

# 单级旋转倒立摆的自抗扰控制

马燕 夏超英

天津大学

摘要: 单级旋转倒立摆是一个单输入双输出、强非线性、强耦合的不稳定系统。应用自抗扰控制方法对其进行研究, 利用状态观测器对系统的总扰动进行实时估计和补偿, 实现了对摆的竖直偏角的良好控制。并且与 LQR 方法进行了对比, 在改变研究对象的参数而不改变控制参数的情况下进行了仿真, 结果表明自抗扰控制方法具有较强的鲁棒性。

关键词: 倒立摆 自抗扰控制 扩张状态观测器

## Active Disturbance Rejection Control Scheme for the Single rotational Inverted Pendulum

Ma Yan Xia Chaoying

**Abstract** The single rotational inverted pendulum is a single input two outputs unstable system with strong nonlinearity and strong coupling. The stable control of it was studied with the active disturbance rejection controller (ADRC). The control scheme was accomplished by estimating overall disturbance with extended state observer (ESO), which is compensated in the controller. Simulation is taken with the same controller after changing some of the parameters of the pendulum, comparing with the LQR method. The results demonstrate the feasibility and robustness of the ADRC method.

**Keywords** inverted pendulum active disturbance rejection control extended state observer

## 1 引言

倒立摆是一个典型的多变量、不稳定、非线性、强耦合的高阶系统, 是学习与研究自动控制理论最为合适的实验对象之一。由于它的运动特性与运载火箭稳定飞行和双足步行机器人关节运动有很大相似性, 因此研究倒立摆具有重要的实际意义。很多控制理论被成功地运用于倒立摆系统的控制, 如: 自适应控制、变结构控制、鲁棒控制、模糊控制、基于神经网络理论的方法等。

基于扩张状态观测器的自抗扰控制器(active disturbance rejection controller, ADRC)不依赖于被控对象的具体数学模型, 是一种基于过程误差的调节方法。它利用扩张状态观测器实时估计并补偿系统的内外扰动, 使系统变为积分串联型, 从而实现动态系统的反馈线性化, 实现良好的控制品质。它具有算法简单、抗干扰能力强等特点<sup>[1]</sup>。本文采用自抗扰控制方法对单级旋转摆的竖直角度进行控制, 使其保持竖直, 利用 Simulink

进行了仿真, 并与 LQR (linear quadratic regulator) 方法进行了比较。

## 2 倒立摆 ADRC 的设计

自抗扰控制器由非线性跟踪微分器(tracking differentiator, TD)、扩张状态观测器(extended state observer, ESO)和非线性误差反馈控制率(nonlinear state error feedback, NLSEF)3部分组成。TD 用来给出参考输入的各阶导数信号; ESO 在给出输出的各阶导数的同时, 估计系统所有内扰和外扰的总和; NLSEF 利用 TD 输出和 ESO 输出之间误差的非线性组合与扰动估计的补偿来生成控制信号<sup>[2]</sup>。其结构如图 1 所示。

单级旋转倒立摆由水平旋转杆和由其支撑的倒立摆组成, 摆的竖直偏角  $\alpha$  是被控制量, 水平杆的偏转角为  $\theta$ , 控制量是带动水平杆转动的电机电压  $V_m$ , 系统的数学模型为

$$\begin{cases} (J_q + mr^2) \ddot{\theta} - mLr \ddot{\alpha} = T_o - B_{eq} \dot{\theta} \\ \frac{4}{3} mL^2 \ddot{\alpha} - mLr \ddot{\theta} - mgL\alpha = 0 \end{cases} \quad (1)$$

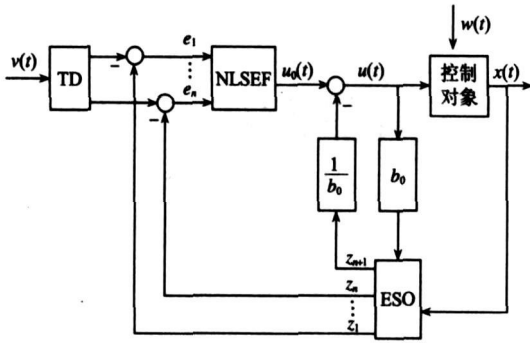


图 1 ADRC 控制器结构

其中

$$T_o = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g (V_m - K_g K_m \theta)}{R_m}$$

式中,除  $\alpha, \theta, V_m$  外均为系统已知参数,  $T_o$  为电机的输出转矩。设  $T$  为作用在竖直摆杆上的转矩扰动,则式(1)变为

$$\begin{cases} (J_{eq} + mr^2) \ddot{\theta} - mLr \ddot{\alpha} = T_o - B_{eq} \dot{\theta} + T \\ \frac{4}{3} mL^2 \ddot{\alpha} - mLr \ddot{\theta} - mgL \alpha = 0 \end{cases} \quad (2)$$

令  $a = J_{eq} + mr^2$   $b = mLr$   $c = \frac{4}{3} mL^2$

$$d = mgL \quad E = ac - b^2$$

$$G = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_m K_g^2 + B_{eq} R_m}{R_m} \quad P = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{R_m}$$

针对  $\alpha$  设计自抗扰控制系统,将式(2)化为

$$\ddot{\alpha} = \frac{ad \sin \alpha - b^2 \sin \alpha \cos(\alpha) \dot{\alpha}^2 - bG \cos(\alpha) \dot{\theta}}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} + \frac{b \cos \alpha}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} T + \frac{bP \cos \alpha}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} V_m \quad (3)$$

其中  $V_m$  的系数可以在  $\alpha$  的平衡点即  $\alpha=0$  处取一

定值  $b_0 = \frac{bP}{ac - b^2}$ , 于是式(3)化为

$$\ddot{\alpha} = \frac{ad \sin \alpha - b^2 \sin \alpha \cos(\alpha) \dot{\alpha}^2 - bG \cos(\alpha) \dot{\theta}}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} + \frac{b \cos \alpha}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} T + \left( \frac{bP \cos \alpha}{ac - b^2 \cos^2 \alpha} V_m - b_0 V_m \right) + b_0 V_m \quad (4)$$

等式右边除  $b_0 V_m$  项之外各项视为总扰动,通过 ESO 将其观测出来。ESO 是自抗扰控制器的核心环节,它以系统的输入量和输出量为输入,可以得到系统输出量及其微分信号,以及系统内外扰的总和。这里设计 ESO 为

$$\begin{cases} e = z_1 - \alpha \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 e + b_0 V_m \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 e \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $z_1$  跟踪  $\alpha$ ,  $z_2$  跟踪  $\dot{\alpha}$ ,  $z_3$  是对总扰动的实时估计。

式(5)的特征方程式为

$$w(s) = s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3 \quad (6)$$

按带宽 100 Hz,  $\xi=0.707$  设计,求得:  $\beta_1=1516$ ,  $\beta_2=1904085$ ,  $\beta_3=960692608$ 。ESO 模块如图 2 所示。

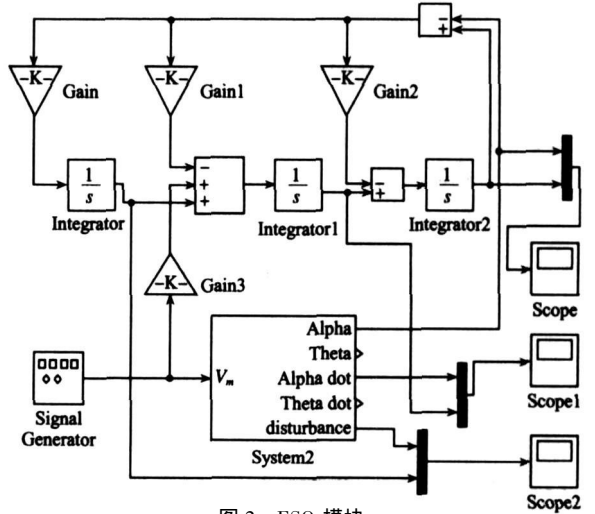


图 2 ESO 模块

令  $V_m = u_0 - z_3 / b_0$ , 式(4)变为

$$\ddot{\alpha} = b_0 u_0 \quad (7)$$

误差反馈控制采用线性控制

$$u_0 = k_1(z_1 - \alpha^*) + k_2(z_2 - \dot{\alpha}^*) \quad (8)$$

式中:  $u_0$  相当于一个比例微分环节;  $k_1$  为比例系数;  $k_2$  为微分系数。

由于要求  $\alpha$  角保持 0, 因此反馈控制的给定  $\alpha^*=0, \dot{\alpha}^*=0$ , 不需要使用跟踪微分器, 式(8)变为

$$u_0 = k_1 z_1 + k_2 z_2 \quad (9)$$

### 3 比较与仿真

为表明 ADRC 的控制效果, 本文将对 ADRC 控制器和线性二次型调节器 (linear quadratic regulator, LQR) 进行比较, 为此要使用线性化之后的系统进行仿真。对比仿真模块如图 3 所示。

按调节时间  $t_s=0.1$  s, 阻尼比  $\zeta=0.8$ , 超调量  $\sigma=10\%$  设计 ADRC 控制器参数  $k_1$  和  $k_2$ , 实际仿真时进一步修改得到  $k_1=-1, k_2=15$ 。采用仿真试凑法<sup>[3]</sup>选择 LQR 方法中的  $q$  和  $r$  值, 得到  $q=\text{diag}([25 \ 50 \ 0 \ 0])$ ,  $r=1$ 。

设  $\alpha$  的初值为 0.1 rad,  $\theta$  的初值为 0,  $V_m$  限幅为  $\pm 5$  V, 不加外部干扰进行仿真, 结果如图 4 所示。可以看出 ADRC 控制器的调节时间明显较短, 且超调量较小。

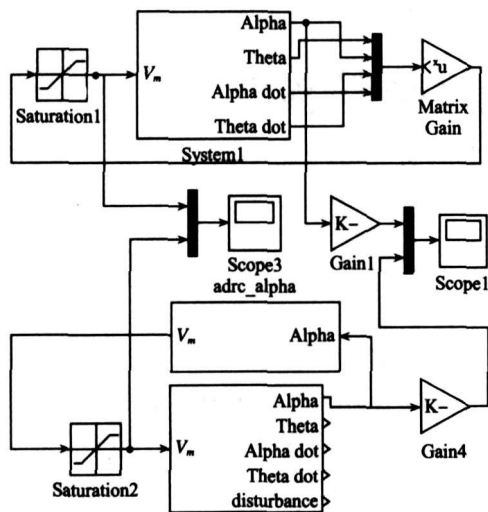


图 3 对比仿真模块

真,由图 6 可以看出,ADRC 的控制效果仍然较好,证明该控制器具有较强的鲁棒性,而 LQR 控制器下的摆无法达到竖直状态。

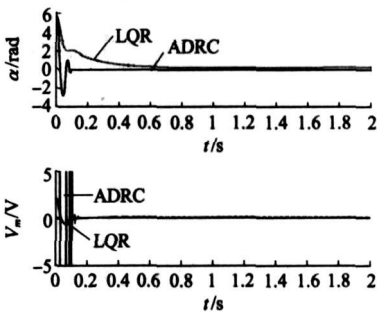


图 6 改变系统参数的仿真波形

4 小结

本文采用了自抗扰控制器对单级旋转倒立摆的竖直角度进行控制,从仿真结果可以看出 ESO 对扰动的跟踪非常有效。在与 LQR 方法的比较中,从图 3 中可以看出,ADRC 方法需要测量的量只有  $\alpha$ ,而 LQR 方法至少需要  $\alpha$  与  $\theta$  两个量,因此 ADRC 方法在硬件要求上比 LQR 方法稍简单。仿真结果验证了 ADRC 方法的快速性和鲁棒性。

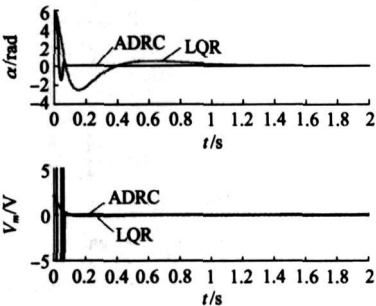


图 4 不加外部干扰的仿真波形

参考文献

1 张荣, 韩京清. 串联型扩张状态观测器构成的自抗扰控制器. 控制与决策, 2000, 15(1): 122-124

2 杨金明, 吴捷, 张宇等. 采用自抗扰控制器的永磁直线电动机速度控制. 微特电机, 2004, 32(5): 31-36

3 王仲民, 孙建军, 岳宏. 基于 LQR 的倒立摆最优控制系统研究. 工业仪表与自动化装置, 2005(3): 6-8

4 韩京清. 从 PID 技术到“自抗扰控制”技术. 控制工程, 2002, 9(3): 13-18

5 吴楠. 单级倒立摆系统角运动控制方案建模及仿真. 系统仿真学报, 2003, 15(9): 1333-1336

6 段旭东, 许可. 单级旋转倒立摆的建模与控制仿真. 机器人技术与应用, 2002(5): 43-46

7 赵习为, 慕春棣. 自抗扰控制器的简易实现. 制造业自动化, 1999, 21(6): 52-53

8 Lei Chunlin, Wu Jie, Chen Yuanrui *et al.* Permanent magnet Linear Motor Control System Based on the Auto disturbance rejection Controller (ADRC). Electrical Machines and Systems, ICEMS, 2003, 1: 62-65

对摆施以幅值为 0.1、频率为 10 Hz 的正弦转矩扰动,其它条件不变进行仿真,结果如图 5 所示。ADRC 控制器的控制量  $V_m$  以近似正弦的形式变化,摆最后能够保持竖直,而 LQR 控制器下摆的竖直角度波动很大,无法稳定下来。可见 ADRC 控制器的抗扰性较强,ESO 对扰动的跟踪很有效。

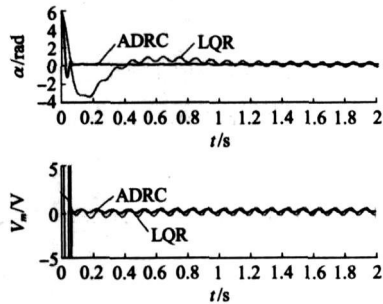


图 5 正弦扰动的仿真波形

下面来比较当控制对象发生变化、或者所获得的系统参数不准时,两种控制器的控制效果。如改动线性化后的模型中的两个参数,在不改变控制器参数的情况下,设  $\alpha$  的初值为 0.1 rad,  $\theta$  的初值为 0,  $V_m$  限幅为  $\pm 5$  V,不加外部干扰进行仿

收稿日期: 2006 04 06  
修改稿日期: 2006 12 25