

3、已知一个退化系统的退化函数 $H(u,v)$ ，以及噪声的均值与方差，请描述如何利用约束最小二乘方算法计算出原图像的估计。

解：由课本可知，在频域上对原图像估计的公式如下：

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{H^*(u,v)}{H(u,v)^2 + \gamma |P(u,v)|^2} \right] G(u,v)$$

其中， γ 为参数， $p(x,y)$ 为一个矩阵， $P(u,v)$ 为其傅里叶变换。

定义一个“残数”变量 r ， $r = g - H\hat{f}$ ， $\hat{F}(u,v)$ 为 γ 的函数，因此 $\hat{f}(x,y)$ 也是 γ 的函数， r 也是 γ 的函数。令 $\varphi(r) = r^T r = \|r\|^2$ ，其为 r 的单调递增函数。然后再调整 γ 以便使得：

$$\|r\|^2 = \|\eta\|^2 \pm a$$

其中 a 是一个精确度因子

假设已知噪声的均值为 m_u ，方差为 σ_η^2

1. 给定初始的 γ 值
2. 计算 $\|\gamma\|^2$
3. 若满足 $\|r\|^2 = \|\eta\|^2 \pm a$ ，则执行第 4 步，若不满足，则调整 γ 的大小，然后返回第二步。
4. 使用最新的 γ ，计算

$$\hat{F}(u,v) = \left[\frac{H^*(u,v)}{H(u,v)^2 + \gamma |P(u,v)|^2} \right] G(u,v)$$

5. 再通过傅里叶反变换即可得到估计图像。