

姓名:

学号:

班级:

密

封

线

内

答

题

无

效

密

封

石家庄铁道大学 2012-2013 学年第二学期

2012 级本科班期末考试试卷(A)课程名称: 高等数学(A, D)II 考试日期: 2013.6. 考试时间: 120 分钟

考试性质(学生填写): 正常考试() 缓考补考() 重修() 提前修读()

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 总 分 |
|-----|----|----|----|-----|
| 满 分 | 30 | 40 | 30 | 100 |
| 得 分 | | | | |
| 改卷人 | | | | |

得分

一、完成下列各题 (共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

1. 设函数 $f(x, y) = x^2 e^{x(1-y)} + y^2$, 求 $f'_x(x, 1)$.2. 设函数 $f(u, v)$ 可微, $z = f(x, xy^2)$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.3. 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ 上点 $M_0(1, -1, 1)$ 处的法平面方程.4. 计算二重积分 $\iint_D e^{-x^2-y^2} d\sigma$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 4$.5. 解微分方程 $xf'(x) + f(x) = (x+1)e^x$, $f(1) = e$.

得分

二、计算下列各题 (共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分)

1. 设函数 $f(x, y) = xy$. (1)讨论 $f(x, y)$ 是否存在极值;(2)用拉格朗日乘数法求 $f(x, y)$ 在圆周 $x^2 + y^2 = 2$ 上的最大值与最小值.2. 计算曲线积分 $I = \int_L \frac{-ydx + xdy}{x^2 + 4y^2}$, 其中 $L: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 逆时针方向.3. 设 $\Sigma: z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$, 取上侧, 利用高斯公式计算

$$\iint_{\Sigma} xydydz + yzdzdx + (z+1)xdxdy.$$

4. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n}$ 的和函数(给出收敛域), 并求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^{n+1}}$ 的和.

| | |
|----|-----------------------------------|
| 得分 | 三、选择题与填空题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分） |
| | 说明：将各小题的结果填入括号内，否则不得分。 |

1. 设 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $u = \frac{1}{r}$, 则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} =$ 【 】.

2. 设 $D: x^2 + y^2 \leq 2x$, 则 $\iint_D (x+y)d\sigma =$ 【 】.

3. 设 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, 则 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2)dS =$ 【 】.

4. 设 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, 则 $f^{(2n)}(0) =$ 【 】.

5. 设 $f(x)$ 是以 4 为周期的函数, 且 $f(x) = \begin{cases} x^2 & -2 < x \leq 1 \\ \sqrt{2x} & 1 < x \leq 2 \end{cases}$,

则其傅立叶级数的和函数值 $s(2) =$ 【 $\frac{2+4}{2} = 3$ 】.

6. 已知函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某邻域内有定义, 且 $f(0, 0) = 0$,

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y)}{x^2 + y^2} = 1$, 则函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处 【 **D** 】.

A. 极限存在但不连续 B. 连续但偏导数不存在

C. 偏导数存在但不可微 **D. 可微**

7. 函数 $f(x, y) = xe^{x^2+y^2}$ 在点 $(0, 0)$ 处沿方向 $\vec{l} = (6, 8)$ 的方向导数是

【 】.

A. 0 **B. $\frac{3}{5}$**

C. $\frac{4}{5}$

D. 1

8. 二次积分 $\int_0^1 \left[\int_y^1 e^{-x^2} dx \right] dy = \text{【 } \quad \text{】} .$

A. $\frac{1}{2}(1-e^{-1})$

B. $\frac{1}{2}(1-e)$

C. $\frac{1}{2}(e^{-1}-1)$

D. $\frac{1}{2}(e-1)$

9. 下列级数中发散的是 【 】 .

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$

B. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$?

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$ $\sim \frac{1}{n^2} (n \rightarrow \infty)$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

10. 二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' - 4y' + 3y = 4xe^{3x}$ 的通解为

【 】 .

A. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + x(x-1)e^{3x}$

B. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + x(2x-1)e^{3x}$

C. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} - 3e^x$

D. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + 2e^{3x}$