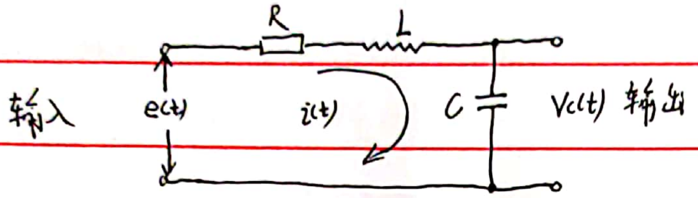
陈帅平
715班
202028014728006

2. 系统如图1.7所示，以$i(t)$、$V_c(t)$为状态变量，建立系统状态方程与输出方程。



解：对于电感L而言，设其两端电压为$V_L(t)$，则 $V_L(t)=L\dot{i}(t)$ ①

对于电容C而言，$i(t)=C\dot{V}_c(t)$ ②

对等式①而言：$V_L(t)=L\dot{i}(t)$

∴ $\dot{i}(t)=\frac{1}{L}V_L(t)$

∴ $\dot{i}(t)=\frac{1}{L}[e(t)-i(t)R-V_c(t)]$

∴ $\dot{i}(t)=-\frac{R}{L}i(t)-\frac{1}{L}V_c(t)+\frac{1}{L}e(t)$

对等式②而言：$\dot{V}_c(t)=\frac{1}{C}i(t)$．；而系统输出 $V_c(t)=V_c(t)$.

故系统的系统矩阵 $A=\begin{bmatrix}-\frac{R}{L} & -\frac{1}{L}\\ \frac{1}{C} & 0\end{bmatrix}$ 系统输入矩阵 $B=\begin{bmatrix}\frac{1}{L}\\ 0\end{bmatrix}$

系统输出矩阵为$C=[0\ ,\ 1]$，系统前馈矩阵$D=0$.

∴综上，系统的状态方程为 $\begin{bmatrix}\dot{i}(t)\\ \dot{V}_c(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{R}{L} & -\frac{1}{L}\\ \frac{1}{C} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i(t)\\ V_c(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{L}\\ 0\end{bmatrix}e(t)$

系统的输出方程为 $V_c(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i(t)\\ V_c(t)\end{bmatrix}$

陈帅华
715班
202028014728006

中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

4. 系统的输入输出关系为 $\ddot{y}=+y+\dot{u}+u$，试引进状态变量，建立状态方程与输出方程。

解：已知系统输入输出关系为：

$$\ddot{y}-y=\dot{u}+u.$$

对上述等式两边同时进行拉普拉斯变换，可得：

$$s^2Y(s)-Y(s)=sU(s)+U(s).$$

$$(s^2-1)Y(s)=(s+1)U(s).$$

$$Y(s)=\frac{s+1}{s^2-1}U(s)$$

根据定理1.2可得：$a_1=0$，$a_0=-1$，$b_1=1$，$b_0=1$

故系统矩阵 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，输入矩阵 $B=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$

输出矩阵 $C=[1\quad 1]$，$D=0$.

故综上，状态方程为 $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u.$

输出方程为 $y=[1\quad 1]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

陈帅平
715班
202028014728006

7. 计算下列状态空间描述的传递函数

(1) $\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\-2&-3&0\\-1&1&3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\2\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix}x;$

解. 由于已知 $A=\begin{bmatrix}0&1&0\\-2&-3&0\\-1&1&3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}0\\1\\2\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix}$, $D=0$

故 $sI-A=\begin{bmatrix}s&-1&0\\2&s+3&0\\1&-1&s-3\end{bmatrix}$

$$(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix}s^2-9&s-3&0\\-2s+6&s^2-3s&0\\-s-5&s-1&s^2+3s+2\end{bmatrix}\times\frac{1}{s^3-7s-6}$$

故 传递函数 $G(s)=C(sI-A)^{-1}B$

$$G(s)=\frac{1}{s^3-7s-6}\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}s^2-9&s-3&0\\-2s+6&s^2-3s&0\\-s-5&s-1&s^2+3s+2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\2\end{bmatrix}$$

$$\therefore G(s)=\frac{2s^2+7s+3}{s^3-7s-6}$$