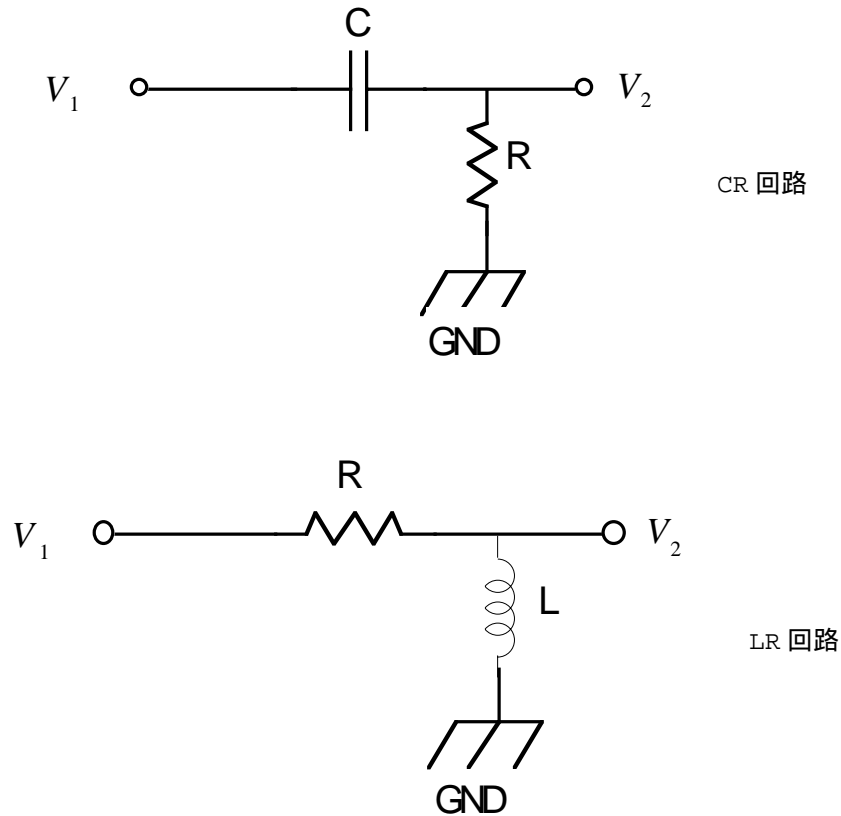


図 5 : HPF の回路図

電気抵抗素子 : R [Ω]、キャパシター (コンデンサー) : C [F]、

インダクタンス (コイル) : L [H]、入力電圧 : V_{in} 、出力電圧 : V_{out}

3-2. HPF の特性

本実験では上図 CR 回路で考えよう。入出力電圧を複素表示でそれぞれ定義すると、その比は

$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega CR}} \quad \text{Eq 3.1}$$

と与えられる。LPF 同様、 $CR = \tau$ [sec] がこの回路の**時定数**である。この時定数は HPF の特徴的な周波数 ω_0 を

$$\omega_0 = \frac{1}{CR} \text{ [rad/s]} \quad \text{Eq 3.2}$$

として与え、Eq.3.1 は、

$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{1}{1 - j \frac{\omega_0}{\omega}} \quad \text{Eq 3.3}$$

と書き直すことが出来る。入出力電圧の大きさの比は、

$$\left| \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad \text{Eq 3.4}$$

と求められる。LPF との違いに注意していただきたい。以下に $\omega_0 = 2\pi \times 100 \text{ [rad/s]}$ の場合の入出力比を示す。

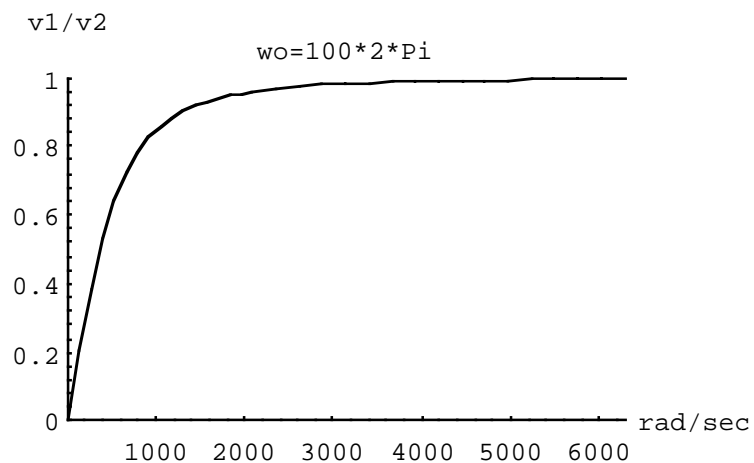


図 6

レポート問題

- 1 . Eq.3.1 を導け
- 2 . Eq.3.4 を導け。また位相差についても導け。
- 3 . $\left| \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} \right| = \frac{1}{2}$ となる ω はいくらか。

3-3. 実験

i. 材料と道具

電気抵抗素子： $R1$ 300Ω , $R2$ $10k\Omega$

キャパシター： $C1$ $0.1\mu F$, $C2$ $0.47\mu F$

プリント基板

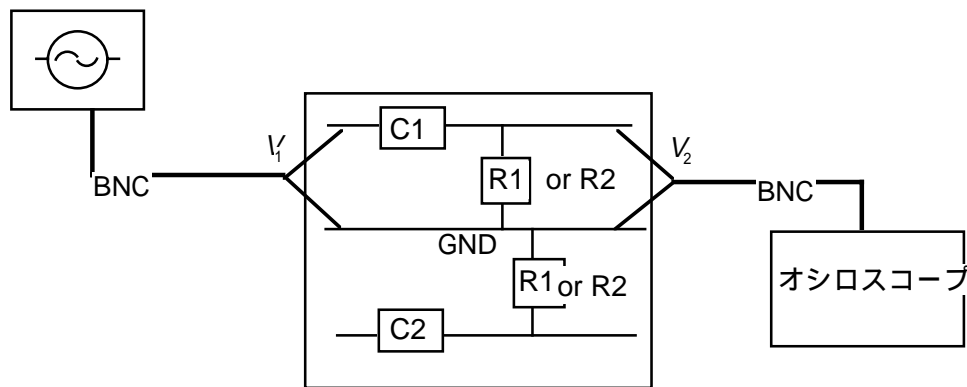
半田こて、BNC-プローブケーブル、オシロスコープ、正弦波発信器

ii. 回路図

図 5：LPF の回路図に同じ

(* LPF の実験を行った人は、回路をゆっくり見てみよう...)

iii. 実体配線図



* 1つのプリント基盤に2ないし4回路

図 7

iv. 測定内容

3) 各フィルターについて、周波数を変えながら V_2 の V_1 に対する振幅比と位相差を測定する(グラフ提出)。位相差については、図 3 を参考に、オシロスコープで読みとる。

4) 正弦波以外の波形を入力して観察する。

3-4. レポート提出内容

振幅比のグラフ

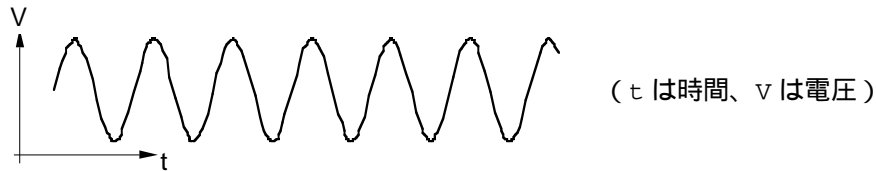
配付資料中の問題

デシベル (dB) について調べ、振幅比のグラフを dB で表記して見よ。

そのほか概要、実験の説明や考察などを一般的な科学レポートの形式で仕上げて提出。

4. 参考：交流電圧の複素表示

4-1. sin, cos 表示での問題点



このような正弦波の交流電圧信号は、

$$\begin{aligned} V &= V(t) \\ &= V_0 \sin(2\pi ft + \theta) \\ &= V_0 \sin(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad \text{Eq 4.1}$$

と表現できる。ここで

f : 交流の振動数[Hz]

ω : 交流の角振動数[rad/s]

θ : 初期位相[rad]

V_0 : 振幅

である。このような表現は、たとえば以下のような問いに対して直感的な解を与えにくい。

$$\text{問) } V_1(t) = V_0 \sin(\omega t + \phi_1) \text{ 、 } V_2(t) = V_0 \sin(\omega t + \phi_2)$$

なる 2 つの交流電圧の和をとると、振幅はいくらになるか？

より直感的にとらえ易いように、電気回路に関する表記の場合、交流電圧の複素表示を用いることが多い。

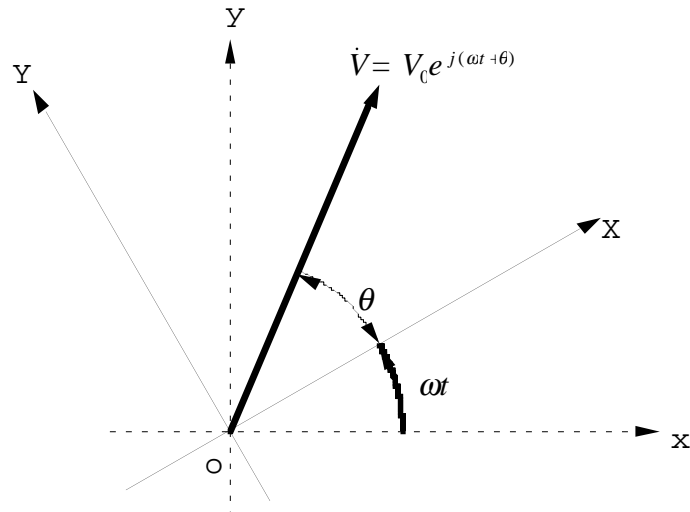
4-2. 複素表示

$$\dot{V} = V_0 e^{j(\omega t + \theta)} \quad \text{Eq 4.2}$$

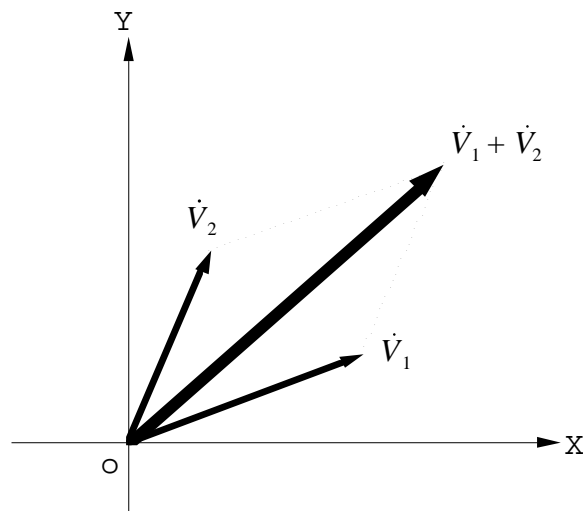
ここで、 j は虚数である。Euler の公式 ($\exp(ix) = \cos(x) + j \sin(x)$) を知っていれば Eq.4.2 が Eq.4.1 と数学的に同等の表現であることがわかるだろう。(註：ここで \dot{V} は微分のことではない。) すなわち Eq.4.2 を実部と虚部に分けて書けば、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= V_0 e^{j(\omega t + \theta)} \\ &= V_0 \cos(\omega t + \theta) + j V_0 \sin(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad \text{Eq 4.3}$$

ということである。実部と虚部をそれぞれ、 x, y 軸に対応させた複素平面で表してみると、この表示の利点がよくわかる。



のように交流電圧はベクトルとして扱うことが出来るのである。ここで x - y 軸は交流の角振動数 ω で x - y 軸に対して回転を続け、交流電圧は x 軸に対して θ の角度をもつと考えればよい。先の問いのように同じ周期の交流電圧は



5. のようになり、その和は x - y 平面上のベクトル和で与えられる。