

演化计算大作业

旅行商问题

姓名：陈帅华

学号：202028014728006

任课老师：赵冬斌

目录

一. 问题描述.....	3
二. 算法设计.....	4
1.遗传算法.....	4
2.蚁群优化算法.....	5
三.实验结果	6
1.遗传算法和蚁群优化算法的实现.....	6
2.遗传算法中不同参数对算法结果的影响.....	9
(1)种群规模对算法结果的影响	9
(2)交叉概率 P_c 对算法结果的影响	10
(3)变异概率 P_m 对算法结果的影响.....	10
3.蚁群优化算法中不同参数对算法结果的影响.....	11
(1)蚂蚁数量对算法结果的影响	11
(2)信息素重要程度 α 对算法结果的影响	11
(3)启发式因子重要程度 β 对算法结果的影响	12
四. 分析总结.....	12

一. 问题描述

在旅行商问题中，已知 N 个城市间的相互距离，现有一推销员必须遍访 N 个城市，并且每个城市只能访问一次，最后又必须返回出发城市。我们需要安排这些城市的访问顺序，以使得其旅行路线的总长度最短。

旅行商问题的数学描述如下：对于城市 $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ 的一个的一个访问顺序为 $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$ ，且 $t_{n+1} = t_1$ ，因此可得旅行商问题的数学模型为：

$$\min L = \sum_{i=1}^n d_{t_i, t_{i+1}}$$

这是一个典型的非线性规划(NP)问题，在本次大作业中，我们研究 $N=10$ 即 10 个城市的旅行商问题。在实际操作过程中，本次作业使用了 'ChineseCity.csv' 这一数据文件，该文件中包含了中国的 31 个省会城市，每个城市的横纵坐标以其经纬度来代替，我们使用该文件中的前十个城市的经纬度数据，具体如图 1 所示：

1	116.46	39.92
2	117.2	39.13
3	121.48	31.22
4	106.54	29.59
5	91.11	29.97
6	87.68	43.77
7	106.27	38.47
8	111.65	40.82
9	108.33	22.84
10	126.63	45.75

图 1 城市经纬度数据

使用 matlab 绘制这十个城市的散点图，可以得到其位置分布，具体如图 2 所示：

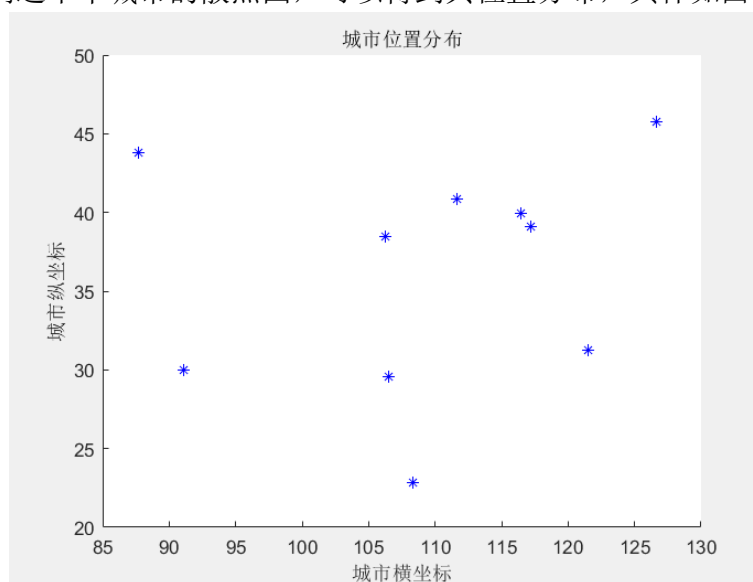


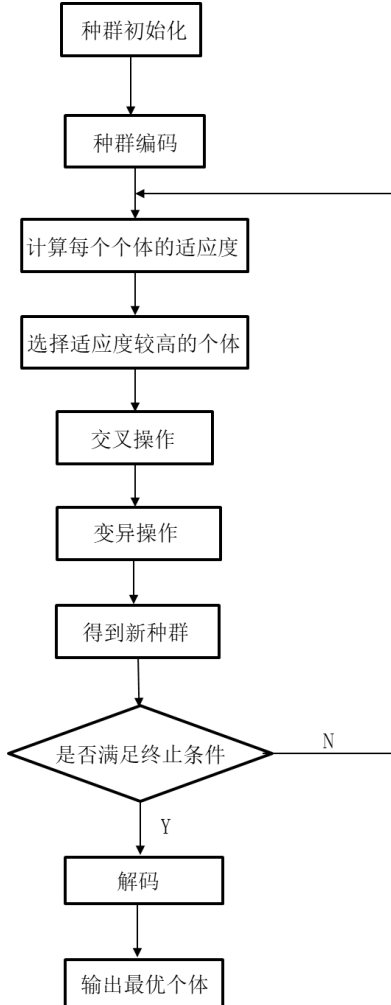
图 2 城市位置分布

二. 算法设计

在本次大作业中，我们使用了两种演化计算方法：遗传算法(GA)和蚁群优化算法(ACO)来旅行商问题，下面分别对这两种算法进行介绍。

1. 遗传算法

本次作业中使用的遗传算法流程如下：



a. 种群初始化：在这一步中，设置种群的个体数量、最大迭代次数、交叉概率和变异概率。

b. 种群编码：在 TSP 问题中，一条路径代表一个个体，也是一个潜在的最优解，如果直接使用某一旅程的先后顺序时，在后续进行交叉操作后，可能会有重复的城市。为了避免这一问题，我们采用了课堂上将的 G 编码方法：设城市列表 $W = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_{10})$ ，设巡回路线为 $T = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_{10})$ ，规定每访问完一个城市，则从城市列表 W 中将该城市去掉，然后用第 $i (i = 1, 2, 3, \dots, 10)$ 个所访问的城市在所有未访问的城市列表 $W - \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_{i-1}\}$ 中的对应位置序

号 $g_i (1 \leq g_i \leq n-i+1)$ ，可以表示具体访问哪个城市。例如巡回路线为

$T=(1,4,2,8,6,9,10,7,5,3)$ ，G 编码得到的结果为 $G=(2,3,1,4,5,10,8,9,6,7)$ 。

c.适应度的计算：在本次大作业中，我们计算每条路径的整体长度，即其欧几里得距离，然后对该距离取倒数，作为每个个体的适应度。

d.在进行选择操作时，本次作业采用的轮盘赌法对个体进行选择。

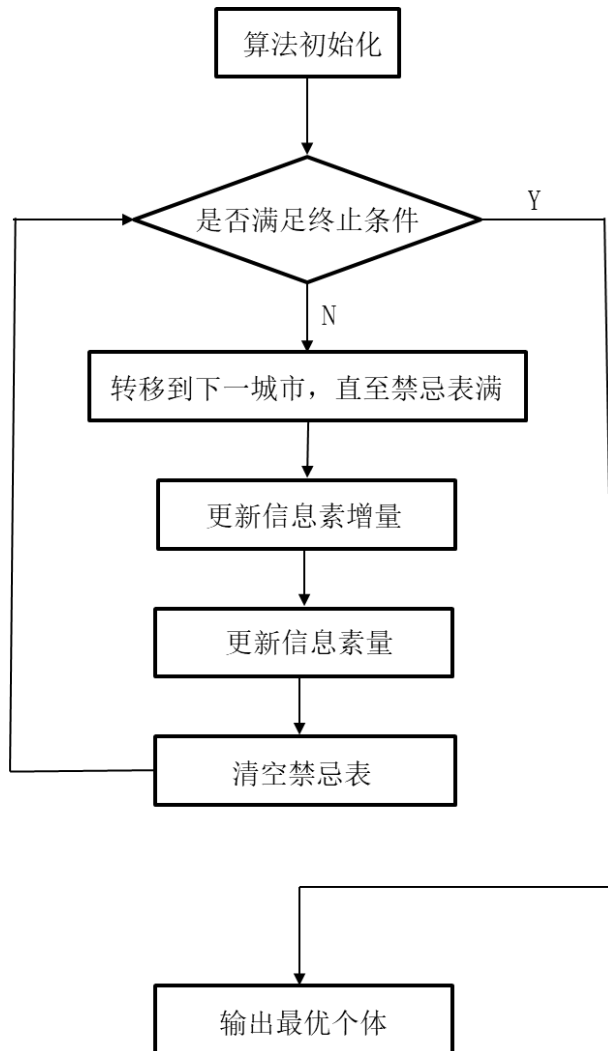
e.在进行交叉操作时，本次作业采用的是随机单点交叉，即随机产生一个交叉点，然后交换两个父代个体的匹配区域。

f.在进行变异操作时，本次作业采用随机单点变异。

g.在满足终止条件后，我们得到所要的个体后，对 G 编码的个体进行解码。

2.蚁群优化算法

蚁群优化算法是在蚂蚁经过的路径上释放外激素，其他蚂蚁倾向于向该物质强度高的方向移动，当某条路径上经过的蚂蚁越多时，蚂蚁选择该路径的概率就越高。本次作业中使用的蚁群优化算法的算法流程如下：



- a.算法初始化：**在这一步中，设置最大迭代次数、蚂蚁的数量，每只蚂蚁信息素的总量、启发式因子的重要程度、信息素的重要程度、信息素的挥发因子等信息。
- b. 转移到下一城市：**根据信息素的量和启发式信息，选择出下一个城市，从城市 i 转移到城市 j 的概率为：

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{s \notin \text{tabu}^k} \tau_{is}^\alpha \cdot \eta_{is}^\beta} \quad \text{if } j \notin \text{tabu}^k$$

其中 α, β 分别代表信息素的重要程度和启发式因子的重要程度， tabu^k 为禁忌表，存放已经访问过的城市。另外在选择蚂蚁访问的下一城市的时候，我们采用轮盘赌的方式来实现。

- c. 更新信息素增量：**在每只蚂蚁都已经完成一次旅行之后，我们计算每只蚂蚁 k 在本次周游中走过的路径的长度 L^k ，然后使用如下公式对每条边 e_{ij} 上的信息素增量进行更新：

$$\Delta \tau_{ij}^k = \frac{Q}{L^k} \quad \text{if } e_{ij} \in \text{tabu}^k$$

$$\Delta \tau_{ij} = \Delta \tau_{ij} + \Delta \tau_{ij}^k$$

- d. 更新信息素量，**在计算每条边上的信息素量时，我们考虑蒸发效应，即信息素会逐渐减少，路径上信息素的蒸发系数为 ρ ，信息素量计算公式如下：

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \Delta \tau_{ij}$$

$$\Delta \tau_{ij} = \sum_{i=1}^m \Delta \tau_{ij}^k$$

- e. 然后清空禁忌表，**重新判断是否满足终止条件，重复算法流程，当满足终止条件时，则输出最优个体，算法结束。

三.实验结果

1.遗传算法和蚁群优化算法的实现

对于同一个 TSP 问题，本次作业分别使用遗传算法和蚁群优化算法进行了求解。首先是遗传算法(GA)，其参数设置如表 1 所示：

个体数量(indiv)	50
最大迭代次数(ITER)	300
交叉概率(Pc)	0.9
变异概率(Pm)	0.1

表 1 遗传算法参数设置

最后得到的最短距离为 110.3459，最短路径为 8->7->6->5->4->9->3->10->2->1->8。图 3 是使用遗传算法得到的旅行商旅行最优路径。图 4 是每一次迭代后，由所有个体的旅行距离求得的平均距离与最优距离的对比图，从这张图中我们可以看出，在经过大约 150 次的迭代之后，遗传算法才能找到最优解。

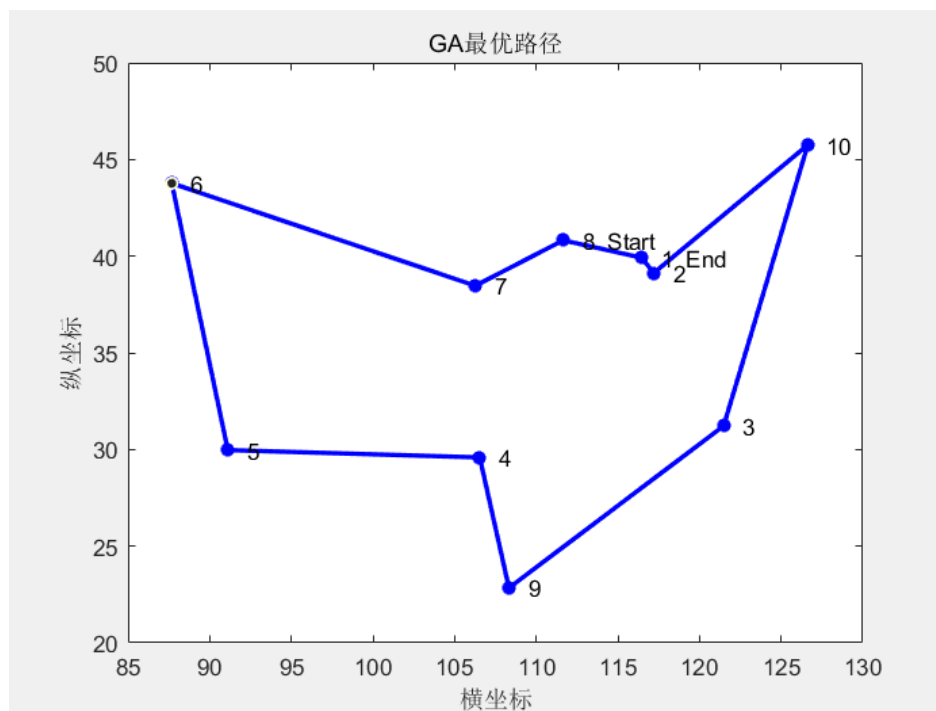


图 3 遗传算法求解 TSP 问题得到的最优路径

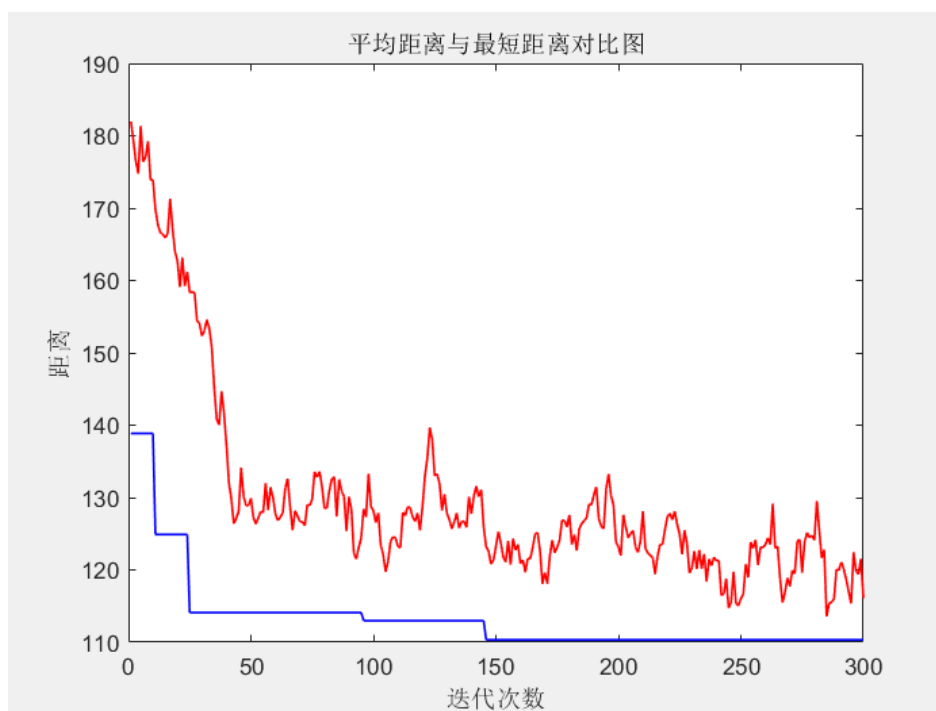


图 4 遗传算法求解 TSP 问题平均距离与最短距离的对比图

其次是蚁群优化算法(ACO)，其参数设置如表 2 所示：

最大迭代次数(ITER)	200
蚂蚁数量(antnumber)	50
启发式重要程度(beta)	5
信息素重要程度(alpha)	0.9
信息素挥发因子(rho)	0.1
蚂蚁素信息总量(Q)	1

表 2 蚁群优化算法参数设置

使用蚁群优化算法最终得到的最短距离与遗传算法相同，均为 110.3459。其最短路径为 6->5->4->9->3->10->2->1->8->7->6，蚁群优化算法和遗传算法均求得了最优解。图 5 是使用蚁群优化算法得到的旅行商旅行最优路径。图 6 是每一次迭代后，由所有个体的旅行距离求得平均距离与最优距离的对比图，从这张图中我们可以看出，蚁群优化算法在一开始就已经得到了十个城市 TSP 问题的最优路径。

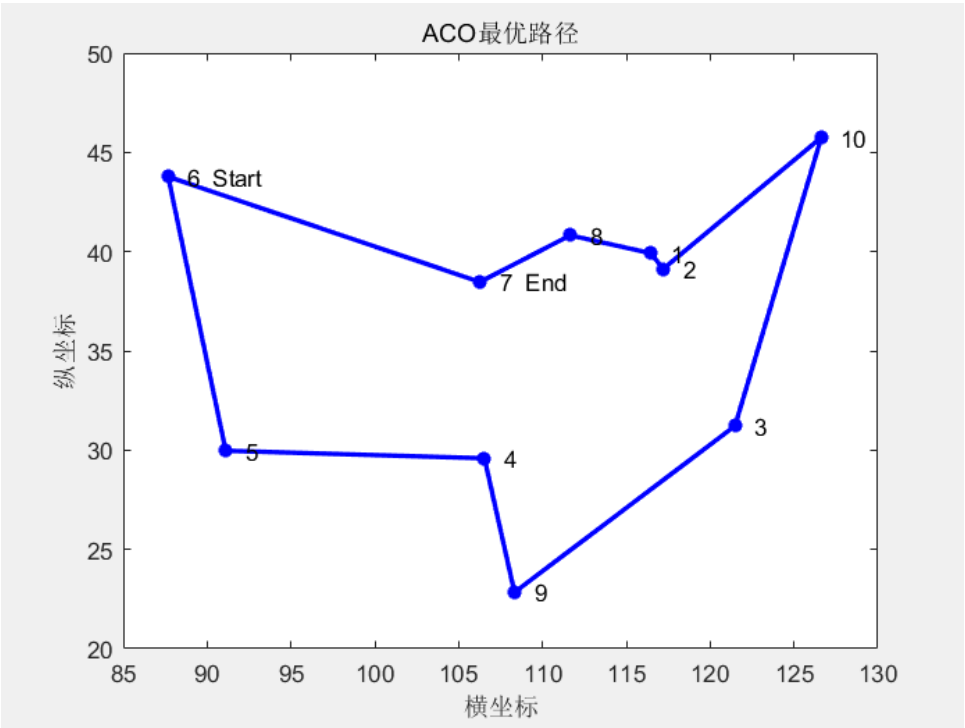


图 5 蚁群优化算法求解 TSP 问题得到的最优路径

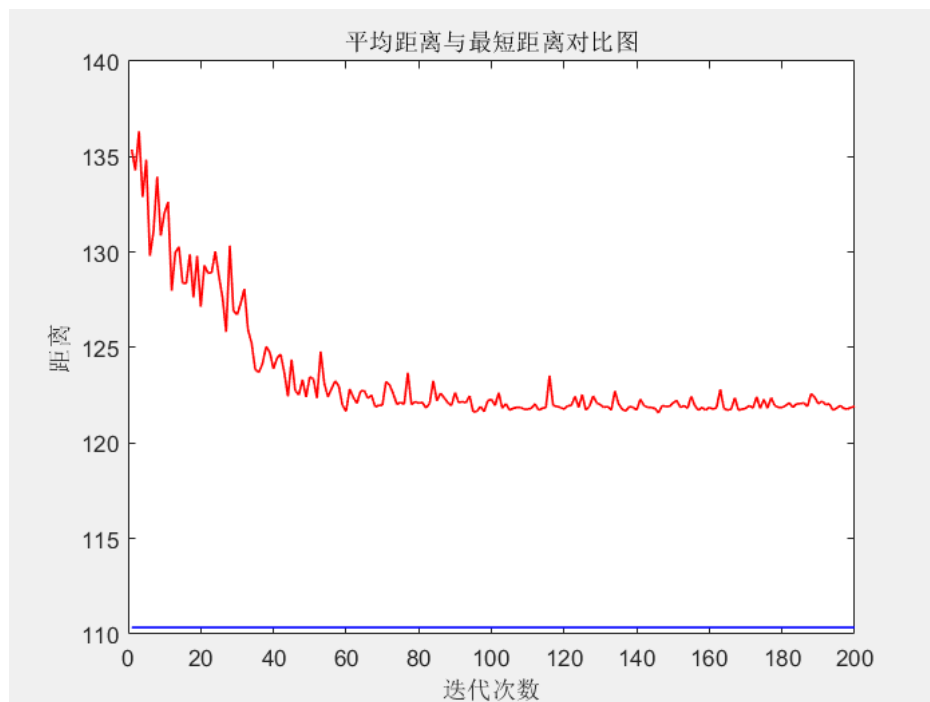


图 6 蚁群优化算法求解 TSP 问题平均距离与最短距离的对比图

2.遗传算法中不同参数对算法结果的影响

(1)种群规模对算法结果的影响

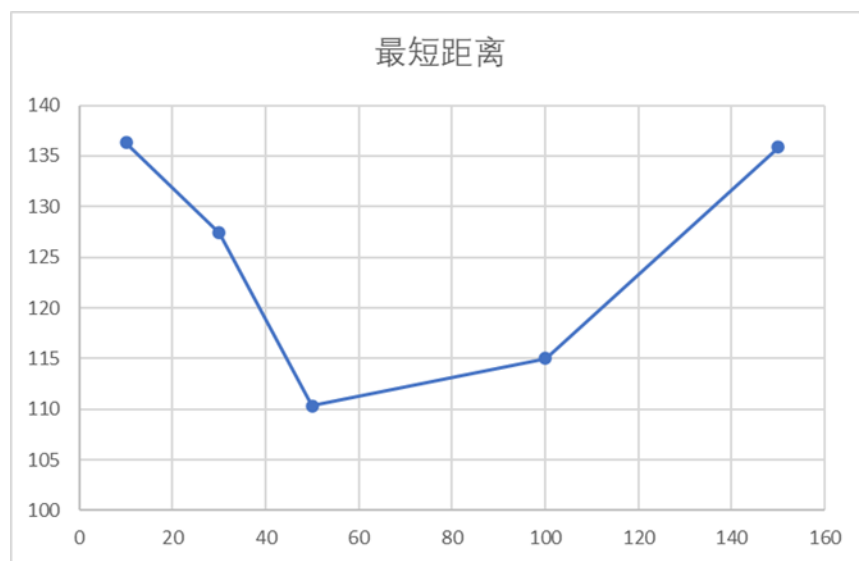


图 7 不同种群规模下的遗传算法结果

此时交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 分别取值 0.9 和 0.1，从图 7 中我们可以看出当种群规模过大或者过小时，均无法获得最优解。

(2)交叉概率 P_c 对算法结果的影响

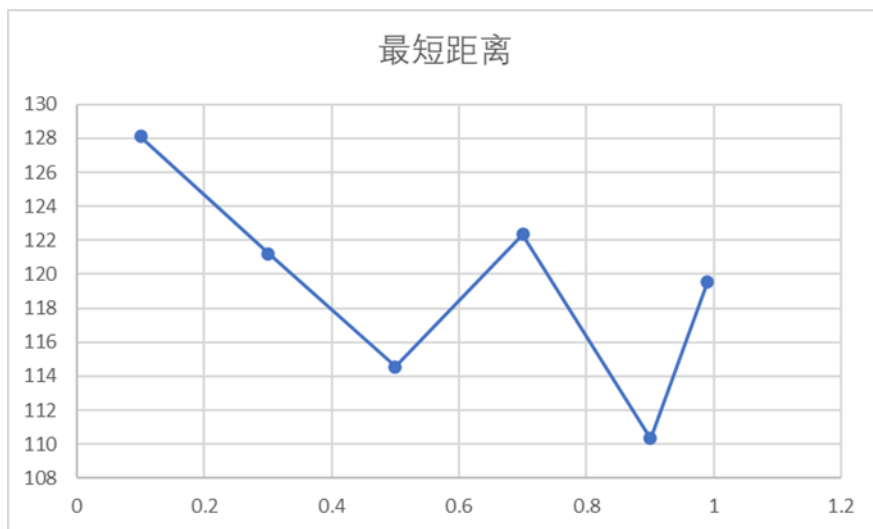


图 8 不同交叉概率下的算法结果

此时种群个数和变异概率 P_m 分别取值 50 和 0.1，从图 8 中我们可以看出交叉概率的提高，寻找最优距离逐渐变好，但是在交叉概率较高时不一定能保证找到最优解，可能陷入局部最优。

(3)变异概率 P_m 对算法结果的影响

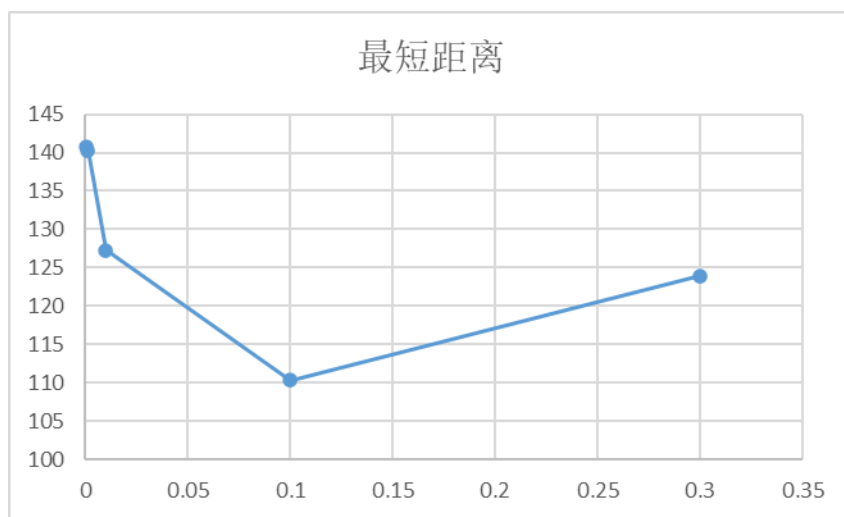


图 9 不同变异概率下的算法结果

此时种群个数和交叉概率 P_c 分别取值 50 和 0.9，从图 9 中我们可以看出当变异概率 P_m 过小时，最短距离较大，很难找到最优个体，而当其较大时(取 0.3)，也不一定能保证找到最优解。

3.蚁群优化算法中不同参数对算法结果的影响

(1)蚂蚁数量对算法结果的影响

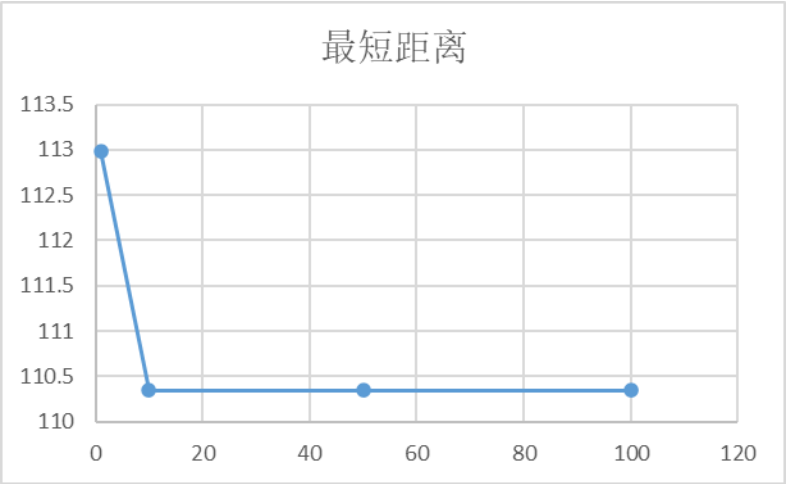


图 10 不同蚁群数量的蚁群优化算法结果

此时其余参数的设置如表 2 所示，从图 10 中我们可以看出无论蚂蚁数量取值较大或较小均能得到较优解

(2)信息素重要程度 α 对算法结果的影响

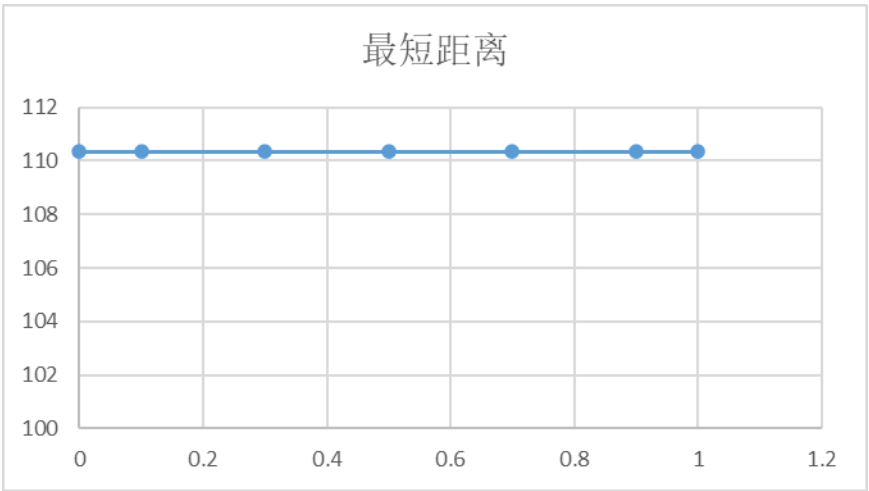


图 11 不同 α 取值下的算法结果

此时其余参数的设置如表 2 所示，从图 11 中我们可以看出不管当 α 取值为 0-1 内的何值时，均取得了最优解。

(3)启发式因子重要程度 β 对算法结果的影响

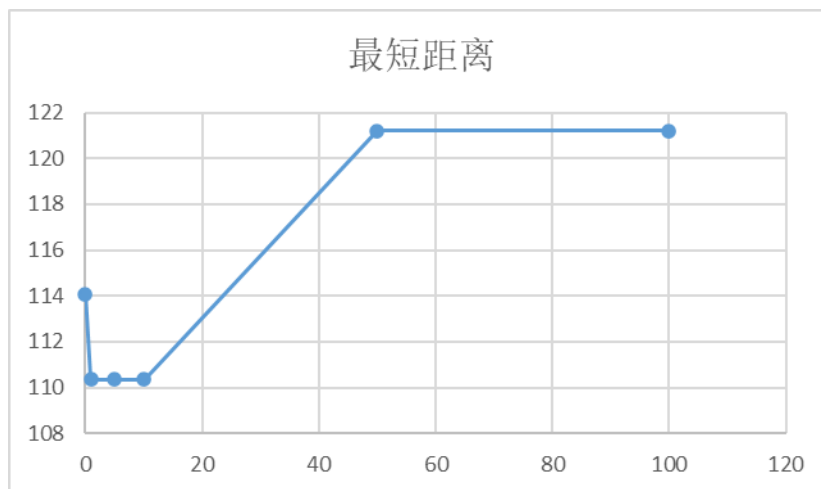


图 12 不同 β 取值下的算法结果

此时其余参数的设置如表 2 所示，从图 12 中我们可以看出当 β 取值过大或过小时，均无法得到最优解。

四. 分析总结

1.通过对比图 4 和图 6，我们可以得出在 10 个城市的 TSP 问题中，蚁群优化算法的平均距离要小于遗传算法，并且蚁群优化算法在刚开始已经寻找了该问题的一个最优解，而遗传算法在第 150 次迭代左右才得到了最优解，由此可以说明**蚁群优化算法的性能要优于遗传算法**；

2.对于遗传算法，从图 7 中我们可以看出当种群规模过大或者过小时，均无法获得最优解；

从图 8 和图 9 中我们可以看出交叉概率/变异概率的提高，寻找到的最优距离逐渐变好，但是在其较高时不一定能保证找到最优解，可能陷入局部最优，这是因为当其取值太大，会破坏优良个体；太小，会导致新个体产生速度过慢。

3.对于蚁群优化算法，从图 10 中可以看出无论当蚂蚁取值过大或过小时，蚁群优化算法均能得到一个较优的解，比之遗传算法更好，但是一般建议选择蚂蚁数量等于城市数量，即有多少个城市就设置多少只蚂蚁；

在课上老师讲过说 $\alpha = 0$ 时，蚂蚁间没有通信，蚁群优化算法变为了贪婪搜索算法，当 $\alpha = 1$ 时，蚂蚁间有通讯，可以提高算法的性能。在本次作业中，从图 11 中我们可以发现无论 α 取何值，蚁群优化算法都能找到最优的解，这可能是因为我们设置的城市数量较少，未能体现出其差别；

对于 β 值而言，其代表了启发式因子 η 的重要程度，从图 12 中，我们可以发现当 β 值过大或过小时，蚁群优化算法均无法得到最优解。故而综上，**对于蚁群优化算法，我们设置蚂蚁数量等于城市数量， α 取 0-1 以内的值， β 取大于 1 的值（不要过大）。**