

3. 假设课本中给出完美重建滤波器的正交族对应的三个滤波器间的关系式是正确的，并以此为基础，推导 h_0, h_1 的关系。

解：已知：

$$h_i(n) = g_i(2K-1-n), i = \{0,1\}$$

因此对于 $h_i(n)$ 有：

$$h_0(n) = g_0(2K-1-n)$$

$$h_1(n) = g_1(2K-1-n)$$

而且已知：

$$g_1(n) = (-1)^n g_0(2K-1-n)$$

故而可得：

$$\begin{aligned} h_1(n) &= g_1(2K-1-n) \\ &= (-1)^{2K-1-n} g_0(2K-1-(2K-1-n)) \\ &= (-1)^{2K-1-n} g_0(n) \\ &= (-1)^{2K} (-1)^{-1-n} g_0(n) \\ &= (-1)^{1+n} g_0(n) \end{aligned}$$

而由 $h_0(n) = g_0(2K-1-n)$ 可得：

$$g_0(n) = h_0(2K-1-n)$$

因此可得 h_0 和 h_1 的关系如下：

$$h_1(n) = (-1)^{1+n} h_0(2K-1-n)$$