

单位代码: 10293 密 级:           

# 南京邮电大学

## 硕士学位论文



论文题目: 多尺度目标电磁散射特性特征基函数法的研究

学 号 1013020825

姓 名 严菲菲

导 师 薄亚明

学 科 专 业 电磁场与微波技术

研 究 方 向 电磁工程计算机辅助分析与设计

申请学位类别 工学硕士

论文提交日期 2016.02.18

## 南京邮电大学学位论文原创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南京邮电大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

本人学位论文及涉及相关资料若有不实，愿意承担一切相关的法律责任。

研究生签名： 严菲菲 日期： 2016.4.13

## 南京邮电大学学位论文使用授权声明

本人授权南京邮电大学可以保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子文档；允许论文被查阅和借阅；可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索；可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编本学位论文。本文电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。论文的公布（包括刊登）授权南京邮电大学研究生院办理。

涉密学位论文在解密后适用本授权书。

研究生签名： 严菲菲 导师签名： 陈明 日期： 2016.4.13

# **Research on the characteristic basis function method of multi scale target electromagnetic scattering**

Thesis Submitted to Nanjing University of Posts and  
Telecommunications for the Degree of  
Master of Engineering



By

Feifei Yan

Supervisor: Prof. Yaming Bo

April 2016



# 摘要

电磁散射问题是计算电磁学领域重要的研究方向之一，其中多尺度目标的电磁散射研究是近几年研究的热点。分析多尺度目标电磁散射特性的一种基本思想是将目标分块计算，基于矩量法的特征基函数法是其中的代表方法。特征基函数法基于分块和高层基的概念，将多尺度目标的耦合效应直接包含在特征基中，是求解多尺度目标电磁散射问题的一种高效算法。

本文首先介绍了电场积分方程的建立，并阐述了矩量法的基本原理和使用矩量法求解电场积分方程的步骤。

然后，深入研究特征基函数法，分析了三种不同的特征基函数法在计算时间和计算效率方面的优缺点。此外简单介绍了一些常见的多尺度问题，并用特征基函数法求解多尺度问题的电磁散射特性，分析其在多尺度目标领域的优势。

最后，将基于 Foldy-Lax 多径散射的自适应修正特征基函数法改进为多层自适应修正特征基函数法，将子域划分为多层，进而加快计算速度。应用该方法分析多尺度目标的电磁散射特性，并与矩量法、自适应修正特征基函数法的数值结果进行对比分析。结果表明计算效率得到了明显地提高，验证了该方法的正确性和高效性，为今后进一步运用特征基函数法分析多尺度目标的电磁散射特性奠定了基础。

**关键词：** 矩量法，特征基函数法，多尺度目标，电磁散射

# Abstract

Electromagnetic scattering problem is one of the important research directions in the field of computational electromagnetic field, the research on electromagnetic scattering of multiscale objects is a hot topic in recent years. One of the basic ideas of the analysis of the electromagnetic scattering characteristics of the multiscale objects is to divide the objects into blocks, and the characteristic basis function method based on the method of moments is the representative method. Characteristic basis function method is based on the conceptions of grouping and high-level basis function. The method is an efficient algorithm to solve the electromagnetic scattering problem of multiscale objects.

First of all, this thesis introduces the establishment of the electric field integral equation, and expounds the basic principle of the method of moments and the steps of using the method of moments to solve the electric field integral equation.

Then, the characteristic basis function method is studied in depth, and the advantages and disadvantages of three different methods in calculating time and efficiency are analyzed. In addition, some multiscale problems are introduced, and the characteristic basis function method is used to solve the electromagnetic scattering characteristics of multiscale problems.

Finally, the adaptive modified characteristic basis function method based on Foldy-Lax multipath scattering is extended to multilevel adaptive modified characteristic basis function method. This method can speed up the computation speed by dividing the multilevel into the sub domains. The method is applied to analyze the electromagnetic scattering characteristics of multiscale objects, and the numerical results are compared with the numerical results of the method of moment method and the adaptive modified characteristic basis function method. The results proved its correctness and validity.

**Key words:** method of moments, characteristic basis function method, multiscale objects, electromagnetic scattering.

# 目录

专用术语注释表 .....	V
第一章 绪论 .....	1
1.1 研究的背景 .....	1
1.2 研究现状与发展 .....	2
1.2.1 大型多尺度目标电磁散射特性的研究 .....	3
1.2.2 特征基函数法的研究 .....	4
1.3 本文的主要研究工作 .....	5
1.3.1 本文的主要工作 .....	5
1.3.2 本文的内容安排 .....	6
第二章 矩量法 .....	7
2.1 表面积分方程的建立 .....	7
2.2 矩量法的原理 .....	8
2.2.1 矩量法的原理 .....	8
2.2.2 基函数与权函数的选取 .....	10
2.2.3 电场积分方程的离散 .....	11
2.3 数值算例 .....	13
2.4 本章小结 .....	17
第三章 特征基函数法 .....	18
3.1 特征基函数法原理 .....	18
3.1.1 CBFM-I 原理 .....	19
3.1.2 CBFM-II 原理 .....	21
3.1.3 需要讨论的问题 .....	22
3.2 自适应修正特征基函数法 .....	22
3.2.1 AMCBFM 的原理与特点 .....	23
3.2.2 需要讨论的问题 .....	24
3.3 数值算例 .....	24
3.3.1 算例分析 .....	25
3.3.2 效率分析 .....	28
3.3.3 内存分析 .....	29
3.4 本章小结 .....	30
第四章 多层自适应修正特征基函数法 .....	32
4.1 多层自适应修正特征基函数法 .....	32
4.1.1 多层自适应修正特征基函数法原理 .....	32
4.1.2 需要讨论的问题 .....	34
4.2 多尺度目标 .....	35
4.2.1 多尺度问题 .....	35
4.2.2 特征基函数法分析多尺度问题 .....	36
4.3 数值算例 .....	36
4.3.1 算例 1 .....	36
4.3.2 算例 2 .....	38
4.4 本章小结 .....	40
第五章 总结与展望 .....	41
参考文献 .....	43
附录 1 攻读硕士学位期间撰写的论文 .....	46

附录 2 攻读硕士学位期间参加的科研项目 ..... 47

致谢 ..... 48

## 专用术语注释表

### 缩略词说明:

MoM	Method of Moment	矩量法
EFIE	Electric Field Integral Equation	电场积分方程
MFIE	Magnetic Field Integral Equation	磁场积分方程
CBFM	Characteristic Basis Function Method	特征基函数法
CBFs	Characteristic Basis Functions	特征基函数
PCBFs	Primary Characteristic Basis Functions	初次特征基函数
SCBFs	Secondary Characteristic Basis Functions	高次特征基函数
AMCBFM	Adaptive Modified Characteristic Basis Function Method	自适应修正特征基函数法
ML-AMCBFM	Multilevel Adaptive Modified Characteristic Basis Function Method	多层自适应修正特征基函数法
RCS	Radar Cross Section	雷达散射截面



# 第一章 绪论

## 1.1 研究的背景

近年来,随着无线领域应用的不断扩大,卫星通讯、无线通信、航空探测等的快速发展,对于电磁学的探索与研究的现实意义变得极为重要。在电磁学领域,为了分析工程中遇到的各种电磁问题,过去通常采用真实模拟的方式。但用这种方式研究电磁问题,往往是费时费力的。工程中分析的目标通常都是多样且不断变化的,如果研究过程中一直通过实物模拟的方式研究,不利于电磁学的发展。随着现代计算机技术的高速发展,计算电磁学技术也随之发展。这种技术依据计算机智能,在计算机上建立逼真的工程模型,再设计适当的计算方法,分析模型的电磁散射特性。通过不断的研究分析,选择合适的研究方法,最后才应用于工程目标实物上。这种技术被广泛应用军事、通信、遥感等多个领域之中,可以说计算电磁技术是如今分析工程电磁学目标的主要技术。

在军用方面,随着军事现代化的快速发展,对于雷达目标搜索、跟踪、识别和隐身与反隐身技术的研究极为迫切。随着隐身与反隐身技术在现代军事中的地位日益重要,如何采用合适的方法预估电大尺寸复杂军事目标的电磁散射特性已成为必须解决的问题。而目标雷达散射特性(RCS)是体现目标电磁特性的重要参数,因此,如何用有效的方法快速准确的捕捉军用目标的雷达目标特性成为重中之重。现实中常见的的军用目标有飞机、导弹和航母等,这些军用目标的外形通常都是复杂的,并且飞机坦克等军用目标上,还装载有大量的电子设备和无线设备,都干扰着捕捉军用目标雷达目标特性的进度,给计算电磁学在军事方面的应用增加了难度。

同时在通信方面,随着远距离的电离层和电流层的散射通信研究成功应用,在电离层和电流层的微波干扰制约了散射通信的发展,而近距离的城市通信也受到了大量城市大型建筑的干扰。此外环境遥感、地下勘测、海洋探测等许多其他技术的应用也属于电磁散射问题。此外,工程中雷达的工作频段通常是在微波段的,这使得分析的目标往往是超电大尺寸的。因此,电大尺寸目标电磁散射问题的研究在实际应用中极其重要<sup>[1]</sup>。

现实中由于复杂的环境和多变的用途,电磁散射目标往往是复杂多样的多尺度目标<sup>[2-4]</sup>,电大尺寸与电小尺寸目标以多种不同的形式组合。多尺度散射体有不同的形式,主要包括下面几种:(1)具有复杂形状和介质的组合目标;(2)电大尺寸部分与电小尺寸部分彼此间相互分离的目标体;(3)平面周期结构阵列;(4)卫星、军舰、飞机中包含了天线结构等。除

尺寸组合的复杂之外,飞机、卫星上还装有不同频段、不同功能的通信设备,这使得电磁环境非常复杂。因此,越来越多的国内外专家学者致力于提出一种快速有效的算法来计算大型多尺度复杂目标的电磁散射特性。这使得计算电磁学在实际工程应用中具有越来越重要的地位。

## 1.2 研究现状与发展

Maxwell 方程的提出为计算电磁学的发展提供理论基础,随着 Maxwell 方程的发展,多年来一些基于 Maxwell 方程的研究方法应运而生。早期电磁计算的方法主要是解析法为主,其中心思想是通过求 Maxwell 方程组或者是其退化形式来确定所求区域的电磁场分布,或者目标体表面的等效电磁流分布,从而进一步求出所求区域的物理参量及多种指标。但该方法仅是对 Maxwell 方程组能够导出的多个方程进行数学解,而采用 Maxwell 方程组分析时,积分方程通常无法采用解析法来求出。这种方法仅适合计算圆柱,球体,平面<sup>[5]</sup>等简单模型,无法计算出复杂目标的电磁散射特性,并不能满足实际工程中复杂目标电磁散射问题研究的需求。因此,为了分析多种目标,经过几十年发展,国内外提出多种不同的高效算法解决工程中的电磁散射问题。

一种是高频近似法,常见的如几何光学法(GO)<sup>[6-7]</sup>、物理光学法(PO)<sup>[8]</sup>、几何绕射原理(GTD)<sup>[9]</sup>、物理绕射原理(PTD)<sup>[10]</sup>和一致性绕射原理(UTD)<sup>[11]</sup>等。顾名思义,高频近似法就是根据电磁波的高频特性,采用一些高效算法近似分析目标。虽然说是近似的计算,但误差通常是很小的,结果能较好的表现目标的电磁特性。这些算法在计算一些电大尺寸的目标体时计算要求低,计算效率高,且无需将阻抗矩阵存储起来,减少了计算的内存占用。但是由于该方法在计算过程中忽略了目标体中局部区域的电磁耦合,因此只能精确的计算出表面光滑模型的电磁特性,对具有精细结构的复杂多尺度目标计算精度不高。因此国内外学者致力于寻找一种可以分析任意复杂目标的高效算法。

由于解析法和高频近似法适用范围较窄,因此国内外研究大多集中在数值算法上。随着现代计算机技术的快速发展,为数值算法提供了一个良好分析平台。计算电磁学根据所基于的麦克斯韦方程组的不同形式,数值算法大致可以分为积分方程法和微分方程法两种。主要的积分方程法有矩量法(MoM)<sup>[12]</sup>、快速多极子算法(FMM)、多层快速多极子算法(MLFMM)和时域积分方程法(TDIE)等。微分方程法主要有有限元法(FEM)和时域有限差分法(FDTD)等<sup>[13]</sup>。以矩量法为代表的积分方程法由于其计算精度较高,在计算大型多尺度目标电磁散射特

性时通常采用积分方程法。

其中矩量法自提出以来,就受到众多学者一致肯定。尤其是 1982 年 RWG 基函数提出后,矩量法的应用范围越来越广泛,是现代计算电磁学领域的一个重要的分支。

除了上述介绍的算法,针对工程中不同的计算环境,越来越多的组合算法也被提出了。例如将高频近似法与解析法的结合等,充分利用不同算法的优势,也被证明是快速有效的。

### 1.2.1 大型多尺度目标电磁散射特性的研究

为了能在计算目标体电磁散射特性时,得到较高的精度,通常会采用矩量法计算。矩量法的基函数和检验函数采用三角形网格的 RWG 函数<sup>[14]</sup>,而三角形网格能够很好的描述复杂外形,且 RWG 函数满足电流连续性。此外矩量法主要分析目标电场积分方程和磁场积分方程来求解目标电磁特性,并通过格林函数应用,准确描述工程目标的空间特性。因此矩量法适合求解工程电磁场领域中的电大尺寸复杂目标的电磁散射特性<sup>[15]</sup>。

但是,电磁工程领域中除了一些规则的电大尺寸目标,还有很多多尺度的目标,例如飞机、导弹和卫星等。这些目标整体尺寸很大,又包含很多小尺寸的复杂结构。如果为了计算效率而忽略这些小尺度结构,整个目标的计算精度会很差,这必然要选择合适的方法捕捉这些小尺度结构特性。在计算多尺度目标时,为了能够很好的计算出小尺度部分的电磁特性,需要对目标体小尺度部分进行精细的剖分。如果只是在精细结构部分增加剖分密度,而在多尺度结构平滑部分使用较大的剖分网格,这会形成病态的矩阵<sup>[16]</sup>。如若整个目标体都按小尺度结构部分的剖分精度来剖分,则总的未知量个数会很大,阻抗矩阵成为满矩阵,内存的消耗和计算时间都会很大,计算效率不高。无论是形成病态矩阵还是满矩阵,这都不是应该得到的结果,提出改进的高效算法势在必行。

针对矩量法,为了减少计算过程中内存的占用和加速所求矩阵向量积的计算,提出了快速多极子法(FMM)、多层快速多极子(MLFMM)、等效偶极子法(EDM)<sup>[17]</sup>、预校正—快速傅里叶变换法(P-FFT)等。这些算法计算效率高,且易于与矩量法相结合,因此适用范围广泛。但上述算法都采用迭代求解,在处理多尺度复杂目标时阻抗矩阵条件数差,收敛缓慢甚至不能收敛。

另一类方法是直接求解法,这类方法又包含两类,第一类是压缩阻抗的子矩阵或其 LU 分解的子矩阵,如基于自适应交叉近似(ACA)的分块 LU 分解法(ACA-LU)等;第二类方法主要是降低阻抗矩阵的维数,这个过程是通过构造宏基函数来实现的,这类方法包括多层矩量法<sup>[18]</sup>(MMM)、子域多层法(SMA)等。这些方法都能通过够早部分域的宏基函数,并采用某种

迭代算法修正部分域之间的耦合来实现加快计算的。但是在构造宏基函数时，没有充分考虑耦合，尽管后续修正了，误差仍然会很大，因此这些算法仍不完善。

针对上述基于宏基函数方法的缺陷，为了提高计算效率，分析多尺度目标电磁散射特性，近年来提出了多种不同的算法，包括积分方程区域分解法<sup>[20]</sup>、特征基函数法<sup>[19]</sup>等。这些算法都是通过将多尺度目标根据尺度特性进行尺度分离来计算的，将复杂的电大尺寸目标分解成许多小子域，再用不同的方法进行多尺度目标的尺度间耦合，降低阻抗矩阵维数，是阻抗矩阵可以用直接法计算，避免了收敛缓慢，并提高计算效率。

除了以上方法，矩量法与高频近似法的结合<sup>[21]</sup>也是分析电大尺寸复杂目标的一个重要研究方向。对于复杂的电大目标，一些部位是小尺度复杂的，而一些部位又是平坦光滑的。为了更高效的计算分析，对于复杂结构采用矩量法进行计算，而对于光滑结构则采用高频近似的方法来进行分析。通过这样的区别计算，在保证尽可能高的精度要求下，较快的得到了计算结果。很明显，这样结合的算法，也适用于特征基函数的改进中

### 1.2.2 特征基函数法的研究

2003 年，Raj Mittra 等人提出了特征基函数法<sup>[22]</sup>（characteristic Basis Function Method, CBFM），一经提出，此方法就受到了广泛关注。由于特征基函数法是基于矩量法改进的，这使得它具有矩量法的计算优势。此外该方法通过“分而治之”的中心思想，首先将目标体分成许多子域，暂时不考虑不同子域间的耦合作用，计算得到电流响应作为初次特征基函数，然后考虑子域间耦合，将其他块的初次特征基函数产生的散射场作为激励求出每块上的响应电流，作为一阶高次特征基函数。同理，如果要得到更高的计算精度，可以通过计算更高阶的基函数来实现<sup>[23]</sup>。这是特征基函数的雏形。虽然特征基函数为了在保证一定精度的前提下充分提高计算精度，也是利用对目标体分块的原理来减小阻抗矩阵维数，但是由于其在构造基函数时已经将子域之间的耦合考虑进去了。因此特征基函数法并不需要通过迭代法计算加权系数，可以直接采用 LU 分解或高斯消元的方法计算，避免了迭代产生的发散。特征基函数通过上述过程，较好的实现了多尺度模型的尺度离散和尺度耦合，适合计算多尺度目标电磁散射特性。

根据特征基函数的构造方式不同，主要有三种基础的特征基函数法。一种是 I 型的特征基函数法<sup>[24]</sup>，这种方法计算结果准确，但相对的，计算效率不够高。此外这种特征基函数法构造了一个  $M^2 \times M^2$  的缩减矩阵，计算效率受  $M^2 \ll N$  这一条件制约；第二种是 II 型的特征基函数法<sup>[25]</sup>，这种方法通过计算多阶高次基函数来减少误差。最后得到的缩减矩阵维数仅为

$kM \times kM$ ,  $k$  为高次基函数的阶数。可以看出, 与第一种特征基函数相比, 计算效率明显提高。上述两种 CBFM 方法一次仅能计算一个激励的散射特性, 为了解决多激励问题, 提出了第三种特征基函数法, 这种方法是基于奇异值分解(SVD)<sup>[26]</sup>的, 采用不同方向不同极化的入射波计算每个子域, 构造不同的特征基函数。通过这个方法, 得到一个与激励方向无关的特征基函数。

多年来, 在此基础上, 国内外学者又对其进行了进一步的研究。2007 年 Eliseo 等提出了将 CBFM 与 MLFMA 结合<sup>[27]</sup>, 实现了对特征基函数阻抗矩阵的快速填充。2009 年, Mittra 等人又提出了多层特征基函数法和将 CBFM 与 P-FFT 结合<sup>[28]</sup>的方法, 用以计算平面周期阵列的电磁散射问题。其后, 又将其与 AIM<sup>[29]</sup>等结合计算周期介质阵列的电磁散射特性新算法, 提高 CBFM 的计算效率。此外, 还提出了将特征基函数法与物理光学法(PO)、快速多极子(FMM)和多层奇异值分解法(MLSVD)<sup>[30]</sup>等方法结合的高效算法。

同时, 国内多个学者也对特征基函数法做了许多研究。自 2004 起, 电子科技大学先后有多人对 CBFM 进行研究, 将其用于分析任意目标、大型阵列等电磁特性。南京航空航天大学的韩国栋等人也对其进行了相应的研究, 提出了自适应修正的特征基函数法(AMCBFM)<sup>[31]</sup>。与此同时, 安徽大学等机构也对特征基函数法进行了研究<sup>[32]</sup>。

此外, 特征基函数法由于将目标分为多个子域单独计算, 天然适合于采用并行计算的算法实现<sup>[33]</sup>。并行计算主要就是将大问题分解为多个小问题, 通过增加硬件资源的方式, 对多个小问题实现分别计算。并采用网络实现不同进程之间的合作, 实现最高效的利用。并行算法仅仅只是对问题分配的一个策略上的优化, 并不用改变目标分析的原始算法, 于特征基函数法来说, 也是一个重要的研究方向。

## 1.3 本文的主要研究工作

### 1.3.1 本文的主要工作

本文对基于矩量法的特征基函数法进行了研究, 并提出了一种改进方法应用于多尺度导体目标的电磁散射问题研究, 主要工作有以下几部分:

(1) 建立积分方程, 用矩量法分析了多种不同目标的电磁散射特性。深入分析了计算过程中各部分的计算时间与内存占用情况。

(2) 用基于 Fold-Lax 多径散射方程的 CBFM 分析多尺度目标的电磁散射特性, 并且将特征基函数法计算得出的结果与矩量法计算结果相比较, 比较其精度与效率。还研究了计算过

程中如何消除由于划分子域所带来的边界电流不连续问题。

(3) 在一般的特征基函数法基础上,进一步研究自适应修正特征基函数法(AMCBFM),并用此方法分析了导弹等多尺度目标。将计算结果与 *CBFM* -II、MoM 进行比较,讨论 AMCBFM 和 *CBFM* -II 这两种方法在计算精度、计算效率和误差控制方面的优缺点。

(4) 在特征基函数法基础上,进一步研究电磁工程中常见多尺度问题及其分析难点,提出改进的多层自适应修正特征基函数法(ML-AMCBFM)。然后将该算法用于多尺度目标的电磁散射分析中,并将其与自适应修正特征基函数法、矩量法进行对比,讨论分析了其在精度与效率方面的优缺点,深入研究 ML-AMCBFM 在多尺度电磁散射特性分析问题研究方面的应用前景。

### 1.3.2 本文的内容安排

本文的具体内容安排如下:

第一章是绪论,介绍了本课题的研究背景和研究意义,并且简单阐述了与本研究课题相关的研究方法的现状与发展。此外,也简要介绍了本文的主要工作和内容安排。

第二章初步介绍了典型的积分方程方法——矩量法,详细介绍了电场积分方程的建立过程、矩量法的原理和其基函数权函数的选取。将矩量法计算结果与 FEKO 仿真结果进行对比,验证矩量法的有效性。矩量法是本文重点研究的特征基函数法的基础。

第三章介绍了一种高效的算法,即特征基函数法。首先详细阐述了两类特征基函数法的原理,在这两种方法基础上,进一步介绍了自适应修正特征基函数法,并与前两种特征基函数法进行比较。

第四章介绍了多层自适应修正特征基函数法。首先详细介绍了多层自适应修正特征基函数法的原理,然后介绍了工程中常出现的多尺度问题,最后用该方法分析了一些多尺度目标的电磁散射特性。

第五章是本文的总结与展望。



## 第二章 矩量法

本章是全文的理论基础，首先对电场积分方程的建立作了详明的说明，随后简述了矩量法的基本原理<sup>[34]</sup>，包括基函数与检验函数的选取，还介绍了电场积分方程的离散过程。最后介绍了矩量法计算电磁场散射问题的具体步骤，分析了导体目标雷达散射截面(RCS)的矩量法计算实例<sup>[35]</sup>。

### 2.1 表面积分方程的建立

积分方程法是根据麦克斯韦方程组建立的<sup>[36]</sup>，该方法是基于等效源求解的，即通过求解目标的等效电流或磁流来求得目标的电磁响应特性。积分方程法根据不同的分析目标，可以分为一维的线积分方程、二维的表面积分方程和三维的体积分方程三种类别。表面积分方程是在目标表面建立等效电流、磁流，用来描述理想导体或均匀介质目标的散射特性。而体积分方程通过建立体等效电磁流，用于分析非均匀介质目标的散射特性。

本文主要讨论各种金属导体目标的电磁散射特性，故着重使用表面积分方程法。同时积分方程法根据边界条件差异，又可以分成磁场积分方程(MFIE)、电场积分方程(EFIE)<sup>[37]</sup>和两种积分方程组合的混合场积分方程(CFIE)三种。由于电场积分方程既适用于分析开放目标，也适用于分析封闭目标，应用广泛，而磁场积分方程和混合场积分方程不适合用于分析开放目标，因此本文采用电场积分方程分析。

当平面波  $\mathbf{E}^i$  入射到表面为  $S$  的理想导体目标上时，导体表面产生感应电流  $\mathbf{J}_s$ ，此时导体表面电流产生的散射场  $\mathbf{E}^s$  可表示为：

$$\mathbf{E}^s = -j\omega\mathbf{A} - \nabla\phi \quad (2.1)$$

其中  $\mathbf{A}$  和  $\phi$  分别为矢量磁位和标量电位，可以分别表示为：

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mu_0 \int_S G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' \quad (2.2)$$

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_S G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' \quad (2.3)$$

其中  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  为自由空间的格林函数，表达式如下所示：

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2.4)$$

上式中  $\varepsilon_0$  为自由空间的介电常数,  $\mu_0$  磁导率,  $k_0$  为自由空间波数,  $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$  表示场点与源点之间的距离。

导体表面总电场为入射场与表面电流产生的散射场之和, 即:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s \quad (2.5)$$

根据导体目标表面的边界条件可知, 表面的切向电场为零, 则  $\mathbf{E}^i$  表达式为:

$$-\mathbf{n} \times \mathbf{E}^i = \mathbf{n} \times [-j\omega\mathbf{A} - \nabla\phi] \quad (2.6)$$

此时上式可以写成以下形式:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}^i = \mathbf{n} \times j\omega\mu \int_S [\mathbf{J}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k_0^2} \nabla(\nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}'))] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' \quad (2.7)$$

其中  $\mathbf{n}$  为导体表面外法向量。

式(2.7)即为导体目标的电场积分方程表达式。

## 2.2 矩量法的原理

矩量法自提出以来广泛应用到工程电磁学领域处理微积分方程。矩量法因其在分析天线、微波网络等领域时具有较高的计算精度, 现已成为计算电磁学领域的主要研究方法之一<sup>[34]</sup>。

### 2.2.1 矩量法的原理

矩量法计算主要实施步骤分为以下几步:

- (1) 对目标区域进行离散
- (2) 在离散单元上定义基函数, 将待求电流用基函数展开。
- (3) 选取相应权函数, 对方程进行检验。
- (4) 构成线性方程组, 并对线性方程组进行求解。

具体过程如下, 首先将求解问题的模型用算子方程表示:

$$Lf = g \quad (2.8)$$

其中  $L$  是一个线性积分或微分算子,  $f$  是未知函数,  $g$  是已知函数。设  $f$  在  $L$  的定义域内由一系列基函数  $f_1, f_2, f_3, \dots$  线性叠加而成, 即:

$$f(x) = \sum_{n=1}^N a_n f_n(x) \quad (2.9)$$

其中  $a_n$  是未知函数的展开系数,  $f_n(x)$  是展开函数, 即基函数, 且  $f_n(x)$  是一组正交完备函数集。如果要得到精确解, 式(2.9)通常是无穷项基函数之和, 然而实际的电磁工程应用中无法取到无穷项。因此, 实际中一般是取有限项之和来作为近似解。将式(2.9)代入式(2.8), 可以得到:

$$\sum_n a_n L(f_n) \approx g \quad (2.10)$$

首先对式(2.10)选择一个合适的内积  $\langle f, g \rangle$ , 此时在  $L$  的值域内定义一系列适当的权函数或检验函数  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ 。然后将式(2.10)在  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$  上进行投影, 即对每一个  $\omega_m$ , 取式(2.10)的内积:

$$\sum_n a_n \langle \omega_m, Lf_n \rangle = \langle \omega_m, g \rangle \quad (2.11)$$

式中  $m=1, 2, 3, \dots$ , 此时式(2.11)可写成矩阵形式:

$$[l_{mn}][a_n] = [g_m] \quad (2.12)$$

式中

$$l_{mn} = \begin{bmatrix} \langle \omega_1, Lf_1 \rangle & \langle \omega_1, Lf_2 \rangle & \cdots \\ \langle \omega_2, Lf_1 \rangle & \langle \omega_2, Lf_2 \rangle & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$a_n = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad g_m = \begin{bmatrix} \langle \omega_1, g \rangle \\ \langle \omega_2, g \rangle \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

如果矩阵  $l_{mn}$  是非奇异矩阵, 存在逆矩阵  $l_{mn}^{-1}$ , 则未知量  $a_n$  可由方程(2.12)求得。

由上述过程可以看出, MoM 的精确性高低取决于基函数和权函数的选取, 所以矩量法求解问题的关键工作是选取合适的基函数与权函数。需要注意的是基函数与权函数一定要是线性无关组合, 且  $f_n$  的选择要使它的线性叠加能很好的逼近  $f$ , 而  $\omega_m$  的选择则是使误差函数尽可能的小。同时, 影响基函数  $f_n$  和权函数  $\omega_m$  的因素还有所要求精度、求逆矩阵的大小和良态矩阵  $[l]$  的可实现性等。

### 2.2.2 基函数与权函数的选取

矩量法的关键技术主要是在四个地方：基函数的选取、权函数的选取、展开项数的确定以及内积的定义，特别选取的基函数和权函数，对于获得目标解的精确度具有举足轻重的作用。。总体而言基函数能够分为全域基函数和分域基函数两种<sup>[38]</sup>，所谓全域基函数就是说基函数定义在整个算子的定义域上，显然这种基函数较难实现，仅能用于一些简单结构的目标体中。分域基函数仅在算子定义域那部分有定义，因此基函数选取更为简单灵活，广泛应用于计算电磁学领域。而平时广泛使用的分域基函数有脉冲基函数和 RWG 基函数<sup>[39]</sup>等。

权函数又可以分为三类：一类是全域权函数，一类是分域权函数，还有一类就是点选配。当权函数与基函数选取相同时，则称为 Galerkin 法。尽管 Galerkin 法计算较为繁琐，但与其他权函数选择方法相比，它的计算结果最为准确稳定。

本文中特征基函数主要采用的基函数是 RWG 基函数，并使用伽辽金匹配法计算，因此这里主要讨论 RWG 基函数。

RWG 基函数用如图 2.1 所示的一对共边的三角形面元定义。RWG 基函数定义如下：

$$f_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \boldsymbol{\rho}_n^+ & \mathbf{r} \in T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^-} \boldsymbol{\rho}_n^- & \mathbf{r} \in T_n^- \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (2.15)$$

上式中， $T_n^+$  和  $T_n^-$  是指定义在第  $n$  个基函数的三角形对，而  $\boldsymbol{\rho}_n^+$  是指从三角形  $T_n^+$  公共边对应的顶点出发的矢量， $\boldsymbol{\rho}_n^-$  是三角形内一点指向三角形  $T_n^-$  公共边对应顶点的矢量， $l_n$  是公共边长度， $A_n^+$  和  $A_n^-$  则是两个三角形的面积。

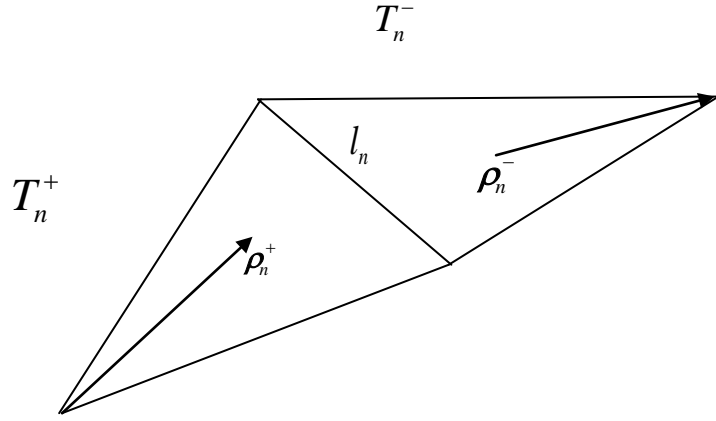


图 2.1 RWG 示意图

待求的表面电流可以表示为：

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N I_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \quad (2.16)$$

则其散度可以表示为：

$$\nabla_s \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{A_n^+} & \mathbf{r} \in T_n^+ \\ -\frac{l_n}{A_n^-} & \mathbf{r} \in T_n^- \\ 0 & other \end{cases} \quad (2.17)$$

可以发现，RWG 基函数定义的两个三角形上累积的总电荷大小相等，方向相反，则整个基函数累积的总电荷就为零，从而整个面上电流连续，且公共边上任意点流过的电流为面电流，大小为单元电流。

采用 Galerkin 匹配方法，权函数选取与基函数相同。但所选基函数与权函数重叠时，会造成奇异性问题，要采用相应的方法解决。下节会详细分析，在这就不多赘述了。

### 2.2.3 电场积分方程的离散

本文是基于电场积分方程来分析导体目标的电磁散射特性的，故下面主要介绍 EFIE 方程的离散过程。取 RWG 基函数，三角形内任意点的电流密度通过对应于三角形三条边的基函数线性叠加而成，则目标体表面  $S$  上的感应电流为：

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N a_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \quad (2.18)$$

式中,  $N$  为基函数数目, 即 RWG 基函数三角形对公共边的个数。采用 Galerkin 法, 就可以得到:

$$\langle \mathbf{E}^i, \mathbf{f}_m \rangle = j\omega \langle \mathbf{A}, \mathbf{f}_m \rangle + \langle \nabla \phi, \mathbf{f}_m \rangle \quad (2.19)$$

其中:

$$\begin{aligned} \langle \nabla \phi, \mathbf{f}_m \rangle &= \int_S -\Phi \cdot \nabla_S \cdot \mathbf{f}_m dS \\ &= \frac{l_m}{A_m^-} \int_{T_m^-} \Phi dS - \frac{l_m}{A_m^+} \int_{T_m^+} \Phi dS \\ &\approx l_m \left[ \Phi(\mathbf{r}_m^{c^-}) - \Phi(\mathbf{r}_m^{c^+}) \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{A}, \mathbf{f}_m \rangle &= \frac{l_m}{2A_m^+} \int_{T_m^+} \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\rho}_m^+ dS + \frac{l_m}{2A_m^-} \int_{T_m^-} \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\rho}_m^- dS \\ &\approx \frac{l_m}{2} \left[ \mathbf{A}(\mathbf{r}_m^{c^+}) \cdot \boldsymbol{\rho}_m^{c^+} + \mathbf{A}(\mathbf{r}_m^{c^-}) \cdot \boldsymbol{\rho}_m^{c^-} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}^i, \mathbf{f}_m \rangle &= \frac{l_m}{2A_m^+} \int_{T_m^+} \mathbf{E}^i \cdot \boldsymbol{\rho}_m^+ dS + \frac{l_m}{2A_m^-} \int_{T_m^-} \mathbf{E}^i \cdot \boldsymbol{\rho}_m^- dS \\ &\approx \frac{l_m}{2} \left[ \mathbf{E}^i(\mathbf{r}_m^{c^+}) \cdot \boldsymbol{\rho}_m^{c^+} + \mathbf{E}^i(\mathbf{r}_m^{c^-}) \cdot \boldsymbol{\rho}_m^{c^-} \right] \end{aligned} \quad (2.22)$$

其中  $\boldsymbol{\rho}_m^{c^+}$  为  $T_m^+$  中心质点指向自由顶点的矢量,  $\boldsymbol{\rho}_m^{c^-}$  为  $T_m^-$  中自由顶点指向质点的矢量,  $\mathbf{r}_m^{c^\pm}$  为源点指向  $T_m^\pm$  中质心的矢量。

式(2.19)整理可得:

$$l_m \left[ \mathbf{E}_m^+ \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_m^{c^+}}{2} + \mathbf{E}_m^- \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_m^{c^-}}{2} \right] = \sum_{n=1}^N l_m a_n \left[ j\omega \left( A_{mn}^+ \frac{\boldsymbol{\rho}_m^{c^+}}{2} + A_{mn}^- \frac{\boldsymbol{\rho}_m^{c^-}}{2} \right) + \Phi_{mn}^- - \Phi_{mn}^+ \right] \quad (2.23)$$

其中

$$A_{mn}^\pm = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR_m^\pm}}{R_m^\pm} dS' \quad (2.24)$$

$$\Phi_{mn}^\pm = -\frac{1}{4\pi j\omega\epsilon} \int_S \nabla'_S \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR_m^\pm}}{R_m^\pm} dS' \quad (2.25)$$

$$R_m^\pm = |\mathbf{r}_m^{c^\pm} - \mathbf{r}| \quad (2.26)$$

$$\mathbf{E}_m^\pm = \mathbf{E}^i(\mathbf{r}_m^{c^\pm}) \quad (2.27)$$



由上式，可以得到矩阵方程形式：

$$\mathbf{Z}_{mn} \mathbf{I}_n = \mathbf{V}_m \quad (2.28)$$

其中

$$\mathbf{Z}_{mn} = l_m \left[ j\omega (A_{mn}^+ \frac{\rho_m^{c+}}{2} + A_{mn}^- \frac{\rho_m^{c-}}{2}) + \Phi_{mn}^- - \Phi_{mn}^+ \right] \quad (2.29)$$

$$\mathbf{V}_m = l_m \left( \mathbf{E}_m^+ \cdot \frac{\rho_m^{c+}}{2} + \mathbf{E}_m^- \cdot \frac{\rho_m^{c-}}{2} \right) \quad (2.30)$$

求解矩阵方程式(2.28)，就能够求得导体表面电流系数，从而求出导体表面电流。

从式(2.24)、(2.25)可以看出，EFIE 可以离散化成以下两个积分计算式：

$$A_{mn}^i = \frac{\mu}{4\pi} \int_{T_n} \frac{l_i}{2A_n} \frac{e^{-jkR_m}}{R_m} dS' \quad (2.31)$$

$$\Phi_{mn}^i = -\frac{1}{4\pi j\omega\epsilon} \int_{T_n} \frac{l_i}{A_n} \frac{e^{-jkR_m}}{R_m} dS' \quad (2.32)$$

本文采用 7 点高斯积分法求解这两个积分计算式，实现 EFIE 的离散。在上述过程中，阻抗矩阵  $\mathbf{Z}_{mn}$  由于场源点重合，要考虑积分核的奇异性问题。当源三角形和场三角形重合时，积分方程有奇点，通常采用加减奇异项的方法解决奇异性问题<sup>[40]</sup>。

上述计算过程中，由于基函数选取 RWG 基函数，并且使用 Galerkin 法，这使得矩量法计算过程中，阻抗矩阵存储复杂度为  $O(N^2)$ 。为了计算这个矩阵方程，通常采用两种方法。一种是以 LU 求解法为代表的直接法。这种方法计算准确，但其计算复杂度要达到  $O(N^3)$ ，对于电大尺寸目标分析，求解时间过长。另一种方法是迭代法，主要有 Jacobi 迭代法和高斯迭代法等。由于迭代算法不需要矩阵求逆，通过将电流不断更新迭代，利用快速矩阵-向量乘积算法可使单次迭代计算复杂度和存储复杂度尽可能降  $O(N \log N)$ ，极大的提高了计算效率，减少了内存的占用，在计算大型目标散射特性时具有优势。但是迭代算法有不易收敛甚至不收敛问题，因此迭代算法有其制约性。而特征基函数法将目标分成多个小子域，避免了使用迭代法求解各子域电流，可用直接法求出，高效且准确。

## 2.3 数值算例

MoM 实现过程中，对基函数与权函数的选取非常重要，而这两者的实现好坏很大程度取

决于待分析目标的剖分精度。因此对目标体的精确建模与剖分是获得精准结果的重要前提。

本文采用网格剖分器，对目标体进行建模剖分，从中获得三角单元的顶点坐标与编号，从而对目标体进行矩量法分析运算。FEKO 软件是一款基于矩量法开发的高效的电磁仿真软件，可用于分析目标的散射特性。该软件方便快捷，仅需建好模型并手动输入入射波参量，就可以自动剖分计算。因此，本章采用 FEKO 软件进行对比，验证本文所采用的矩量法的精确性。

通过矩量法计算得到的电流都是对应三角基函数的，无法直接对比结果。故为了能定量的比较计算结果，全文都根据目标表面电流求出相应的雷达散射截面(RCS)来进行对比。通过选择不同的散射角方向，较详尽的验证了算法的准确性。

本文所选择的算例都是在 Intel i5, 4G 内存的 PC 机上完成的，所有算例的数据都采用双精度浮点数。

算例 1：计算了一个半径  $r=1\text{ m}$  的理想导体球的双站电磁散射特性。导体球用网格剖分器剖分图如图 2.2。入射波为平面波，入射波频率 300MHz，方向为  $\theta_i=0^\circ, \varphi_i=0^\circ$ ，散射角方向为  $\theta_s=0^\circ \sim 180^\circ, \varphi_s=0^\circ$ 。用网格剖分器对其表面进行三角单元的剖分，公共边为 3909，则未知变量数为 3909。分别用 FEKO 和 MoM 计算其双站 RCS，计算结果如下图 2.3 所示。入射波频率改为 200MHz，再次计算其 RCS，计算结果如下图 2.4 所示。从两图可以看出，频率改变并不会影响矩量法的效果，MoM 与 FEKO 计算结果很吻合，一定程度上验证了本文采用的矩量法的有效性。

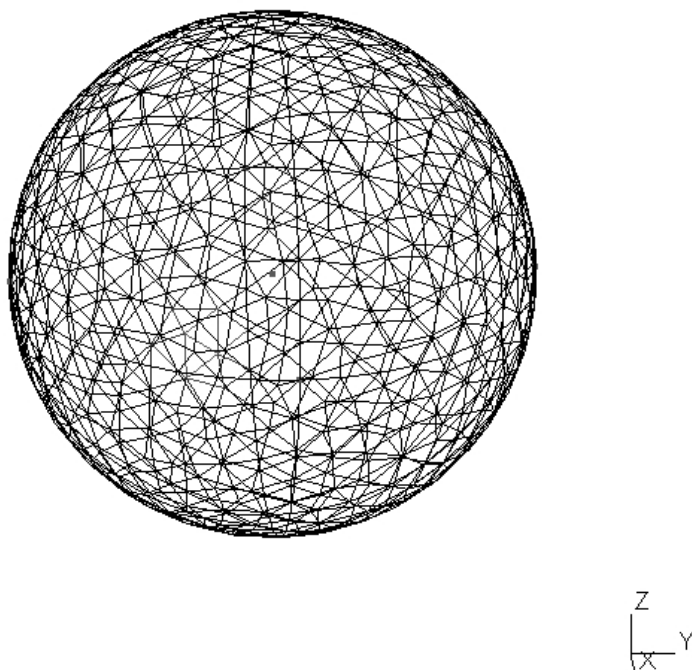


图 2.2 导体球剖分图

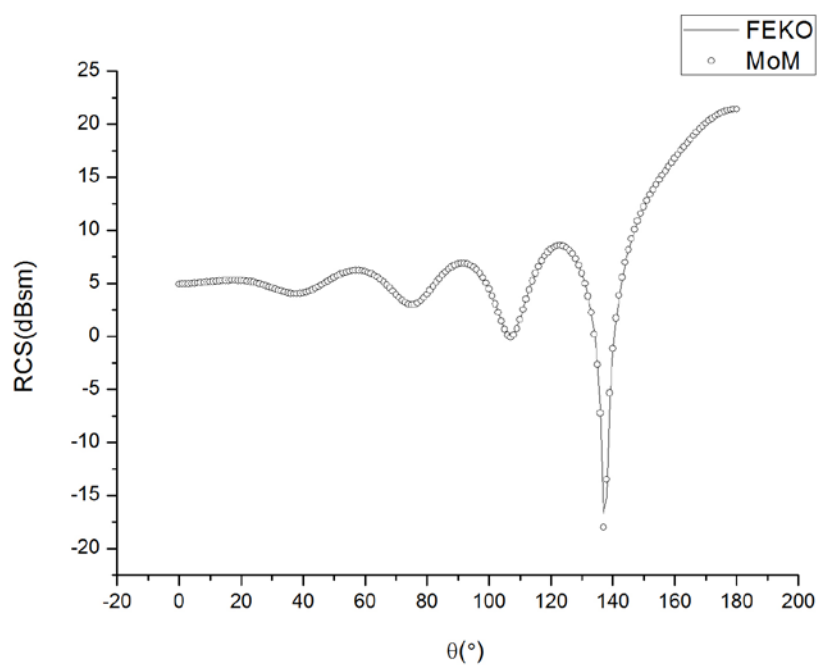


图 2.3 300MHz 入射频率下导体球 FEKO 和矩量法求的 RCS

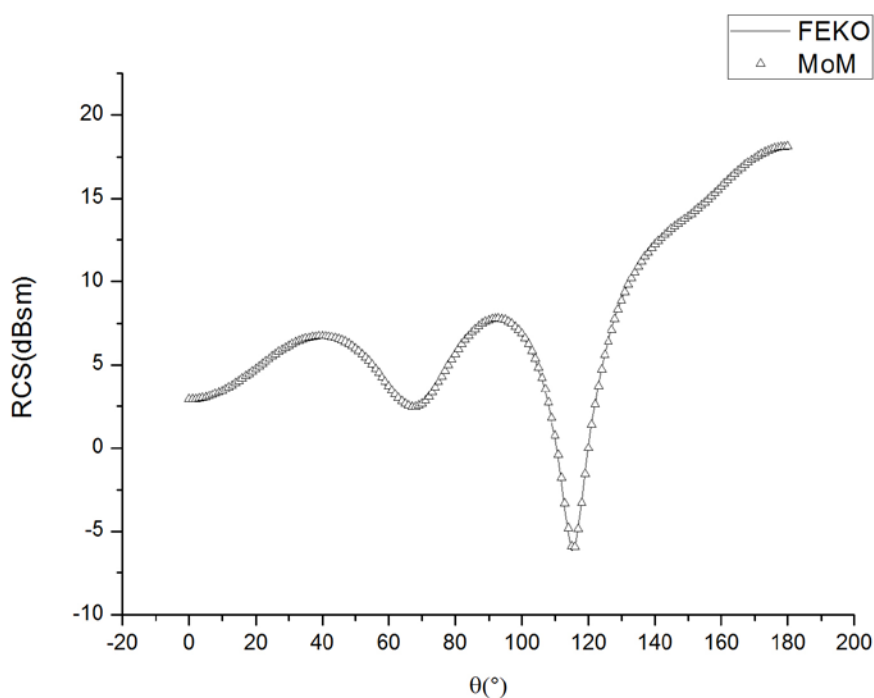


图 2.4 200MHz 入射频率下导体球 FEKO 和矩量法求的 RCS

算例 2: 分析了一个圆柱导体的电磁散射特性, 圆柱的半径  $r = 0.5\text{ m}$ , 高  $h = 4\text{ m}$ , 圆柱剖分图如图 2.5。入射波为频率 300MHz 的平面波, 方向为  $\theta_i = 0^\circ, \varphi_i = 0^\circ$ , 散射角方向为  $\theta_s = 0^\circ \sim 180^\circ, \varphi_s = 0^\circ$ 。对其表面进行三角剖分, 公共边为 4362, 用矩量法计算, 计算时间为 2862s。FEKO 的计算时间为 1826s。结果如下图 2.6 所示。从图中可看出 FEKO 仿真的曲线与 MoM 计算的结果基本一致, 误差很小, 可以印证矩量法的有效性

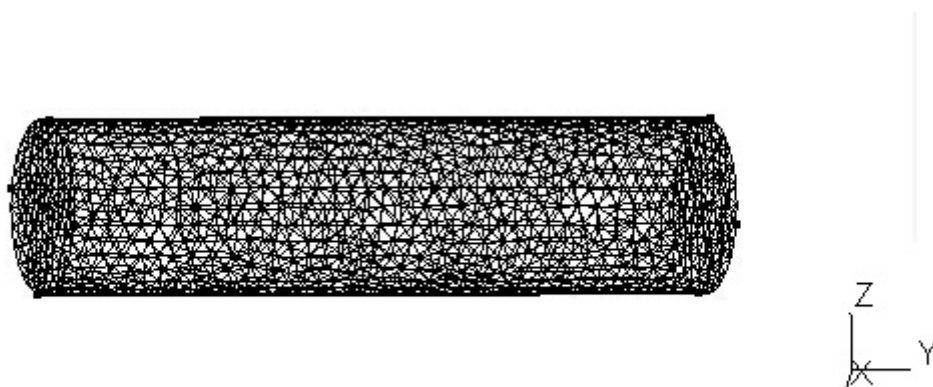


图 2.5 导体圆柱三角剖分图

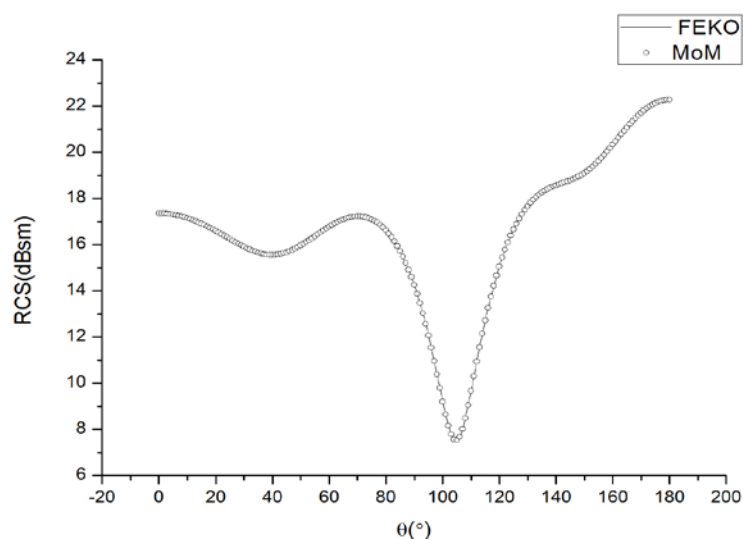


图 2.6 300MHz 入射频率导体圆柱 FEKO 和矩量法求的 RCS

## 2.4 本章小结

本章是整个课题研究的理论基础，详细的阐述了 MoM 的基本原理。首先介绍了导体目标分析时表面积分方程的建立过程，重点介绍了本文采用的电场积分方程。然后对矩量法的求解步骤进行了具体的介绍，主要介绍了基函数与权函数的选取和奇异点的处理方法，其中着重介绍了 RWG 基函数。随后，对电场积分方程运用矩量法的离散过程做了简单的说明。最后通过将矩量法和 FEKO 数值算例的结果进行比较分析，验证了矩量法的有效性。此外也对目标体的剖分网格大小的计算精度进行了比较，分析出精度和效率都比较满意的网格大小选取值。本章是随后介绍的特征基函数法的研究基础。

## 第三章 特征基函数法

特征基函数法(CBFM)是一种基于矩量法的快速求解方法,能应用于任意几何形状<sup>[41]</sup>。该方法利用区域降阶技术直接求解,是分析多尺度复杂目标电磁散射特性的高效方法之一。特征基函数法基于区域分解原理来构造特征基函数(CBFs),然后在每个子域上构造高阶基函数来代表子域间耦合作用,最后采用降低矩阵计算阶数的方法构造了一个系数的缩减矩阵,从而能够使用直接法求解目标的表面电流<sup>[42]</sup>。这个过程可以成功实现多尺度模型的离散和耦合,是分析多尺度目标电磁散射问题的主要方法之一。在整个过程中,主要的研究点是如何计算子域间耦合作用。

根据特征基函数的不同构造过程,主要有两类不同的特征基函数法:一是先不考虑子域间耦合作用,先用矩量法计算出每一子域的初次特征基函数,然后再充分考虑子域间的耦合,将每块子域的初次基函数分别作为该子域的激励源<sup>[43]</sup>,求出各个高次基函数。通过构造一个缩减矩阵,进一步求解出这块子域特征基函数的加权系数,这就是I型的特征基函数法(CBFM-I);第二类特征基函数方法就是求出每块子域初次基函数后,将除该子域外的其余块的初次基函数产生的散射场作用相叠加<sup>[44]</sup>,作为该子域高阶基函数的激励源,并且根据精度要求选择计算阶数,这就是II型的特征基函数法(CBFM-II)<sup>[45]</sup>。

此外,本章在上述两种传统的特征基函数基础上,还介绍了另外一种特征基函数法,就是自适应特征基函数法(AMCBFM)<sup>[13]</sup>。该方法首先求出各子域初次基函数后,求出其加权系数,在求解高阶基函数时,将其他块的初次基函数产生的散射场与加权系数的乘积的叠加作为激励计算出高阶基函数,通过多阶计算,从而求出目标体表面电流。此算法可以有效控制求解的基函数计算阶数,并且在计算效率和内存占用方面具有一定的优势。

### 3.1 特征基函数法原理

在采用传统矩量法分析电磁散射问题时,通过对目标体的离散,将积分方程离散为如下矩阵方程:

$$\mathbf{ZJ} = \mathbf{E} \quad (3.1)$$

特征基函数法可根据计算要求,将目标分为 $M$ 个子域,每个子域作为个体,将其剖分为 $N_i$ 个离散单元,则方程(3.1)变为如下形式:



$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1} & \mathbf{Z}_{M2} & \mathbf{Z}_{M3} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

其中  $\mathbf{Z}_{ij}$  是维数为  $N_i \times N_j$  子矩阵 ( $i=1,2,3,\dots,M; j=1,2,3,\dots,M$ ),  $\mathbf{J}_i$  为每个子域的感应电流,  $\mathbf{E}_i$  为每个子域所对应的激励。对目标体进行人工划分子域过程中, 各子域的边界不再连续, 这必然会产生奇异电流。

为了消除这些奇异电流, 特征基函数法采用的方法是对每个子域进行一定的扩展<sup>[44]</sup>。

如图 3.1, 倘若将目标分成若干个子域。实线边缘表示真实人工的划分边界, 虚线表示扩展子域的边界。为了尽可能减少计算量, 扩展后重叠尺寸只需要选取略大于一个公共边的长度。

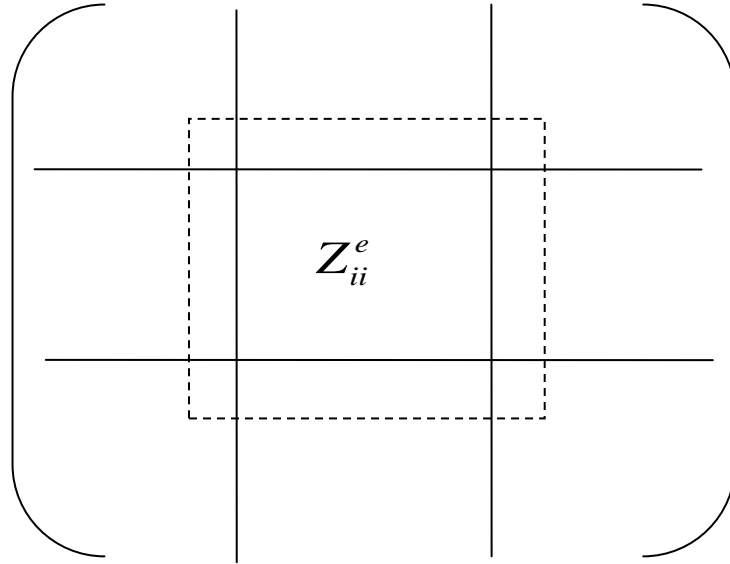


图 3.1 扩展子域划分显示图

### 3.1.1 CBFM-I 原理

#### (1) 初次基函数(PCBFs) $\mathbf{J}_i^P$

将  $M$  个子域各自作为一个单独的目标, 各子域激励源为初始的入射场, 这样可以构造出  $M$  个独立方程。通过上述方法求出的每个子域的初次基函数的方程为:

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^P = \mathbf{E}_i \quad (3.3)$$

式中  $\mathbf{Z}_{ii}^e$  表示扩展子域  $i$  的自阻抗, 矩阵维数为  $N_i^e \times N_i^e$ , 且  $N_i^e \ll N$ 。由于此时每个子域计算

的阻抗矩阵维数较小, 式(3.3)可以直接采用 LU 分解法计算, 避免了矩量法迭代求解产生的不收敛问题。通过上式计算, 可以得到  $M$  个子域的  $M$  个初次基函数。

## (2) 高次基函数(SCBFs) $\mathbf{J}_i^S$

假设  $\mathbf{J}_j^P$  为子域  $j$  的初次基函数, 分别将  $\mathbf{J}_j^P$  产生的散射场作为第  $i$  个子域的入射场, 第  $i$  个子域的高次基函数求解如下:

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^S = \mathbf{V}_i \quad (3.4)$$

$$\mathbf{V}_i = -\mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^P \quad (3.5)$$

由此可知, 每个子域有  $M-1$  个激励, 可以求出  $M-1$  个高次基函数, 求解过程中分两种情况:

(a) 扩展子域  $i$  和  $j$  之间有部分重叠, 为了避免重叠部分的重复计算, 要去除子域间的重叠部分。假设重叠部分的未知量为  $N_{ij}^e$  个, 则从  $\mathbf{Z}_{ij}$  和  $\mathbf{J}_i^P$  中去除重叠部分,  $\mathbf{Z}_{ij}$  维数就为  $N_i^e \times (N_j - N_{ij}^e)$ ,  $\mathbf{J}_i^P$  的维数为  $(N_j - N_{ij}^e) \times 1$ ;

(b) 扩展子域  $i$  和  $j$  没有重叠, 则  $\mathbf{Z}_{ij}$  维数为  $N_i^e \times N_j$ ,  $\mathbf{J}_i^P$  的维数为  $N_j \times 1$ 。

上述过程求出的初次基函数和高次基函数的电流系数都是加上扩展区域部分的, 因此要将这部分扩展区域的电流系数去掉。

## (3) 特征基函数系数求解

从上述过程中, 每个子域可以求出  $M$  个特征基函数, 即 1 个初次基函数和  $M-1$  个高次基函数。此外, 由于目标划分的随机多样, 通常情况下, 这些特征基函数都是线性无关的。最终的子域电流可以由这些特征基函数线性叠加而成:

$$\mathbf{J}_i = \sum_{k=1}^M a_i^k \mathbf{J}_i^k \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3.6)$$

目标体的最终电流为:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_i \\ \vdots \\ \mathbf{J}_M \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^M a_1^k \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^k \\ [0] \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} + \dots + \sum_{k=1}^M a_i^k \begin{bmatrix} [0] \\ \vdots \\ \mathbf{J}_i^k \\ [0] \end{bmatrix} + \dots + \sum_{k=1}^M a_M^k \begin{bmatrix} [0] \\ \vdots \\ [0] \\ \mathbf{J}_M^k \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

将式(3.7)代入式(3.2), 并在方程两边同乘  $\mathbf{J}_i^k$  的转置, 则得到一个  $M^2 \times M^2$  的缩减矩阵,

由于  $M^2 \times M^2$ ，大大减小了计算量。此时可以用 LU 分解法直接求解各子域特征基函数的系数，进而求出目标体的最终电流。

### 3.1.2 CBFM-II 原理

II 型的特征基函数法的构造原理是根据 Foldy-Lax 多径散射方程<sup>[42]</sup>。CBFM-II 在计算子域  $i$  上的表面电流时，其最终激励场是原始入射场加上除此子域外其他子域产生的散射场。初次特征基函数的求解与上节介绍的 I 型的特征基函数法相同，此时忽略其他子域对它的耦合作用。然后就计算一阶高次特征基函数，此时特征基函数的入射场由全部其他子域的初次基函数产生的散射场叠加得到，从而算出一阶高次特征基函数。相似的，可以求出更高阶的高次特征基函数。计算过程如下：

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^P = \mathbf{E}_i \quad (3.8)$$

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^{S^1} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^P \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^{S^m} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^{S^{m-1}} \quad (3.10)$$

假设计算到二阶高次基函数，总电流可以表示为：

$$\mathbf{J}_i = a_i\mathbf{J}_i^P + b_i\mathbf{J}_i^{S^1} + c_i\mathbf{J}_i^{S^2} \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3.11)$$

式中， $a_i, b_i, c_i$  为加权系数。将式(3.11)代入式(3.2)，可以得到：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1} & \mathbf{Z}_{M2} & \mathbf{Z}_{M3} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1\mathbf{J}_1^P + b_1\mathbf{J}_1^{S^1} + c_1\mathbf{J}_1^{S^2} \\ a_2\mathbf{J}_2^P + b_2\mathbf{J}_2^{S^1} + c_2\mathbf{J}_2^{S^2} \\ \vdots \\ a_M\mathbf{J}_M^P + b_M\mathbf{J}_M^{S^1} + c_M\mathbf{J}_M^{S^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

整理可得：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11}\mathbf{J}_1^P & \mathbf{Z}_{11}\mathbf{J}_1^{S^1} & \mathbf{Z}_{11}\mathbf{J}_1^{S^2} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M}\mathbf{J}_1^P & \mathbf{Z}_{1M}\mathbf{J}_1^{S^1} & \mathbf{Z}_{1M}\mathbf{J}_1^{S^2} \\ \mathbf{Z}_{21}\mathbf{J}_1^P & \mathbf{Z}_{21}\mathbf{J}_1^{S^1} & \mathbf{Z}_{21}\mathbf{J}_1^{S^2} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M}\mathbf{J}_1^P & \mathbf{Z}_{2M}\mathbf{J}_1^{S^1} & \mathbf{Z}_{2M}\mathbf{J}_1^{S^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1}\mathbf{J}_1^P & \mathbf{Z}_{M1}\mathbf{J}_1^{S^1} & \mathbf{Z}_{M1}\mathbf{J}_1^{S^2} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM}\mathbf{J}_1^P & \mathbf{Z}_{MM}\mathbf{J}_1^{S^1} & \mathbf{Z}_{MM}\mathbf{J}_1^{S^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ \vdots \\ a_M \\ b_M \\ c_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

在方程(3.13)左右两边分别乘上  $\mathbf{J}_i^P$ ,  $\mathbf{J}_i^{S^1}$  和  $\mathbf{J}_i^{S^2}$  的共轭转置, 得到一个  $3M \times 3M$  的缩减矩阵, 进而通过 LU 分解直接求出加权系数, 得到目标的表面电流。每个子域算到  $n-1$  阶高次基函数, 就可以求得  $n$  个特征基函数, 则缩减矩阵维数为  $nM \times nM$ 。由于  $nM \ll N$ , 计算量远小于矩量法计算。且  $nM < M^2$ , 则相对 I 型的特征基函数法, 缩减矩阵维数更小, 计算速度得到很大的提高。

### 3.1.3 需要讨论的问题

(1) 特征基函数法计算过程中用到的自阻抗矩阵, 由于要反复调用这个矩阵, 可以将自阻抗矩阵存储起来, 方便后面的调用, 节省计算时间。

(2) 在计算高次基函数时, 子域的入射场计算需要用到的互阻抗矩阵。如果计算阶数不多, 可以实时计算而不是先储存, 减少内存占用。如果计算阶数较高, 则可以事先存储, 避免反复计算时间的浪费。

(3) II 型的特征基函数法误差百分比计算公式为:  $\sqrt{\|\mathbf{V}^{inc} - \mathbf{Z}\mathbf{I}^{Tot}\|} / \sqrt{\mathbf{V}^{inc}} \times 100\%$ , 这种误差控制需要重新计算矩阵, 会浪费很多内存和时间。

## 3.2 自适应修正特征基函数法

综合上述两种特征基函数法, 国内学者提出了一种新型的特征基函数法, 就是自适应修正特征基函数法(AMCBFM)。这种算法原理与 CBFM-II 相似, 但是不同于 CBFM-II 在最后才计算块间耦合度, 在求解每个基函数时, 每次都计算一次块间耦合系数, 作为下阶高次基函数的入射场耦合系数。该算法在精度和计算阶数的控制上, 具有一定的优势。

### 3.2.1 AMCBFM 的原理与特点

初次基函数求解与上述两种算法相同，即：

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^P = \mathbf{E}_i \quad (3.14)$$

此时不考虑其它块产生的散射场，假设此时的总电流仅通过初次特征基函数计算得出：

$$\mathbf{J}_i = a_i^{(1)}\mathbf{J}_i^P \quad (3.15)$$

将此电流代入式(3.2)，得：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1} & \mathbf{Z}_{M2} & \mathbf{Z}_{M3} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{(1)}\mathbf{J}_1^P \\ a_2^{(1)}\mathbf{J}_2^P \\ \vdots \\ a_M^{(1)}\mathbf{J}_M^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

在方程两边同时乘上初次特征基函数  $\mathbf{J}_i^P$  的共轭转置，从而得到电流初次特征基函数的系数  $a_i^{(1)}$ ，将此系数向量作为二次电流的块间耦合系数。此时得到的总电流没有考虑子域之间的耦合性，并不准确，为了得到更准确的电流，继续计算高次基函数。

与 CBFM-II 相似，子域  $i$  的一阶高次基函数  $\mathbf{J}_i^{S1}$  的入射场是由除子域  $i$  外其他所有子域初次基函数产生的散射场叠加而成的。不同的是，此方法的初次基函数要乘以一个块间耦合系数  $a_i^{(1)}$ ，即：

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^{S1} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M |a_j^{(1)}| \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^P \quad i, j=1,2,3,\cdots,M \quad (3.17)$$

此时二次总电流由初次特征基函数与一阶高次基函数线性组合得到：

$$\mathbf{J}_i = a_i^{(2)}\mathbf{J}_i^P + b_i^{(2)}\mathbf{J}_i^{S1} \quad i=1,2,3,\cdots,M \quad (3.18)$$

将此电流代入式 (3.2)，得到：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11}\mathbf{J}_1^P & \cdots & \mathbf{Z}_{1M}\mathbf{J}_M^P & \mathbf{Z}_{11}\mathbf{J}_1^{S1} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M}\mathbf{J}_M^{S1} \\ \mathbf{Z}_{21}\mathbf{J}_1^P & \cdots & \mathbf{Z}_{2M}\mathbf{J}_M^P & \mathbf{Z}_{21}\mathbf{J}_1^{S1} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M}\mathbf{J}_M^{S1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1}\mathbf{J}_1^P & \cdots & \mathbf{Z}_{MM}\mathbf{J}_M^P & \mathbf{Z}_{M1}\mathbf{J}_1^{S1} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM}\mathbf{J}_M^{S1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^{(2)} \\ a_2^{(2)} \\ \vdots \\ a_M^{(2)} \\ b_1^{(2)} \\ b_2^{(2)} \\ \vdots \\ b_M^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

并在等式两边同时乘以  $\mathbf{J}_i^P$  和  $\mathbf{J}_i^{s^1}$  的共轭转置, 求出系数  $a_i^{(2)}$  和  $b_i^{(2)}$ , 从而求出二次电流。

类似的, 二阶的高次特征基函数表达式如下:

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^{s^2} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M |b_j^{(2)}| \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^{s^1} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, M \quad (3.20)$$

总电流为:

$$\mathbf{J}_i = a_i^{(3)}\mathbf{J}_i^P + b_i^{(3)}\mathbf{J}_i^{s^1} + c_i^{(3)}\mathbf{J}_i^{s^2} \quad (3.21)$$

如需计算更高阶基函数, 方法与上面相似。

此算法中, 每阶算出的特征基函数系数矩阵元素可以重复调用, 大大的减少了缩减矩阵元素求解的时间, 提高了计算效率。此外, AMCBFM 在精度控制方面较为便捷, 采用下式判断是否达到所需精度要求, 即:

$$esp = \left( \left\| \mathbf{J}^{Tot(n+1)} \right\| - \left\| \mathbf{J}^{Tot(n)} \right\| \right) / \left\| \mathbf{J}^{Tot(n+1)} \right\|_2 \quad (3.22)$$

此外, 最后形成的特征基函数系数矩阵维数为  $nM \times nM$ , 与 II 型的特征基函数相似, 也可以用 LU 分解直接求解。

### 3.2.2 需要讨论的问题

由于 CBFM-I 在内存占用和计算效率方面存在先天的不足, 主要讨论 AMCBFM 和 CBFM-II 的优缺点。在计算效率方面, 可以发现, 与 CBFM-II 相比 AMCBFM 的收敛速度较快, 这就使得在用 AMCBFM 分析问题, 基函数的计算阶数较少, 这更有利于缩减计算时间, 提高计算效率。

在误差控制方面, 由式(3.20)可以看出, 只需要将每一阶计算的表面电流与上一阶电流进行运算, 就能很快的得到误差, 因此与 CBFM-II 相比, AMCBFM 误差控制更便捷。

而在占用内存方面, AMCBFM 将目标体分成  $M$  块后, 自阻抗矩阵在计算初次基函数和高次基函数是会被反复调用。因此需要将其进行预先存储, 存储复杂度为  $O(\text{Max}(N_{av}^2) \times M)$ 。而在每一阶特征基函数系数求解时, 也需要存储特征基函数的缩减矩阵, 存储复杂度为  $O(nM \times nM)$ 。当  $nM \ll N^2$  时, AMCBFM 的内存的占用量远低于矩量法的内存存储量。

## 3.3 数值算例

前面几节介绍了 CBFM-I, CBFM-II 和 AMCBFM 三种特征基函数法, 这三种算法都



可以在一定程度上减小阻抗矩阵的大小和计算内存，从而加快计算效率。由于 CBFM-I 在计算效率和计算内存方面存在先天的不足，因此接下来主要讨论 CBFM-II 和 AMCBFM 计算目标体电磁散射特性的优缺点。

### 3.3.1 算例分析

算例 1：分析了一个导体圆柱的电磁散射特性。圆柱体的半径  $r = 0.5\text{ m}$ ，高  $h = 4\text{ m}$ 。入射波为频率 300MHz 的平面波，方向为  $\theta_i = 0^\circ, \varphi_i = 0^\circ$ ，散射角方向为  $\theta_s = 0^\circ \sim 180^\circ, \varphi_s = 0^\circ$ 。对其进行三角单元剖分，公共边为 4362 个，用矩量法对其分析计算，得到导体圆柱的双站 RCS。用矩量法计算时间为 2832s。将圆柱体划分为 4 个子域，各个子域的未知量个数分别为：1165, 884, 860 和 1207。分别采用 CBFM-II 和 AMCBFM 计算，两种算法都计算到二阶高次电流，从而求出各个子域的表面电流，得到双站 RCS。由计算结果可知，CBFM-II 的计算时间为 825s，AMCBFM 的计算时间 817s。将矩量法，CBFM-II 和 AMCBFM 的计算结果进行对比，结果如下图 3.3 所示。

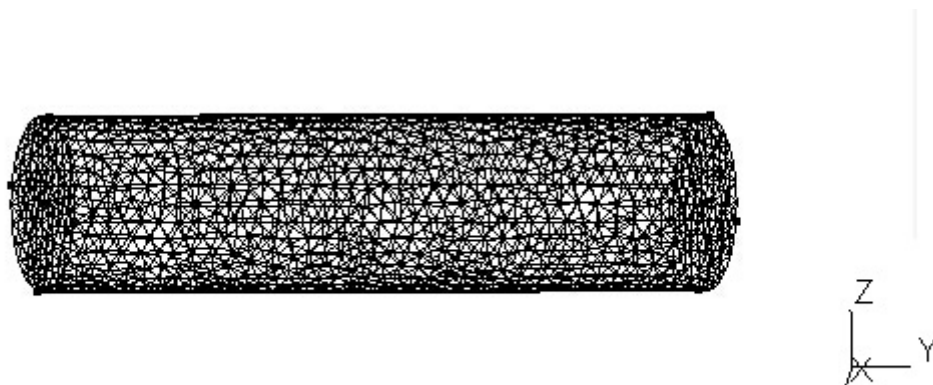


图 3.2 导体圆柱三角剖分图

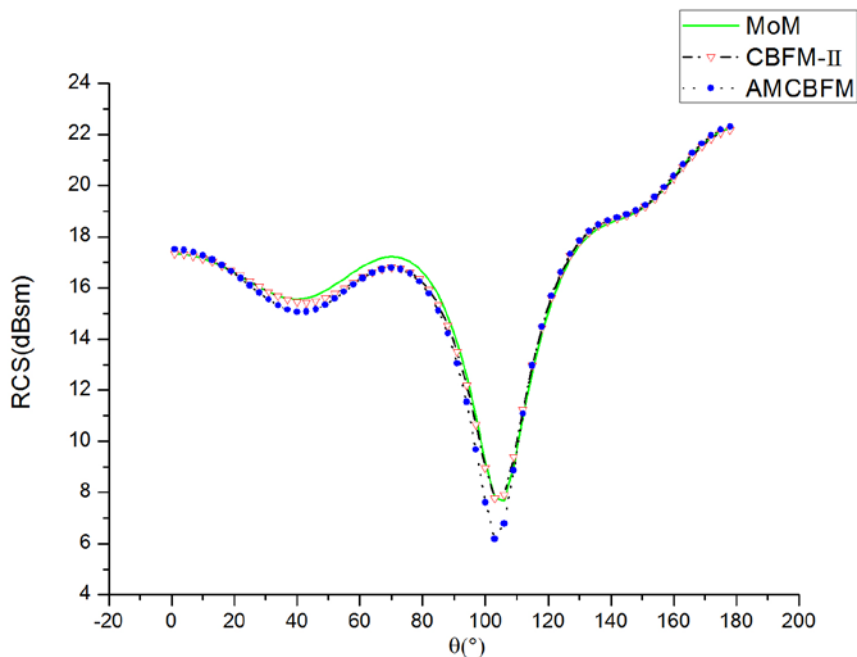


图 3.3 导体圆柱的 RCS

从图中可以看出,在选择相同计算阶数时, CBFM-II 和 AMCBFM 的计算时间相差无几,并不能体现太多优势。但是在两种算法都计算到二阶高次电流时, AMCBFM 的曲线比 CBFM-II 更接近矩量法计算值, AMCBFM 的精度更高。而 CBFM-II 如果要得到和 AMCBFM 相同的精度结果,必然要计算更高阶的电流,这就必然会增加计算时间。故 AMCBFM 在一定精度要求下,比 CBFM-II 更高的计算效率。因此,接下来的多尺度目标电磁散射特性研究采用 AMCBFM 为基础算法。

算例 2: 计算了一个理想导体的导弹模型的电磁散射特性,如图 3.4 所示。导弹的长为 7.8m,导弹主体的最大半径为 0.8m,含有四个小尺度机翼和四个小尺度尾翼,导弹主体方向为 y 轴方向。入射波为平面波,入射波频率为 300MHz。入射场为  $\theta$  极化,散射角方向为  $\theta_s = 0^\circ \sim 180^\circ, \varphi_s = 0^\circ$ 。导弹表面被剖分成 10254 个未知量,对其用矩量法进行分析,计算时间是 4425s。随后将模型分成 492 个子域,用自适应修正特征基函数法进行计算,此时计算时间 428s。矩量法和自适应修正特征基函数法计算得出的 RCS 对比图如图 3.5 所示。从图中可以发现,在分析大型多尺度目标的电磁散射特性时,自适应修正特征基函数法虽然在精度方面有一定的牺牲,但仍在可接受范围内。相应的,自适应修正特征基函数法的计算时间不足矩量法的十分之一,计算时间大大减少了,计算效率得到很大的提高。但是多尺度目标分析时,将目标分成了过多的子域,这在一定程度上增大了系数矩阵的维数,增加了计算时间,

因此在这方面仍需一种新的方法改进。

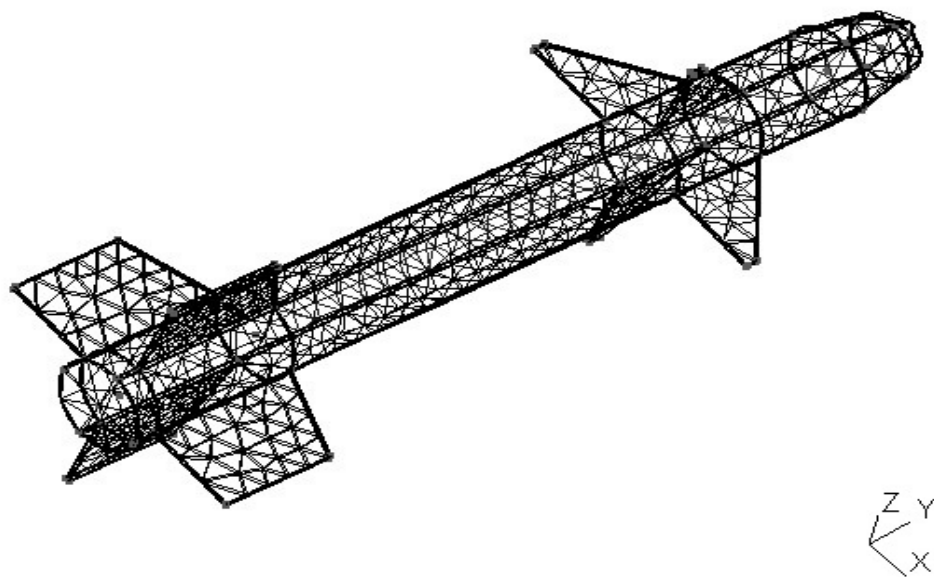


图 3.4 理想导体的导弹模型

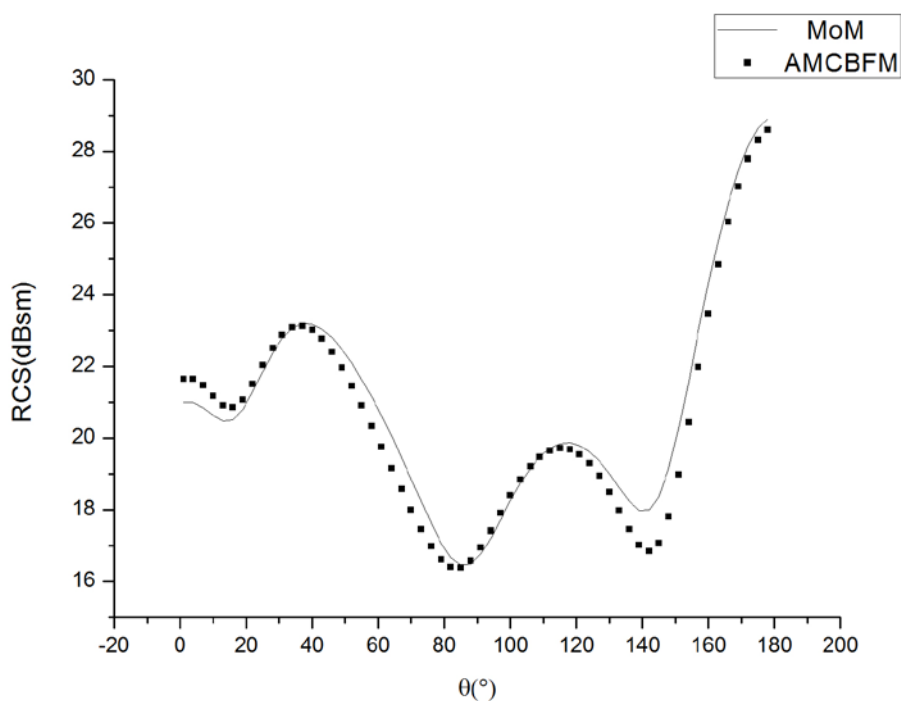


图 3.5 矩量法与 AMCBFM 的导弹 RCS

从图 3.3 可以看出, 采用自适应修正特征基函数法计算到二阶高次基函数的误差就可以控制在 $10^{-2}$ 这个数量级, 并且随着高次基函数计算阶数的增加, 误差还会更小。而计算时间却得到了大大的减少, 可以说是在保证了精度的基础上, 提高及多尺度目标电磁散射分析的计算效率。AMCBFM 很适于分析多尺度问题。

3.3.2 效率分析

从上小节中的两个算例中可以看出，CBFM-II 和 AMCBFM 都可以完成对多尺度目标电磁散射特性的高效分析，各有优缺点。但这只是对目标表面电流计算效率完成了初步的提高，在计算过程中仍有许多可以优化的地方。计算过程中为消除边界电流不连续问题而选择的扩展子域的尺寸，特征基函数的计算阶数和目标的子域划分数，都会影响计算效率。因此这些参数的选取，都是值得分析和讨论的地方。

下面主要以 AMCBFM 为主，研究 AMCBFM 分析导体圆柱体和导弹模型时，计算阶数与子域划分数选择的注意点。分别统计计算过程中初次基函数，高次基函数和求解基函数系数等模块所需的时间。结果如下表 3.1 所示。

表 3.1 AMCBFM 各模块计算时间

模块计算时间	算例 1	算例 2
总时间	817s	428s
初次基函数	267.56s	37.56s
一阶高次基函数	140.29s	19.45s
二阶高次基函数	139.84s	16.21s
初次基函数系数	1.45s	15.29s
一阶高次基函数系数	3.64s	57.63s
二阶高次基函数系数	5.67s	146.62s

从表中可以发现，当子域划分数较少时，主要的计算时间是用在初次基函数和高次基函数上，对系数矩阵的求解时间很少。这就要求我们增加分块个数。随着分块数的增加，每个子域的未知量会减少，则基于矩量法计算的初次基函数和高次基函数的计算时间都会减少，AMCBFM 的计算效率会得到提高。但是，分块数的增加，会增加系数矩阵维数，使得系数矩阵的求解时间增大。因此分块数不能无限增加，是有一定限制的。这使得特征基函数法的计算效率的提高受到了制约，为了继续减少特征基函数的求解时间，就要增加子域个数。从表 3.1 中算例 2 的各模块计算时间可以看出，当分块数很多时，基函数系数矩阵求解时间远大于特征基函数求解，这也是不利于计算效率提高的。从 AMCBFM 原理也可以看出，系数矩阵

维数  $nM \times nM$ ，随着分块数  $M$  的增加，计算时间也会增加。因此特征基函数求解对子域的划分数，要找一个最优点。此时，为了在这基础上提高这个最优点，就需要就基函数构造方式进行改进，使得目标可以分更多的子域，同时基函数系数矩阵的维数也可以控制在一定的范围内。

此外，从表 3.1 还可以发现，每增加一次高次基函数的计算阶数，就会相应的增加一定的计算时间。在使用 AMCBFM 分析目标时，随着基函数阶数的增加，误差不会无限制的减少，当基函数计算阶数达到 3-4 阶时，计算误差就已经很小了，再增加基函数阶数误差的降低已经很微弱了。而且从 AMCBFM 的求解原理可以知道，求解过程中系数矩阵的维数是  $nM \times nM$ ，存储复杂度是  $O(nM \times nM)$ ， $n$  就是指基函数阶数。也就是说，基函数计算阶数越小，系数矩阵求解速度越快，内存占用越小。因此，在使用 AMCBFM 计算目标电磁散射特性时，在保证满意的计算精度要求下，应该尽可能的减少基函数计算阶数，以达到提高计算效率的结果。而 AMCBFM 比 CBFM-II 能更快的达到精度要求，基函数计算的阶数通常更小，这是 AMCBFM 的计算优势。

综上所述可以看出，使用特征基函数法计算目标电磁散射特性时，要选取合适的计算阶数和分块数，以达到计算效率的最优。

### 3.3.3 内存分析

上节分析了特征基函数法计算阶数和分块数选取对计算时间的影响，本文进一步分析特征基函数内存占用情况。特征基函数法在计算过程中，一些参量会重复调用，如果将参数事先存储，则内存占用会增大；如果实时计算这些参数，则计算时间会大幅增加，计算效率和内存占用需要找到一个最优方案。为了使自适应修正特征基函数法能够获得最优的计算效率和计算内存，对本章算例 1 中的导体圆柱内存占用情况进行进一步分析。

从式(3.14)~(3.20)可以看出，自适应修正特征基函数法计算过程中，涉及重复调用的变量有  $\mathbf{Z}_{ii}$ ， $\mathbf{Z}_{ij}$ ， $\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^p$  和  $\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^{sl}$  等。下面分析算例 1 中这些变量的计算时间与内存占用情况，寻找较优的计算方案。

采用矩量法计算算例 1 时，满矩阵的内存占用为  $290M$ ，而采用自适应修正特征基函数法计算时总的内存占用较矩量法有所增加。自适应修正特征基函数法计算过程中重复调用变量占用内存和计算时间情况如表 3.2 所示。

表 3.2 AMCBFM 计算过程中变量占用内存与计算时间

变量	占用内存	计算时间
$\mathbf{Z}_{ii}$	64M	106.81s
$\mathbf{Z}_{ij}$	186M	260.16s
$\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^P$	2M	1.05s
$\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^{S^1}$	2M	0.98s

从表 3.2 可以看出, 尽管  $\mathbf{Z}_{ii}$ ,  $\mathbf{Z}_{ij}$  占用内存较大, 但是相对计算时间更多, 而且特征基函数法计算过程中, 这些变量会反复调用多次。因此, 在硬件环境符合条件的基础上, 将这些变量进行存储, 方便后续计算调用, 节省计算时间。而  $\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^P$  和  $\mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^{S^1}$  的计算时间较短, 这些变量不用提前存储, 可以在每次需要时进行计算, 优化代码复杂度。

除了这些变量的存储优化, 系数矩阵的存储复杂度是  $O(nM \times nM)$ 。根据式 (3.22), 在保证满意的计算精度条件下, 尽可能选择较少的计算阶数, 减少系数矩阵的计算时间和占用内存量。

### 3.4 本章小结

本章进一步介绍了特征基函数, 分别介绍了三种不同的特征基函数。这三种特征基函数法都是根据区域分解的原理, 将目标体分成多个子域, 然后考虑不同子域间的耦合性, 从而求出导体目标的表面电流。并且由于特征基函数都是基于矩量法计算的, 理论上可以用来计算任意形状的目标体。

通过数值算例可以看出, 这三种特征基函数法都能够得到较精确的计算结果, 其中 AMCBFM 具有很大的优势。AMCBFM 降低了内存的需求, 并且在一定精度要求下, 较另外两种算法, 减少了计算阶数, 加快了计算速度。此外, AMCBFM 由于每阶都会计算出一个子域电流, 因此在精度控制方面较为方便快捷。尽管特征基函数法是一种近似的求解算法, 但是从上面的分析结果可以看出, 特征基函数法已具有一定的计算精度。其中 AMCBFM 计算时间和误差控制方面又具有优势。

最后用 CBFM-II 和 AMCBFM 计算了一个大型多尺度模型的电磁散射特性, 分析了一个

导弹模型。这两种算法相对矩量法计算效率都得到了很大的提高，但是仍有很大的提升空间。对于采用特征基函数法进行多尺度目标分析，可以通过改进特征基函数构造来将其加速，进一步提高计算效率。

## 第四章 多层自适应修正特征基函数法

特征基函数法在计算大尺度目标散射特性时,由于子域的划分,降低了阻抗矩阵尺寸。通过将电大尺寸问题分解为小尺寸问题,节省了内存,提高了求解速率,同时又能保证较好的精度。此外,与其他特征基函数法相比,AMCBFM在误差控制方面具有一定的优势,因此本文对自适应修正特征基函数进行研究。在计算多尺度目标散射特性时,如果小尺度部分数目较多,且彼此分散,特征基函数很难高效的捕捉到小尺度特性。特征基函数法的改进主要在三个方面:特征基函数构造,缩减矩阵结构和加快矩阵求解。从这三个不同的角度出发,国内外学者先后提出了多种改进算法加快计算效率。

针对特征基函数构造方面,本文提出了多层自适应修正的特征基函数法,该方法能更有效的应用特征基函数法分析多尺度目标的电磁散射特性。多层自适应修正特征基函数法通过对含小尺度的部分多层展开,根据尺度大小选择各子域的剖分精度,更好的捕捉到小尺度部分电磁散射特性。

### 4.1 多层自适应修正特征基函数法

随着数值算法在计算电磁场领域的广泛应用,国内外学者提出了多种不同的高效算法。以多层快速多极子算法为代表的多层算法是如今的一大研究方向。为了高效的分析多尺度目标,本文将自适应修正特征基函数法与多层算法相结合,提出了多层自适应修正特征基函数法(ML-AMCBFM)。该方法采用多层形式分析多尺度目标,提高计算效率。

#### 4.1.1 多层自适应修正特征基函数法原理

多层自适应修正特征基函数法首先按多尺度目标的尺度特性,将目标分成 $M$ 个子域,并且尽量将小尺度部分放于同一子域,这实现的目标子域的第一层划分。然后再将含小尺度部分的子域按尺度特性分成 $N$ 个小子域,进行第二层的划分,以此类推,将目标划分成多层子域形式。按照不同尺度特性,选择不同的层级计算。最后将每个小子域按基函数划分成若干个网格并采用矩量法求解。示例如图4.1所示。



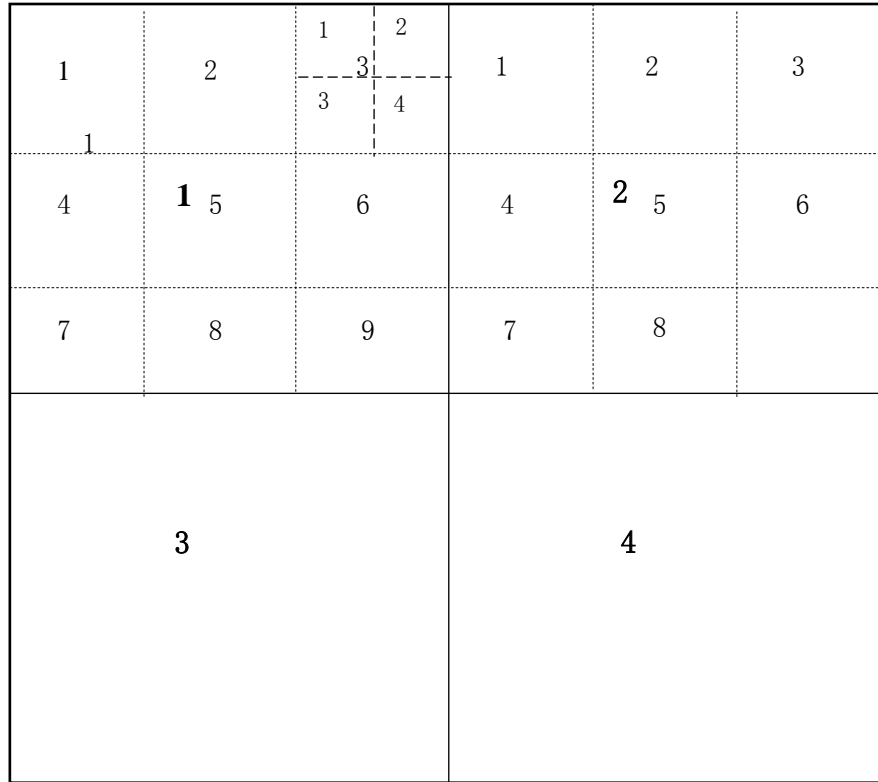


图 4.1 多层修正特征基函数法子域划分

图中将特征基函数扩展为三层<sup>[57]</sup>。首先将计算目标按目标特性分为 4 ( $M=4$ ) 个子域。假设子域 1 和子域 2 中含小尺度部分, 按目标的多尺度特性, 将子域 1 和子域 2 再分成 9 ( $N=9$ ) 个子域, 用  $i\{k\}$  来表示第一层中第  $i$  个子域中的第  $k$  个子域。假设  $1\{3\}$  中含有更小尺度目标, 将它再次分成 4 个第三层的小子域。类似的, 按目标体的尺度特性, 将其不断细分。

假设将目标体分为两层, 每层都采用 AMCBFM 计算, 都要计算到二阶高次特征基函数, 感应电流求解过程如下:

#### (1) 第一层总电流

根据目标尺度特性, 第一层不考虑小尺度部分特性, 对目标体剖分。按前述 AMCBFM 求出第一层各子域的总电流  $J_i$ :

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^P = \mathbf{E}_i \quad (4.1)$$

$$\mathbf{J}_i = a_i^{(1)}\mathbf{J}_i^P \quad (4.2)$$

将此电流代入式(3.2), 并在方程两边同时乘上初次特征基函数  $\mathbf{J}_i^P$  的共轭转置, 从而得到电流初次特征基函数的系数  $a_i^{(1)}$ , 将此系数向量作为二次电流的块间耦合系数。

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^{S^1} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \left| a_j^{(1)} \right| \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^P \quad i, j=1, 2, 3, \dots, M \quad (4.3)$$

此时二次总电流由初次特征基函数与一阶高次基函数线性组合得到:

$$\mathbf{J}_i = a_i^{(2)}\mathbf{J}_i^P + b_i^{(2)}\mathbf{J}_i^{S^1} \quad i=1, 2, 3, \dots, M \quad (4.4)$$

将此电流代入式(3.2), 并在等式两边同时乘以  $\mathbf{J}_i^P$  和  $\mathbf{J}_i^{S^1}$  的共轭转置, 求出系数  $a_i^{(2)}$  和  $b_i^{(2)}$ , 从而求出二次电流。

类似的, 二阶的高次特征基函数表达式如下:

$$\mathbf{Z}_{ii}\mathbf{J}_i^{S^2} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \left| b_j^{(2)} \right| \mathbf{Z}_{ij}\mathbf{J}_j^{S^1} \quad i, j=1, 2, 3, \dots, M \quad (4.5)$$

$$\mathbf{J}_i = a_i^{(3)}\mathbf{J}_i^P + b_i^{(3)}\mathbf{J}_i^{S^1} + c_i^{(3)}\mathbf{J}_i^{S^2} \quad (4.6)$$

这个电流就是目标的第一层总电流。这个电流对于目标体平滑规则的部分, 已可以作为其表面电流值了。但是对于含有复杂多变的小尺度目标部分, 这个电流的误差还是很大的, 因此需要将其继续划分二次子域, 得到更精确的电流。

## (2) 第二层总电流

明显可以看出, 在计算二层子域电流时, 将子域  $i$  看成一个独立的目标体。此时二层小子域  $i\{k\}$  的初始激励场可由初始入射场和除子域  $i$  外其他所有子域第一层总电流产生的散射场叠加而成, 即

$$\mathbf{Z}_{i\{k\}i\{k\}}\mathbf{J}_{i\{k\}}^P = \mathbf{E}_{i\{k\}} - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{i\{k\}j}\mathbf{J}_j \quad (4.7)$$

$$\mathbf{J}_{i\{k\}} = a_{i\{k\}}^{(1)}\mathbf{J}_{i\{k\}}^P \quad (4.8)$$

式中,  $i, j=1, 2, 3, \dots, M; k=1, 2, 3, \dots, N$ 。可以根据前述自适应特征基函数法分别求出二层小子域  $i\{k\}$  的特征基函数  $\mathbf{J}_{i\{k\}}^P$ ,  $\mathbf{J}_{i\{k\}}^{S^1}$  和  $\mathbf{J}_{i\{k\}}^{S^2}$ , 则总感应电流为:

$$\mathbf{J}_{i\{k\}} = a_{i\{k\}}^{(3)}\mathbf{J}_{i\{k\}}^P + b_{i\{k\}}^{(3)}\mathbf{J}_{i\{k\}}^{S^1} + c_{i\{k\}}^{(3)}\mathbf{J}_{i\{k\}}^{S^2} \quad (4.9)$$

如需计算更高层的小子域, 方法与上述过程相似。

### 4.1.2 需要讨论的问题

目标体分层后, 每层采用自适应修正特征基函数法计算, 计算过程中处理每一次的特征基函数系数矩阵时, 对要反复调用的数组, 要进行提前存储, 便于后面的再次调用, 减少计

算时间。

该方法中目标体分层剖分，大尺度平滑部分可以选择较大剖分尺寸，小尺度部分需要增加剖分密度保证求解精度。因此第一层可以在保证大尺度部分精度的情况下，剖分的较为稀疏，以减少计算量。第二层的子域进行剖分时，剖分尺寸较小，并且随着层数的增加，剖分尺寸不断减小，使得小尺度部分得到较高的精度。

此外，大尺度平滑部分由于剖分网格很大，不需要对其进行进一步的子域划分，直接将该层计算的表面电流作为最终电流。而对含有小尺度部分的子域，再进行下一步的子域划分，计算层数较多。

每层使用自适应修正特征基函数法计算，可以根据精度要求，选择计算阶数。由于在每层计算中，初始激励场由原始入射场和上一层计算得到的总电流构成，因此每层的计算误差要尽可能小，以避免每层计算的误差累积造成的目标表面电流的不准确。

## 4.2 多尺度目标

物质世界中，跨长度和跨层次现象随处可见。该现象中相应的多尺度离散性与耦合性可以说是物质世界的基本本质之一<sup>[46]</sup>。针对工程中的多尺度现象，需要寻找一种统筹方法，实现小尺度微观模型与宏观模型直接的有效连接<sup>[47]</sup>。通过高效算法，使小尺度精细部分可以自然包含于宏观模型，在一定程度上实现计算精度和计算代价之间的平衡点。在电磁学领域中有许多的多尺度模型，常见的多尺度目标有导弹，飞机，航母等。这些目标整体尺寸很大且大部分是平滑的，但是也包含了大量小尺度细节，为了能高效的捕捉这些小尺度部分的电磁散射特性<sup>[48]</sup>，需要研究新的算法。以上目标多是规则不变的，还有一类多尺度目标是包含大量随机变化小尺度部分的，常见的有海平面、粗糙地面等。这些多尺度目标的尺度特性往往会随着外界因素变化，小尺度分析更为复杂。本文主要还是分析飞机等规则的多尺度目标的电磁散射特性。

### 4.2.1 多尺度问题

现代工程应用中，对多尺度目标体分析其电磁散射特性时，虽然大尺度部分的尺寸往往会达到几十甚至几百个波长大小，而小尺度部分的尺寸仅仅只有几个波长，甚至更小。这个影响看似可以被忽略，但是小尺度部分数量规模往往很大，这使得微观小尺度对宏观大尺度的影响通常很大<sup>[48]</sup>，不可以被忽略。

为了能捕捉这些小尺度部分的特性,如果整个目标都使用较小的剖分网格,就会产生大量的未知量,形成一个尺寸很大的满矩阵,计算量很大;如果对多尺度结构中的平滑结构部分使用较大的剖分网格,而精细结构部分为了捕捉小尺度特性而增加剖分密度,这样不均匀的剖分方式,会形成病态矩阵,会在求解中出现收敛慢,甚至不收敛的问题<sup>[49]</sup>。因此,采用一个高效算法分析多尺度问题是很迫切的研究课题。

多尺度问题的分析主要在两个方面:多尺度分离和多尺度耦合<sup>[50]</sup>。因此多尺度散射高效算法主要有两种分类:一种是离散化分解法,例如多重网格法<sup>[51]</sup>,有限元法<sup>[52]</sup>和自适应算法<sup>[53]</sup>等;另一种是多尺度耦合方法,例如积分方程区域分解法和特征基函数法<sup>[41]</sup>。这两种算法都是根据区域分解的基本原理,采用不同的耦合机制,实现多尺度模型的离散与耦合<sup>[54]</sup>,快速准确的得到多尺度模型的电磁散射特性。

#### 4.2.2 特征基函数法分析多尺度问题

在众多的多尺度分析算法中,本文采用特征基函数法分析问题。特征基函数法是基于矩量法的一种高效算法,由于矩量法的计算精度高,且适合分析任意形状大型目标的电磁散射特性。而特征基函数法则是通过将目标划分为多个小块,每个小块可单独求解,同时充分的考虑到这些小块间的耦合作用,实现目标的离散与耦合过程<sup>[55]</sup>。特征基函数法由于以下几点适合于分析多尺度问题:

- (1) 用 RWG 基函数构建特征基函数,而 RWG 基函数具有很强的物理模型模拟能力,这使得特征基函数法可以分析任意形状的目标。
- (2) 矩阵阶数可以通过子块大小自由控制,可以实现小尺度和大尺度部分的分别高效求解。
- (3) 目标体划分成小子域后,子域间相互的耦合作用可以直接体现在构造的特征基函数上。

### 4.3 数值算例

为了验证本文提出的改进特征基函数法对于多尺度目标计算的准确性与高效性,应用该方法分别计算了一个金属长方体和一个结构复杂的金属导弹的散射特性。

#### 4.3.1 算例 1

计算一个理想导体长方体的电磁散射特性,如图 4.2 所示。尺寸为  $4\lambda \times 0.5\lambda \times 0.5\lambda$ 。入射波频率为 300MHz,方向为  $\theta_i = 0^\circ, \varphi_i = 0^\circ$ ,散射角方向为  $\theta_s = 0^\circ \sim 180^\circ, \varphi_s = 0^\circ$ 。表面剖分为

11310 个未知量, 使用矩量法计算, 计算时间为 5870s。将导体长方体分为 144 个子域, 分别用自适应修正特征基函数法和多层自适应修正特征基函数法计算其双站 RCS, 计算结果如图 4.5。AMCBFM 的计算时间为 305s, 而 ML-AMCBFM 的计算时间仅仅只有 159s。

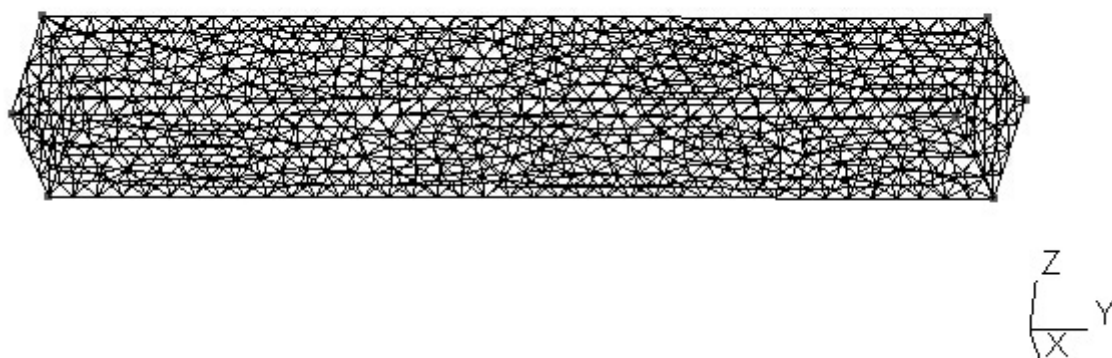


图 4.2 长方形导体剖分图

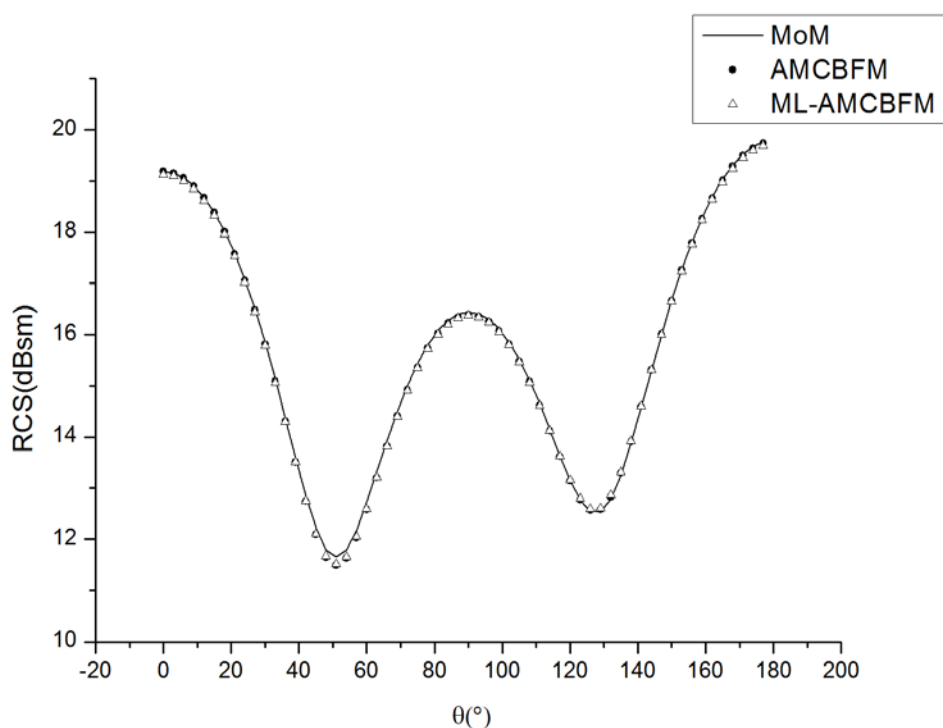


图 4.3 金属长方体的 RCS

从图中可以看出 ML-AMCBFM 损失的精度很少, 基本与矩量法和自适应修正特征基函数法结果吻合, 但是计算时间却只有 AMCBFM 的一半, 不足矩量法的二十分之一, 且随着分块数的增加, 效率提高的幅度会更大。从计算结果可以看出, ML-AMCBFM 在计算电大尺

寸目标电磁散射特性时效果非常好，下面继续用多尺度目标分析，验证 ML-AMCBFM 分析大型多尺度目标电磁散射特性的效果。

### 4.3.2 算例 2

计算了一个理想导体的导弹模型的电磁散射特性，导弹目标参量与上一章的算例 2 相同。同样的，导弹表面被剖分成 10254 个未知量，对其用矩量法进行分析。将模型分成 492 个子域，分别自适应修正特征基函数法和多层自适应修正特征基函数法计算其双站 RCS，其中 ML-AMCBFM 计算时子域分为三层计算，计算结果如图 4.5 所示。矩量法计算时间为 4425s，自适应修正特征基函数法用时为 428s，而多层自适应修正特征基函数法仅用时 239s。

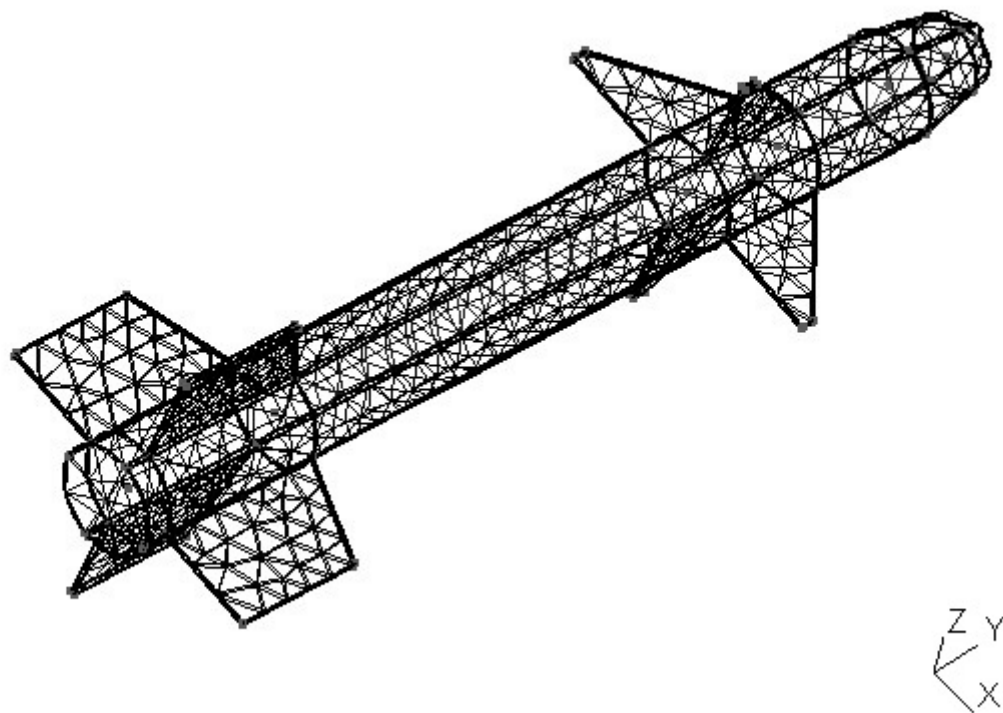


图 4.4 理想导体的导弹模型

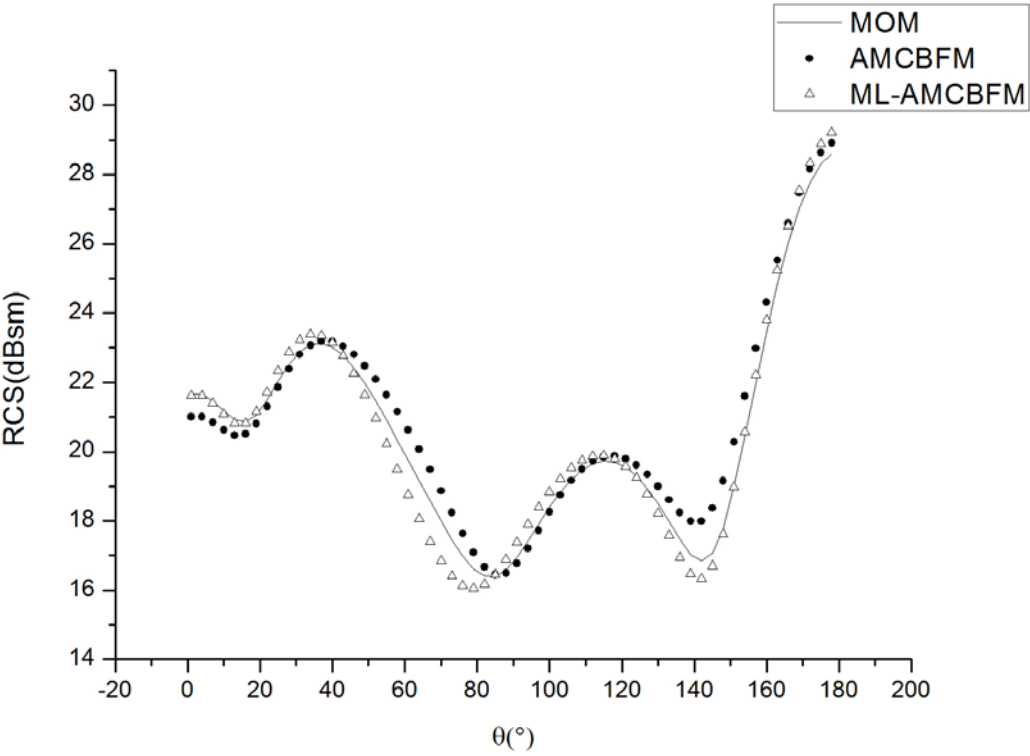


图 4.5 导弹模型三种算法 RCS

从图中可以看出，ML-AMCBFM 在计算多尺度目标电磁散射特性时，误差在可接受的范围内，而计算时间只有矩量法的近二十分之一，计算效率得到极大的提升。而且如果小尺度目标尺寸相比大尺度部分更小，多尺度目标体剖分精度更小，剖分的未知量更多，计算时间的减小幅度更大，ML-AMCBFM 的计算效果会更好。

从图中可以看出，ML-AMCBFM 仅比 AMCBFM 算法的误差相差无几，甚至有的散射角度的误差还要还要小一点。这说明了 ML-AMCBFM 的分析效果很好，只牺牲了很小的精度，就将计算时间减少了一半。此外，还可以看出，ML-AMCBFM 在小尺度部分分析的误差比 AMCBFM 更小，ML-AMCBFM 是分析多尺度目标电磁散射特性的高效算法。

表 4.1 计算时间比较

算例	MoM	AMCBFM	ML-AMCBFM
算例 1	5870s	305s	159s
算例 2	4425s	428s	239s

从表 4.1 可以看出多层自适应修正特征基函数法在保证必要的精度前提下，较前两种方

法减少了计算时间，算法是有效的。

## 4.4 本章小结

本章以自适应修正特征基函数法为基础，拓展提出了多层自适应修正的特征基函数法。在分析多尺度目标的电磁散射特性时，该方法根据目标不同部分的尺度特性，将子域进行多层划分，提高计算效率。通过将大尺度平滑部分选取层级较少，而小尺度突变部分选取较高层级，分情况计算多尺度目标不同的部位。

首先介绍了电磁工程领域中常见的几种多尺度问题，并详细阐述了解决多尺度问题的主要研究思路与可能遇到的研究难点。然后根据多尺度目标研究的特性，通过将自适应修正的特征基函数法的基函数构造过程的改进，提出了多层自适应修正的特征基函数法用于分析电磁散射领域中的多尺度问题。

通过算例分析发现，采用多层自适应修正特征基函数法的计算精度牺牲很小，而计算效率得到了很大的提高。此外，该方法对多尺度目标的小尺度部分的电磁散射特性捕捉快而准，很适合于分析多尺度目标的电磁散射特性。



## 第五章 总结与展望

高效算法一直是计算电磁领域的研究热点,对于多尺度目标体的电磁散射问题,除了对硬件的匹配要求,还要在算法上有所突破,这样才能充分发挥软硬件优势。本文对基于 Foldy-Lax 多径散射方程的特征基函数法进行探索,针对电磁工程中的多尺度目标问题,提出了一种改进的特征基函数法,就是多层自适应修正特征基函数法。该方法基于积分方程的区域分解,通过将目标分块,实现多尺度目标离散与耦合。

首先,本文详细介绍了 CBFM-I, CBFM-II 和自适应修正特征基函数法三种不同的特征基函数法的基本原理,并采用多个算例进行对比分析。通过算例,根据这三种特征基函数法的计算时间和计算精度等特性,总结出了这三种算法在计算不同目标体的优缺点。此外,对特征基函数法分析目标体电磁散射特性时变量的计算时间和占用内存进行了研究,分析特征基函数法子域划分块数和计算阶数的最优选择情况。

然后,对于较多分块数的情况,在自适应修正特征基函数上对特征基函数构造进行改进,提出了将特征基函数法实现多层分级,大大加快了目标体电磁散射问题分析的效率。该方法与 CBFM-II 和自适应修正特征基函数法就计算精度和计算效率进行对比分析,在牺牲较少计算精度的条件下,大大提高了算法的计算效率。

最后将提出的多层自适应修正特征基函数法应用到多尺度目标问题的分析中。为了分析多尺度目标的电磁特性,由特征基函数法分块实现了多尺度的离散,而特征基函数的构造过程实现了多尺度的耦合,十分适合于分析多尺度问题的电磁散射问题。此外,还分析了特征基函数法分析多尺度问题的优缺点。

当然,上述工作才是阶段性的开展,然存在不足和值得改进的方面。总的来说,接下来仍需在下面几方面进行探索分析:

(1) 本文研究的多尺度模型只是导体目标,如何将研究方法扩展介质、涂层介质、介质和导体混合目标是一个值得研究的问题。

(2) 特征基函数法是基于区域分解的,此方法天然适合于计算机并行算法的实现,可以进一步采用并行算法动态的分配数据来分析目标,这也可以极大的利用已有硬件设备,实现计算效率的提高。

(3) 多层自适应修正特征基函数法采用了简单的 RWG 基函数,如何就使用其他高效的基函数也是可以改进的地方。

(4) 此算法只是对特征基函数的构造进行了改进,如何缩减矩阵结构和矩阵求解也是值得研

究的课题。如可以将特征基函数法与快速多极子、FFT 和等效偶极子等算法结合起来加快矩阵填充和计算。

最后由于本人能力及时间有限，论文中仍存在不足和错误的地方，望各位老师和同学加以指正。

## 参考文献

- [1] 王仲根. 改进特征基函数法及其在电磁散射中的应用[D]. 合肥:安徽大学: 孙玉发, 2014.
- [2] 陈如山, 李猛猛. 多尺度问题电磁特性叠层矩量法分析[J]. 微波学报, 2013, 29(5): 65-68.
- [3] PAN Xiao-min, WEI Jian-gong, PENG Zhen, et al. A fast algorithm for multiscale electromagnetic problems using interpolative decomposition and multilevel fast multipole algorithm[J]. Radio Sci, 2012, 47(RS1011): 1-11.
- [4] WEI Jian-gong, PENG Zhen, LEE Jin-fa. A hierarchical multi-level fast multipole method for wideband multiscale electromagnetic wave scattering from non-penetrable targets in R3[J]. IEEE APSURSI, 2012, 10: 1-2.
- [5] Mittra R. A look at some challenging problems in computational electromagnetics[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2004, 46(5):18-32
- [6] Peterson A F, Ray S L, Mittra R. Computational Methods for Electromagnetics[M]. New York: IEEE Press,1998.
- [7] Born M, Wolf E. Principle of optics, Oxford: Pregamon, 6<sup>th</sup> Edition, 1980.
- [8] Adachi S. The nose-on echo areas of axially symmetric thin bodies having sharp apices[J]. Proceedings of the IEEE, 1965, 53(8):1067-1068.
- [9] Keller J B, Geometrical theory of diffraction. J. Opt. Soc. Amer. 1962,52: 116-130.
- [10] Bouche D P, Bouquet J J, Manenc H, Mittra R. Asymptotic computation of the RCS of low observable axisymmetric objects at high frequency. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on. 1992, 40(10):1165-1174.
- [11] Mentzer J W. Scattering diffraction of Radio Wave[M]. New York: Pergamon, 1955
- [12] Harrington R F. Field computation by Moment Methods[M]. New York: Macmillan,1968.
- [13] 韩国栋. 基于特征基函数的高效算法及其在电磁散射中的应用[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2008.
- [14] Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1982, 30(5): 409-418.
- [15] 徐鹏. 快速数值算法对大尺度散射问题的研究[D]. 武汉大学: 柯亨玉, 朱国强, 2005.
- [16] Zhen Peng, Lim Kheng-hwee, Lee Jin-fa. A discontinuous galerkin surface integral equation method for electromagnetic wave scattering from nonpenetrable targets[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2013, 61(7): 3617-3627.
- [17] Chen X, Niu Z, Li Z. A Hybrid Fast Dipole Method and Adaptive Modified Characteristic Basis Function Method for Electromagnetic Scattering from Perfect Electric Conducting Targets[J]. Journal of Electromagnetic Waves & Applications, 2011, 25(14): 1940-1952.
- [18] Ooms S, Zutter D D. A new iterative diakoptics-based multilevel moments method for planar circuits[J]. IEEE Trans. Microwave Theory and technology, 1998, 45: 280-291.
- [19] Prakash V V S, Mittra R. Characteristic basis function method: a new technique for efficient solution of method of moments matrix equation[J]. Microwave and Optical Tech Letters, 2003, 36(2): 95-100.
- [20] ZHEN Peng, LIM Kheng-hwee, LEE Jin-fa. A discontinuous galerkin surface integral equation method for electromagnetic wave scattering from nonpenetrable targets[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2013, 61(7): 3617-3627.
- [21] Z Gong, B Xiao, G Zhu, H Ke. Improvements to the Hybrid MoM-PO Technique for Scattering of Plane Wave by an Infinite Wedge[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation,2006,54(1):251-255.
- [22] E Lucente, A Monorchio, R Mittra. Generation of Characteristic Basis Functions by using Sparse MoM Impedance Matrix to Construct the Solution of Large Scattering and Radiation Problems[C]. Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE, 2006:4091-4094.

- [23] LUCENTE E, MONORCHIO A, MITTRA R. An iteration-free mom approach based on excitation independent characteristic basis functions for solving large multiscale electromagnetic scattering problems[J]. IEEE Trans on Ante and Prop, 2008, 56(4): 999-1006.
- [24] Kwon S J, Du K, Mittra R. Characteristic Basis Function Method--A Novel approach to Incorporating Concepts of Asymptotic Techniques into Rigorous Numerical Methods[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2003, 38(6):444-448.
- [25] Y F Sun, CH Chan, R Mittra, L Tsang. Characteristic basis function method for solving large problems arising in dense medium scattering[C]. Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE, 2003:1068-1073.
- [26] Lucente E, Monorchio A, Mittra R. An Iteration-Free MoM Approach Based on Excitation Independent Characteristic Basis Functions for Solving Large Multiscale Electromagnetic Scattering Problems[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2008, 56(4): 999-1007.
- [27] E Garcia, C Delgado, FS De Adana, F Catedra, R Mittra. Incorporating the multilevel fast multipole method into the characteristic basis function method to solve large scattering and radiation problems[C]. Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE, 2007:1285-1288.
- [28] Li Hu, Le Wei Li. CBFM-based p-FFT method: A new algorithm for solving large-scale finite periodic arrays scattering problems[J]. Microwave Conference, 2010:88-91.
- [29] Li Hu, Le-Wei Li, Mittra, R. Electromagnetic Scattering by Finite Periodic Arrays Using the Characteristic Basis Function and Adaptive Integral Methods[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2010, 58(9):3086-3090.
- [30] Gu J J, Gu C Q. A fast efficient technique for solving monotonic RCS using the SVD method[J]. IEEE, MAPE, 2009:896-899.
- [31] Guodong Han, Changqing Gu. A hybrid QR factorization with Dual-MGS and adaptively modified characteristic basis function method for electromagnetic scattering analysis [J]. Microwave and Optical Technology Letters. 2007, 49(11): 2879-2883.
- [32] R Maaskant, R Mittra, A G Tijhuis. Multilevel Characteristic Basis Function Method (MLCBFM) for the analysis of large antenna arrays[J]. Radio Science, 2011, 336(3):1097-1100.
- [33] Ozgun O, Mittra A R. CBFEM-MPI: A parallelized version of characteristic basis finite element method for extraction of 3-d interconnect capacitances[J]. IEEE Trans on Advanced Packaging, 2009, 32(1): 164-174.
- [34] R F Harrington. Field Computation by Moment Method[M]. McMillan, New York, 1968.
- [35] 薛明华, 何国瑜. 矩量法计算三维金属体的散射截面[J]. 航空电子技术, 1996, 2(83):25-28.
- [36] 温定娥. 矩量法分析三维目标的电磁散射[M]. 华中师范大学: 2004.
- [37] 程引会, 周辉, 张广发. 二维电场积分方程时域矩量求解方法研究[J]. 核电子学与探测技术, 2000, 1: 258-262.
- [38] S M Rao, D R Wilton, A W Glisson. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1982, 30(5): 409-418.
- [39] Gibson W C. The method of moment in electromagnetics[M]. New York: Chapman and Hall/CRC, 2007:43-47.
- [40] P Y Oijala, M Taskinen. Calculation Of C<sub>fi</sub>e Impedance Matrix Elements With Rwg And N-Times-Rwg Functions[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2003, 51(8): 1837-1846.
- [41] S J Kwon, K Du, R Mittra. Characteristic basis function method: A numerically efficient technique for analyzing microwave and RF circuits[J]. Microwave & Optical Technology Letters, 2003, 38(6):444-448.
- [42] J Yeo, R Mittra. Numerically efficient analysis of microstrip antennas using the Characteristic Basis Function method (CBFM)[J]. Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE, 2003(4): 85-88.
- [43] X Que, Z Nie. Analysis of electromagnetic radiation and scattering using characteristic basis function method with higher order method[C]. Microwave Conference, 2006, 4.

- [44] JX Wan, J Lei, CH Liang. An efficient analysis of large-scale periodic microstrip antenna arrays using the characteristic basis function method[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2005:61-81.
- [45] 孙玉发, 岳玫君. 二维电大尺寸目标电磁散射特性的特征基函数法分析[J]. 安徽大学学报, 2008, 34(6): 62-65.
- [46] Wei Jian-gong, Peng Zhen, Lee Jin-fa. A hierarchical multi-level fast multipole method for wideband multiscale electromagnetic wave scattering from non-penetrable targets in R<sup>3</sup>[J]. IEEE APSURSI, 2012, 10: 1-2.
- [47] Chen Zhi-ming, Hou T Y. A mixed multiscale finite element method for elliptic problems with oscillating coefficients[J]. Math of Comp, 2002, 72(242): 541-576.
- [48] Peng Zhen, Wang Xiao-chuan, Lee Jin-fa. Integral equation based domain decomposition method for solving electromagnetic wave scattering from non-penetrable objects[J]. IEEE Trans on antennas and propagation, 2011, 59(9): 3328-3338
- [49] Su Chao-wei, Sarkar T K. Adaptive multiscale moment method for analysis of scattering from a perfectly conducting plate[J]. Ante and Prop Society International Sym, 1998, 4: 1941-1944.
- [50] 王丽萍, 胡 涛, 刘可仁, 侯德亭, 彭 强, 林竞羽. 大尺度粗糙地面的电磁散射特性[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(11): 3078-3082.
- [51] 刘 更, 刘天祥, 张 征, 沈允文. 宏观—微观多尺度数值计算方法研究进展[J]. 中国机械工程, 2005, 16(07): 1493-1499.
- [52] Heldring A, Rius J M, Tamayo J M, etal. Multiscale compressed block decomposition for fast direct solution of method of moments linear system [J]. IEEE Trans on antennas and propagation, 2011, 59(2): 526-536.
- [53] 黄其青, 谢 伟. 基于有限元重合网格法的等大共面的三维表面裂纹交互因子研究[ J] . 西北工业大学学报, 2009, 27(1): 105-109.
- [54] Ioannidi C C, Anastassi H T. Circulant adaptive integral method (caim) for electromagnetic scattering from large targets of arbitrary shape[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2009, 45(3): 1308-1311
- [55] Yao Wang, Jin Jian-ming, Krein P T. Application of the lu recombination method to the feti-dp method for solving low-frequency multiscale electromagnetic problems[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2013, 49(10): 5346-5355
- [56] Peng Zhen, Lee Jin-fa. Comparisons of heterogeneous multiscale finite element method and localized homogenization process for modeling aperiodic metamaterials[C]. Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), Chicago, 2012: 1-2.
- [57] 孙玉发, 卢克, 王国华. 介质目标电磁散射特性的多层特征基函数法分析[J]. 电波科学学报, 2013, 28(1):92-95.

## 附录 1 攻读硕士学位期间撰写的论文

(1) Feife Yan、Ming Zhang、Yaming Bo, The Multilevel Adaptive Modified Characteristic Basis Function Method for Multiscale Scattering Problems, IWEM2016, 已录用;

## 附录 2 攻读硕士学位期间参加的科研项目

- (1) 国家自然科学基金，电磁散射问题快速退化核算法的研究(61071021);

## 致谢

在论文即将完成的时候，我由衷的感谢我的导师薄亚明教授。在这两年多来，薄老师在课题上给予了我精心的指导，在生活中也在百忙之中抽出时间无微不至的关心我。自师从薄亚明教授以来，薄老师深厚的理论造诣，专业的学术素养，灵活的学术思维使我在两年多的工作中受益匪浅。此外，薄老师严谨负责的教学态度，实事求是的教学作风以及自由的教学思维使我树立了良好的科研习惯，为我将来学习工作奠定了良好的基础。与薄老师在课题探讨工作中，使我澄清了许多基础概念，拓宽了研究的思路，激发了我创新的动力。

感谢张明教授在论文研究期间给予我耐心的指导和无私的帮助，为本文打下了一定的理论基础。每次在可以谈论会上，张老师深厚的理论基础和敏锐的洞察力总能发现我课题研究中的错误，为我提供新的研究思路。

我还要感谢我同师门的同学在课题研究期间给予我帮助与支持。感谢张誉怀、赵博伟、何威、夏丹丹、丁以樵和孙焕金等人给予的积极讨论。

感谢教研室其他同学在生活中对我的帮助，让我在课题研究中度过了愉快充实的三年时间。

此外，我要感谢的亲人和朋友对我的支持和鼓励，使得我能顺利的完成我的论文。

最后，感谢各位评审的专家对我论文的指正。