

石家庄铁道大学 2019 年春季学期

2018 级本科班期末考试试卷（A） 参考答案与评分标准

课程名称: 高等数学 AII(闭卷) 任课教师: 全体数学教师

一、选择和填空题（共 10 题，每题 4 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	A	A	(1, 2)	C	C	D	D	$3x^2$

二、完成下列各题（6 小题，每题 5 分，共 30 分）

1. $z'_x = f' \cdot (-\cos x) + y$, $z'_y = f' \cdot \cos y + x$, 4 分

原式 = $\frac{1}{\cos x} [f' \cdot (-\cos x) + y] + \frac{1}{\cos y} [f' \cdot \cos y + x] = \frac{y}{\cos x} + \frac{x}{\cos y}$ 5 分

2. $\frac{\partial z}{\partial y} = f'_1 - f'_2$ 3 分

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = f''_{11} + f''_{12} \cdot (-1) - [f''_{21} + f''_{22} \cdot (-1)] = f''_{11} - 2f''_{12} + f''_{22}$ 5 分

3. $I = \iint_D x d\sigma + 2 \int_0^2 dx \int_{x^2}^4 y dy = 0 + \int_0^2 y^2 \Big|_{x^2}^4 dy = \int_0^2 (16 - x^4) dx = \frac{128}{5}$ 5 分

4. $S = \iint_{D: x^2 + y^2 \leq 2} \sqrt{1 + z'^2_x + z'^2_y} d\sigma z = \iint_D \sqrt{1 + (-2x)^2 + (-2y)^2} d\sigma$ 2 分

$= \int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{1 + 4r^2} r dr$ 4 分

4. $= 2\pi \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} (1 + 4r^2)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^{\sqrt{2}} = \frac{13}{3} \pi$ 5 分

5. $\iint_{\Sigma} z^2 dx dy = \iint_D (1 - x^2 - y^2) dx dy (D: x^2 + y^2 \leq 1)$ 2 分

$= \iint_D dx dy - \iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \pi - \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r^2 \cdot r dr$ 4 分

$= \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ 5 分

6. $\frac{2y dy}{y^2 + 2} = dx$ 2 分

$$\ln(y^2 + 2) = x + \ln |C| \Rightarrow y^2 + 2 = Ce^x \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$y^2 + 2 = 3e^x, \Rightarrow y = \sqrt{3e^x - 2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

三、完成下列各题（3 小题，每题 10 分，共 30 分）

$$1. I = \iiint_{\Omega} (2x + 2y + 2z) dV \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$= 2 \iiint_{\Omega} x dV + 2 \iiint_{\Omega} y dV + \iiint_{\Omega} 2z dV = 0 + 0 + 2 \int_0^2 z dz \underbrace{\iint_{D_z} dx dy}_{= \pi z^2} = \pi z^2$$

$$= 2 \int_0^2 z \cdot \pi z^2 dz = 8\pi. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$2. f(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2} [\ln(1-x) - \ln(1+x)]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(-x - \frac{(-x)^2}{2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{(-x)^n}{n} + \dots \right) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \right) \right] \dots 8 \text{ 分}$$

$$= - \left(x + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{2n-1} x^{2n-1}, |x| < 1. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{法 2 } f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right) = -\frac{1}{1-x^2} = -\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

$$f(x) - f(0) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}, |x| < 1.$$

$$3. r^2 - 4r + 3 = 0, r_1 = 1, r_2 = 3$$

$$Y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

设 $y^* = x(Ax + B)e^{3x}$, 代入方程得

$$y^* = x(x-1)e^{3x};$$

通解

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + x(x-1)e^{3x}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$