2016 级《高等数学(A)II》期末试卷

一、选择和填空题（共 10 题，每题 4 分，共 40 分）

1. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在 $O(0,0)$处【*填入上表*】.

   A. 极限存在　　B. 连续　　C. 偏导数存在　　D. 可微

2. 设 $\Phi(cx-az,cy-bz)=0,\Phi$ 具连续偏导数，则 $a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=$【*填入上表*】.

   A. a　　B. b　　C. c　　D. $a+b+c$

3. 函数 $f(x,y)=3-x^2-y^2$ 在点(1,1)处沿过该点的曲线 $x^2+y^2=2$ 的内法向量的方向导数为【*填入上表*】.

   A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

4. 设 D 是直线 $y=x,y=0,x=\pi$ 所围成的闭区域，则 $\iint\limits_D \dfrac{\sin x}{x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$【*填表*】.

   A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 设 $f(x)=x\ (0\le x\le\pi)$, 且 $f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx$，则 $a_2=$【*填入上表*】.

6. 设 $s(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$，则 $s(\frac{1}{2})=$【*填入上表*】.

7. 设 $I=\int_L(x^3+4xy^3)dx+(6x^{\lambda-1}y^2-5y^4)dy$ 与路径 L 无关，则 $\lambda=$【*填表*】.

   A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 下列级数中条件收敛的是【*填入上表*】.

   A. $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{\sin n}{n^2}$　　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{2^{n^2}}{n!}$

   C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\sqrt{(3n-2)(3n+2)}}$　　D. $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{\ln^2 n}{n}\cos n\pi$

9. 曲面 $z=e^{x+1}y+(y-1)\arctan x$ 上点(0,1,e)处的法线方程为【*填入上表*】.

A. $ex+ey-z=0$ B. $ex+e(y-1)-(z-e)=0$

C. $\frac{x-0}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-e}{-e}$ D. $\frac{x-0}{e}=\frac{y-1}{e}=\frac{z-e}{-1}$

10. 方程 $y''-2y'-3y=e^{x}+2e^{3x}$ 的特解形式是【*填入上表*】.

A. $Axe^{-x}+Be^{3x}$ B. $Ae^{-x}+Bxe^{3x}$

C. $Axe^{x}+Be^{3x}$ D. $Ae^{x}+Bxe^{3x}$

二、完成下列各题（共 5 题，每题 6 分，共 30 分）

1. 设 $z=\ln(1+e^{xy})+\arctan x(y-1)$, 计算 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,1)}$.

2. 设 $z=f(x,xy)$, f 具有二阶连续偏导数，计算 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 将函数 $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$ 展开为关于 $x-1$ 的幂级数.

4. 求由曲面 $z=x^2+y^2, z=0, |x|+|y|=1$ 所围曲顶柱体的体积.

5. 计算 $\int_L \frac{(x+y)dx+(-x+y)dy}{x^2+y^2}$，其中 $L: x^2+y^2=a^2$，逆时针方向.

三、完成下列各题（共 3 题，每题 10 分，共 30 分）

1. 在力场 $\vec{F}=(yz,zx,xy)$ 作用下，质点由原点沿直线运动到椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 上第一卦限的点 $M(\xi,\eta,\zeta)$ 处，问当 ξ,η,ζ 取何值时，$\vec{F}$ 所做功 W 最大？并求 W 的最大值.

2. 用高斯公式计算 $\Phi=\oiint\limits_{\Sigma} 2xye^{y^2}dydz-e^{y^2}dzdx+z^2dxdy$,

其中 Σ 为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与球面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围立体表面的外侧.

3. 已知曲线 $y=y(x)$ 上点 $P(x,y)$ 处的法线与 x 轴交点为 Q，且线段 PQ 被 y 轴平分. 求该曲线满足的微分方程，并求满足条件 $y(1)=0$ 的解.