1. 根据书中对傅立叶变换的定义，证明课本 165 页上有关傅立叶变换的平移性质。
课本上有关于傅里叶变换的平移性质如下：

$$f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)} \Leftrightarrow F(u-u_0,v-v_0)$$

$$f(x-x_0,y-y_0) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi(ux_0/M+vy_0/N)}$$

证明：1）. 首先证明第一个式子 $f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)} \Leftrightarrow F(u-u_0,v-v_0)$

对于二维离散傅里叶变换有如下式子：

$$F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$，for u=0,1,2…M-1;v=0,1,2…N-1

故而，对 $f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)}$ 有：

$$\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)}e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$
$$=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{x(u-u_0)}{M}+\frac{y(v-v_0)}{N})}$$
$$=F(u-u_0,v-v_0)$$

2）. 其次证明第二个式子 $f(x-x_0,y-y_0) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi(ux_0/M+vy_0/N)}$

对于二维离散傅里叶变换有如下式子：

$$F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$，for u=0,1,2…M-1;v=0,1,2…N-1

故而，对 $f(x-x_0,y-y_0)$ 有：

$$\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x-x_0,y-y_0)e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$

令 $x'=x-x_0, y'=y-y_0$，故 $x=x'+x_0, y=y'+y_0$，进而可得下列式子：

$$\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x',y')e^{-j2\pi(\frac{u(x'+x_0)}{M}+\frac{v(y'+y_0)}{N})}$$
$$=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x',y')e^{-j2\pi(\frac{ux'}{M}+\frac{vy'}{N})}e^{-j2\pi(\frac{ux_0}{M}+\frac{vy_0}{N})}$$
$$=e^{-j2\pi(\frac{ux_0}{M}+\frac{vy_0}{N})}\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x',y')e^{-j2\pi\frac{ux'}{M}+\frac{vy'}{N})}$$
$$=e^{-j2\pi(\frac{ux_0}{M}+\frac{vy_0}{N})}F(u,v)$$