DOI:10.14183/j.cnki.1005-6122.2013.z1.013

文章编号: 1005-6122(2013) 05/06-0065-04

多尺度问题电磁特性叠层矩量法分析*

陈如山 李猛猛
(南京理工大学通信工程系,南京 210094)

摘 要: 论文提出了一种叠层矩量法分析多尺度目标电磁特性。论文采用矩量法直接计算强相互作用区域,多层矩阵压缩方法(MLMCM)和多层快速多极子方法(MLFMA)分别用于加速计算低频和高频作用区域。论文通过使用多分辨ILU(MR-ILU)预条件加速迭代求解矩量法离散多尺度目标产生的病态矩阵方程。通过分析实际多尺度目标电磁特性证明论文方法的有效性。

关键词: 矩量法; 多尺度问题; 电磁分析; 快速算法

Hierarchical MoM for Strong – Definition EM Modeling of Multiscale Problems

CHEN Ru-shan, LI Meng-meng
(*Department of Communication Engineering*, *Nanjing University of Science and Technology*, *Nanjing*, 210094, *China*)

Abstract: A hierarchical method of moments (MoM) for strong – definition modeling of multiscale problems is proposed in this paper. For the impedance matrix, the MoM is used to evaluate the strong interaction region directly, the multilevel matrix compression method (MLMCM) and multilevel fast multipole algorithm (MLFMA) is used to evaluate the low and high frequency interaction region. The MoM discretized dense matrix equation is ill conditioning, and is preconditioned with multiresolution ILU(MR-ILU) preconditioner.

Key words: method of moments; multiscale problems; electromagnetic simulation; fast algorithm

引 言

对于电磁兼容或天线问题,精确求解复杂结构中的场分布,互偶和天线内部之间的耦合对于工程设计和应用非常重要。常见的问题是有卫星上的天线耦合和复杂军舰平台上的天线辐射,这些模型包含所有精细结构例如考虑飞机中的座椅和线缆,舰船上安装的设备,天线平台上的阵列天线。

电场积分方程(EFIE)离散的矩量法由于离散未知量小、计算精度高,是一种常用的方法[1]。矩量法的一个挑战来自于离散的矩阵是稠密矩阵,存储和直接求解的计算复杂度分别为 $O(N^2)$ 和 $O(N^3)$,N 为离散的未知量。快速迭代方法一般用于加速求解矩量法离散产生的稠密矩阵。快速迭代方法大致可以分为三类:(1)通过特殊的基函数稀疏化稠密矩阵[2-3];(2)通过宏基函数[4]、特征基函数[5]和合成基函数[6]对矩阵进行降阶,缩小矩阵尺寸;(3)加速迭代求解中矩阵矢量乘的方法,如快速多级子方法[7,17]、FFT 方法和低秩压缩方法[8,12-16]。

另外一个挑战来自于 EFIE 算子产生的稠密矩阵的条件数。对于实际多尺度问题,如复杂天线和大的简单的平台上出现精细结构,结构的多尺度几何特性体现为局部稠密剖分,这将导致病态的矩阵方程,如果使用常用的基于代数的预条件如 ILU,效率变低。

主要有两类处理多尺度问题的方法,第一个是区域分解方法[9],整个结构被分为几个更小的子区域,每个区域内部分别独立求解,通过每个区域边界连续性约束条件来求解整个问题。另一类为论文重点研究的预条件技术结合快速迭代求解方法。如前

* 收稿日期: 2013-08-31
基金项目: 国家自然科学基金(61271076, 61171041, 61001009),江苏省自然科学基金(BK2012034)

面所讲，对于不均匀剖分的多尺度问题，代数的预条件方法非常耗时并且收敛效果有时会不明显[11]。论文使用了一种基于物理的预条件方法，它基于构建一个叠层的 Multiresolution (MR) 基函数[10-11]，MR 基函数可以表示为 RWG 基函数的线性组合。MR 基函数首先按照“层”把原来的离散网格组合成不同空间分辨特性; 然后通过在每一层做 quasi-Helmoltz 分解得到 MR 基函数。MR 基函数不但可以解决矩阵方程由于密网格离散带来的病态，还可以在不同的空间多分辨层采用不同的预条件技术; 代数预条件如 ILU 可以有效改善 quasi-Nyquist 离散层 (MR 基函数的最高层) 的条件数。这个混合的预条件 MR-ILU [11] 可以有效地加速求解多尺度问题离散产生的病态矩阵的求解。

在论文中快速迭代求解方法中，我们使用了多层矩阵压缩方法来加速相互作用的低频部分，多层快速多极子方法来加速高频相互作用部分。

1 叠层矩量法

1.1 电场积分方程

对于自由空间三维任意导体结构问题，使用平面 RWG 基函数的电场积分方程求解。电场积分方程经过伽辽金测试可以得到线性方程为

$$\boldsymbol{ZI} = \boldsymbol{b} \tag{1}$$

其中，

$$Z_{mn} = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi}\left(\iint_{S_m} dS\boldsymbol{\Lambda}_m(\boldsymbol{r}) \cdot \iint_{S_n} dS' G(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\boldsymbol{\Lambda}_n(\boldsymbol{r}') + \frac{1}{4\pi j\omega\varepsilon_0}\iint_{s_m} dS\, \nabla\cdot\boldsymbol{\Lambda}_m(\boldsymbol{r}) \cdot \iint_{s_m} dS' G(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\, \nabla\cdot\boldsymbol{\Lambda}_n(\boldsymbol{r}')\right)$$

$$V_m = \iint_s \boldsymbol{\Lambda}_m(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{E}'(\boldsymbol{r})\, ds, \quad G(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \frac{e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$$

方程(1)可以直接求解，但是当 Z 的尺寸很大时，内存和计算时间都无法满足，当使用迭代解法和快速积分方法加速时，方程(1)可以写为

$$\boldsymbol{ZI} = \boldsymbol{Z}_{\text{near}}\boldsymbol{I} + \boldsymbol{Z}_{\text{far}}\boldsymbol{I} \tag{2}$$

1.2 MLMCM/MLFMA 混合方法

矩量法的整个阻抗矩阵是一个稠密满秩矩阵，但是矩阵的非对角块中存在许多低秩的子矩阵，低秩压缩方法利用 SVD 或 QR 分解对低秩矩阵块 Z，分解成 $\boldsymbol{Z}_{(m,n)} = \boldsymbol{U}_{(m,r)}\boldsymbol{V}_{(r,n)}$ 的形式，$r << (m,n)$，从而减少矩阵存储内存和矩阵矢量乘的时间。多层矩阵压缩方法通过对低秩矩阵块 Z 分解成

$$\boldsymbol{Z}_{(m,n)} = \boldsymbol{U}_{(m,r)}\boldsymbol{D}_{(r,r)}\boldsymbol{V}_{(r,n)} \tag{3}$$

$\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别为接收、转移和辐射矩阵。多层矩阵压缩方法[12]相对于传统的低秩压缩方法[8,13]的优点是: 当源组和它的一系列场组作用时，类似于快速多级子方法只需要存储一个 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 矩阵，$\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 只与组本身有关和他的远作用组无关，所以相比传统的低秩压缩方法效率提高很多。

低秩压缩方法对于中低频问题比较有效，快速多极子方法对于高频问题有效，对于多尺度密网格离散的问题，实际上是一个高低频混合问题[11]，论文采用多层矩阵压缩方法求解低频区域的相互作用，快速多极子方法求解高频区域的相互作用，从而得到一个有效的快速迭代方法加速多尺度问题离散方程求解。

1.3 MR-ILU 预条件技术

上述多层矩阵压缩和多层快速多极子混合方法加速矩阵迭代求解过程，但是对于多尺度问题离散产生的病态矩阵，必须使用合适的预条件技术才能使得方程收敛。

论文采用基于叠层 MR 基函数的预条件技术来加速多尺度问题离散方程的求解[10,11]，我们使用近作用部分阻抗矩阵来构造预条件矩阵

$$\boldsymbol{Z}_p = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{Z}_{\text{near}})\boldsymbol{T}^{\text{T}} \tag{4}$$

其中 MR 转换矩阵

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{T}_{\text{MR}} \\ \boldsymbol{T}_{g\text{RWG}} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$\boldsymbol{T}$ 矩阵的每一行元素表示为定义在最细层网格的 RWG 基函数线性组合系数，$\boldsymbol{T}_{\text{MR}}$ 和 $\boldsymbol{T}_{g\text{RWG}}$ 分别为 RWG 基函数到 MR 基函数和 RWG 基函数到最上层广义 RWG 基函数的转换矩阵。从而(4)式可以写为

$$\boldsymbol{Z}_p = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{\text{near}}|_{\text{MR,MR}} & \boldsymbol{Z}_{\text{near}}|_{\text{MR},g\text{RWG}} \\ \boldsymbol{Z}_{\text{near}}|_{g\text{RWG,MR}} & \boldsymbol{Z}_{\text{near}}|_{g\text{RWG},g\text{RWG}} \end{bmatrix} \tag{6}$$

对应 MR 基函数层，采用对角预条件技术

$$\boldsymbol{D}|_{\text{MR,MR}} = \frac{1}{\sqrt{\text{diag}(\boldsymbol{Z}_p|_{\text{MR,MR}})}} \tag{7}$$

对应广义 RWG 基函数层，采用 ILU 预条件技术，从而得到采用混合预条件 MR-ILU 后的矩阵方程为

$$\boldsymbol{Z}_{\text{MR-ILU}}\tilde{\boldsymbol{I}} = \tilde{\boldsymbol{b}} \tag{8}$$

其中

$$\boldsymbol{Z}_{\text{MR-ILU}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D} & \\ & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_p|_{\text{MR,MR}} & \boldsymbol{Z}_p|_{\text{MR},g\text{RWG}} \\ \boldsymbol{Z}_p|_{g\text{RWG,MR}} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{D} & \\ & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (\boldsymbol{LU})^{-1}\boldsymbol{Z}_{p|g\text{RWG},g\text{RWG}} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{I} = \begin{bmatrix} T_{\mathrm{MR}}^{\mathrm{T}} & D \\ T_{g\mathrm{RWG}}^{\mathrm{T}} & \end{bmatrix} I, b = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & (LU)^{-1} \end{bmatrix} Tb$$

公式中的$(LU)^{-1}$没有直接求逆，而是采用分解回带的方法。

2　算例分析

通过两个算例分析证明论文方法的有效性，论文使用 BICG 迭代求解器，迭代精度为 10^{-4}，论文所有算例在 Dell T7400，Intel Xeon CPU E5440 @ 2.88GHz，96GB 内存工作站（单核）上测试；论文计算数据存储采用了双精度，Condest 用来估计条件数定义为 $\mathrm{condest}(LU) = \|(LU)^{-1}e\|, e = [1, \cdots, 1]$。ILU 分解的资源消耗和系数 p 有关，p 表示了 L 和 U 矩阵非零元素个数和分解矩阵非零元素个数比值。

首先分析一个边长为 1m 的正方形平板来证明本文方法的正确性。平面波照射方向 $\theta^i = 0°$、$\varphi^j = 0°$，离散的尺寸为 0.035 波长，离散未知量为 11161，使用了 2 层多层矩阵压缩，一层快速多极子使用 MR－ILU 的迭代求解步数为 23，不使用预条件迭代步数为 767，论文方法得到的电流系数和完全使用矩量法计算并且直接求解方程的结果 2－范数误差为 1.2%。

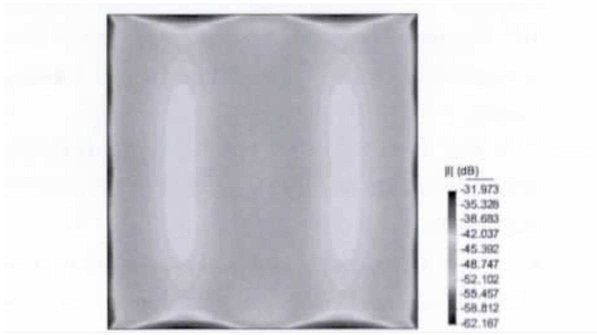

图 1　边长为 1 个波长的正方形平板平面波垂直照射时电流分布

证明了论文方法的正确性后，第二个算例论文测试了一个简易通信带天线的卫星模型，如图 2 所示卫星的翅展为 12.5 米，平面波照射方向为（$\theta^i = 0°, \varphi^j = 0°$），频率为 500MHz，卫星对应的电尺寸为 21 个波长，离散边长从 9.2E－3 m 到 5.2E－2 m，对应 0.015 到 0.08 波长，离散总的未知量为 105，576。表 1 列出三种预条件技术 MR－ILU、ILU 和对角预条件（Diag）时求解矩阵方程计算资源对比。当使用 MR－ILU 时，相比对角预条件技术，迭代步数（第 5 列）减少 20 倍，总的求解时间（第 6 列）减少 9 倍；相比 ILU 预条件技术，构造 ILU 预条件时间（第 5 列）减少 24 倍，这是由于 MR－ILU 仅仅对矩阵的一部分做 ILU 分解（广义 RWG 层），同样由于上述原因，MRILU 内存减少 8 倍（第 7 列），并且重要的是 MR－ILU 的迭代步数和 ILU 的迭代步数基本相同（83 和 86）。图 2 和图 3 分别为卫星模型在 500MHz 时的表面电流分布图和三种预条件迭代收敛精度为 10^{-4}时，迭代残差随着迭代步数的对比。

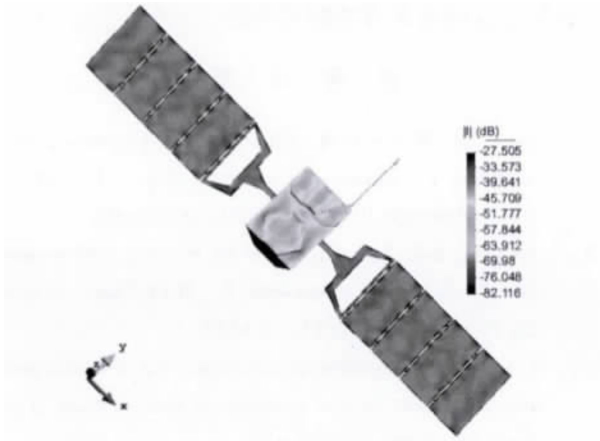

图 2　卫星模型表面电流分布示意图，模型离散尺寸从 0.015 到 0.08 波长，模型电尺寸为 21 个波长

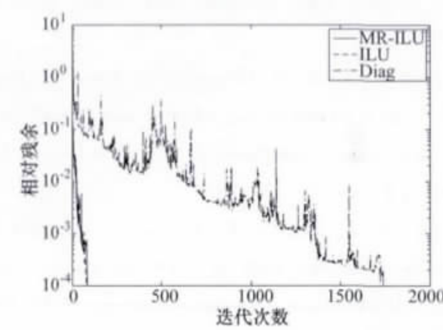

图 3　卫星模型 500MHz 时，MR-ILU、ILU、对角预条件时矩阵方程迭代收敛精度为 10^{-4}时，迭代步数对比

表 1　500MHz 时卫星模型：三种预条件技术所需计算资源对比

	Diag	MR-ILU	ILU
p	–	4	1
Condest	–	4	3.5E4
LU 分解时/hh:mm:ss	–	00:02:43	01:06:12
迭代步数	1743	86	83
总时间/hh:mm:ss	05:58:33	00:38:51	01:47:17
ILU 内存/MB	–	540	4578
总内存/GB	4.2	4.7	8.8

3 结论

论文提出了一种叠层矩量法分析多尺度问题电磁特性。混合的多层矩阵压缩方法和快速多极子方法被用于加速多尺度中高低频混合的阻抗矩阵方程迭代求解,基于物理的 MR－ILU 预条件用于加速矩阵方程的迭代收敛。通过分析电尺寸为 21 波长的卫星模型证明论文方法的有效性。

参 考 文 献

〔1〕 Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 1982, 30(3): 409-418

〔2〕 Steinberg B Z, Leviatan Y. On the use of wavelet expansions in the method of moments [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 1993, 41(5): 610-619

〔3〕 Canning F X. Solution of impedance matrix localization form of moment method problems in five iterations [J]. Radio Sci, 1995, 30: 1371-1384

〔4〕 Suter E, Mosig J R. A subdomain multilevel approach for the efficient MoM analysis of large planar antennas [J] Microw. Opt. Technol. Lett, 2000, 26(4): 270-277

〔5〕 Prakash V, Mittra R. Characteristic basis function method: A new technique for efficient solution of method of moments matrix equations [J]. Microw. Opt. Technol. Lett, 2003, 36(2): 95-100

〔6〕 Matekovits L, Laza V A, Vecchi G. Analysis of large complex structures with the synthetic-functions approach [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 2007, 55(9): 2509-2521

〔7〕 Song J, Lu C, Chew W. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 1997, 45(10): 1488-1493

〔8〕 Zhao K, Vouvakis M N, Lee J-F. The adaptive cross approximation algorithm for accelerated method of moments computations of EMC problems [J]. IEEE Trans. Electromagn. Compat, 2005, 47(4): 763-773

〔9〕 Peng Z, Wang X-C, Lee J-F. Integral equation based domain decomposition method for solving electromagnetic wave scattering from non-penetrable objects [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 2011, 59(9): 3328-3338

〔10〕 Andriulli F P, Vipiana F, Vecchi G. Hierarchical bases for non-hierarchic 3D triangular meshes [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 2008, 56: 2288-2297

〔11〕 Vipiana F, Francavilla M A, Vecchi G. EFIE modeling of high definition multi-scale structures [J]. IEEE Trans. Antennas Propagation, 2010, 57: 2362-2374

〔12〕 Li M M, Li C Y, Ong C-J, Tang W C. A Novel multilevel matrix compression method for analysis of electromagnetic scattering from PEC targets [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 2012, 60(3): 1390-1399

〔13〕 Li M M, Ding J J, Ding D Z, Fan Z H, Chen R S. Multiresolution preconditioned multilevel UV Method for analysis of planar layered finite frequency selective surface [J]. Microw. Opt. Tech. Lett, 2010, 52(7): 1530-1536

〔14〕 Wan T, Jiang Z N, Sheng Y J. Hierarchical matrix techniques Based on matrix decomposition algorithm for the fast analysis of planar layered structures [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 2011, 59(12): 4132-4141

〔15〕 Jiang Z N, Xu Y, Sheng Y J, Zhu M M. Efficient analyzing EM scattering of objects above a lossy half-space by the combined MLQR/MLSSM [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 2011, 59(12): 4609-4614

〔16〕 Jiang Z N, Sheng Y J, Shen S. G. Multilevel fast multipole algorithm-based direct solution for analysis of electromagnetic problems [J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 2011, 59(9): 3491-3494

〔17〕 付欣,聂在平,何十全. 含复杂细节结构的金属目标电磁散射 ACE-MLFMA 分析 [J]. 微波学报, 2012, 28(s3): 5-8
FU Xin, et al. Anglysis of electromognetic scattering from PEC objects with complex and fine features based on ACE-MLFMA algorithm [J]. Journal of Microwaves, 2012, 28(53)

陈如山 男,1965 年出生于江苏,教授,博士生导师。主要从事电磁理论、雷达目标识别和微波技术方面的科研与教学工作。
E-mail: eerschen@njust.edu.cn

李猛猛 男,1984 年出生于江苏,博士。研究方向为计算电磁学及其在集成电路和多尺度目标电磁兼容中的应用。
E-mail: david2000abc@126.com