

統計分析結果的報導方式

Chen-Pan Liao

December 3, 2019



本文件全文之著作權屬廖鎮磐 (Chen-Pan Liao) 所有 (聲明日：December 3, 2019)，並採用姓名標示-相同方式分享 4.0 國際 (CC BY-SA 4.0；詳細內容請見 <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.zh-TW>)。本文原始碼請見 <https://github.com/chenpanliao/report-statistical-results-TC>。

目錄

- 1. 前言 2
- 2. 單樣本均值檢驗 3
 - 2.1. 常態情況, 3
 - 2.2. 非常態情況, 3
- 3. 配對兩樣本均值檢驗 3
 - 3.1. 常態情況, 3
 - 3.2. 非常態情況, 4
- 4. 獨立兩樣本均值檢驗 5
 - 4.1. 常態情況, 5
 - 4.2. 非常態情況, 5
- 5. 多樣本單因子均值檢驗 7
 - 5.1. 常態且變方同質情況, 7
 - 5.2. 常態且變方異質情況, 8
 - 5.3. 非常態情況, 9

6. 多樣本多因子均值檢驗	10
6.1. 二因子交互作用因子實驗,	10
6.2. 二因子無交互作用因子實驗,	11
7. 簡單線性迴歸	12
8. 簡單相關	13
8.1. 雙常態分布情況,	13
8.2. 次序相關,	14
9. 卡方適合度檢驗	15
10. 卡方獨立性檢驗	15
A. R code	17

1 前言

一般而言，在收攷樣本後必須報導描述性統計，包括中央趨勢(如平均值或中位數)、樣本數及變異程度(如標準偏差或標準誤差)；這些敘述性統計若內容太多可以改以圖或表的方式呈現。對於特別感到興趣的參數應計算其信賴區間。進行檢驗後應報導檢定統計量(如 T 、 F 、 χ^2 等)、自由度與 p -value，並報導合適的效果量(如 Cohen's D 、 r 、 R^2 等)。在撰寫統計結果時，必須報導上述重要的統計結果，重新編排成有意義的圖或表，最終正確解讀結果。然而，在筆者經驗中，初學統計的大學生往往不能掌握這一連串撰寫統計結果的技巧。

因此，我收集了一些常見統計例題，並以學術報告口吻示範如何報導上述統計結果供學生模仿。以下我將按不同的分析情況示範報導分析結果，包括結果的文字撰寫與製作合適的圖表。因課程訓練需求，我刻意報導較多細節而看來十分繁瑣冗長。學生可以先模仿我的內容以撰寫統計學報告與作業，但未來其它課程或學術報告時應有所取捨。最末一併附上計算及繪圖之 R code。本文內容將隨課程進度持續增加內容。

本文關於效果量在筆者主持之課堂中並未多加說明，且不同的效果量適合不同的統計方法，學生可按自己的能力決定是否報導效果量。

2 單樣本均值檢驗

2.1 常態情況

檢驗 8.8, 10.3, 11.1, 7.7, 10.4, 10.5, 9.4, 9.5, 9.4, 9.1 之中央趨勢是否顯著不同於 9。

結果指出，樣本平均 \pm 標準差為 9.62 ± 0.987 ($n = 10$)。由 Shapiro-Wilk test 檢驗常態性發現不能拒絕常態之虛無假設 ($W = 0.960$, $P = 0.790$)，故以 one-sample two-tailed Student-t test 進行檢驗 $H_0 : \mu = 9$ 。結果指出，平均值的 95% 信賴區間為 $[8.914, 10.236]$ ，無法拒絕 $\mu = 9$ 的虛無假說 ($T = 1.986$, $DF = 9$, $P = 0.078$)。此外，Cohen's $D = 0.627$ 顯示中度效果量。結論是，母體平均不顯著不等於 9，但由中度效果量推測，不顯著可能是因樣本數不足造成的。

2.2 非常態情況

檢驗 2.5, 0.25, 0.01, 1.74, 0.39, 0.09, 0.82, 0.2, 0.84, 0.76 之中央趨勢是否顯著不同於 2。

結果指出，樣本平均 \pm 標準差為 0.76 ± 0.797 ($n = 10$)。由 Shapiro-Wilk test 檢驗常態性發現拒絕常態之虛無假設 ($W = 0.841$, $P = 0.045$)，故以 Wilcoxon signed rank sum test 進行檢驗 $H_0 : \text{中位數} = 2$ 。結果指出，應拒絕中位數 $= 2$ 的虛無假說 (樣本中位數 $= 0.575$, $V = 2$, $P = 0.006$)。此外，多達 90% 的樣本小於 2，顯示高度的效果量。結論是，母體中位數顯著不等於 2 且小於 2。¹

3 配對兩樣本均值檢驗

3.1 常態情況

檢驗以下配對樣本

x_1	8.8	10.3	11.1	7.7	10.4	10.5	9.4	9.5
x_2	9.2	10.4	11.6	7.7	10.6	11.6	11.4	10.4

¹在雙尾檢驗後若顯著可以藉樣本平均或中位數的大小直接解釋為顯著大於或小於。

之差值 ($x_1 - x_2$) 中央趨勢是否顯著小於 0.1。

結果指出, x_1 與 x_2 之平均 \pm 標準差分別為 9.71 ± 1.095 及 10.36 ± 1.344 ($n_{\text{pair}} = 8$; 圖 1a)。差值平均 \pm 標準差為 -0.65 ± 0.665 (圖 1b)。由 Shapiro-Wilk test 檢驗差值之常態性發現不能拒絕常態之虛無假設 ($W = 0.883$, $P = 0.202$), 故以 two-sample paired t-test 檢驗 $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0.1$ 。結果指出, 應拒絕虛無假設 ($T = -3.188$, $DF = 7$, $P = 0.015$)。此外, 差值平均之 95% 信賴區間為 $[-1.206, -0.0936]$, 且 Cohen's $D = 1.728$ 顯示高度效果量。結論是: 差值平均顯著小於 0 且差距之效果量甚高。

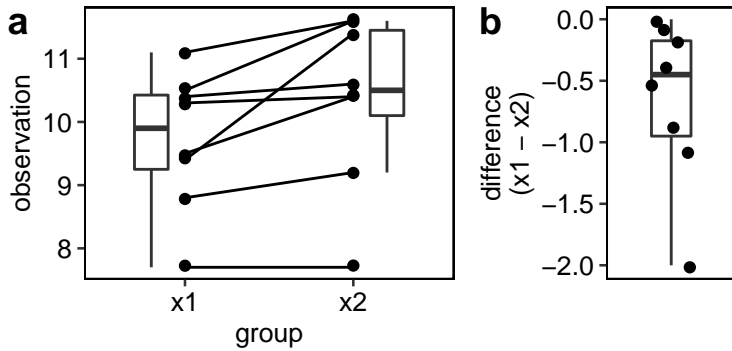


圖 1: 配對兩樣本的觀測值盒形圖 (a) 及差值盒形圖 (b)。

3.2 非常態情況

檢驗以下配對樣本

x_1	5.1	6.9	7.2	6.5	7.2	6.4	5.3	7.7
x_2	5.6	6.2	6.6	6.7	6.7	5.8	4.8	8.1

之差值 ($x_1 - x_2$) 中央趨勢是否顯著偏離 1。

結果指出, x_1 與 x_2 之平均 \pm 標準差分別為 6.538 ± 0.924 及 6.313 ± 0.975 ($n_{\text{pair}} = 8$; 圖 2a)。差值平均 \pm 標準差為 0.225 ± 0.501 (圖 2b)。由 Shapiro-Wilk test 檢驗差值之常態性, 結果顯示應拒絕常態之虛無假設 ($W = 0.797$, $P = 0.026$), 故以 Wilcoxon signed rank sum test 進行檢驗 H_0 : 差值中位數 = 1。結果顯示, 差值中位數顯著不等於 1 ($V = 0$, $P = 0.014$) 而是小於 1。此外, 100% 的樣本差值小於 1, 具極高的效果量。結論是, 差值母體中位數顯著小於 1 且效果量高。

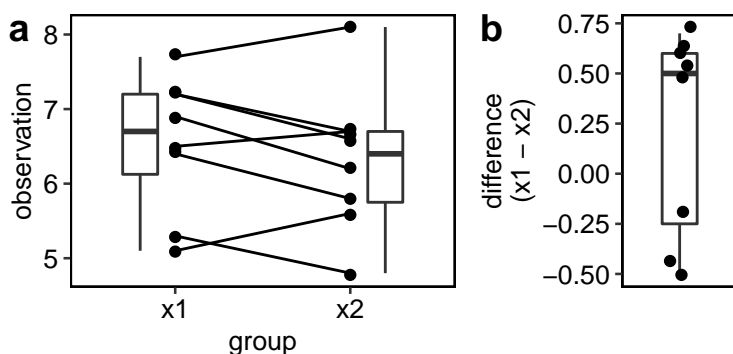


圖 2: 配對兩樣本的觀測值盒形圖 (a) 及差值盒形圖 (b)。

4 獨立兩樣本均值檢驗

4.1 常態情況

檢驗以下兩獨立樣本

x_1	8.6	10	9.2	10.2	11.4	10.7	
x_2	9.7	8.8	9.2	10.2	9.3	7.6	8.6

之中央趨勢是否顯著偏離 0。

結果指出, x_1 與 x_2 之平均 \pm 標準差分別為 10.02 ± 1.095 及 9.057 ± 0.836 ($n_1 = 6$, $n_2 = 7$; 圖 3)。由 Shapiro-Wilk test 檢驗差值之常態性發現二樣本皆不能拒絕常態之虛無假設 (x_1 , $W = 0.985$, $P = 0.975$; x_2 , $W = 0.976$, $P = 0.938$), 故以 Welch two-Sample t-test 檢驗 $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ 。結果指出不應拒絕虛無假設 ($T = 1.848$, $DF = 9.794$, $P = 0.095$)。此外, 差值平均之 95% 信賴區間為 $[-0.201, 2.120]$, 且 Cohen's $D = 1.044$ 顯示高度效果量。結論是二樣本平均無顯著差異, 但效果量甚高, 可能因樣本數不足而發生型二錯誤。

4.2 非常態情況

檢驗以下兩獨立樣本

x_1	0	0.1	0.7	0.7	0.9	0.7	0	0.9
x_2	0.7	1.6	0.6	0.4	1.7	0.2	1.4	

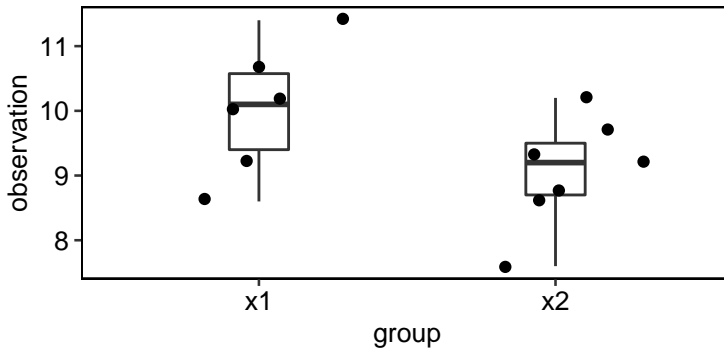


圖 3: 獨立兩樣本的觀測值盒形圖。

之中央趨勢是否顯著偏離 0。

結果指出, x_1 與 x_2 之平均 \pm 標準差分別為 0.5 ± 0.396 及 0.943 ± 0.611 ($n_1 = 8$; $n_2 = 7$; 圖 4)。由 Shapiro-Wilk test 檢驗差值之常態性發現 x_1 拒絕常態之虛無假設 (x_1 , $W = 0.794$, $P = 0.024$; x_2 , $W = 0.890$, $P = 0.276$), 故以 Mann-Whitney U test 檢驗 $H_0 : \text{Median}_1 - \text{Median}_2 = 0$ 。結果指出不應拒絕虛無假設 ($W = 18.5$, $P = 0.292$)。此外, Cliff's $d = 0.339$ 顯示中等程度效果量。結論是, 二樣本之中位數無顯著差異, 但效果量程中度, 可能因樣本數不足而發生型二錯誤。

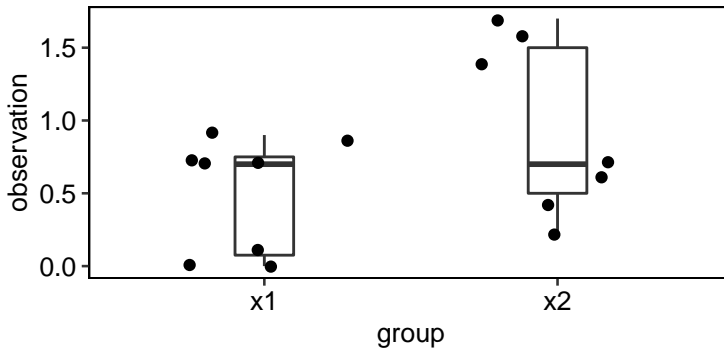


圖 4: 獨立兩樣本的觀測值盒形圖。

5 多樣本單因子均值檢驗

5.1 常態且變方同質情況

檢驗以下三獨立樣本

x_1	5.16	4.24	4.7	4.58	6.06	5.99
x_2	4.91	5.65	5.58	5.12	4.32	
x_3	7.65	6.64	7	5.57	5.84	8.48 7.07

之中央趨勢是否相等。

三樣本的描述性統計如表 1。由於三組樣本分布並不顯著偏離常態 (Shapiro-Wilk test, $P_1 = 0.709$, $P_2 = 0.85$, $P_3 = 0.925$), 且變異數不顯著不等 (Bartlett test, $\chi^2 = 0.469$, $DF = 2$, $P = 0.791$), 故以 one-way ANOVA 檢驗 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ 。結果顯示, x 為顯著因子 ($F = 9.297$, $DF = [2, 15]$, $P = 0.0024$), 且 η^2 顯示有 55.3% 的變異量可由 x 因子解釋。接下來以 Tukey's range test 進行多重比較, 結果顯示, x_1 與 x_3 存在顯著差異, 而 x_2 與另二組皆無顯著差異 (表 2; 圖 5)。

表 1: 獨立三樣本的描述性統計。

Group	Mean	SD	n
x_1	4.94	0.77	6
x_2	5.86	0.79	5
x_3	6.65	0.59	7

表 2: 獨立三樣本的事後多重比較。

Comparison	Estimate	95% CI lower	95% CI upper	P_{adj}
$x_2 - x_1$	0.917	-0.200	2.034	0.117
$x_3 - x_1$	1.704	0.677	2.730	0.002
$x_3 - x_2$	0.787	-0.293	1.867	0.175

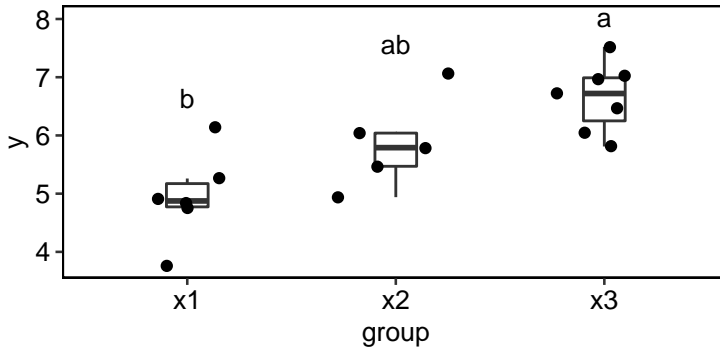


圖 5: 獨立三樣本的觀測值盒形圖。上方字母為多重比較的分群結果；若任二組存在相同字母則表示不存在顯著差異，反則反之。

5.2 常態且變方異質情況

檢驗以下三獨立樣本

x_1	3.18	4.12	3.52	3.29	5.13	5.2
x_2	5.7	5.21	7.62	8.19	6.26	
x_3	7.12	7.4	8.19	3.66	3.78	11.9 6.87

之中央趨勢是否相等。

三樣本的描述性統計如表 3。由於三組樣本分布並不顯著偏離常態 (Shapiro-Wilk test, $P_1 = 0.158$, $P_2 = 0.593$, $P_3 = 0.388$), 且變異數顯著不相等 (Bartlett test, $\chi^2 = 6.340$, $DF = 2$, $P = 0.042$), 故以 Welch one-way ANOVA 檢驗 $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ 。結果顯示, x 為顯著因子 ($F = 8.248$, $DF = (2, 8.953)$, $P = 0.009$) 即三組母體平均不全相等, 且 η^2 顯示有 34.77% 的變異量可由 x 因子解釋。接下來以 Games-Howell method 進行多重比較, 結果顯示, x_1 與 x_3 存在顯著差異, 而 x_2 與另二組皆無顯著差異 (表 4; 圖 6)。

表 3: 獨立三樣本的描述性統計。

Group	Mean	SD	n
x_1	4.073	0.906	6
x_2	6.596	1.267	5
x_3	6.989	2.803	7

表 4: 獨立三樣本的事後多重比較。

Comparison	Estimate	95% CI	T	DF	P_{adj}
$x_2 - x_1$	2.523	[0.536, 4.509]	3.727	7.103	0.017
$x_3 - x_1$	2.915	[-0.345, 6.175]	2.598	7.420	0.077
$x_3 - x_2$	0.393	[-2.973, 3.758]	0.327	8.840	0.943

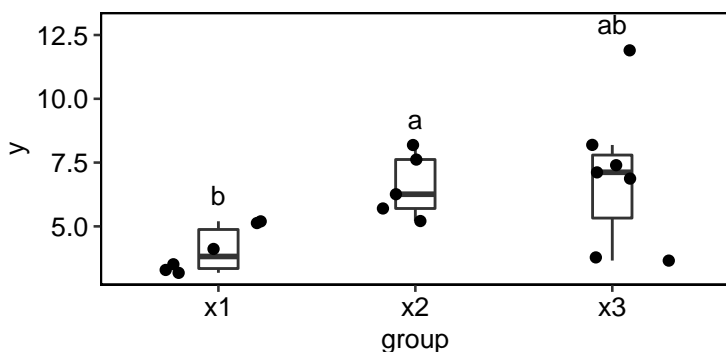


圖 6: 獨立三樣本的觀測值盒形圖。上方字母為多重比較的分群結果；若任二組存在相同字母則表示不存在顯著差異，反則反之。

5.3 非常態情況

檢驗以下三獨立樣本

x_1	11.2	0.5	4.5	2.8	16.5	2.2	2.1	2
x_2	2.8	1.8	1.7	3.6	3.5	1.4	0.5	
x_3	0.5	2	0.8	0.3	0.4	0.4		

之中央趨勢是否相等。

三樣本的描述性統計如表 5。由於 x_1 與 x_3 分布顯著偏離常態 (Shapiro-Wilk test, $P_1 = 0.014$, $P_2 = 0.577$, $P_3 = 0.008$), 故以 Kruskal-Wallis rank sum test 檢驗 H_0 : 中位數₁ = 中位數₂ = 中位數₃。結果顯示, x 為顯著因子 ($\chi^2 = 9.041$, $DF = 2$, $P = 0.011$), 且 $\eta^2 = 0.391$ 顯示高度效果量。Dunn's Kruskal-Wallis multiple comparisons 之多重比較結果顯示, x_1 與 x_3 存在顯著差異, 而 x_2 與另二組皆無顯著差異 (表 6; 圖 7)。

表 5: 獨立三樣本的描述性統計。

group	Mean	SD	n
x_1	5.225	5.617	8
x_2	2.186	1.151	7
x_3	0.733	0.644	6

表 6: Dunn's Kruskal-Wallis 多重比較之結果。

Comparison	z	P_{adj}
$x_1 - x_2$	0.964	0.335
$x_1 - x_3$	2.979	0.009
$x_2 - x_3$	1.994	0.092

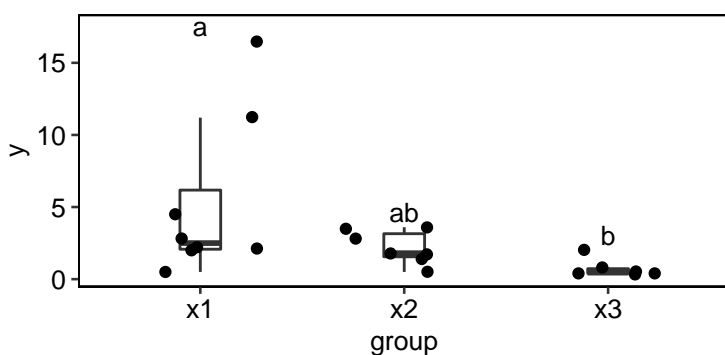


圖 7: 獨立三樣本的觀測值盒形圖。上方字母為多重比較的分群結果；若任二組存在相同字母則表示不存在顯著差異，反則反之。

6 多樣本多因子均值檢驗

6.1 二因子交互作用因子實驗

完全隨機 3×2 雙因子之因子實驗結果如下，

因子 A	因子 B	Y
A_1	B_1	4.7, 3.4, 4, 4.7
A_1	B_2	3.8, 4.2, 5.1, 5.9
A_1	B_3	6.7, 5.9, 6.7, 5.5, 5.9
A_2	B_1	5.4, 4.4, 5.9, 6.6
A_2	B_2	7.4, 8, 5.9, 6.8
A_2	B_3	9.5, 9.5, 11, 10.3, 10

分析二因子或交互作用對 Y 中央趨勢之影響。

各組平均及其信賴區間如圖 8 所示。Twoway ANOVA 結果指出顯著的因子 A 與 B 之交互作用 ($P = 0.006$; 7), 故將二因子合併進行 oneway ANOVA 以估計簡單主效應。結果指出, 六組間不全相等 ($F = 35.33$, $DF = [5, 20]$, $P < 0.001$, $\eta^2 = 89.8\%$)。以 Tukey's range test 進行事後兩兩比較, 結果指出, 在 A 因子相同的情況下, B_3 皆顯著高於 B_1 與 B_2 且 B_1 與 B_2 間沒有顯著差異; 在 B_2 與 B_3 之內, A_2 皆顯著高於 A_1 (圖 8)。上述二點即為 $A \times B$ 交互作用顯著之原因。在模型診斷方面, 六組皆無顯著偏離常態且變方無顯著差異, 符合 ANOVA 及 Tukey's range test 之前題。²

表 7: Twoway TYPE III ANOVA variance 拆解。

	SS	DF	F	P
A	40.93	1	71.01	< 0.001
B	49.28	2	42.74	< 0.001
$A \times B$	7.56	2	6.56	0.006
Residuals	11.53	20		

6.2 二因子無交互作用因子實驗

(todo)

²此例中的簡單主效應其實與第 5 節所述的單因子均值比較相同, 可一併參考該節。

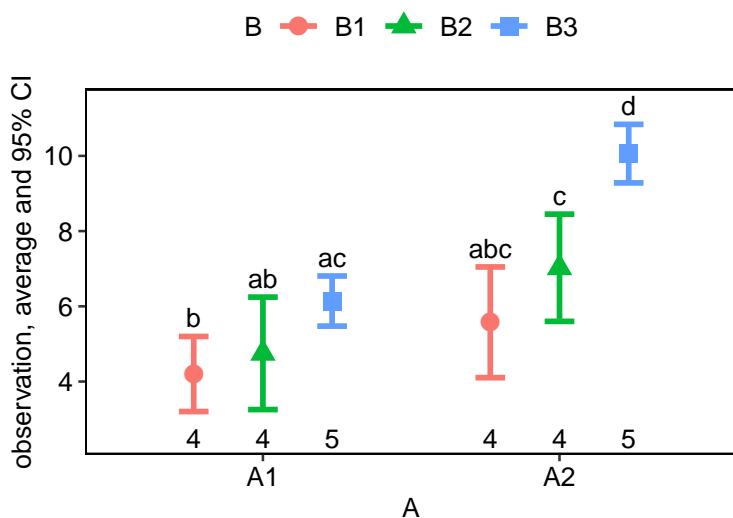


圖 8: 雙因子之因子實驗於各組的觀測結果、平均及 95% 信賴區間。上方字母為多重比較的分群結果；若任二組存在相同字母則表示不存在顯著差異，反則反之。下方數字表示各組之重覆數。

7 簡單線性迴歸

以下樣本

x	8.8	10.3	11.1	7.7	10.4	10.5	9.4	9.5
y	17	19.7	21.7	14.4	20	21.1	19.8	18.9

中， y 為應變數， x 為自變數，建立 $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ 的簡單線性迴歸。

簡單線性迴歸之結果如表 8 及圖 9a。結果顯示，每 x 增加 1 單位使 y 平均顯著增加 2.069 單位，應拒絕 $H_0 : \beta_1 = 0$ (表 8a)。就效果量而言，自變數可解釋 $R^2 = 92.4\%$ 之變異量，屬高效果量。就迴歸診斷而言，殘差之 Q-Q 圖 (圖 9b) 顯示殘差呈輕微右偏態，Shapiro-Wilk test 顯示殘差並未顯著偏離常態分布 ($W = 0.848$, $P = 0.090$)，模型配適尚可。結論是，自變數顯著地增加應變數且效果明顯。

表 8: 簡單線性迴歸之結果。

Variable	Estimate \pm Std. Error	T (DF = 6)	P	95% CI
Intercept	-1.016 ± 2.408	-0.422	0.688	$[-6.909, 4.877]$
x	2.069 ± 0.247	8.389	< 0.001	$[1.465, 2.672]$

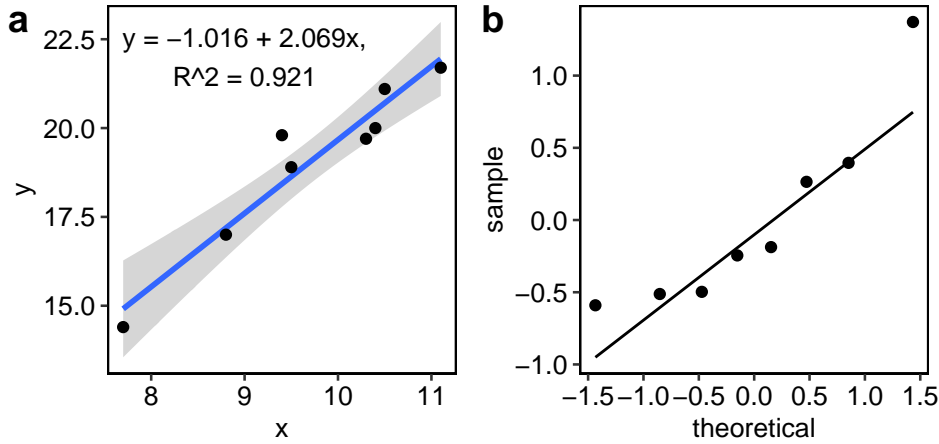


圖 9: 簡單線性迴歸之散布圖及迴歸線 (a) 及 Q-Q plot (b)。圖中灰色區域為 95% confidence pointwise band。

8 簡單相關

8.1 雙常態分布情況

以下樣本

x_1	8.8	10.3	11.1	7.7	10.4	10.5	9.4	9.5
x_2	17	19.7	21.7	14.4	20	21.1	19.8	18.9

中，分析二變數之間的相關性。

首先以 Shapiro-Wilk multivariate normality test 檢驗 x_1 與 x_2 是否偏離雙變量常態分布，結果顯示不能拒絕 H_0 ： x_1 與 x_2 之母體聯合分配為常態 ($W = 0.860$, $P = 0.120$)，故可計算 Pearson correlation。結果指出， $r = 0.960$ 屬高度正相關且應拒絕 H_0 ： $\rho = 0$ (95% CI = $[0.789, 0.993]$, $F = 8.389$, DF = 6, $P < 0.001$ ；圖 10)。結論是， x_1 與 x_2 間存在顯著的高度正向線性相關性。

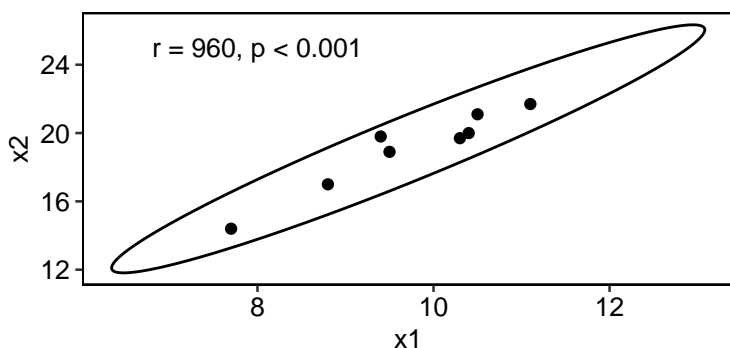


圖 10: x_1 與 x_2 散布圖。圖中橢圓區域表示相關性之 95% confidence ellipse。

8.2 次序相關

以下樣本

x_1	7.5	5.4	5.9	6.1	7.9	7.9	6.6	6
x_2	0.3	0.2	4.4	2.7	0.1	1	0.3	0.5

中，分析二變數之間的相關性。

首先以 Shapiro-Wilk multivariate normality test 檢驗 x_1 與 x_2 是否偏離雙變量常態分布，結果顯示不能拒絕 H_0 ： x_1 與 x_2 之母體聯合分配為常態 ($W = 0.739, P = 0.006$)，故計算 Spearman's rank correlation coefficient。結果指出， $r_s = -0.241$ 屬低度負相關且無法拒絕 H_0 ： $\rho_s = 0$ ($S = 104.24, P = 0.565$ ；圖 11)。結論是， x_1 與 x_2 間不存在顯著次序相關性。

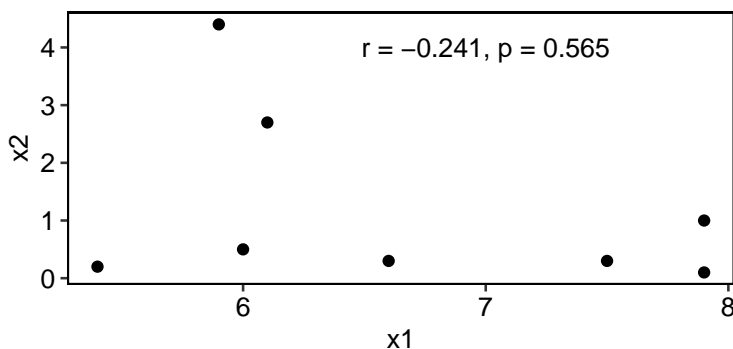


圖 11: x_1 與 x_2 散布圖。

9 卡方適合度檢驗

隨機抽樣 40 人，發現各血型次數為 $\{O : A : B : AB\} = \{20 : 15 : 3 : 2\}$ 。檢驗 $H_0 : \pi_O : \pi_A : \pi_B : \pi_{AB} = 0.4 : 0.3 : 0.2 : 0.1$ 。

四種血型的母體比例估計如表 9。卡方適合度檢驗結果指出 $\chi^2 = 5.875$ (DF = 3)。由於血型 B 和 AB 之期望值極低 (< 1)，故採用 4,999 次 permutation 得 $P = 0.112$ 而不能拒絕 H_0 。

表 9: 血型頻率與比例估計。

Blood type	Frequency	Proportion	95% CI
A	15	0.375	[0.216, 0.598]
AB	2	0.050	[0.008, 0.154]
B	3	0.075	[0.019, 0.194]
O	20	0.500	[0.312, 0.752]

10 卡方獨立性檢驗

隨機抽樣 350 人，發現居住地與收入分級的次數為

	income		
location	low	median	high
A	2	10	68
B	30	10	50
C	60	19	101

試檢驗居住地與收入分級獨立 $H_0 : \pi_{ij} = \pi_i \pi_j$ 。

居住地與收入的邊際比例如圖 12。卡方適合度檢驗結果指出應拒絕 H_0 表示居住地與收入並不獨立而存在關聯性 ($\chi^2 = 30.849$, DF = 4, $P < 0.001$)。Cohen's $W = 0.297$ 顯示居住地與收入之關聯性幾乎達到中等程度 (0.3 即達中度關聯)。若以居住地為多重比較的目標因子，再以卡方適合度比較居住地間比例並以 Holm-Bonferroni method 控制整體型一錯誤率，結果顯示居住地 A 顯著不同於居住地 B 及居住地 C 但 B 與 C 間無顯著差異 (圖 12a)。綜合上述，居住地與收入並不獨立而存在顯著

關聯性，主要由居住地 A 與另外二地點的差異 (若以居住地為比較對象) 造成。

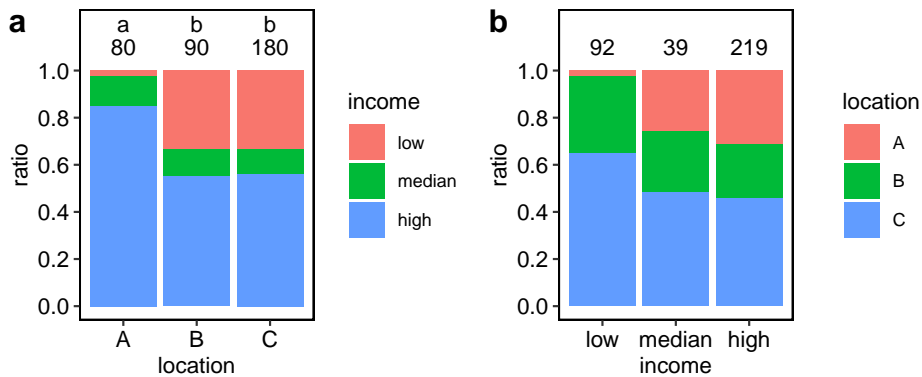


圖 12: 按居住地 (a) 與收入 (b) 的邊際比例。柱上方的數字表示該居住地或收入的樣本數。柱上方的小寫字母表示居住地間多重比較之結果；若任二組存在相同字母則表示不存在顯著差異，反則反之。

A R code

以下為本文中所有產生資料、進行分析、製作表格與繪圖之 R code, 亦可至 <https://github.com/chenpanliao/report-statistical-results-TC/blob/master/plot/report-results.R> 下載。

```
1 library(lsr)
2 library(coin)
3 library(ggpubr)
4 library(data.table)
5 library(multcomp)
6 library(multcompView)
7 library(xtable)
8 library(userfriendlyscience)
9 library(mvnormtest)
10 library(car)
11 library(FSA)
12 library(rstatix)
13 library(rcompanion)
14
15 ## normal one-sample test
16 set.seed(1234)
17 x <- rnorm(10, 10, 1) %>% round(1)
18 paste0(x, collapse = ", ")
19 mean(x)
20 sd(x)
21 shapiro.test(x)
22 t.test(x)
23 t.test(x, mu = 9)
24 cohensD(x, mu = 9)
25
26
27 ## non-normal one-sample test
28 set.seed(1234)
29 x <- rexp(10, 1) %>% round(2)
30 paste0(x, collapse = ", ")
31 mean(x)
32 sd(x)
33 shapiro.test(x)
34 wilcox.test(x, mu = 2)
35
36
37 ## normal paired test
38 set.seed(1234)
39 x1 <- rnorm(8, 10, 1) %>% round(1)
40 x2 <- round(x1 + rnorm(8, 1), 1)
41 shapiro.test(x1 - x2)
```

```

42 t.test(x1, x2, paired = T, mu = 0.1)
43 paste0(x1, collapse = " & ")
44 paste0(x2, collapse = " & ")
45 mean(x1)
46 sd(x1)
47 mean(x2)
48 sd(x2)
49 mean(x1 - x2)
50 sd(x1 - x2)
51 cohensD(x1 - x2, mu = 0.5)
52 d.plot <-
53   data.table(
54     observation = c(x1, x2),
55     group = gl(2, 8, labels = c("x1", "x2")),
56     block = gl(8, 1, 16)
57   )
58 f1 <-
59   ggplot(d.plot, aes(group, observation)) +
60   geom_boxplot(width = 0.2,
61     position = position_nudge(x = c(-0.2, 0.2)),
62     outlier.shape = NA) +
63   geom_jitter(width = 0) +
64   geom_segment(
65     aes(
66       x = 1,
67       xend = 2,
68       y = `x1`,
69       yend = `x2`
70     ),
71     dcast(d.plot, block ~ group, value.var = "observation")
72   ) +
73   theme_pubr(10, border = T)
74 f2 <-
75   dcast(d.plot, block ~ group, value.var = "observation") %>%
76   .[, .(difference = x1 - x2), by = block] %>%
77   ggplot(aes(x = 0, y = difference)) +
78   geom_boxplot(width = 0.1) +
79   geom_jitter(width = 0.05) +
80   theme_pubr(10, border = T) +
81   theme(
82     axis.ticks.x = element_blank(),
83     axis.text.x = element_blank(),
84     axis.title.x = element_blank()
85   ) +
86   ylab("difference\n(x1 - x2)") +
87   xlim(c(-0.15, 0.15))
88 windows(4, 2.0)
89 ggarrange(

```

```

90   f1,
91   f2,
92   nrow = 1,
93   labels = "auto",
94   align = "h",
95   widths = c(2, 1.2)
96 )
97 ggsave("normal_paired_test.pdf")
98
99
100 ## non-normal paired test
101 set.seed(1212314)
102 x1 <- runif(8, 5, 8) %>% round(1)
103 x2 <- round(x1 + runif(8,-1, 1), 1)
104 shapiro.test(x1 - x2)
105 wilcox.test(x1,
106             x2,
107             paired = T,
108             mu = 1,
109             exact = F)
110 t.test(x1, x2, paired = T, mu = 0.1)
111 paste0(x1, collapse = " & ")
112 paste0(x2, collapse = " & ")
113 mean(x1)
114 sd(x1)
115 mean(x2)
116 sd(x2)
117 mean(x1 - x2)
118 sd(x1 - x2)
119 cohensD(x1 - x2, mu = 0.5)
120 table(x1 - x2 < 1)
121 d.plot <-
122   data.table(
123     observation = c(x1, x2),
124     group = gl(2, 8, labels = c("x1", "x2")),
125     block = gl(8, 1, 16)
126   )
127 f1 <-
128   ggplot(d.plot, aes(group, observation)) +
129     geom_boxplot(width = 0.2,
130                 position = position_nudge(x = c(-0.2, 0.2)),
131                 outlier.shape = NA) +
132     geom_jitter(width = 0) +
133     geom_segment(
134       aes(
135         x = 1,
136         xend = 2,
137         y = `x1`,

```

```

138     yend = `x2`
139   ),
140   dcast(d.plot, block ~ group, value.var = "observation")
141 ) +
142   theme_pubr(10, border = T)
143 f2 <-
144   dcast(d.plot, block ~ group, value.var = "observation") %>%
145   .[, .(difference = x1 - x2), by = block] %>%
146   ggplot(aes(x = 0, y = difference)) +
147   geom_boxplot(width = 0.1) +
148   geom_jitter(width = 0.05) +
149   theme_pubr(10, border = T) +
150   theme(
151     axis.ticks.x = element_blank(),
152     axis.text.x = element_blank(),
153     axis.title.x = element_blank()
154   ) +
155   ylab("difference\n(x1 - x2)") +
156   xlim(c(-0.15, 0.15))
157 windows(4, 2.0)
158 ggarrange(
159   f1,
160   f2,
161   nrow = 1,
162   labels = "auto",
163   align = "h",
164   widths = c(2, 1.2)
165 )
166 ggsave("non-normal-paired-test.pdf")
167
168
169 ### normal independent two-sample test
170 set.seed(124)
171 x1 <- rnorm(6, 10, 1) %>% round(1)
172 x2 <- rnorm(7, 9, 1) %>% round(1)
173 shapiro.test(x1)
174 shapiro.test(x2)
175 t.test(x1, x2)
176 paste0(x1, collapse = " & ")
177 paste0(x2, collapse = " & ")
178 mean(x1)
179 sd(x1)
180 mean(x2)
181 sd(x2)
182 cohensD(x1, x2)
183 d.plot <-
184   data.table(
185     observation = c(x1, x2),

```

```

186     group = c(rep("x1", 6), rep("x2", 7))
187   )
188   windows(4, 2.0)
189   ggplot(d.plot, aes(group, observation)) +
190     geom_boxplot(width = 0.2,
191                 outlier.shape = NA) +
192     geom_jitter(width = 0.3) +
193     theme_pubr(10, border = T)
194   ggsave("normal_independent_test.pdf")
195
196
197   ## non-normal independent two-sample test
198   set.seed(6324)
199   x1 <- runif(8, 0, 1) %>% round(1)
200   x2 <- runif(7, 0, 2) %>% round(1)
201   shapiro.test(x1)
202   shapiro.test(x2)
203   paste0(x1, collapse = " & ")
204   paste0(x2, collapse = " & ")
205   mean(x1)
206   sd(x1)
207   mean(x2)
208   sd(x2)
209   windows(4, 2.0)
210   d.plot <-
211     data.table(
212       observation = c(x1, x2),
213       group = c(rep("x1", 8), rep("x2", 7))
214     )
215   windows(4, 2.0)
216   ggplot(d.plot, aes(group, observation)) +
217     geom_boxplot(width = 0.2,
218                 outlier.shape = NA) +
219     geom_jitter(width = 0.3) +
220     theme_pubr(10, border = T)
221   ggsave("non-normal_independent_test.pdf")
222
223
224   ## oneway ANOVA
225   set.seed(364)
226   d <-
227     data.table(y = round(c(rep(5, 6), rep(6, 5), rep(7, 7)) + rnorm(18), 2),
228               group = factor(c(rep("x1", 6), rep("x2", 5), rep("x3", 7))))
229   tapply(d$y, d$group, shapiro.test)
230   bartlett.test(y ~ group, d)
231   d[, paste0(y, collapse = " & "), by = group]
232   d[, .(Mean = mean(y),
233        SD = sd(y),

```

```

234     n = length(y)), by = group] %>%
235 as.data.frame %>%
236 xtable(
237   .,
238   digits = 3,
239   auto = T,
240   label = "table:oneway_ANOVA",
241   caption = "獨立三樣本的描述性統計。"
242 )
243 fit <- aov(y ~ group, d)
244 summary(fit)
245 TukeyHSD(fit, "group")$group
246 TukeyHSD(fit, "group")$group %>%
247   xtable(
248     digits = 3,
249     auto = T,
250     label = "table:oneway_ANOVA_post",
251     caption = "獨立三樣本的事後多重比較。"
252   )
253 fit.mult <-
254   TukeyHSD(fit, "group")$group[, "p adj"] %>%
255   multcomLetters %>%
256   .$Letters %>%
257   data.table(group = names(.), rank = .) %>%
258   merge(., d[, .(max.val = max(y)), by = group], by = "group")
259 windows(4, 2.0)
260 ggplot(d, aes(group, y)) +
261   geom_boxplot(width = 0.2,
262               outlier.shape = NA) +
263   geom_jitter(width = 0.3) +
264   geom_text(aes(group, max.val + 0.5, label = rank),
265             fit.mult,
266             size = 10 * 0.35277778) +
267   theme_pubr(10, border = T)
268 ggsave("oneway_ANOVA.pdf")
269
270
271 ## Welch's ANOVA
272 set.seed(12234)
273 d <-
274   data.table(y = round(rnorm(
275     18,
276     mean = c(rep(4, 6), rep(6, 5), rep(7, 7)),
277     sd = c(rep(1, 6), rep(2, 5), rep(3, 7))
278   ), 2),
279   group = factor(c(rep("x1", 6), rep("x2", 5), rep("x3", 7))))
280 tapply(d$y, d$group, shapiro.test)
281 bartlett.test(y ~ group, d)

```

```

282 d[, paste0(y, collapse = " & "), by = group]
283 d[, .(Mean = mean(y),
284       SD = sd(y),
285       n = length(y)), by = group] %>%
286 as.data.frame %>%
287 xtable(
288   .,
289   digits = 3,
290   auto = T,
291   label = "table:Welch_ANOVA",
292   caption = "獨立三樣本的描述性統計。"
293 )
294 aov(y ~ group, data = d) %>% summary
295 oneway.test(y ~ group, data = d)
296 mc <- posthocTGH(d$y, d$group, digits = 3)$output$games.howell
297 mc %>%
298 xtable(
299   digits = 3,
300   auto = T,
301   label = "table:Welch_ANOVA_post",
302   caption = "獨立三樣本的事後多重比較。"
303 )
304 fit.mult <-
305 mc$p %>%
306 set_names(rownames(mc)) %>%
307 multcompLetters %>%
308 .$Letters %>%
309 data.table(group = names(.), rank = .) %>%
310 merge(., d[, .(max.val = max(y)), by = group], by = "group")
311 windows(4, 2.0)
312 ggplot(d, aes(group, y)) +
313   geom_boxplot(width = 0.2,
314               outlier.shape = NA) +
315   geom_jitter(width = 0.3) +
316   geom_text(aes(group, max.val + 1, label = rank),
317             fit.mult,
318             size = 10 * 0.35277778) +
319   theme_pubr(10, border = T)
320 ggsave("Welch_ANOVA.pdf")
321
322
323 ## Kruskal-Wallis Rank Sum Test
324 set.seed(1132234)
325 d <-
326   data.table(y = c(rexp(8, 0.2), rexp(7, 0.5), rexp(6, 1)) %>% round(1),
327             group = c(rep("x1", 8), rep("x2", 7), rep("x3", 6)))
328 d[, shapiro.test(y), by = group]
329 d[, paste0(y, collapse = " & "), by = group]

```

```

330 d[, .(Mean = mean(y),
331       SD = sd(y),
332       n = length(y)), by = group] %>%
333 as.data.frame %>%
334 xtable(
335   .,
336   digits = 3,
337   auto = T,
338   label = "table:rank_oneway",
339   caption = "獨立三樣本的描述性統計。"
340 )
341 kruskal.test(y ~ group, d)
342 kruskal_effsize(d, y ~ group)
343 dunnTest(y ~ group, d)
344 dunnTest(y ~ group, d)$res %>%
345   xtable(caption = "Dunn's Kruskal-Wallis多重比較之結果。",
346         label = "table:rank_oneway-post",
347         digits = 3)
348 fit.mult <-
349   dunnTest(y ~ group, d)$res[, "P.adj"] %>%
350   set_names(dunnTest(y ~ group, d)$res[, "Comparison"] %>% gsub(" ", "", .)) %>%
351   multcomLetters %>%
352   .$Letters %>%
353   data.table(group = names(.), rank = .) %>%
354   merge(., d[, .(max.val = max(y)), by = group], by = "group")
355 windows(4, 2.0)
356 ggplot(d, aes(group, y)) +
357   geom_boxplot(width = 0.2,
358               outlier.shape = NA) +
359   geom_jitter(width = 0.3) +
360   geom_text(aes(group, max.val + 1, label = rank),
361             fit.mult,
362             size = 10 * 0.35277778) +
363   theme_pubr(10, border = T)
364 ggsave("rank_oneway.pdf")
365
366
367 ## twoway ANOVA factorial design
368 set.seed(1224)
369 d <- data.table(
370   A = c(rep("A1", 13), rep("A2", 13)),
371   B = c(rep("B1", 4), rep("B2", 4), rep("B3", 5)) %>% rep(2),
372   Y = rnorm(26, mean = c(
373     rep(5, 4), rep(5, 4), rep(6, 5), rep(6, 4), rep(6, 4), rep(10, 5)
374   )) %>% round(1)
375 )
376 d[, shapiro.test(Y), by = .(A, B)]
377 bartlett.test(Y ~ interaction(A, B), data = d)

```



```

378 fit.full <-
379   lm(Y ~ A * B,
380     data = d,
381     contrasts = list(A = contr.sum, B = contr.sum))
382 summary(fit.full)
383 Anova(fit.full, type = 3) %>%
384   xtable(caption = "Twoway ANOVA之變方分析表。", label = "table:twowayANOVA")
385 drop1(fit.full, test = "F")
386 d[, group := paste0(A, B)]
387 fit <- aov(Y ~ group, data = d)
388 summary(fit)
389 TukeyHSD(fit, "group")$group
390 TukeyHSD(fit, "group")$group %>%
391   xtable(
392     digits = 3,
393     auto = T,
394     label = "table:twoway_ANOVA_post",
395     caption = "$3\\tiems2$因子實驗之簡單主效應事後多重比較。"
396   )
397 fit.mult <-
398   TukeyHSD(fit, "group")$group[, "p adj"] %>%
399   multcomLetters %>%
400   .$Letters %>%
401   data.table(group = names(.), rank = .) %>%
402   merge(., d[, .(max.val = max(Y)), by = group], by = "group")
403 d.summary <-
404   d[, .(
405     average = mean(Y),
406     SD = sd(Y),
407     CI.lower = t.test(Y)$conf.int[1],
408     CI.upper = t.test(Y)$conf.int[2],
409     n = .N
410   ), by = .(A, B, group)] %>%
411   merge(., fit.mult, by = "group") %T>%
412   print
413 ggplot(fortify(fit.full), aes(sample = .resid)) +
414   stat_qq() +
415   stat_qq_line() +
416   theme_pubr(10, border = T)
417
418 pd <- position_dodge(0.7)
419 windows(4, 3)
420 ggplot(d.summary, aes(A, average)) +
421   geom_errorbar(
422     aes(ymin = CI.lower, ymax = CI.upper, color = B),
423     width = 0.3,
424     size = 1,
425     position = pd

```

```

426 ) +
427 geom_point(aes(shape = B, color = B), position = pd, size = 3) +
428 geom_text(
429   aes(
430     y = CI.upper + 0.5,
431     label = rank,
432     group = B
433   ),
434   position = pd,
435   size = 10 * 0.35277778
436 ) +
437 geom_text(aes(y = 2.5, label = n, group = B),
438           position = pd,
439           size = 10 * 0.35277778) +
440 geom_jitter(
441   aes(A, Y, shape = B),
442   data = d,
443   position = position_jitterdodge(jitter.width = 0.15, dodge.width = 0.7),
444   size = 1.2,
445   color = 8
446 ) +
447 theme_pubr(10, border = T, legend = "top") +
448 ylab("observation, average and 95% CI") +
449 theme(legend.text = element_text(size = 10))
450 ggsave("twoway_ANOVA.pdf")
451
452
453 ## simple linear regression
454 set.seed(1234)
455 x <- rnorm(8, 10) %>% round(1)
456 y <- (x * 2 + rnorm(8)) %>% round(1)
457 d <- data.table(x, y)
458 fit <- lm(y ~ x, d)
459 summary(fit)
460 confint(fit)
461 shapiro.test(fit$residuals)
462 d[, paste0(x, collapse = " & ")]
463 d[, paste0(y, collapse = " & ")]
464 fit %>% {
465   cbind(
466     (.) %>% summary %>% .$coefficients ,
467     confint(.)
468   )
469 } %>%
470 xtable(caption = "簡單線性迴歸之結果。",
471        label = "table:simple_regression",
472        digits = 3)
473 f1 <-

```

```

474     ggplot(d, aes(x, y)) +
475     geom_smooth(method = "lm") +
476     geom_point() +
477     annotate(
478       "text",
479       label = "y = -1.016 + 2.069x, \\nR^2 = 0.921",
480       x = 9,
481       y = 22,
482       size = 10 * 0.35277778
483     ) +
484     theme_pubr(10, border = T)
485 f2 <-
486     ggplot(d, aes(sample = fit$residuals)) +
487     stat_qq() +
488     stat_qq_line() +
489     theme_pubr(10, border = T)
490 windows(5, 2.5)
491 ggarrange(
492   f1,
493   f2,
494   nrow = 1,
495   labels = "auto",
496   align = "hv",
497   widths = c(1, 1)
498 )
499 ggsave("simple_regression.pdf")
500
501
502 ## simple linear cor
503 set.seed(1234)
504 x1 <- rnorm(8, 10) %>% round(1)
505 x2 <- (x1 * 2 + rnorm(8)) %>% round(1)
506 d <- data.table(x1, x2)
507 d[, paste0(x1, collapse = " & ")]
508 d[, paste0(x2, collapse = " & ")]
509 mshapiro.test(d %>% as.matrix %>% t)
510 cor.test(d$x1, d$x2)
511 fit <- lm(x2 ~ x1, d)
512 windows(4, 2.0)
513 ggplot(d, aes(x1, x2)) +
514   geom_path(data =
515     dataEllipse(
516       x1,
517       x2,
518       draw = F,
519       levels = 0.95,
520       segments = 500
521     ) %>%

```

```

522         as.data.table,
523         aes(x, y)) +
524     geom_point() +
525     annotate(
526         "text",
527         label = "r = 960, p < 0.001",
528         x = 8,
529         y = 25,
530         size = 10 * 0.35277778
531     ) +
532     theme_pubr(10, border = T)
533 ggsave("simple_cor.pdf")
534
535
536 ## spearman correlation
537 set.seed(125)
538 x1 <- runif(8, 5, 8) %>% round(1)
539 x2 <- rexp(8) %>% round(1)
540 d <- data.table(x1, x2)
541 mshapiro.test(d %>% as.matrix %>% t)
542 d[, paste0(x1, collapse = " & ")]
543 d[, paste0(x2, collapse = " & ")]
544 cor.test(d$x1, d$x2, method = "spearman")
545 windows(4, 2.0)
546 ggplot(d, aes(x1, x2)) +
547     geom_point() +
548     annotate(
549         "text",
550         label = "r = -0.241, p = 0.565",
551         x = 7,
552         y = 4,
553         size = 10 * 0.35277778
554     ) +
555     theme_pubr(10, border = T)
556 ggsave("spearman_cor.pdf")
557
558
559 ## chi-squared goodness of fit
560 obs.val <- c(20, 15, 3, 2)
561 exp.p <- c(4, 3, 2, 1) %>% divide_by(sum(.))
562 d <-
563     data.table(observation = obs.val,
564               expectation = exp.p * sum(obs.val),
565               blood = c("O", "A", "B", "AB")) %>%
566     melt(measure.vars = c("observation", "expectation"), value.name = "frequency") %>%
567     .[, proportion := frequency / sum(frequency), by = variable] %T>%
568     print
569     glm(

```

```

570 frequency ~
571     -1 + blood +
572     offset(sum(d[variable == "observation"]$frequency) %>% log %>% rep(4)),
573 family = poisson,
574 data = d[variable == "observation"]
575 ) %>%
576   confint %>%
577   exp %>%
578   as.data.table(keep.rownames = "blood") %>%
579   .[, blood := gsub("blood", "", blood)] %>%
580   merge(d[variable == "observation"], .) %>%
581   .[, variable := NULL] %>%
582   xtable(caption = "血型頻率與比例估計。",
583         label = "table:chisq-goodness",
584         digits = 3)
585 chisq.test(
586   obs.val,
587   p = exp.p,
588   rescale.p = T,
589   simulate.p.value = T,
590   B = 4999
591 )
592
593
594 ## chi-squared independent test
595 d <-
596   matrix(c(2, 10, 68, 30, 10, 50, 60, 19, 101), 3, byrow = T) %>%
597   set_rownames(c("A", "B", "C")) %>%
598   set_colnames(c("low", "median", "high"))
599 chisq.test(d)
600 chisq.test(d, simulate.p.value = T, B = 4999)
601 # ufs::cramersV(d)
602 # ufs::confIntV(d)
603 # rcompanion::cramerV(d, ci = T, bias.correct = T)
604 chisq.val <- chisq.test(d)$statistic
605 C <- sqrt(chisq.val/(chisq.val + sum(d)))
606 W <- sqrt(C^2 / (1-C^2))
607 W # Cohan's W
608 mc <-
609   combn(1:nrow(d), 2, function(x) {
610     chisq.test(d[, c(x[1], x[2])], simulate.p.value = T, B = 4999)
611   }) %>%
612   .[, c(1, 3), ] %>%
613   as.matrix %>%
614   set_rownames(c("chisq", "p")) %>%
615   set_colnames(combn(rownames(d), 2, function(x) {
616     paste0(x[1], "-", x[2])
617   }))) %T>%

```

```

618 print %>%
619 .["p",] %>%
620 unlist %>%
621 p.adjust %>%
622 multcompleters %>%
623 . $Letters %T>%
624 print
625 d %>% as.table %>% prop.table
626 d %>% as.table %>% plot
627 d.long <-
628 merge(
629   d %>%
630     reshape2::melt(
631       varnames = c("location", "income"),
632       value.name = "frequency"
633     ) %>%
634     as.data.table,
635   d %>% as.table %>% prop.table(margin = 1) %>%
636     reshape2::melt(
637       varnames = c("location", "income"),
638       value.name = "ratio by location"
639     ) %>%
640     as.data.table,
641   by = c("location", "income")
642 ) %>%
643 merge(
644   d %>% as.table %>% prop.table(margin = 2) %>%
645     reshape2::melt(
646       varnames = c("location", "income"),
647       value.name = "ratio by income"
648     ) %>%
649     as.data.table
650 ) %T>%
651 print
652 f1 <-
653 ggplot(d.long, aes(location, `ratio by location`)) +
654   geom_col(aes(fill = income)) +
655   theme_pubr(10, border = T) +
656   annotate(
657     "text",
658     label = rowSums(d),
659     x = 1:3,
660     y = 1.1,
661     size = 10 * 0.35277778
662   ) +
663   annotate(
664     "text",
665     label = mc,

```

```

666     x = 1:3,
667     y = 1.2,
668     size = 10 * 0.352777778
669   ) +
670   scale_y_continuous("ratio", breaks = seq(0, 1, 0.2), limits = c(0, 1.2))
671 f2 <-
672   ggplot(d.long, aes(income, `ratio by income`)) +
673   geom_col(aes(fill = location)) +
674   theme_pubr(10, border = T) +
675   annotate(
676     "text",
677     label = colSums(d),
678     x = 1:3,
679     y = 1.1,
680     size = 10 * 0.352777778
681   ) +
682   scale_y_continuous("ratio", breaks = seq(0, 1, 0.2), limits = c(0, 1.2))
683 windows(6, 2.5)
684 ggarrange(f1, f2, nrow = 1, align = "hv", labels = "auto", legend = "right")
685 ggsave("chisq-independent.pdf")

```