石家庄铁道学院 2011-2012 学年第Ⅱ学期

<u>　2010　</u>级本科班概率统计期末考试试卷（A）

一、解答下列各题（共 20 分）

1.（10 分）人们为了解一支股票未来一定时期内价格的变化，往往会去分析影响股票价格的基本因素，比如利率的变化．现假设人们经分析估计利率下调的概率为 60%，利率不变的概率为 40%．根据经验，人们估计，在利率下调的情况下，该支股票价格上涨的概率为 80%，而在利率不变的情况下，其价格上涨的概率为 40%，求该支股票将上涨的概率．若已知该支股票上涨，求利率下调的概率．

2.（10 分）设 X 与 Y 的联合概率分布律为：

X \ Y	−1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	0.15	0	0.1

(1) 求 X 与 Y 的边缘分布律，并判断 X 与 Y 是否相互独立；

(2) 求 XY 的分布律；

(3) 求 $E(X+2Y)$．

二、解答下列各题（共 30 分）

1.（10 分）假设随机变量 X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布，（1）求 X 的分布函数；（2）求随机变量 $Y=e^X$ 的概率密度函数．

2.（12 分）设 (X,Y) 服从区域 $D=\{(x,y)\big|0\le y\le 1-x^2\}$ 上的均匀分布，（1）写出 (X,Y) 的联合概率密度函数；（2）求 X 和 Y 的边缘概率密度函数并判断它们是否相互独立；（3）求 $p\{Y\ge X^2\}$．

3.（8 分）已知 X，Y 以及 XY 的分布律如下表

X	0	1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Y	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

XY	0	1	2	4
P	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{12}$

求(X,Y)的联合分布律.

三、解答下列各题（共 20 分）

1.（10 分）设总体 X 服从指数分布，其概率密度函数

$$f(x,\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

其中$\lambda>0$，是未知参数. $x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体 X 的样本观察值，求参数λ的最大似然估计值.

2.（10 分）水泥厂用自动包装机包装水泥，每袋额定重量是 50kg，某日开工后随机抽查了 9 袋，称得重量如下：

49.6　49.3　50.1　50.0　49.2　49.9　49.8　51.0　50.2

设每袋重量服从正态分布，问包装机工作是否正常$(\alpha=0.05)$?

附：　$t_{0.025}(8)=2.306,\ t_{0.025}(9)=2.2622,\ t_{0.05}(8)=1.8595$

四、选择填空题（每空 3 分，共 30 分）

1．对于事件A,B，下列结论不正确的有（　）

（A）若A,B对立，则$p(\overline{A\cup B})=0$；

（B）若A,B对立，则$\overline{A},\overline{B}$也对立；

（C）若A,B独立，则$p(\overline{A}\,\overline{B})=1-p(A)-p(B)+p(A)p(B)$；

（D）若A,B互斥，则$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A)p(B)$.

2．设连续型随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, x<0\\ x^2, 0\le x\le 1\\ 1, \quad x>1\end{cases}$，则

$E(X)=(\quad)$

（A）$\int_0^{+\infty}x^3\mathrm{d}x$；　　（B）$\int_0^1 2x^2\mathrm{d}x$；

（C）$\int_0^1 x^2\mathrm{d}x+\int_1^{+\infty}\mathrm{d}x$；　　（D）$\int_0^{+\infty}2x^2\mathrm{d}x$.

3．设随机变量X,Y的方差存在且为正，则$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$是

X 和 Y（ ）

（A）不相关的充分条件，但不是必要条件；

（B）独立的必要条件，但不是充分条件；

（C）不相关的充要条件；

（D）独立的充要条件.

4．设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$， σ^2 已知而 μ 未知，$X_1, X_2, \dots, X_n$ 为容量为 n 的样本，记 $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$， 又 $\Phi(x)$ 表示标准正态分布的分布函数，已知 $\Phi(1.96) = 0.975$，$\Phi(1.64) = 0.95$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为（ ）

（A）$(\overline{X} - 0.975\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + 0.975\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$；

（B）$(\overline{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$；

（C）$(\overline{X} - 1.64\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + 1.64\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$；

（D）$(\overline{X} - 0.95\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + 0.95\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

5．设 X 是一个离散型的随机变量，则（ ）可成为 X 的分布律.

（A）

X	0	1
P	$1-p$	p

p 为任意实数；

（B）

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
P	0.1	0.3	0.3	0.2	0.2

（C）$p\{X = n\} = \frac{e^{-3}3^n}{n!}$, $n = 1, 2, \dots$；

（D）$p\{X = n\} = \frac{e^{-3}3^n}{n!}$, $n = 0, 1, 2, \dots$.

6．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自泊松分布 $P(\lambda)$ 的一个样本，$\overline{X}, S^2$ 分别为样

本均值和样本方差，则 $E(\overline{X}),D(\overline{X}),E(S^2)$ 分别为（　）

（A）λ,λ,λ；　　　　（B）$\frac{1}{\lambda},\frac{1}{n\lambda^2},\frac{1}{\lambda}$；

（C）$\frac{1}{\lambda},\frac{1}{\lambda^2},\frac{1}{\lambda}$；　　　　（D）$\lambda,\frac{\lambda}{n},\lambda$.

7．已知 $P(A)=0.3,\quad P(B)=0.4$，$P(A|B)=0.5$, 则 $P(\overline{A}\cup\overline{B}\mid A\cup B)=$ __________.

8．设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，且 X_1 服从 $(0,6)$ 上的均匀分布，$X_2\sim N(1,3)$，X_3 服从参数为 3 的指数分布，则 $Y=X_1-2X_2+3X_3-1$ 的数学期望为 __________，方差为 __________.

9．设 $Y_n\sim B(n,p)$，$\Phi(x)$ 表示标准正态分布的分布函数，则 $\lim\limits_{n\to\infty}p\{\frac{Y_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}\leq 2\}=$ ____