

石家庄铁道大学 2018 年春季学期  
2017 级本科班期末考试试卷 (A)

一、选择和填空题（共 10 题，每题 4 分，共 40 分）

**! 请将下列各题的答案填入下表内, 否则不得分.**

[illegible]

1. 设

函数  $f(x,y)=\frac{y-e^x}{|y-e^x|}$ ，则下列选项正确的是 填入上表.

- A.  $f(x, y) = 1$                       B.  $f(x, y) = -1$   
C.  $f(x, y) = \pm 1$                       D.  $y \neq e^x$

2. 函数  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  在点  $O(0,0)$  的情况是 填入上表.

- A. 偏导数存在, 可微  
B. 偏导数存在, 但不可微  
C. 连续, 且偏导数存在  
D. 连续, 但不可微

3. 设  $f$  具有连续导数, 则曲面  $z = xf(\frac{y-1}{x})$  上任一点处的切平面都经过的固定点是 填入上表.

- A. (0,0,0)      B. (0,0,1)      C. (0,1,0)      D. (1,0,0)**

4. 由  $z = e^{xy} + \sin xy^2$  确定的  $z = z(x, y)$  在点  $(0, 1)$  处梯度为 填入上表.

- A. (2,1)** **B. (1,2)**  
**C. (2,0)** **D. (0,2)**

5. 级数  $1 - 1 + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!} + \cdots$  收敛于 填入上表.

6. 设  $D: x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $M = \iint_D e^{2xy} d\sigma$ ,  $N = \iint_D e^{x^2+y^2} d\sigma$ , 则 填入上表.

- A.  $M > N$   
B.  $M = N$   
C.  $M < N$   
D.  $M = 0$

7. 设  $L: x^2 + y^2 = 1$ , 则  $\oint_L (x^2 + y^2 - x) ds =$  填入上表.

- A.**  $-\pi$
- B.**  $\pi$
- C.**  $2\pi$
- D.**  $4\pi$

8. 下列级数发散的是 填入上表.

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{2a}{n})$

B.  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln^{10} n}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \ln \frac{n^2 + 1}{n^2}$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! e^n}{n^n}$

9. 可以利用函数  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  的泰勒展式, 得到  $f^{(4)}(0) =$  填入上表.

A. 0

B. 1

C.  $\frac{1}{4!}$

D. 4!

10. 微分方程  $\begin{cases} y' - \frac{1}{x+1}y = x+1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$  的解是 填入上表.

二、完成下列各题 (共 5 题, 每题 6 分, 共 30 分)

1. 设  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + y \arctan e^{x(1-y)}$ , 求  $f'_x(x, 1)$ .

2. 求曲面  $z = 4 - x^2 - y^2$  与  $z = 3x^2 + 3y^2$  所围立体的体积.

3. 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  被平面  $z = 1$  截得的较小部分的面积.

4. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  的收敛域及和函数  $s(x)$ , 并求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$  的和.

5. 求二阶微分方程  $y'' + 2y' - 3y = 0$  的通解.

三、完成下列各题 (共 3 题, 每题 10 分, 共 30 分)

1. 一根长为  $l = 2(\pi + 4 + 3\sqrt{3})$  的铁丝截成三段, 分别弯成圆形、正方形、等边三角形. 利用拉格朗日乘数法, 求这三段分别是多长时面积之和最小, 并求该最小值.

2. 利用格林公式计算曲线积分  $I = \oint_L (e^x \sin y - y^2)dx + (e^x \cos y + x^2)dy$ ,

其中  $L: x^2 + y^2 = 2x$ , 逆时针方向.

3. 利用高斯公式计算曲面积分  $\Phi = \iint_{\Sigma} x^2 dydz + (y^2 + z)dzdx + zdx dy$ ,

其中  $\Sigma: z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ , 取上侧.