

2、若  $G_1(z) = -z^{-2K+1}G_0(-z^{-1})$  成立，请证明

$$g_1(n) = (-1)^n g_0(2K-1-n)$$

解：经过查阅资料可知，Z 变换的时移性如下：

$$x(n-k) \Leftrightarrow z^{-k} X(z)$$

由于  $g_1(n)$  的 Z 变换为  $G_1(Z)$ ，因此本题的目标是求解出  $(-1)^n g_0(2K-1-n)$  的 Z 变换为  $-z^{-2K+1}G_0(-z^{-1})$ 。

由  $g_0(2K-1-n) = g_0\{-[n-(2K-1)]\}$ ，因此由 Z 变换的时移性质及  $x(-n)$  的 Z 变换为  $X(z^{-1})$  的性质可得：

$$g_0\{-[n-(2K-1)]\} \Leftrightarrow z^{-(2K-1)}G_0(z^{-1}) = z^{-2K+1}G_0(z^{-1})$$

当  $g_0(2K-1-n)$  乘以  $(-1)^n$  后，进行 Z 变换后，就相当于在  $z$  的前面加了一个负号，因此  $(-1)^n g_0(2K-1-n)$  的  $z$  变换为：

$$(-1)^n g_0(2K-1-n) \Leftrightarrow (-z)^{-2K+1}G_0((-z)^{-1})$$

$$\text{而 } (-z)^{-2K+1}G_0((-z)^{-1}) = (-1)^{-2K+1}(z)^{-2K+1}G_0(-z^{-1}) = (-1)^{2K-1}(z)^{-2K+1}G_0(-z^{-1}),$$

因为  $2K-1$  为奇数，所以  $(-1)^{2K-1} = -1$ ，因此  $(-1)^n g_0(2K-1-n)$  的 Z 变换为：

$$(-1)^n g_0(2K-1-n) \Leftrightarrow -z^{-2K+1}G_0(-z^{-1})$$

又因为题目中已知  $G_1(z) = -z^{-2K+1}G_0(-z^{-1})$ ，故而可得  $g_1(n) = (-1)^n g_0(2K-1-n)$ 。