石家庄铁道大学 2015 级《高等数学(A)II》期末试卷

一、选择和填空题（共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

1. 设函数 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，$z=f(x,g(x))$，且 $g(x)$ 可导，若 $f_1'(1,1)=1$，又 $g(1)=1$ 是极值，则 $\left.\dfrac{dz}{dx}\right|_{x=1}=$【　】.

   A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 不存在

2. 曲面 $z=x^2+y^2$ 上法向量平行于 $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$ 的点是【　】.

   A. (1, 1, 2)　　B.(1, 2, 5)　　C. $(1,2,-1)$　　D. $(2,4,-1)$

3. 设函数 $z=f(x,y)$ 的全微分为 $dz=xdx+ydy$，则点 $(0,0)$【　】.

   A. 不是 $f(x,y)$ 的连续点　　B. 不是 $f(x,y)$ 的极值点

   C. 是 $f(x,y)$ 的极小值点　　D. 是 $f(x,y)$ 的极大值点

4. 设曲线 $L: f(x,y)=1$ （$f(x,y)$ 具有一阶连续偏导数),过第 II 象限内的点 M 和第 IV 象限内的点 N,T 为 L 上从点 M 到点 N 的一段弧,则下列小于零的是【 】.

   A. $\int_T f_x'(x,y)dx+f_y'(x,y)dy$　　B. $\int_T f(x,y)dx$　　D

   C. $\int_T f(x,y)ds$　　D. $\int_T f(x,y)dy$

5. 下列级数中，条件收敛的是【　】.

   A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n!}{n^n}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n(1-\cos\dfrac{n\pi}{2})$　　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\cos n\pi}{n^2}$　　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n}}\sin\dfrac{n\pi}{2}$

6. 设 $L: x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$，逆时针，则 $\int_L e^x y^2dx+(x+2e^x y)dy=$【　】.

7. 设曲面 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$，则沿该球面外侧的曲面积分 $I=\oiint\limits_{\Sigma}(x-y)^2dydz-2xydzdx+(2y+3)zdxdy=$【　】.

8. 对于下列常数项级数，说法正确的是【　】.

   A. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2,\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)^2$ 收敛

   B. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_nv_n|$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2,\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 收敛

   C. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n(u_n>0)$ 发散，则 $u_n\ge\dfrac{1}{n}$

   D. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，且 $u_n\ge v_n$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 收敛

9. 设数列$\{a_n\}$单调减少，$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0,\quad S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k (n = 1, 2, \cdots)$无界，则幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$的收敛域为【　】.

A. [0, 2)　　B. (0,2]　　C. $(-1,1]$　　D. $[-1,1)$

10. $f(x) = |x-\pi|$，$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin nx dx$. 令$s(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$，则$s(\frac{3}{2}\pi) =$.

A. $-\frac{\pi}{2}$　　B. 0　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. π

二、完成下列各题（共 8 题，每题 5 分，共 40 分）

1. 设$z = e^{xy} + \frac{1}{4}x^2y^2$，计算$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. 设方程$e^z + xyz = 1$确定了隐函数$z = z(x, y)$，计算偏导数$\frac{\partial z}{\partial x}$.

3. 计算$\int_0^1 dx \int_x^1 e^{y^2} dy.$

4. 计算二重积分$\iint\limits_D x^2 dxdy,\ D:\ x^2 + y^2 \le 4.$

5. 设Ω是由曲面$x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 1$所围区域，计算$\iiint\limits_{\Omega} z^2 dV$.

6. 设曲面$\Sigma: z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$，计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} zdS$.

7. 将$f(x) = \ln\frac{1+x}{1-x}$展开为$x$的幂级数，并给出收敛域.

8. 解微分方程$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\frac{y}{x}$.

三、完成下列各题（共 3 题，每题 10 分，共 30 分）

1. 求二元函数$f(x, y) = x^2 + y\ln y$的极值

2. 设$\Sigma: z = \sqrt{x^2 + y^2} (0 \le z \le 1)$，取下侧，计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma} \frac{1}{z} dxdy.$

3. 求二阶微分方程$y'' - 4y' + 3y = 2e^{2x}$的通解.