

直线型倒立摆的自抗扰控制设计方案

武利强, 韩京清

(中国科学院 数学与系统科学研究院 系统科学研究所, 北京 100080)

摘要: 对直线型倒立摆系统, 采用自抗扰控制技术来设计控制方案. 对于这样的单输入双输出、强非线性、强耦合的不稳定系统, 在原自抗扰控制算法的基础上, 通过增加一个跟踪微分器和控制律由两个被控量的误差组合构成的方法, 突破了原有的自抗扰控制算法只适用于单输入单输出系统的限制, 实现了摆的偏角和小台车位移的良好控制效果, 数字仿真结果证实了这种方法的有效性.

关键词: 倒立摆; 自抗扰控制; 跟踪微分器; 扩张状态观测器

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Active disturbance rejection controller scheme for the linear inverted pendulum

WU Li qiang, HAN Jing qing

(Institute of Systems Science, Academy of Mathematics & Systems Sciences, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China)

Abstract: The controller design of the linear inverted pendulum is studied by using the scheme of active disturbance rejection controller (ADRC). For such a single input-two output unstable system with strong nonlinearity and strong coupling, the control scheme was accomplished by adding a tracking differentiator and the feedback control law comprised of the errors of the two controlled variables, instead of the only one in the usual ADRC scheme. This method expanded the range that the ADRC scheme can deal with. The simulation results showed that the departed angle of the pendulum and the displacement of the cart were well controlled.

Key words: inverted pendulum; active disturbance rejection controller; tracking differentiator; extended state observer

1 引言(Introduction)

在控制理论发展的过程中, 任何理论的正确性及其在实际应用中的可行性都需要一个按其理论设计的控制器去控制一个典型对象来验证. 倒立摆系统以其结构简单直观, 构件参数和形状易于改变, 成本低廉, 而本身又是一个高阶次、不稳定、多变量、非线性、强耦合系统, 被公认为自动控制理论中的典型试验设备, 也是控制理论教学和科研中不可多得的典型物理模型. 倒立摆系统稳定效果非常明了, 可以通过摆动角度、位移和稳定时间直接度量, 控制效果好坏一目了然. 由于倒立摆系统的稳定与空间飞行器控制和各类伺服平台的稳定有很大相似性, 也是日常生活中所见到的任何重心在上、支点在下的静态不稳定对象控制问题的抽象. 因此, 倒立摆机理的研究又具有重要的应用价值, 成为控制理论中经久不衰的研究课题. 随着控制理论的不断向前发展, 越

来越多的理论被成功运用于倒立摆系统的控制: 如线性 LQG 控制方法、非线性控制方法、基于 H_∞ 控制的控制方法、基于滑模控制的控制方法、基于遗传算法的控制方法、基于模糊逻辑的控制方法、基于神经网络理论以及拟人智能控制方法等等.

自抗扰控制技术^[1] (ADRC) 是一种不依赖系统模型的新型控制技术, 它能实时估计并补偿系统在运行环境中进行运动时受到的各种外扰以及系统机理本身决定的内扰的总和作用, 结合特殊的非线性反馈结构实现良好的控制品质, 并且该技术特别适于数字化实现, 完全顺应数字化的发展趋势. 它具有超调小、响应速度快、精度高、抗干扰能力强及算法简单等特点. 文献[2] 虽然采用自抗扰控制方法对倒立摆系统进行了研究, 但并没有考虑摆的偏角和小台车位移互相耦合作用的定位控制问题. 本文中采用自抗扰控制技术研究小车在给定位置上倒立摆的

稳定控制问题, 不仅给出具体的设计步骤, 还用 Matlab 进行了数字仿真, 结果显示该方法具有算法简单, 鲁棒性强的特点.

2 自抗扰控制 (Active disturbance rejection controller)

许多实际被控对象可以简化成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, w(t), t) + bu, \\ y = x(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中 $w(t)$ 表示外扰作用, 自抗扰控制技术的核心是采用合适的方法, 用希望得到的输出信号 $r(t)$ 和系统的实际输出信号 $y(t)$ 的差(即误差信号), 以及控制输入量 $u(t)$ 来估计系统运行过程中的实时作用量 $a(t) = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, w(t), t)$ 并给予补偿, 使系统变成积分串联型系统:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = bu_0, \\ y = x(t). \end{cases} \quad (2)$$

然后对其实现适当的状态误差反馈来达到控制的目的, 这里 $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, w(t), t)$ 是已知还是未知、线性还是非线性、时变还是时不变都不重要, 只要它在过程中的实时表现 $a(t)$ 为有界就可以了.

我们以形如系统(1)的二阶系统 ($n = 2$) 为例简单介绍一下自抗扰控制器算法, 关于高阶以及更详细的算法可参见文献[1, 3~5]. 二阶自抗扰控制器的结构如图1所示.

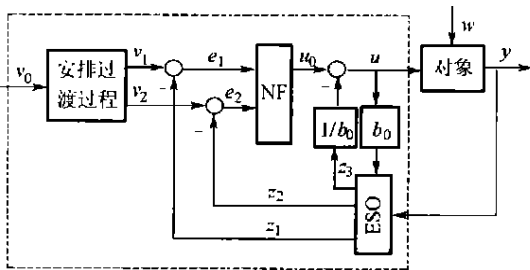


图1 ADRC控制器的结构
Fig. 1 Frame of ADRC

由图1可以看出, 自抗扰控制器基本结构是由如下三种功能组合而成:

- 1) 用跟踪微分器来安排过渡过程并提取其微分信号;
- 2) 用扩张状态观测器估计对象状态和不确定扰动作用;
- 3) 利用安排的过渡过程与状态估计之间误差的非线性组合和扰动估计量的补偿来生成控制信号.

与此相对应, 一般二阶自抗扰控制器的算法为:

1° 设 v_0 为系统所要求达到的控制目标, 通常采用的跟踪微分器的离散化形式为

$$\begin{cases} v_1(k+1) = v_1(k) + hv_2(k), \\ v_2(k+1) = v_2(k) + hfst(v_1(k) - v_0, v_2(k), r, h_0). \end{cases} \quad (3)$$

h 为采样步长, $fst(\cdot)$ 为

$$fst = \begin{cases} -ra, & |a| \leq d, \\ -rsgn(a), & |a| > d. \end{cases}$$

其中, $d = rh, d_0 = dh, y = v_1 - v + hv_2,$

$$\begin{aligned} a_0 &= \sqrt{d^2 + 8r|y|}, \\ a &= \begin{cases} v_2 + \frac{y}{h}, & |y| > d_0, \\ v_2 + \frac{sgn(y)(a_2 - d)}{2}, & |y| \leq d_0. \end{cases} \end{aligned}$$

v_1 跟踪 $v(t), v_2$ 收敛于 v_1 的导数. 这里 r 和 h_0 为可调参数, 该跟踪微分器对信号 $v(t)$ 具有滤波功能, r 越大, v_1 跟踪 $v(t)$ 速度越快; h_0 越大, 滤波效果越好, 但会带来一定的相位延迟.

2° 设计扩张状态观测器的目的, 是通过系统输出和输入来得到系统(1)的状态变量的微分信号以及系统所有内扰和外扰的总和, 二阶系统需要设计三阶的扩张状态观测器, 其形式为

$$\begin{cases} \epsilon_1 = z_1 - y, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}\epsilon_1, \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}fal(\epsilon_1, \alpha_{01}, \delta) + b_0u, \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}fal(\epsilon_1, \alpha_{02}, \delta). \end{cases} \quad (4)$$

其中,

$$fal(\epsilon, \alpha, \delta) = \begin{cases} |\epsilon|^2sgn(\epsilon), & |\epsilon| > \hat{\delta} \\ \epsilon/\delta^{-\alpha}, & |\epsilon| \leq \hat{\delta} \end{cases} \quad \delta \gg 0.$$

b_0 为 b 的估计值, 得到的 z_1, z_2 分别是 x 和 \dot{x} 的估计, z_3 是对式(1)中 $f(t) + (b - b_0)u$ 的实时估计.

3° 非线性误差反馈律, 即控制量的形成:

$$\begin{cases} e_P = v_1(k) - z_1(k), e_D = v_2(k) - z_2(k), \\ u_0 = K_Pfal(e_P, \alpha_P, \hat{\delta}_P) + K_Dfal(e_D, \alpha_D, \hat{\delta}_D), \\ u = u_0 - z_3/b_0. \end{cases} \quad (5)$$

这里的 K_P 和 K_D 为增益系数, 控制量组成类似于PID的形式, 不同的是将比例和微分的线性组合换成了非线性形式, 而将原来的积分(作用是消除静差)换成了能够消除扰动的 $-z_3(k)/b_0$.

3 倒立摆的自抗扰控制设计方案 (ADRC scheme of the inverted pendulum)

倒立摆系统由水平移动的小台车及其支撑的单节倒立摆构成, 控制输入量是拖动小台车的伺服电机的电枢电压, 被控量是摆的偏角和小台车的位移,

系统的示意图见文献[6]。

我们以文献[7]中的数学模型来讨论用自抗扰控制方法来设计倒立摆的控制问题。

倒立摆系统问题的数学模型为

$$\begin{cases} (J + mL^2)\ddot{\varphi} + mL\cos(\varphi)\ddot{x} = mLg\sin(\varphi), \\ (M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + mL\cos(\varphi)\ddot{\varphi} = mL\sin(\varphi)\varphi^2 + u. \end{cases} \quad (6)$$

这里 φ 为摆相对于垂直方向的偏角, x 为小台车的位移, J 为摆的转动惯量, m 为摆的质量, L 为摆的质心距节点的距离, M 为小台车的质量, b 为摩擦系数, g 为重力加速度。

通过取转动惯量 $J = \frac{1}{3}mL^2$, 可将式(6)写为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(M+m)g\sin(\varphi) + b\cos(\varphi)\dot{x} - mL\sin(\varphi)\cos(\varphi)\varphi^2 - \cos(\varphi)u}{L\left[\frac{4(M+m)}{3} - m\cos^2(\varphi)\right]} \\ -\frac{mg\sin(\varphi)\cos(\varphi) - \frac{4}{3}b\dot{x} + \frac{4}{3}mL\sin(\varphi)\varphi^2 + \frac{4}{3}u}{\frac{4(M+m)}{3} - m\cos^2(\varphi)} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

令 $x_1 = \varphi$, $x_2 = \dot{\varphi}$, $x_3 = x$, $x_4 = \dot{x}$, 则上面的方程可以写为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{(M+m)g\sin(x_1) + b\cos(x_1)x_4 - mL\sin(x_1)\cos(x_1)x_2^2 - \cos(x_1)u}{L\left[\frac{4(M+m)}{3} - m\cos^2(x_1)\right]} \\ x_4 \\ -\frac{mg\sin(x_1)\cos(x_1) - \frac{4}{3}bx_4 + \frac{4}{3}mL\sin(x_1)x_2^2 + \frac{4}{3}u}{\frac{4(M+m)}{3} - m\cos^2(x_1)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

对于 x_1, x_2 组成的系统可记成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, x_4) + b(x_1)u. \end{cases} \quad (9)$$

从式(8)可以看出该倒立摆系统和一般自抗扰控制技术处理的二阶系统有较大差别。通常的自抗扰控制技术处理的对象是单输入单输出系统, 而倒立摆系统由摆的偏角和小台车位移两个二阶系统构成, 它们受同一个电机的输出电压控制, 两个系统相互耦合。倒立摆系统控制的关键是对摆的偏角的控制, 因此控制律设计必须以摆的偏角的控制为主, 同时兼顾对小台车的位移控制。对于系统(9), 如果把 x_4 当作外扰, 对摆的偏角的控制完全可以按典型的自抗扰控制技术来设计控制律, 但一般不能保证小台车的位移能够满足控制目标。对于通常的二阶单输入单输出系统, 自抗扰控制技术的控制律中的 u_0 项由输出量与设定值的误差和其微分组合而成(见式(5))。对该倒立摆系统, 考虑将控制律写成两个输出量与设定值的误差和其微分的组合形式, 通过调节它们的增益系数来达到控制的目的, 后面的仿真结果证实了该方法的有效性。

计, 可以取得很好的控制效果, 但在某些采样步长比较小的情况下, 采用非线性函数, 特别是跟踪微分器中的 fst 函数, 无疑增大了计算量, 这样就会导致计算成本增加, 甚至原来的控制用芯片无法实现, 所以在此我们避免使用非线性函数, 全部以线性函数来代替。

倒立摆的自抗扰控制算法设计步骤如下:

1) 首先对小台车的位移指令设计跟踪微分器, 这样做的目的是: a) 通过调节 r 的大小可以安排适当的过渡过程; b) 由此能够得到生成控制律所需要的小台车位移的速度量一微分量 v_2 。

我们采用的是线性的跟踪微分器, 其形式为

$$\begin{cases} v_1 = v_2, \\ v_2 = -1.76rv_2 - r^2(v_1 - v_0). \end{cases} \quad (10)$$

这里 v_0 为所需输入的位移指令, 所得的 v_1 为对 v_0 安排的过程, v_2 近似于 v_1 的微分, 可调参数为 r 。对小台车的位移设计的线性的跟踪微分器, 记可调参数为 r_1 。

其次, 在整个控制过程中, 下面需要用到位移 x_3 的微分, 但在实际中可测的只有摆的偏角 φ 和小台车的位移 x , 即 x_1 和 x_3 。为得到 x_3 的微分, 再次设计一个与式(10)相同的线性跟踪微分器, 记可调参数为 r_2 。

注 1 自抗扰控制器的设计通常采用非线性函数设

2) 对摆的偏角设计的线性扩张状态观测器为

$$\begin{cases} e = z_1 - x_1, \\ z_1 = z_2 - \beta_{01} e, \\ z_2 = z_3 - \beta_{02} e + b_0 u, \\ z_3 = -\beta_{03} e. \end{cases} \tag{11}$$

3) 仿照式(4), 设计如下形式的控制律:

$$\begin{cases} u_0 = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 (x_3 - v_1) + k_4 (dx - v_2), \\ u = u_0 - z_3 / b_0. \end{cases} \tag{12}$$

dx 为 x_3 的微分, 由步骤 1) 可以得到. 控制器的输出一般都有上下限, 为了更真实地进行仿真, 我们可以对控制输出进行限幅处理.

注 2 上述各个步骤中的参数, r_1 和 r_2 是决定系统跟踪目标的快慢, 可以预先调试得到; b_0 近似为系统稳定时控制输入的放大系数的近似值, $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$ 为扩张状态观测器的参数. 对于采样步长确定的系统, 这些参数也可以事先通过仿真计算确定. 因此整个调参过程中需要调节的只有 k_1, k_2, k_3, k_4 这 4 个量, 它们的符号以构成负反馈为准.

4 仿真结果 (Simulation results)

在系统标准情况下, 即参数为

$$\begin{cases} M = 1.32, m = 0.109, b = 0.1, \\ g = 9.8, L = 0.25 \end{cases} \tag{13}$$

的倒立摆系统, 取采样步长 $h = 0.005$, v_1, v_2, z_1, z_2, z_3 的初值均为 0. 对此种情况进行仿真.

仿真情形为: 在给定初始状态 $x_i(0) = 0 (i = 1, \dots, 4)$, 沿 f 即 u 的方向给台车施加 $40 \delta(t)$ 的力, 并且在运行 5 s 后, 对小台车给出 $x_d = 0.2$ m 的平移指令.

对不同的质心距节点的距离 L , 不同的摩擦系数 b 进行仿真, 确定的自抗扰控制参数在不同情况下保持不变, 即

$$\begin{cases} r_1 = 16, r_2 = 40, b_0 = -1.8, \\ \beta_{01} = 200, \beta_{02} = 5000, \beta_{03} = 100000, \\ k_1 = 1200, k_2 = 200, k_3 = 5, k_4 = 160. \end{cases} \tag{14}$$

1) 标准情况下, 即 $L = 0.25, b = 0.1$, 其它参数不变时, 摆的偏角、小台车位移以及控制量的曲线如图 2 所示.

为了能更清楚地看出在初始条件下, 沿 u 的方向给台车施加 $40 \delta(t)$ 的力时, 摆的偏角、小台车位移以及控制量的曲线的变化情况, 将图 2 进行局部放大, 结果如图 3 所示.

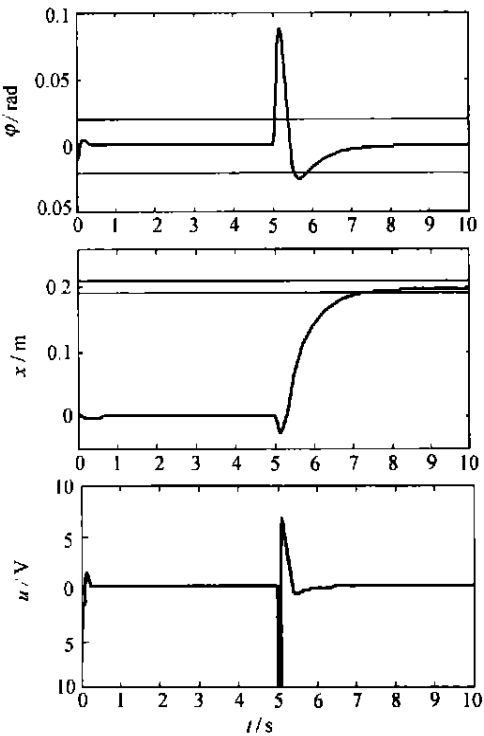


图 2 当 $L = 0.25, b = 0.1$ 时摆的偏角、小台车位移及响应及控制量的变化曲线
Fig. 2 Response of the pendulum angle, cart position and the control viable when $L = 0.25, b = 0.1$

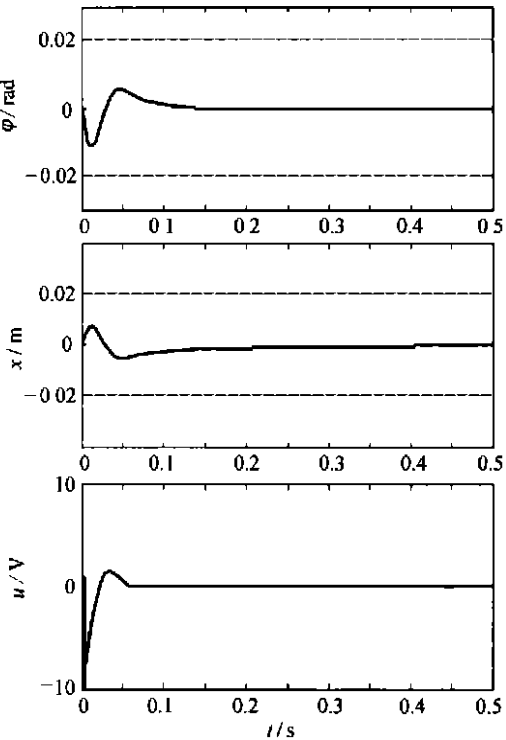


图 3 对图 2 局部放大的摆的偏角、小台车位移响应及控制量的变化曲线
Fig. 3 Local magnifying response of the pendulum angle, cart position and the control viable for Fig. 2

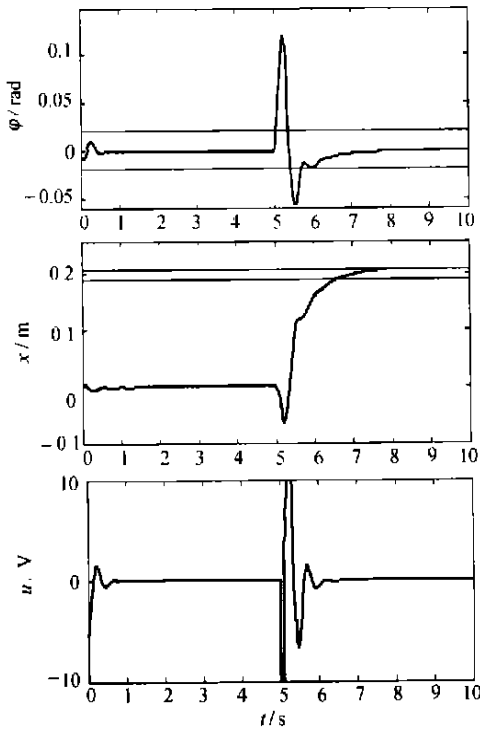


图 4 当 $L = 0.5, b = 0.1$ 时摆的偏角、小台车位移响应及控制量的变化曲线

Fig. 4 Response of the pendulum angle, cart position and the control viable when $L = 0.5, b = 0.1$

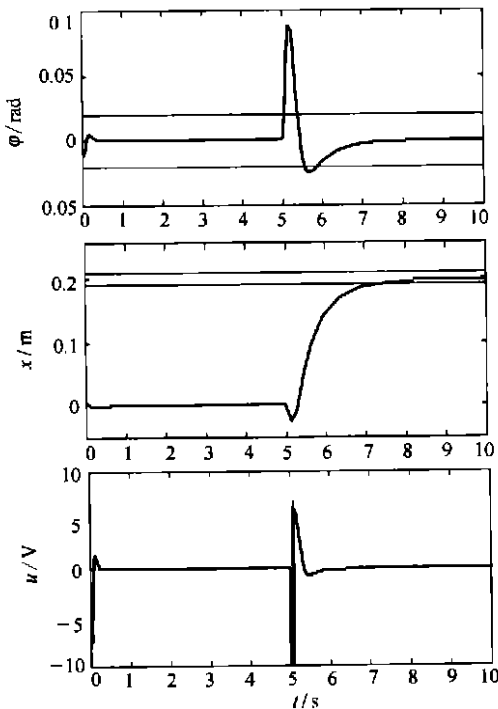


图 5 当 $L = 0.25, b = 0.15$ 时摆的偏角、小台车位移响应及控制量的变化曲线

Fig. 5 Response of the pendulum angle cart position and the control viable when $L = 0.25, b = 0.15$

2) $L = 0.5, b = 0.1$, 其它参数不变时, 摆的偏角、小台车位移以及控制量的曲线如图 4 所示。

3) $L = 0.25, b = 0.15$, 其它参数不变时, 摆的偏角、小台车位移以及控制量的曲线如图 5 所示。

从图 2~5 可以看出, 系统在不同参数的情况下, 采用同一组自抗扰控制器参数, 都具有良好的系统响应, 控制信号较为平滑。

4) 系统参数由式(13)所给, 自抗扰控制参数由式(14)给定。当给定初始状态, $x_i(0) = 0 (i = 1, \dots, 4)$, 沿 f 即 u 的方向给台车施加 $40 \delta(t)$ 的脉冲力, 取评价值 $J_1 = \int_0^6 \varphi^2(\tau) d\tau$; 而在系统和上述同样的初始条件和施加同样的脉冲力条件下, 运行 5 s 后, 对小台车给出 $x_d = 0.2 \text{ m}$ 的平移指令, 取评价值

$$J = \int_0^{10} \{ \varphi^2(\tau) + (x(\tau) - x_d)^2 \} d\tau,$$

则 $J_1 = 0.0014, J_2 = 4.9562$ 。

5 结论(Conclusion)

针对倒立摆这样的二阶、不稳定、多变量、非线性、强耦合系统, 本文中利用自抗扰控制技术对扰动的良好估计、对系统参数的强适应性以及具有较强的鲁棒性, 创造性地将适合单输入单输出系统的自抗扰控制技术算法中的控制律组成部分进行扩展, 即一个输出及其微分的组合变成两个输出及其微分的组合, 从而达到了一个控制量控制两个耦合非线性系统的目的, 仿真结果证实了该方法的有效性。

参考文献(References):

- [1] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19—23.
(HAN Jingqing. Active disturbances rejection controller and its applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19—23.)
- [2] 刘翔, 李东海, 姜学智, 等. 不稳定对象及非最小相位对象的自抗扰控制仿真研究[J]. 控制与决策, 2001, 16(4): 420—424.
(LIU Xiang, LI Donghai, JIANG Xuezhi, et al. Simulation study on auto-disturbance-rejection control for unstable systems and non-minimum phase systems [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(4): 420—424.)
- [3] 韩京清, 袁露林. 跟踪微分器的离散形式[J]. 系统科学与数学, 1999, 19(3): 268—273.
(HAN Jingqing, YUAN Luling. The discrete form of the tracking differentiator [J]. *The Systems Science and Mathematical Science*, 1999, 19(3): 268—273.)
- [4] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85—88.
(HAN Jingqing. The extended state observer of a class of uncertainty objects [J]. *Control and Decision*, 1995, 10(1): 85—88.)

(下转第 688 页)

因此本文中所设计的控制控制器相对于用一般线性控制方法设计的控制器而言更加有效,同时所设计的控制器简单且易实现.最后给出的仿真结果表明所设计的控制器对倒立摆系统的稳定控制具有良好的效果.

参考文献(References):

[1] 付莹,张广立.倒立摆系统的非线性稳定控制及起摆问题的研究[J].组合机床与自动化加工技术,2003,24(1):35—37.
(FU Ying, ZHANG Guangli. Nonlinear control of swing-up and stabilization of an inverted pendulum[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2003, 24(1): 35—37.)

[2] YU Wenshyong, SUN Chihjen. Fuzzy model based adaptive control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on fuzzy systems*, 2001, 9(3): 413—425.

[3] LI Shaoyuan, XI Yugeng. Adaptive fuzzy sliding model control for a class of uncertain dynamic systems [C] // *Proc of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation*. Hefei China; University of Science and Technology of China Press, 2000, 1848—1853.

[4] 苏宏业,汪洋,褚健.单输入单输出非线性系统的状态观测器设计[J].控制理论与应用,1997,14(5):702—707.

(SU Hongye, WANG Yang, CHU Jian. A state observer design approach for nonlinear systems based on state transformation [J]. *Control Theory & Applications*, 1997, 14(5): 702—707.)

[5] 陈谋,姜长生.基于神经网络的一类非线性系统自适应滑模控制[J].应用科学学报,2004,22(1):76—80.
(CHEN Mou, JIANG Changsheng. Adaptive sliding mode control for a class of nonlinear system based on neural networks [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2004, 22 (1): 76—80.)

[6] 申铁龙,梅生伟,王宏,等.鲁棒控制基准设计问题:倒立摆控制[J].控制理论与应用,2003,20(6):974—975.
(SHENG Tielong, MEI Shengwei, WANG Hong, et al. Basic design problem of robust control; Control of inverted pendulum system[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 974—975.)

作者简介:

陈 谋 (1975 —), 男, 2004 年获南京航空航天大学博士学位并留校任教, 主要研究方向为非线性系统控制等, E-mail: chenmouse@hotmail.com;

姜长生 (1942 —), 男, 教授, 博士生导师, 发表论文 100 余篇, 获省部级科研成果奖 7 项, 主要研究方向为智能控制等;

吴庆宪 (1955 —), 男, 教授, 博导, 发表论文 40 余篇, 获省部级科研成果奖 12 项, 主要研究方向为智能控制等.

(上接第 669 页)

[5] 韩京清.非线性状态误差反馈控制律 NLSEF[J].控制与决策, 1995, 10(3): 221—225.
(HAN Jingqing. Nonlinear state error feedback control law NLSEF [J]. *Control and Decision*, 1995, 10 (3): 221—225.)

[6] 申铁龙,梅生伟,王宏,等.鲁棒控制基准设计问题:倒立摆控制[J].控制理论与应用,2003,20(6):974—975.
(SHEN Tielong, MEI Shengwei, WANG Hong, et al. Robust control for benchmark design problem; the inverted pendulum control [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 974—975.)

[7] 申铁龙,梅生伟,王宏,等.基准设计问题的补充说明:试验条件

[J], 控制理论与应用, 2003, 20(6): 976.
(SHEN Tielong, MEI Shengwei, WANG Hong, et al. Supplementary explanation for benchmark design problem; the test conditions [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 976.)

作者简介:

武利强 (1975 —), 男, 博士研究生, 主要研究方向为非线性控制理论及其应用, 信号处理等 E-mail: wlq@amss.ac.cn;

韩京清 (1937 —), 男, 研究员, 博士生导师 主要研究领域为非线性控制理论及其应用.