

n-door problem

1. 背景

n (i.e. n=3) 扇门中有一扇门后面有财宝，每扇门后面有财宝的概率是多少？主持人让你选择一扇但不打开。接着，他打开任意一扇没有财宝的门后问你，你愿不愿意更换你的第一选择（=选择另一扇门）？

从概率的角度来看：

- 概率1：不换门获得财宝的概率。
- 概率2：选择换门后的获得财宝的概率。

2. 方法

有两种方式计算换门/不换门获得财宝概率：统计学方式和多次重复模拟结果。

2.1 统计学方式

- 第一次选择有财宝（ $1/n$ ），主持人打开任意一扇没有财宝门后，不更换， $p=1/n$ ；更换概率为0；
- 第一次选择无财宝（ $(n-1)/n$ ），主持人打开任意一扇没有财宝门后，更换是在 $n-2$ 个门中选择，则 $p=(n-1)/n*(1/(n-2))=(n-1)/n(n-2)$ ，不更换概率为零；

因此，更换门概率 $p=1/n$ ；不更换门概率 $p=(n-1)/n(n-2)$ 。

Table 1 理论值结果

	3 (number of doors)	5	10	30
No-change	0.3333	0.2000	0.100	0.0333
Change	0.6667	0.2667	0.1125	0.0345

2.2 数据模拟

多次重复，计算换门和不换门得到财宝的次数，从而计算各自的频率。

2.2.1 四个变量

- 定义ndoors扇门
- 重复次数ntrials
- 更换获得财宝次数change_count（初始设定=0）
- 不更换获得财宝次数no-change_count（初始设定=0）

2.2.2 计算思路

在n个门中随机选择（random.choice）一扇门：

（1）若第一次选择门后有财宝：

不更换，则no-change_count += 1

更换，则change_count += 0

（2）若第一次选择门后无财宝：

不更换，则no-change_count += 0

更换，则需看第二次选择结果：

a.主持人选择在n-2个门中随机人用选择(扣除第一次选择门和有财宝的门)；

b.进行第二次选择，除去第一次选择门和主持人选择门，仍有n-2个门，在此集合中随机选择

c.判断第二次选择结果，如果仍无财宝，则change_count += 0；有财宝，则change_count += 1

综上，得到一次模拟结果，for循环得到ntrials的结果。分别计算在ntrials次中各自得到财宝的比率。

2.2.3 计算结果

1. n个门，尝试 t=1000次、10K次，100K次，1M次 ,结果保存到h5文件中：

HDF Explorer

File Edit View Options Window Help

ndoor-ntrial-probability.h5

- ndoor:10
- ndoor:3
- ndoor:30
- ndoor:5

ndoor-ntrial-probability.h5 ndoor:3

	0	1	2	3	4
0	Ndoors	Ntrials	probability of change	probability of no-change	runtime
1	3	1000	0.6690	0.3310	0.01
2	3	10000	0.6592	0.3408	0.02
3	3	100000	0.6684	0.3316	0.26
4	3	1000000	0.6667	0.3333	2.27

ndoor-ntrial-probability.h5 ndoor:5

	0	1	2	3	4
0	Ndoors	Ntrials	probability of change	probability of no-change	runtime
1	5	1000	0.2440	0.2120	0.00
2	5	10000	0.2649	0.1992	0.03
3	5	100000	0.2712	0.1973	0.25
4	5	1000000	0.2670	0.2000	2.50

ndoor-ntrial-probability.h5 ndoor:10

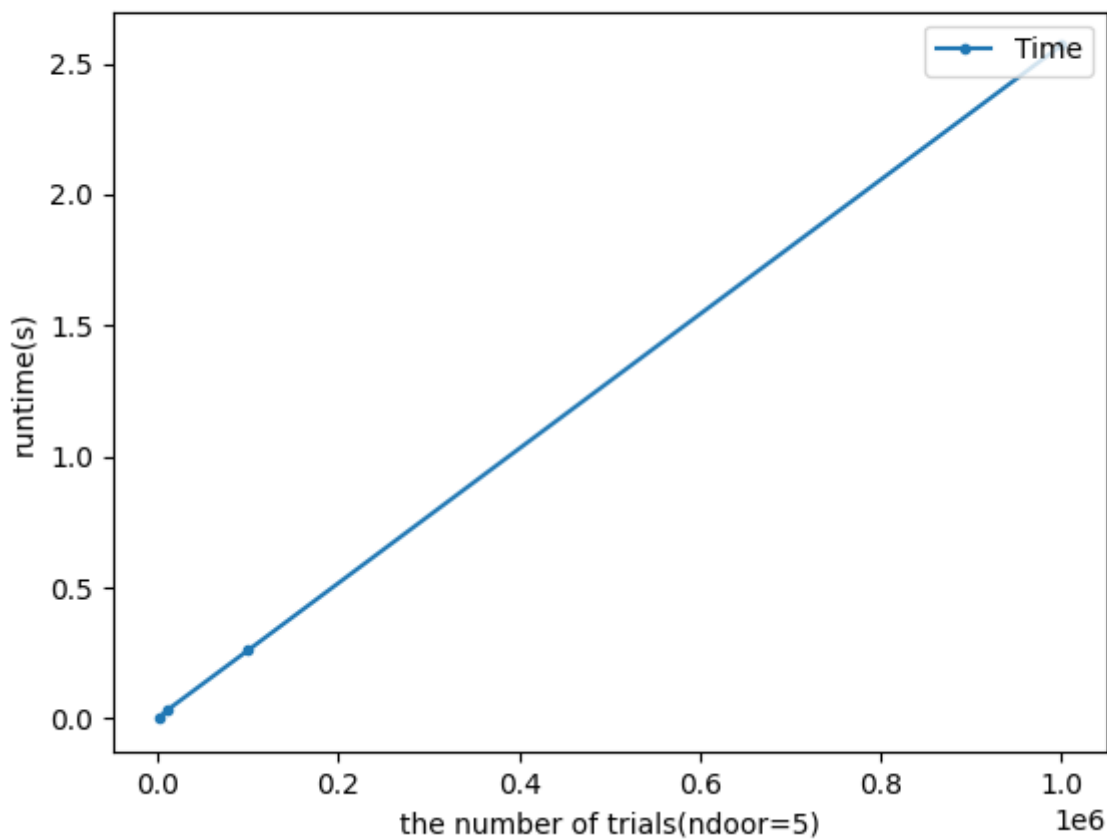
	0	1	2	3	4
0	Ndoors	Ntrials	probability of change	probability of no-change	runtime
1	10	1000	0.1240	0.1010	0.01
2	10	10000	0.1157	0.0946	0.04
3	10	100000	0.1108	0.0999	0.34
4	10	1000000	0.1122	0.1003	3.53

ndoor-ntrial-probability.h5 ndoor:30

	0	1	2	3	4
0	Ndoors	Ntrials	probability of change	probability of no-change	runtime
1	30	1000	0.0420	0.0270	0.01
2	30	10000	0.0320	0.0298	0.12
3	30	100000	0.0340	0.0334	0.69
4	30	1000000	0.0345	0.0331	6.93

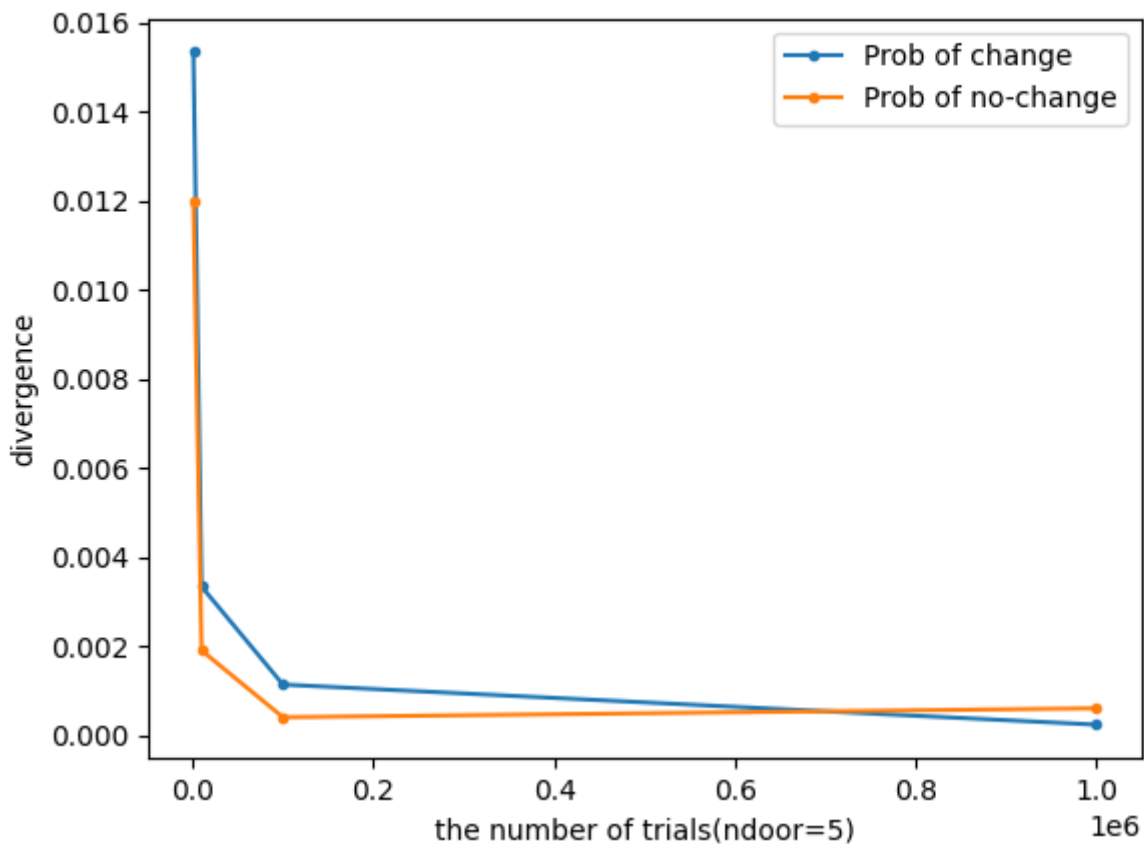
2. 尝试 t=1000次、10K次，100K次，1M次，程序的运行时间(以n=5为例)：

Figure1



3. 尝试 t=1000次、10K次，100K次，1M次 ,divergence = |模拟答案-理论值|

Figure2



3 脚本使用说明

```
1 $ python .\ndoor.py -h
2
3 usage: ndoor.py [-h] -n NDOOR -t NTRIAL [-fa FIGUREA] [-fb FIGUREB] [-o OUTFILE]
4
5 n-door problem
6
7 options:
8   -h, --help    show this help message and exit
9   -n NDOOR      number of doors
10  -t NTRIAL      number of trials.
11  -fa FIGUREA    Plot:Y=runtime, X=the number of trials
12  -fb FIGUREB    Plot:the divergence = |模拟答案-理论值| and the number of trials
13  -o OUTFILE     gates(3,5,10,30) and trials( $10^{(3,4,5,6)}$ ), hdf5 files are generat
14
15 author: chen.minjun
16 mail:  chen.minjun@genecast.com.cn
```

