1. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1,\\ 0, & 其\ 他\end{cases}$$

求 (1) $P(X+Y\le 1)$；

(2) X,Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$.

答案：（1）$P(X+Y\le 1)=\int_0^{\frac{1}{2}}dx\int_x^{1-x}6xdy=\int_0^{\frac{1}{2}}6x(1-2x)dx=\frac{1}{4}$.

（2） $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_x^1 6xdy=6x-6x^2, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$,

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^y 6xdx=3y^2, & 0<y<1\\ 0 & 其它\end{cases}$.

2. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & 0<x<1,0<y<2x,\\ 0, & 其\ 他\end{cases}$$

求 X,Y 的边缘概率密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$；

答案： $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^{2x}dy=2x, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$,

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_{\frac{y}{2}}^1 dx=1-\frac{y}{2}, & 0<y<2\\ 0 & 其它\end{cases}$

3．设随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}e^{-(x+y)}, & x>0,y>0\\ 0, & 其它\end{cases}$.

说明 X 与 Y 的独立性.

解：$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}e^{-x}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$ $f_Y(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & 其它\end{cases}$

$f(x,y)=f_X(x)\ f_Y(y)$

所以， X 与 Y 独立.