2010—2015 年《概率论与数理统计(A)》期末试卷分类

说明：选择填空题没空 3 分

一、*随机事件与概率*

2010 年（2008 级）

1．设 $P(A)=0.5, P(B)=0.7, P(B|A)=0.8,$ 则 $P(\overline{A}\overline{B})=$ __0.2__ .

2．10 张奖券只有一张中奖，现有 10 人依次抽奖，第二个人中奖的概率为_______

3（10 分）一道选择题同时列出 m 个备选答案，要求考生将其中的正确答案（只有一个）选择出来。某考生可能知道哪个答案是正确的，也可能乱猜一个。设他知道正确答案的概率为 p，乱猜的概率为$1-p$，且乱猜答案猜对的概率为$\dfrac{1}{m}$。

（1）求该考生将该题答对的概率；

（2）若已知他答对了，求他确实知道该题正确答案的概率。

2011 年（2009 级）

1.（8 分）已知 8 支步枪中有 5 支已校准过，3 支未校准过.一名射手用校准过的枪射击时，中靶的概率为 0.8；用未校准的枪射击时，中靶的概率为 0.3.现从 8 支枪中任取一支用于射击，求：(1) 射手中靶的概率；(2) 已知射手中靶，求他所用的枪是校准过的概率.

2．设 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(A|B)=0.8,$ 则 $P(A\cup B)=$______.

2012 年（2010 级）

1.（10 分）人们为了解一支股票未来一定时期内价格的变化，往往会去分析影响股票价格的基本因素，比如利率的变化．现假设人们经分析估计利率下调的概率为 60%，利率不变的概率为 40%．根据经验，人们估计，在利率下调的情况下，该支股票价格上涨的概率为 80%，而在利率不变的情况下，其价格上涨的概率为 40%，求该支股票将上涨的概率. 若已知该支股票上涨，求利率下调的概率.

2．对于事件 A,B，下列结论不正确的有（　）

（A）若 A,B 对立，则 $p(\overline{A\cup B})=0$；　（B）若 A,B 对立，则 $\overline{A},\overline{B}$ 也对立；

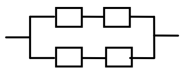
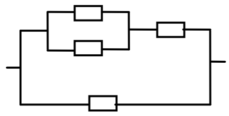
（C）若 A,B 独立，则 $p(\overline{A}\,\overline{B})=1-p(A)-p(B)+p(A)p(B)$；

（D）若 A,B 互斥，则 $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A)p(B)$.

3．已知 $P(A)=0.3$, $P(B)=0.4$， $P(A\,|\,B)=0.5$, 则 $P(\bar{A}\cup\bar{B}\,|\,A\cup B)=$ ________ .

2013 年（2011 级）

1.（10 分）称一个元件能正常工作的概率 p 为这个元件的可靠性，称由元件组成的一个系统能正常工作的概率为这个系统的可靠性. 设有 4 个元件按照以下两种连接方式构成两个系统，若构成每个系统的每个元件的可靠性均为 r $(0<r<1)$，且各元件能否正常工作是相互独立的，求各个系统的可靠性.

（1）  （2） 

2．已知 $P(A)=0.7$， $P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{AB})=$ ________ .

3．若 $P(A)>0$， $P(B)>0$， $P(A|B)=P(A)$，则下列结论不正确的是（　）

（A） $P(B|A)=P(B)$；（B） $P(\bar{A}|\bar{B})=P(\bar{A})$；（C） A， B 相容；（D） A， B 不相容.

2014 年（2012 级）

1.（10 分）设某工厂有甲、乙、丙三个车间，生产同一种产品，每个车间的产量分别占总产量的 25%、35%、40%，次品率分别为 5%、4%、2%，如果从全厂产品中任取一件，取得次品记为事件 B，产品为甲、乙、丙车间生产分别记为 A_1,A_2,A_3，求 $P(B)$ 和 $P(A_1\,|\,B)$

2．一口袋装有 6 只球（4 只白球、2 只红球），从袋中取球两次，每次随机地取一只，令 A 表示有放回抽样时第二次抽到白球，B 表示不放回抽样时第二次抽到白球，则下列结论正确的是_______

（A） $P(A)>P(B)$　　（B） $P(A)<P(B)$　　（C） $P(A)=P(B)$

3．设 A，B 互不相容，且 $P(A)P(B)>0$，则下列结论正确的是_______

（A） $P(A\,|\,B)=P(A)$　　（B） $P(AB)=P(A)P(B)$

（C） $P(B\,|\,A)>0$　　（D） $P(A\,|\,B)=0$

4．设有四张卡片分别标以数字 1,2,3,4. 今任取一张，设事件 A 表示取到 1 或 2，事件 B 表示取到 1 或 3，事件 C 表示取到 1 或 4，则下列结论不正确的是______

（A） $P(AB)=P(A)P(B)$　　（B） $P(AC)=P(A)P(C)$

（C） $P(BC)=P(B)P(C)$　　（D） $P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$

5．设某光学仪器厂制造的透镜，第一次落下时打破的概率为 0.5，若第一次落下未打破，第二次落下打破的概率为 0.7，若前两次落下未打破，第三次落下打破的概率为 0.9，以 B

表示事件“透镜落下三次未打破”，则 P(B)=__________

2015 年（2013 级）

1. (10 分)病树的主人外出，委托邻居浇水，如果不浇水树死去的概率为 0.8. 如果浇水则树死去的概率为 0.1. 该主人有 90%的把握确定邻居会记得浇水.

(1)求主人回来树还活着的概率；

(2)主人回来树还活着，求邻居记得浇水的概率.

2. 将一枚硬币重复掷 n 次，以 X 和 Y 分别表示正面朝上和反面朝上的次数，则 X 和 Y 的相关系数等于________.

3. 设 A, B 为随机事件，$P(A)=0.8, P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{AB})=$ ________.

4. 设 A，B 是任意两个概率不为 0 的互不相容事件，则下列结论中肯定不正确的是________.

(A) $P(AB)=P(A)P(B)$；　　(B) $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 相容；

(C) $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 互不相容；　　(D) $P(A-B)=P(A)$.

二、随机变量及其数字特征

2010 年（2008 级）

1（12 分）已知 $R.V.X$ 的概率密度函数为 $f(x)=\dfrac{A}{1+x^2}$， $-\infty<x<+\infty$,.

求：（1）常数 A；（2） X 的分布函数；（3）若令 Y 表示对 X 的 5 次独立重复观察中事件 $\{-1<X<1\}$ 出现的次数，试写出 Y 的分布律。

2（10 分）设 $R.V.\xi,\eta$ 独立同分布，其分布律为 $P\{\xi=i\}=1/3,\quad i=1,2,3.$，

又设 $X=\max\{\xi,\eta\}, Y=\min\{\xi,\eta\}$.

试求：（1） (X,Y) 的联合分布律；（2） X,Y 的边缘分布律；（3） $P\{X=Y\}$.

3（18 分）二维 $R.V.(X,Y)$ 联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} a(x+y) & 0\le x\le y\le 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

求：（1）常数 a；　（2） X,Y 的边缘密度函数；

（3） $E(XY)$；　（4） $Z=X+Y$ 的概率密度函数。

4. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} 0.5e^{-0.5x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，则 $E(X)=$__, $D(X)=$_

5．已知 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,则 $aX+b\sim$ ________________.

6．设 $R.V.X,Y$ 满足 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则 ________.

A. $D(XY)=D(X)D(Y)$　　　　B. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

C. X,Y 独立。　　　　D. X,Y 不独立。

2011 年（2009 级）

1．(12 分) 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}} & |x|<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

求：(1)系数 A；　(2) X 的分布函数；(3) X 落在 $(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ 内的概率；　(4) $E(X^3)$.

2.（10 分）已知随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2e^{-2x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$，求 $Y=\sqrt[3]{X}$ 的密度函数.

3.（12 分）已知二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-(x+y)} & 0<y<x<+\infty\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

求：(1) X 与 Y 的边缘密度函数；(2) X 与 Y 是否相互独立？为什么？

(3) $P\{X\le 1\}$.

4.（8 分）设 X 与 Y 相互独立且 X 服从参数为 1 的指数分布，Y 服从参数为 2 的指数分布，求 $Z=X+Y$ 的密度函数.

5．设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$Y=aX+b\,(a>0)$，则 $\rho_{XY}=$ _______.

6．已知 $X\sim P(\lambda_1),Y\sim P(\lambda_2)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $X+Y\sim$ _______.

7．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 独立且同服从 $N(0,1)$，$Y=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$，则 $D(Y)=$ _______.

8．设随机变量 X 的可能取值为：$-2, 0, 1$，且有 $E(X)=0.5, P\{X=0\}=0.2$ 则 $P\{X=1\}=$ _________.

9．随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布，则数学期望 $E(X+e^{-2X})=$ ____.

2012 年（2010 级）

1.（10 分）假设随机变量 X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布，

（1）求 X 的分布函数；（2）求随机变量 $Y=e^X$ 的概率密度函数.

2．（10 分）设 X 与 Y 的联合概率分布律为：

X \ Y	-1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	0.15	0	0.1

（1）求 X 与 Y 的边缘分布律，并判断 X 与 Y 是否相互独立；

（2）求 XY 的分布律；（3）求 $E(X+2Y)$.

3．（12 分）设 (X,Y) 服从区域 $D=\{(x,y)\,|\,0\le y\le 1-x^2\}$ 上的均匀分布，（1）写出 (X,Y) 的联合概率密度函数；(2)求 X 和 Y 的边缘概率密度函数并判断它们是否相互独立；(3)求 $p\{Y\ge X^2\}$.

4．（8 分）已知 X，Y 以及 XY 的分布律如下表

X	0	1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Y	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

XY	0	1	2	4
P	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{12}$

求 (X,Y) 的联合分布律.

5．设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, x<0\\ x^2, 0\le x\le 1\\ 1, \quad x>1\end{cases}$，则 $E(X)=(\quad)$

（A）$\int_0^{+\infty} x^3 \mathrm{d}x$；　　（B）$\int_0^1 2x^2 \mathrm{d}x$；

（C）$\int_0^1 x^2 \mathrm{d}x+\int_1^{+\infty} \mathrm{d}x$；　　（D）$\int_0^{+\infty} 2x^2 \mathrm{d}x$.

6．设随机变量 X,Y 的方差存在且为正，则 $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ 是 X 和 Y（　）

（A）不相关的充分条件，但不是必要条件；（B）独立的必要条件，但不是充分条件；

（C）不相关的充要条件；（D）独立的充要条件.

7．设 X 是一个离散型的随机变量，则（　）可成为 X 的分布律.

（A）

X	0	1
P	$1-p$	p

p 为任意实数；

（B）

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
P	0.1	0.3	0.3	0.2	0.2

（C） $p\{X=n\}=\dfrac{e^{-3}3^n}{n!}$，$n=1,2,\ldots$；（D） $p\{X=n\}=\dfrac{e^{-3}3^n}{n!}$，$n=0,1,2,\ldots$.

8．设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，且 X_1 服从 $(0,6)$ 上的均匀分布， $X_2\sim N(1,3)$， X_3 服从参数为 3 的指数分布，则 $Y=X_1-2X_2+3X_3-1$ 的数学期望为__________，方差为__________.

2013 年（2011 级）

1．（10 分）设随机变量 X 服从区间 $[-2,2]$ 上的均匀分布，求 $Y=X^2$ 的概率密度函数.

2．（10 分）设 X 与 Y 的联合概率分布律为

X \ Y	0	1	2
1	0.1	0.2	0
2	0.3	0.05	a
3	0.15	0	0.1

(1) 求 a 的值；(2) 求 X 与 Y 的边缘分布律，并判断 X 与 Y 是否相互独立；

(3) 求 $2X+3Y$ 的分布律.

3（20 分）设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-x-y}, & x>0,y>0 \\ 0\quad , & \text{其它} \end{cases}$

(1) 求 X， Y 的数学期望；(2) 求 X， Y 的边缘概率密度函数，并判断 X 与 Y 是否相互独立；

(3) 求 $Z=X+2Y$ 的概率密度函数.

4．下列函数中，可以作为随机变量分布函数的是（　）

（A）$F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$；　（B）$F(x)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2\pi}\arctan x$；（C）$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{x}{1+x}, & x>0\end{cases}$；　（D）$F(x)=\dfrac{2}{\pi}\arctan x+1$.

5．设 X,Y 是任意两个随机变量，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则下列式子正确的是（　）

（A）$D(XY)=D(X)D(Y)$；　　（B）$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$；

（C）X 与 Y 独立；　　（D）X 与 Y 不独立.

6．设随机变量 X,Y 有相同的分布律如下，并且 $P(XY=0)=1$，则 $P(X\ne Y)=$（　）

X	-1	0	1
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

（A）0；　　（B）$\frac{1}{4}$；　　（C）$\frac{1}{2}$；　　（D）1.

2014 年（2012 级）

1（10 分）设随机变量 X 的分布密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}} & |x|<1\\ 0 & 其它\end{cases}$

求（1）系数 A，（2）分布函数 $F(x)$，（3）方差 $D(X)$

2.（10 分）设电流 I 是一个随机变量，它均匀分布在 9 安~11 安之间，若此电流通过 2 欧的电阻，在其上消耗的功率 $W=2I^2$，求 W 的分布密度 $f_W(y)$

3（10 分）一整数 X 随机地在 1,2,3,4 四个数中取一个值，另一整数 Y 随机地在 1~ X 中取一个值，写出（X，Y）的联合分布律、$X+Y$ 的分布律和 EX.

4.（10 分）设二维随机变量（X，Y）的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}1 & 0\le x\le 1, |y|\le x\\ 0 & 其它\end{cases}$

求（1）边缘分布密度 $f_X(x), f_Y(y)$；（2）X 与 Y 是否独立，为什么？

5．设二维随机变量（X，Y）的联合分布函数为 $F(x,y)=\begin{cases}1-e^{-x}-e^{-y}+e^{-x-y}, & x\ge 0, y\ge 0\\ 0, & 其它\end{cases}$

则下列结论不正确的是______

（A）$F_X(x)F_Y(y)\ne F(x,y)$　　（B）$F_X(x)F_Y(y)=F(x,y)$

（C） $F_X(x)=\begin{cases}1-e^{-x}, & x\geq 0\\ 0, & 其它\end{cases}$ （D） $F_Y(y)=\begin{cases}1-e^{-y}, & y\geq 0\\ 0, & 其它\end{cases}$

7．设 $X\sim N(0,1),\quad Y\sim N(0,1)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $Z=\sqrt{X^2+Y^2}$ 的概率密度函数

$f_Z(z)=\begin{cases} \\ \end{cases}$ ________________

2015 年（2013 级）

1. (10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}Cx^3, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$,

(1)确定常数 C；(2)求 X 的分布函数 $F(x)$；(3)求 $E(X)$.

2. (10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}e^{-x} & x>0\\ 0 & 其他\end{cases}$，求 $Y=X^2$ 的概率密度.

3. (10 分) 设事件 A, B 满足 $P(A)=\dfrac{1}{4}, P(B|A)=P(A|B)=\dfrac{1}{2}$,

令 $X=\begin{cases}1, & A发生\\ 0, & A不发生\end{cases}$, $Y=\begin{cases}1, & B发生\\ 0, & B不发生\end{cases}$,

求(1) (X,Y) 的分布律；(2) X,Y 是否相互独立？为什么？(3)相关系数 ρ_{XY} .

4. (10 分) 设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D=\{(x,y)\,|\,x\geq 0, y\geq 0, x+y\leq 1\}$ 上服从均匀分布，求 (1) X 的边缘概率密度；(2) $P\{X<Y\}$；(3) $Z=X+Y$ 的概率密度.

5. 设 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $P\{X=a\}=$______， $P\{a<X\leq b\}=$_______.

6. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 独立，且都服从二项分布 $B(4,0.5)$，随机变量 $T=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$，则 $ET=$__________.

7. 随机变量 X 和 Y 独立，且方差分别为 4 和 2，则随机变量 $Z=3X-2Y$ 的方差是________.

(A) 8； (B) 16； (C) 28； (D) 44.

三、大数定律和中心极限定理

2010 年（2008 级）

已知 $X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 独立同分布， $E(X_i)=10, D(X_i)=10$. 令 $Y=\sum_{i=1}^{10}X_i$，则由切比雪夫不等式

$P\{80 < Y < 120\} >$ ________.

2011 年（2009 级）

在天平上独立地 n 次重复称量一质量为 a 的物品，称量结果为 X_i，对

$\forall \varepsilon > 0$，则 $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - a\right| \le \varepsilon\right\} =$ ________.

2012 年（2010 级）

设 $Y_n \sim B(n,p)$，$\Phi(x)$ 表示标准正态分布的分布函数，则 $\lim\limits_{n\to\infty} p\{\frac{Y_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le 2\} =$ ____

2013 年（2011 级）

设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为相互独立的随机变量序列，且 $X_i (i = 1,2,\cdots)$ 均服从参数为 λ 的泊松分布，则

$\lim\limits_{n\to\infty} p\{\frac{\sum_{i=1}^{\infty} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le 0\} =$ ________.

2014 年（2012 级）

2015 年（2013 级）

设 X 的方差为 2，则由切比雪夫不等式，$P\{|X - E(X)| \le 2\} \ge$ ________.

四、数理统计

2010 年（2008 级）

1（10 分）设总体 X 的分布律为 $P\{X = x\} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$，$x = 0,1,2,\cdots$，其中 $\lambda > 0$ 是未知参数，

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是总体 X 的容量为 n 的样本，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为其观测值，

求 λ 的极大似然估计。

2（10 分）已知某种纤维的纤度指标 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，现抽测 10 根纤维，得纤度数据如下：3.7，3.8，4.1，3.9，4.6，4.7，5.0，4.5， 4.3，3.8，如果 σ^2 未知，问该纤维纤度指

标均值 $\mu=4.0$ 是否成立？$(\alpha=0.05)$　　附：$t_{0.025}(9)=2.2622, t_{0.025}(10)=2.2281.$

3. $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为取自总体 $N(0,1)$ 的样本，$\overline{X}, S^2$ 分别为样本均值，样本方差，则

$(n-1)S^2 \sim \underline{\quad \chi^2(n-1) \quad}, \dfrac{n\overline{X}^2}{S^2} \sim \underline{\quad F(1,n-1) \quad}.$

4. 总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2), X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为取自总体 X 的样本,则 σ^2 的矩估计量为

2011 年（2009 级）

1.（10 分）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是总体 X 的一组样本，X 的密度函数为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta^2}e^{-\frac{x}{\theta}} & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$，

其中 $\theta>0$ 是未知参数，求 θ 的极大似然估计量.

2.（10 分）已知某炼铁厂的铁水含碳量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，某日随机测定了 9 炉铁水，含碳量如下：4.43，4.50，4.58，4.42，4.47，4.60，4.53，4.46，　4.42，如果 σ^2 未知，能否认为该日生产的铁水的含碳量均值 $\mu=4.53$ $(\alpha=0.05)$？　附：　$t_{0.025}(8)=2.3060, t_{0.025}(9)=2.2622$

3. 设 $\overline{X}, S^2$ 分别为正态分布总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本的样本均值和样本方差，样本容量为 n，则

$\dfrac{n\overline{X}^2}{S^2} \sim$ ______.

4. 设 0,2,2,3,3 为来自均匀分布 $U(0,\theta)$ 的样本观测值，则 θ 的矩估计值为______.

5. 已知 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的一组样本，则当 σ^2 已知时，μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为________.

2012 年（2010 级）

1（10 分）设总体 X 服从指数分布，其概率密度函数 $f(x,\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，其中 $\lambda>0$，是未知参数. $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自总体 X 的样本观察值，求参数 λ 的最大似然估计值.

2（10 分）水泥厂用自动包装机包装水泥，每袋额定重量是 50kg，某日开工后随机抽查了 9 袋，称得重量:49.6　49.3　50.1　50.0　49.2　49.9　49.8　51.0　50.2,设每袋重量服从正态分布,问包装机工作是否正常 $(\alpha=0.05)$?

附：　$t_{0.025}(8)=2.306,\ t_{0.025}(9)=2.2622,\ t_{0.05}(8)=1.8595$

3．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$， σ^2 已知 μ 未知， $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为样本，记 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，又 $\Phi(x)$ 表示标准正态分布的分布函数，已知 $\Phi(1.96)=0.975$， $\Phi(1.64)=0.95$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为（　）

（A） $(\overline{X}-0.975\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+0.975\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$；（B） $(\overline{X}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$；

（C） $(\overline{X}-1.64\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+1.64\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$；　　（D） $(\overline{X}-0.95\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+0.95\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

4．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自泊松分布 $P(\lambda)$ 的一个样本， $\overline{X},S^2$ 分别为样本均值和样本方差，则 $E(\overline{X}),D(\overline{X}),E(S^2)$ 分别为（　）

（A） λ,λ,λ；　　（B） $\dfrac{1}{\lambda},\dfrac{1}{n\lambda^2},\dfrac{1}{\lambda}$；　　（C） $\dfrac{1}{\lambda},\dfrac{1}{\lambda^2},\dfrac{1}{\lambda}$；　　（D） $\lambda,\dfrac{\lambda}{n},\lambda$.

2013 年（2011 级）

1．（10 分）设 $X\sim B(1,p)$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的一组样本，求 p 的最大似然估计量.

2．（10 分）设某次考试的考生成绩服从正态分布，从中随机地抽取 36 位考生的成绩，算得平均成绩为 66.5 分，标准差为 15 分，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，是否可以认为这次考试的考生成绩为 70 分？并给出检验过程.

附： $t_{0.025}(35)=2.0301,t_{0.025}(36)=2.0281,t_{0.05}(35)=1.6896.$

3．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 已知，则 μ 的置信区间长度 L 与置信度 $1-\alpha$ 的关系是（　）

（A）当 $1-\alpha$ 缩小时， L 缩短；　　（B）当 $1-\alpha$ 缩小时， L 增大；

（C）当 $1-\alpha$ 缩小时， L 不变；　　（D）以上说法均错.

4．设随机变量 X_1， X_2， X_3 相互独立，且 X_1 服从区间 $(0,6)$ 上的均匀分布， $X_2\sim N(1,3)$， X_3 服从参数为 3 的指数分布， $Y=X_1-2X_2+3X_3-4$，则 $D(Y)=$ ________.

5．设 0, 2, 2, 3, 3, 为来自均匀分布 $U(0,\theta)$ 的样本观测值，则 θ 的矩估计值为 ________.

6．设 $\overline{X}$ 和 S^2 分别为正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本均值和样本方差，样本容量为 n，则 $\dfrac{\sqrt{n}\overline{X}}{S}\sim$.

2014 年（2012 级）

1．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的一个样本， $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为样本观察值，总体 X 的分布密度

$f(x)=\begin{cases}\lambda^2 xe^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$，求参数$\lambda$的矩估计和极大似然估计.

2. 从某厂生产的一批电子元件中抽取 6 个，测得电阻的样本均值和方差分别为 $\bar{x}=14.067,\ s^2=0.097$，设这批元件的电阻$\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，问这批元件的电阻的方差是否为0.04？取水平$\alpha=0.05$

附表：$\chi^2_{0.025}(5)=12.833, \chi^2_{0.975}(5)=0.831, \chi^2_{0.025}(6)=14.449, \chi^2_{0.975}(6)=1.237$

3. 设总体X服从参数为λ的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一组样本，则下列结论**不正确**的是______

（A）$\bar{X}$是λ的无偏估计　　（B）$\bar{X}+S^2$是λ的无偏估计

（C）S^2是λ的无偏估计　　（D）$\frac{1}{2}(\bar{X}+S^2)$是λ的无偏估计

4. 设(X, Y)的分布函数为$F(x,y)=\frac{1}{\pi^2}(B+\arctan\frac{x}{2})(C+\arctan\frac{y}{3})$，则$(B,C)=$____

5. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的样本，$X\sim B(1,p)$，则$X_1+X_2+\cdots+X_n\sim$____

6. 设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2已知而μ未知，$X_1,X_2,\ldots,X_{16}$为一组样本，又$\Phi(x)$表示标准正态分布的分布函数，且$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.64)=0.95$，则μ的置信度为0.95的置信区间为____

2015 年（2013 级）

1. 设总体X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^\theta, 0<x<1\\ 0, \quad 其他\end{cases}$，其中$\theta>-1$是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X$的一个简单随机样本，求$\theta$的最大似然估计量.

2. 某种药品重量服从正态分布，规定其重量的方差为$\sigma^2=0.025$，现从某天的产品中抽取 16 袋，测得样本方差$s^2=0.036$，问该天生产的药品重量的方差是否符合标准？（$\alpha=0.05$）

附：$\chi^2_{0.95}(16)=7.962, \chi^2_{0.05}(16)=26.296, \chi^2_{0.975}(15)=6.262, \chi^2_{0.025}(15)=27.488$

3. 设总体X与Y独立且都服从正态分布$N(0,\sigma^2)$，已知$X_1,X_2,\cdots X_m$与$Y_1,Y_2,\cdots Y_n$是分别来自总体X与Y的简单随机样本，统计量$T=\frac{2(X_1+\cdots+X_m)}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_n^2}}$服从$t(n)$分布，则$\frac{m}{n}=$________.

4. 已知总体X服从参数为λ的泊松分布，$X_1,\cdots,X_n$是取自总体X的简单随机样本，其均值为$\bar{X}$，样本方差为S^2，如果$\hat{\lambda}=a\bar{X}+(2-3a)S^2$是$\lambda$的无偏估计，则$a=$________.