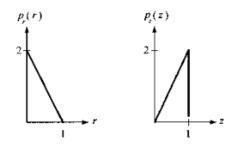
4. 一幅图像的灰度 PDF, $p_r(r)$ 示于下图。现对此图像进行灰度变换,使其灰度表达式为下面右图的 $p_z(z)$ 。假设灰度值连续,求完成这一要求的变换(${\bf r}$ 到 ${\bf z}$)。



解: 首先通过图像我们可以知道函数 $p_r(r)$ 的表达式为:

$$p_r(r) = -2r + 2(0 \le r \le 1)$$

然后我们可以对 $p_r(r)$ 进行直方图均衡化:

$$s = T(r) = \int_0^r (-2w + 2)dw = -r^2 + 2r(0 \le r \le 1)$$

而函数 $p_z(z)$ 的表达式为:

$$p_z z = 2z (0 \le z \le 1)$$

同样对 $p_z(z)$ 进行直方图均衡化,可得:

$$G(z) = s = \int_0^z 2t dt = z^2 (0 \le z \le 1)$$

故而
$$z=\sqrt{G(z)}=\sqrt{s}$$
(灰度值只能为正)
所以 $z=\sqrt{2r-r^2}(0\leq r\leq 1)$