第六章 真空中的静电场

静电场

6．1 在边长为 **a** 的正方体中心处放置一电荷为 **Q** 的点电荷，则正方体顶角处的电场强度的大小为：

(A) $\dfrac{Q}{12\pi\varepsilon_0 a^2}$； **(B)** $\dfrac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a^2}$； **(C)** $\dfrac{Q}{3\pi\varepsilon_0 a^2}$； **(D)** $\dfrac{Q}{\pi\varepsilon_0 a^2}$.

答案：**C**.

分析：正方体中心到顶角的距离的平方为 $r^2=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}a^2$，电场强度的大小为

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{Q}{3\pi\varepsilon_0 a^2}.$$

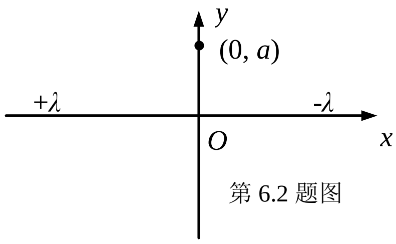
6．2 如图所示，沿 ***x*** 轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷线密度在 **x<0** 区域为+λ，在 **x>0** 区域为-λ，则在 **xOy** 坐标平面内，在点（**0**，a）的电场强度为：

（**A**） **0** ；

（**B**） $\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\vec{i}$ ；

（**C**） $\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\vec{i}$ ；

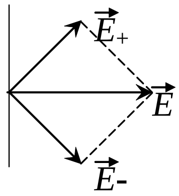
（**D**） $\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\vec{i}+\vec{j})$.



第 6.2 题图

答案：**B**.

分析：$E_x=2\cdot\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$， $E_y=0$。



6．3 下列几个说法中哪一个是正确的？

（**A**）电场中某点场强的方向，就是将点电荷放在该点所受电场力的方向；

（**B**）在以点电荷为中心的球面上， 由该点电荷所产生的场强处处相同；

（**C**）场强可由 $\vec{E}=\vec{F}/q$ 定出，其中 ***q*** 为试验电荷，***q*** 可正、可负，$\vec{F}$ 为试验电荷所受的电场力；

（**D**）以上说法都不正确.

答案：**C**.

分析：（**A**）电场中某点场强的方向，应该是正的点电荷放在该点所受电场力的方向；

（**B**）在以点电荷为中心的球面上，由该点电荷所产生的场强大小处处相对，方向不同；（**C**）正确；（**D**）错.

6．4 在真空中有两个带电平行板，带电量分别为+***q*** 和-***q***，板面积为 ***S***，间距为 ***d***，则两板间的相互作用力为：

（**A**） $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$； （**B**） $\dfrac{q^2}{\varepsilon_0 s}$；

（C）$\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 s}$ ；　　　　（D）因为不是点电荷无法计算.

答案：C。

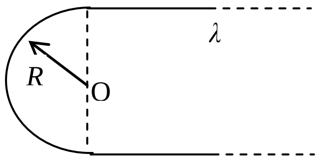
分析：$F=\int E\mathrm{d}q=qE=q\dfrac{q/S}{2\varepsilon_0}=\dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 S}$，注意电场强度是一个带电平板产生的。

6．5　电荷为 - 5×10^{-9} C 的试验电荷放在电场中某点时，受到 20×10^{-9} N 的向下的力，则该点的电场强度大小为____________________，方向___________.

答案：4 N/C，向上.

分析：电场强度的定义为$\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$，其中 q_0 并没有限定必须大于 0.

6．6　如图无限长带电直线，电荷线密度为λ，弯成如图所示的形状，圆的半径为 R，则在圆心的电场强度　E=__________.



第 6.6 题图

答案：E=0.

分析：以向右为 x 轴正向，根据公式可得：上面、下面的半无限长带电直线在 O 点所产生的电场强度分别为

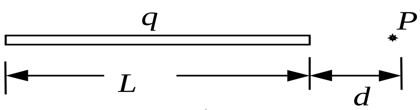
$$\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(-\vec{i}-\vec{j}\right)\ \text{和}\ \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(-\vec{i}+\vec{j}\right)$$

左边的半圆形带电圆弧在 O 点产生的电场强度为

$$\int_0^{\pi}\frac{\lambda R\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\vec{i}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}$$

三部分叠加，其矢量和为零。

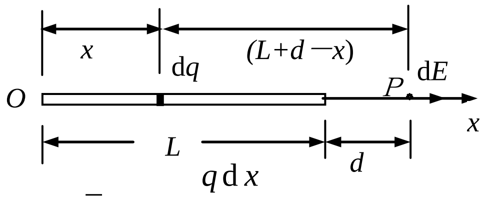
6．7 如图所示，真空中一长为 L 的均匀带电细直杆，总电荷为 + q，试求在直杆延长线上距杆的一端距离为 d 的 P 点的电场强度.



第 6 .7 题图

答案：$E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d\left(L+d\right)}$，方向向右.

解：设杆的左端为坐标原点 O，x 轴沿直杆方向．带电直杆的电荷线密度为 $\lambda=q/L$，在 x 处取一电荷元 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}x=q\mathrm{d}x/L$，它在 P 点的场强：

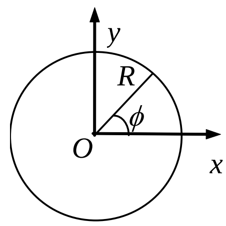


$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(L+d-x)^2}=\frac{q\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 L(L+d-x)^2}$$

总场强为 $$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\int_0^L\frac{\mathrm{d}x}{(L+d-x)^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d(L+d)}$$

方向沿 x 轴，即杆的延长线方向.

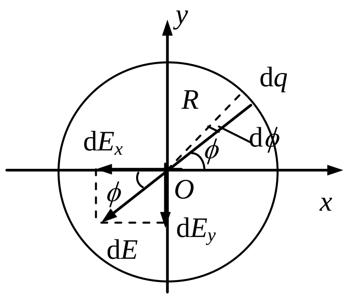
6．8 半径为 R 的非均匀带电圆环，在 xOy 坐标平面内，圆环上电荷线密度 $\lambda=A\cos\varphi$，φ 是半径 R 与 x 轴所成的夹角，A 是常量，求环心 O 处的电场强度.



第 6.8 题图

解：在任意角 ϕ 处取微小电量 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l$，
它在 O 点产生的场强为：

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda\,\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{\lambda_0\cos\phi\,\mathrm{d}\phi}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



经对称性分析：$E_y=0$

$\mathrm{d}E_x=-\mathrm{d}E\cos\phi$

$$E_x=-\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi}\cos^2\phi\,\mathrm{d}\phi=-\frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}$$

故 O 点的场强为： $$\vec{E}=E_x\vec{i}=-\frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}\vec{i}$$

高斯定理

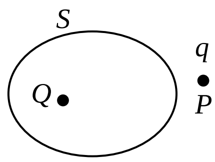
6．9 高斯定理 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho dV/\varepsilon_0$

(A) 适用于任何静电场；
(B) 只适用于真空中的静电场；
(C) 只适用于具有球对称性、轴对称性和平面对称性的静电场；
(D) 只适用于虽不具有(C)中所述的对称性、但可以找到合适的高斯面的静电场．

答案：**A**

分析：高斯定理没有要求对称性，对高斯面形状没有任何限制．

6．10 如图所示，在闭合曲面 ***S*** 内有一点电荷 ***Q***，曲面 ***S*** 外有一点 ***P***，当把另一点电荷 ***q*** 从无限远处移向 ***P*** 的过程中



第 6.10 题图

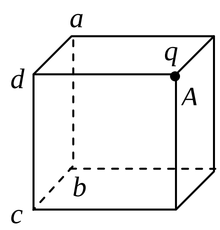
（A） 通过 ***S*** 闭合曲面的 Φ_e 不变，闭合曲面上各点 $\vec{E}$ 不变；
（B） 通过 ***S*** 闭合曲面的 Φ_e 变化，闭合曲面上各点 $\vec{E}$ 变化；
（C） 通过 ***S*** 闭合曲面的 Φ_e 变化，闭合曲面上各点 $\vec{E}$ 不变；
（D）通过 ***S*** 闭合曲面的 Φ_e 不变，闭合曲面上各点 $\vec{E}$ 变化．

答案：**D**

分析：通过 ***S*** 闭合曲面总的电通量 Φ_e 仅与所包围的电荷有关，闭合曲面上各点的电场强度 $\vec{E}$ 与所有电荷有关．

6．11 如图所示，一个电荷为 ***q*** 的点电荷位于立方体的 ***A*** 角上，则通过侧面 ***abcd*** 的电场强度通量等于：

(A) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$；　(B) $\dfrac{q}{12\varepsilon_0}$；
(C) $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$；　(D) $\dfrac{q}{48\varepsilon_0}$．



第 6.11 题图

答案：**C**

分析：作棱长为 **2*a*** 的正方体，把一点电荷 ***q*** 放在其中心，外表面大小为 **24** 个边长为 ***a*** 的正方形面积，总的电场强度通量为 $\dfrac{q}{\varepsilon_0}$，每一个小正方形面积的通量为 $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$．

6．12 若通过某闭合曲面的 $\Phi_e=0$，则由此可知：

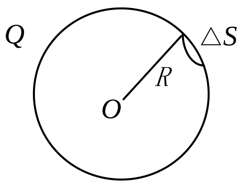
（A）曲面上各点 $\vec{E}$ 必定均为 0；　（B）在闭合曲面内必定没有电荷；
（C）闭合曲面包围的净电荷必为 0；　（D）曲面内各点的 $\vec{E}$ 必定为 0．

答案：**C**

分析：根据高斯定理$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i$，由$\Phi_e=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=0$可以推出$\Sigma q_i=0$，即闭合曲面包围的净电荷必为 **0**（正负电荷代数和为零），不能推出曲面上各点$\vec{E}$必定均为 **0**、在闭合曲面内必定没有电荷以及曲面内各点的$\vec{E}$必定为 **0** 等结论。

分析：无限长均匀带电圆柱面外边的电场强度大小为：$E=\dfrac{R\sigma}{r\varepsilon_0}$， 或者写成 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$（在 $r>R$ 处与无限长均匀带电直线的电场相同），圆柱内场强为零.

6．13 真空中一半径为 R 的均匀带电球面带有电荷 Q（$Q>0$）．今在球面上挖去非常小块的面积△S(连同电荷)，如图所示，假设不影响其他处原来的电荷分布，则挖去△S 后球心处电场强度的大小 E＝____________，其方向为____________.

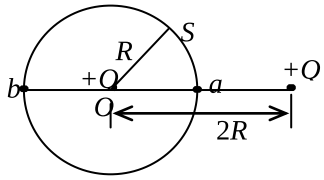


第 6.13 题图

答案：$\dfrac{Q\Delta S}{16\pi^2\varepsilon_0 R^4}$，由圆心 O 点指向△S

分析：带电的△S 视为点电荷，在球心处产生电场强度的大小为$E_{\Delta S}=\dfrac{\sigma\Delta S}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\dfrac{Q\Delta S}{16\pi^2\varepsilon_0 R^4}$，方向由△$S$ 指向球心 O. 均匀带电球面球心处电场强度为零，是由△S 和整个球面除△S 的部分共同产生的．所以挖去△S 后球心处电场强度的大小为$E=E_{\Delta S}=\dfrac{Q\Delta S}{16\pi^2\varepsilon_0 R^4}$，方向由圆心 O 点指向△S.

6．14 如图所示，真空中两个正点电荷 **Q**，相距 **2R**．若以其中一点电荷所在处 **O** 点为中心，以 **R** 为半径作高斯球面 **S**，则通过该球面的电场强度通量 Φ_e =______________；



第 6.14 题图

若以 $\vec{r}_0$ 表示高斯面外法线方向的单位矢量，则高斯面上 ***a***、***b*** 两点的电场强度分别为______________，______________.

$\frac{\frac{1}{9}+1}{4}=\frac{1+9}{36}=\frac{5}{18}$

答案：$\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$，$\vec{E}_a$ =0，$\vec{E}_b=\dfrac{5Q\vec{r}_0}{18\pi\varepsilon_0 R^2}$

分析：根据高斯定理得到球面的电场强度通量 $\Phi_e=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$.

空间各点的场强是由两个点电荷共同产生的，所以 $\vec{E}_a=0,\ \vec{E}_b=\dfrac{5Q\vec{r}_0}{18\pi\varepsilon_0 R^2}$

6．15 一半径为 **R** 的带电球体，其电荷体密度 $\rho=kr^2$，***k***=常量，***r*** 是距球心的距离，求：该带电体的电场分布规律.

答案：$E=\dfrac{kr^3}{5\varepsilon_0}\ (r<R)$；$E=\dfrac{kR^5}{5\varepsilon_0 r^2}\ (r>R)$

解：由高斯定理，有

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=E\,4\pi r^2=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q'$$

而 $\sum q'=\int_0^r kr^2 4\pi r^2 dr=\frac{4}{5}\pi k r^5$（错误计算方法：$\sum q'=kr^2\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$）

∴

$$E=\frac{kr^3}{5\varepsilon_0}\ (r<R)$$

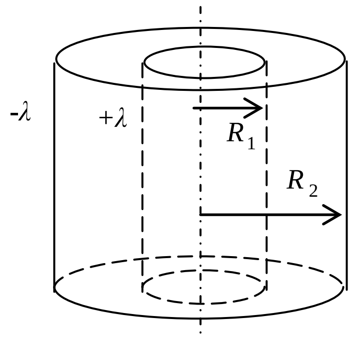
在 ***r***＞***R*** 区域内：球体的电荷为：

$$q=\int_0^R kr^2 4\pi r^2 dr=\frac{4}{5}\pi k R^5$$

则由高斯定理可知，在球体外任一点的电场强度为：

$$E=\frac{kR^5}{5\varepsilon_0 r^2}\ (r>R)$$

6．16 两个同轴的均匀无限长带电圆柱面，其沿轴线电荷线密度分别是+λ和-λ，内外圆柱面半径分别是R_1和R_2，求：电场的分布规律.



第 6.16 题图

答案：在 $r<R_1$ 区域内：$E=0$；

$R_1<r<R_2$ 区域内：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$；

$r>R_2$ 区域内：$E=0$

解：做一半径 r、高为 l 的闭合圆柱面，其轴线与带电圆柱面的重合，利用高斯定理

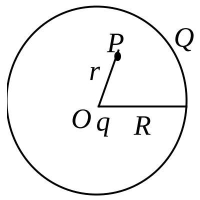
$\oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=E\,2\pi rl=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q$，得 $E=\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0 rl}\sum q$

在 $r<R_1$ 区域内：$\sum q=0$，所以 $E=0$；

在 $R_1<r<R_2$ 区域内：$\sum q=\lambda l$，所以 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$；

在 $r>R_2$ 区域内：$\sum q=0$，所以 $E=0$

电势及电势能



第 6.17 题图

6．17 真空中一半径为 ***R*** 的球面均匀带电 ***Q***，在球心 ***O*** 处有一电荷为 ***q*** 的点电荷，如图所示．设无穷远处为电势零点，则在球内离球心 ***O*** 距离为 ***r*** 的 ***P*** 点处的电势为

(A) $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$；　**(B)** $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q}{R}\right)$；

(C) $\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$；　**(D)** $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q-q}{R}\right)$．

答案：**B**

分析：根据电势叠加原理，***P*** 点处的电势为点电荷 ***q*** 与均匀带电 ***Q*** 的球面分别在 ***P*** 点处的所产生电势的代数和：

$$U_P=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r}+\frac{Q}{R}\right)$$

分析：***AB*** 两板间的场强（以向右为正）为 $E=\dfrac{q_1/S}{2\varepsilon_0}-\dfrac{q_2/S}{2\varepsilon_0}=\dfrac{q_1-q_2}{2\varepsilon_0 S}$，

电势差为 $U_{AB}=Ed=\dfrac{q_1-q_2}{2\varepsilon_0 S}d$．

6．18 真空中半径分别为 ***R*** 和 **2*R*** 的两个同心球壳，内球壳带电量为 ***Q***，外球壳带电量为**-3*Q***，一点电荷 ***q*** 从内球面静止释放，则当电荷到达外球面时，它的动能为

（**A**）$\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$；（**B**）$\dfrac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 R}$；（**C**）$\dfrac{qQ}{8\pi\varepsilon_0 R}$；（**D**）$\dfrac{3qQ}{8\pi\varepsilon_0 R}$．

答案：**C**

分析：可以用高斯定理求出 ***R*** 到 **2*R*** 空间的电场强度为 $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$（与均匀带电的外球壳的带电量无关），内、外球壳间电势差为

$$U=\int\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_R^{2R}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2R}\right)=\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

电荷 ***q*** 的动能等于电场力对电荷所做的功 $E_k=qU=\dfrac{qQ}{8\pi\varepsilon_0 R}$．

6．19 两个无限长同轴均匀带电圆柱面，内外圆柱面半径分别为 R_1 和 R_2，若内外两圆柱面电势差

为 **U**，则两圆柱面间距轴为 ***r*** 的任一点的电场强度为

（A）$\frac{U}{r}(R_2-R_1)$；（B）$\dfrac{U}{r\ln\frac{R_2}{R_1}}$；

（C）$\dfrac{U}{r(R_2-R_1)}$；（D）条件不足无法确定.

答案: **B**

分析：设内外圆柱面单位长度上带电量为 λ，由高斯定理可以得到，两圆柱面间距轴为 ***r*** 的任一点的电场强度的表达式为 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$，内、外两圆柱面电势差为

$$U=\int\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

即：$\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}=\dfrac{U}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$，　　所以有　$E=\dfrac{U}{r\ln\frac{R_2}{R_1}}$

6．20 一半径 ***R*=0．20 m** 的均匀带电球面，令无限远为电势零点，球心电势为 **300V**，则球面上电荷面密度 σ =______________________.

答案：$\sigma\approx1.33\times10^{-8}\mathrm{C}$

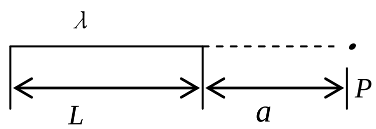
分析：球心和球面的电势相等，为 $U=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=300\ \mathrm{V}$，

球面上电荷面密度为：$\sigma=\dfrac{Q}{4\pi R^2}=\dfrac{U\varepsilon_0}{R}=\dfrac{300\times8.85\times10^{-12}}{0.20}\approx1.33\times10^{-8}\ \mathrm{C}$

6．21 一均匀带电直线电荷线密度为 λ，长为 ***L***，令无限远为电势零点，在直线延长线上，有 ***P*** 点距直线端点距离为 a，则该点的

U = ______________________.

答案：$U=\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{a+L}{a}$



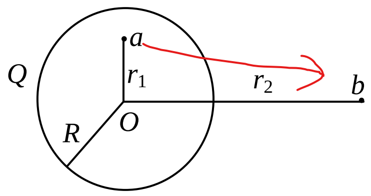
第 6.21 题图

分析：根据电势叠加原理，***P*** 点的电势为

$$U=\int\mathrm{d}U=\int_0^L\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0(L+a-x)}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{a+L}{a}$$

6．22 如图所示，在半径为 R 的球壳上均匀带有电荷 Q，将一个点电荷 q（$q<<Q$）从球内 a 点经球壳上一个小孔移到球外 b 点．则此过程中电场力作功为 A=________________.



第 6.22 题图

答案：$\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R}-\dfrac{1}{r_2}\right)$

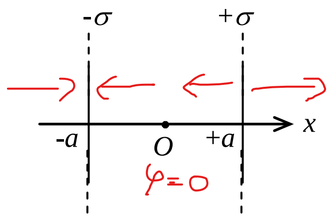
分析：a 点的电势为 $U_a=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$，

b 点的电势为 $U_b=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$，

电场力作功为

$$A=q(U_a-U_b)=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r_2}\right)$$

6．23 电荷面密度分别为 $+\sigma$ 和 $-\sigma$ 的两块“无限大”均匀带电平行平面，分别与 x 轴垂直相交于 $x_1=a$，$x_2=-a$ 两点．设坐标原点 O 处电势为零，试求空间的电势分布表示式并画出其曲线．



第 6.23 题图

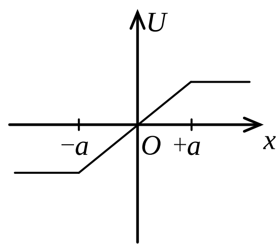
解：由高斯定理可得场强分布为：

$E=-\sigma/\varepsilon_0$ $(-a<x<a)$

$E=0$ $(-\infty<x<-a \;,\; a<x<+\infty)$

由此可求电势分布：在 $-\infty<x\leqslant -a$ 区间

$$U=\int_x^0 E\,\mathrm{d}x=\int_x^{-a}0\,\mathrm{d}x+\int_{-a}^0-\sigma\,\mathrm{d}x/\varepsilon_0=-\sigma a/\varepsilon_0$$



在 $-a\leqslant x\leqslant a$ 区间

$$U=\int_x^0 E\,\mathrm{d}x=\int_x^0\frac{-\sigma}{\varepsilon_0}\mathrm{d}x=\frac{\sigma x}{\varepsilon_0}$$

在 $a\leqslant x<\infty$ 区间

$$U=\int_x^0 E\,\mathrm{d}x=\int_x^a 0\,\mathrm{d}x+\int_a^0\frac{-\sigma}{\varepsilon_0}\mathrm{d}x=\frac{\sigma a}{\varepsilon_0}$$

6．24 电荷以相同的面密度σ分布在半径为r_1＝0.10 m 和r_2＝0.20 m 的两个同心球面上．设无限远处电势为零，球心处的电势为U_0＝300 V.

(1) 求电荷面密度σ.

(2) 若要使球心处的电势也为零，外球面上应放掉多少电荷？

［ε_0＝8．85×10^{-12} $C^2/(N\cdot m^2)$］

解：(1) 球心处的电势为两个同心带电球面各自在球心处产生的电势的叠加，即

$$U_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi r_1^2\sigma}{r_1}+\frac{4\pi r_2^2\sigma}{r_2}\right)$$

$$=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(r_1+r_2\right)$$

$$\sigma=\frac{U_0\varepsilon_0}{r_1+r_2}=8.85\times10^{-9}\ \mathrm{C/m^2}$$

(2) 设外球面上放电后电荷面密度为σ'，则应有

$$U_0'=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sigma r_1+\sigma' r_2\right)=0$$

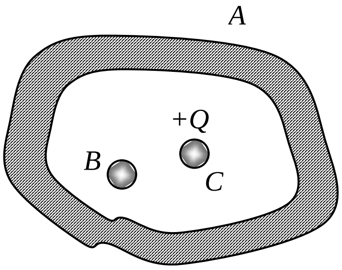
即 $$\sigma'=-\frac{r_1}{r_2}\sigma$$

外球面上应变成带负电，共应放掉电荷 $q'=4\pi r_2^2\left(\sigma-\sigma'\right)=4\pi r_2^2\sigma\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right)$

$$=4\pi\sigma r_2\left(r_1+r_2\right)=4\pi\varepsilon_0 U_0 r_2=6.67\times10^{-9}\ \mathrm{C}$$

第七章 静电场中的导体和电介质

电场中的导体



第 7.1 题图

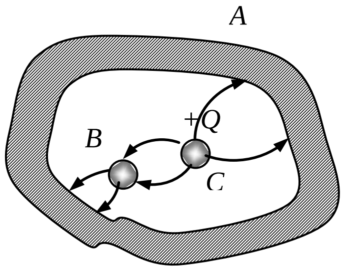
7．1 在导体空腔 ***A*** 内有导体 ***B*** 和 ***C***，其中 ***C*** 带电量为+***Q***，***A*** 和 ***B*** 不带电，则 ***A***、***B***、***C*** 三导体的电势 U_A、U_B、U_C 的大小关系为

（A）$U_A > U_B > U_C$；

（B）$U_A = U_B > U_C$；

（C）$U_A < U_B < U_C$；

（D）$U_A < U_B = U_C$．



答案：C

分析：电场线如图，据电场线可知电势高低．

7．2 两个同心的导体球壳，半径大小不同，带有不同的电量，若取无限远处为电势零点，这时内球壳电势 U_1，外球壳电势 U_2，用导线把球壳连接后，则系统的电势为：（A）U_1+U_2；　（B）U_1；

（C）U_2；　（D）$\frac{1}{2}(U_1+U_2)$．

答案：C

分析：用导线连接之前，根据电势迭加原理，外球壳电势 U_2 为

$$U_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

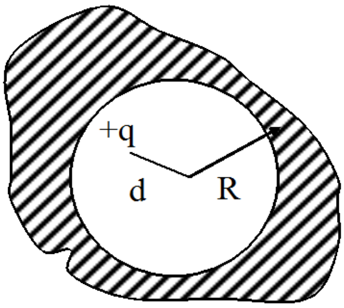
连接后，全部电荷都到外球壳，电量为 Q_1+Q_2，系统是个等势体，电势为

$$\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = U_2.$$

7．3 一个未带电的空腔导体球壳，内半径为 ***R***，在腔内离球心为 ***d*** 的一点有一点电荷 ***q***，用导线把球壳外表面接地后撤去，令无限远为电势零点，这时球心的电势为

（A）　0；　　　　（B）$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$；

（C）$-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$；　　（D）$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{R})$．



第 7.3 题图

答案：**D**

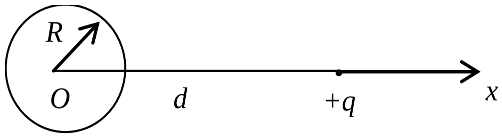
分析：接地后空腔导体球壳内表面的总电量为 **-*q***，这时球心的电势为：

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)$$

7．4 在点电荷 ***q*** 的电场中放入一导体球，***q*** 距球心为 ***d***，则导体球上感应净电荷 q'=______，感应电荷在球心的电场强度 $\vec{E}$ =__________，若取无限远为电势零点，则感应电荷在球心的电势为______，该导体球的电势为______________．

答案：$q'=0$；　$\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\vec{i}$；　$U_0'=0$；

$U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$



第 7.4 题图

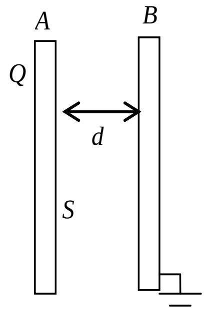
分析：导体球上原来不带电，所以感应电荷的代数和应该为零，即净电荷 $q'=0$；球心的电场强度为零，是点电荷 ***q*** 和感应电荷 q' 产生场强叠加的结果，点电荷 ***q*** 产生场强为 $-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\vec{i}$（图中方向向左），感应电荷 q' 产生场强应与之大小相等、方向相反，即 $\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\vec{i}$；感应电荷 $q'=0$，根据电势叠加原理 $U'=0$；导体球是个等势体，计算出球心的电势即可，球心的电势为 ***q***、q' 电势叠加的结果 $U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$．

7．5 一金属球壳的内、外半径分别为 R_1 和 R_2，带电荷为 ***Q***．在球心处有一电荷量为 ***q*** 的点电荷，则球壳内表面上的电荷面密度 σ=______________．

答案：$-\dfrac{q}{4\pi R_1^2}$

分析：静电平衡之后，内表面带电量为 -q，均匀分布。所以，电荷面密度为$\sigma = \dfrac{-q}{4\pi R_1^2}$.

7．6 如图，把一个原来不带电的金属板 B 与带电量为 Q 的金属板 A 平行放置，两板相对，间距为 d，面积均为 S．不计边缘效应，当 B 板不接地时两板间的电势差 U_{AB} =______________；若 B 板接地时两板间的电势差$U_{AB}^{'}$ =______________． aa



第 7.6 题图

答案：$U_{AB} = \dfrac{Qd}{2\varepsilon_0 S}$，　$U_{AB}^{'} = \dfrac{Qd}{\varepsilon_0 S}$

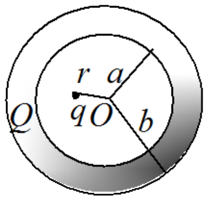
分析：根据 $U_{AB} = Ed$ 得到：B 板不接地时，$U_{AB} = \dfrac{Qd}{2\varepsilon_0 S}$；$B$ 板接地时，$U_{AB}^{'} = \dfrac{Qd}{\varepsilon_0 S}$.

7．7 如图所示，一内半径为 a、外半径为 b 的金属球壳，带有电荷 Q，在球壳空腔内距离球心 r 处有一点电荷 q．设无限远处为电势零点，试求：

(1) 球壳内外表面上的电荷．

(2) 球心 O 点处，由球壳内表面上电荷产生的电势．

(3) 球心 O 点处的总电势．



第 7.7 题图

解：(1) 由静电感应，金属球壳的内表面上有感生电荷$-q$，外表面上带电荷 $q+Q$．

(2) 不论球壳内表面上的感生电荷是如何分布的，因为任一电荷元离 O 点的距离都是 a，所以由这些电荷在 O 点产生的电势为

$$U_{-q} = \frac{\int dq}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

(3) 球心 O 点处的总电势为分布在球壳内外表面上的电荷和点电荷 q 在 O 点产生的电势的代数和

$$U_O = U_q + U_{-q} + U_{Q+q}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 b} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

电介质及电容器

7．8 平行板电容器两板间相互作用力 F 与 U 的关系为

（A）$F\propto U$；（B）$F\propto \dfrac{1}{U}$；（C）$F\propto \dfrac{1}{U^2}$；（D）$F\propto U^2$．

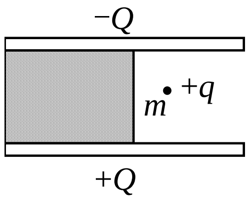
答案：**D**

分析：因为 $F=\int E\mathrm{d}q=qE_1\propto CU\dfrac{U}{d}\propto U^2$

7. 9 一个大平行板电容器水平放置，两极板间的一半空间充有各向同性均匀电介质，另一半为空气，如图．当两极板带上恒定的等量异号电荷时，有一个质量为 m、带电荷为 $+q$ 的质点，在极板间的空气区域中处于平衡．此后，若把电介质抽去 ，则该质点

(A) 保持不动；　**(B)** 向上运动；

(C) 向下运动；　**(D)** 是否运动不能确定．



第 7.9 题图

答案：**B**

分析：平行板电容器两极板间电势左右相等，所以电场强度左右相等．

根据场强公式，有介质的左侧 $E_1=\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$，无介质的右侧 $E_2=\dfrac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$，因为

$E_1=E_2$，所以 $\sigma_1>\sigma_2$．

而抽去电介质后，左、右 σ 相等，右边的 σ 必然增大，电场强度 E 增大，使得向上的电场力增大，所以点电荷 q 向上运动．

7．10 一空气平行板电容器充电后与电源断开，然后在两极板间充满某种各向同性、均匀电介质，则电场强度的大小 E、电容 C、电压 U、电场能量 W 四个量各自与充入介质前相比较，增大(↑)或减小(↓)的情形为

(A) E↑，C↑，U↑，W↑；　**(B)** E↓，C↑，U↓，W↓；

(C) E↓，C↑，U↑，W↓；　**(D)** E↑，C↓，U↓，W↑．

答案：**B**

分析：电容器充电后与电源断开，极板上电量不变．

	充电前	充电后	变化
场强大小 E	$E_0=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$	$E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}=\dfrac{E_0}{\varepsilon_r}$	减小(↓)
电容 C	$C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$	$C=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d}=\varepsilon_r C_0$	增大(↑)

电压 ***U***	$U_0=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}d$	$U=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}d=\dfrac{U_0}{\varepsilon_r}$	减小(↓)
电场能量 ***W***	$W_0=\dfrac{1}{2}\varepsilon_0E_0^2V$	$W=\dfrac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0E^2V=\dfrac{W_0}{\varepsilon_r}$	减小(↓)

7．11 如果某带电体其电荷分布的体密度ρ增大为原来的 **2** 倍，则其电场的能量变为原来的

(A)　2 倍；　　**(B)　1/2** 倍；　　**(C)　4** 倍；　　**(D)　1/4** 倍．

答案：**C**

分析：电场能量$W_e=\int_V\frac{1}{2}\varepsilon E^2\mathrm{d}V$，而$E\propto q$，所以$W_e\propto q^2$，电场能量变为原来的 **4** 倍．

7．12 两个电容器 **1** 和 **2**，串联以后接上电动势恒定的电源充电．在电源保持联接的情况下，若把电介质充入电容器 **2** 中，则电容器 **1** 上的电势差______________；电容器 **1** 极板上的电荷______________(填增大、减小、不变)．

答案：增大，增大

分析：把电介质充入电容器 **2** 中，则使之电容增大，电势差减小；而总电势差不变，所以电容器 **1** 上的电势差增大．电容器 **1** 电容未变，极板上的电荷正比于电势差，所以电势差增大．

7．13 一空气电容器充电后切断电源，电容器储能 W_0，若此时在极板间灌入相对介电常量为ε_r 的煤油，则电容器储能变为 W_0 的_________ 倍．如果灌煤油时电容器一直与电源相连接，则电容器储能将是 W_0 的_________倍．

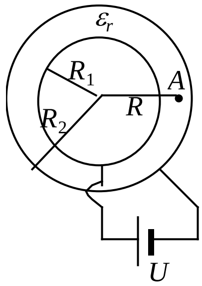
答案：$\dfrac{1}{\varepsilon_r}$，ε_r．

分析：空气电容器充电后储能为$W_0=\dfrac{q^2}{2C}$，切断电源电量不变，在极板间灌入相对介电常量为ε_r 的煤油后，电容器储能变为$W=\dfrac{q^2}{2\varepsilon_rC}=\dfrac{W_0}{\varepsilon_r}$．

如果灌煤油时电容器一直与电源相连接，电压不变，开始$W_0=\dfrac{1}{2}CU^2$，灌煤油后电容器储能变为

$W=\dfrac{1}{2}\varepsilon_rCU^2=\varepsilon_rW_0$．

7.14 一电容器由两个很长的同轴薄圆筒组成，内、外圆筒半径分别为 R_1 = 2 cm，R_2 = 5 cm，其间充满相对介电常量为ε_r 的各向同性、均匀电介质．电容器接在电压 U = 32 V 的电源上，(如图所示)，试求距离轴线 R = 3.5 cm 处的 A 点的电场强度和 A 点与外筒间的电势差．



第 7.14 题图

解: 设内外圆筒沿轴向单位长度上分别带有电荷$+\lambda$和$-\lambda$，根据高斯定理可求得两圆筒间任一点的电场强度为

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

则两圆筒的电势差为 $$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda\,\mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

解得 $$\lambda=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r U}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

于是可求得 A 点的电场强度为 $E_A=\dfrac{U}{R\ln(R_2/R_1)}$ = 998 V/m，方向沿径向向外．

A 点与外筒间的电势差:

$$U'=\int_R^{R_2}E\,\mathrm{d}r=\frac{U}{\ln(R_2/R_1)}\int_R^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$=\frac{U}{\ln(R_2/R_1)}\ln\frac{R_2}{R}\ = 12.5\text{ V}$$

7．15 半径为 a 的无限长平行直导线，轴线间距为 d（$d\gg a$），求单位长度上平行导线的电容．

解: 建立如图坐标，设导线单位长度上电荷分别为 $\pm\lambda$，在两导线间任一点 x 处电场强度为:

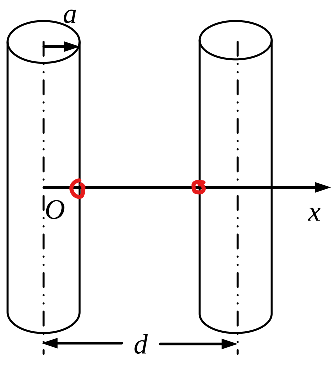
$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}$$

两导线间电势差为:

$$U=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_a^{d-a}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{d-x}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}$$

$$\therefore\qquad C=\frac{\lambda}{U}=\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d-a}{a}}$$



第 7.15 题图