石家庄铁道大学 2019 年春季学期

2018 级本科高等数学 AII 期末考试试卷（A）

一、选择和填空题（共 10 题，每题 4 分，共 40 分）

！*请将下列各题的答案填入下表内，否则不得分.*

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 曲线 $\begin{cases} x^2+2y^2+3z^2=6 \\ x+y+z=3 \end{cases}$ 上点 $M(1,1,1)$ 处的切向量是 *填入上表*.

A. $(2,-2,2)$　　B. $(-2,4,-2)$　　C. $(1,2,1)$　　D. $(2,4,2)$

2. 已知函数 $f(x,y)$ 在点(0,0)连续，且 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)}{x^2+y^2}=2$，则 *填入上表*.

A. $f(0,0)$ 不是极值　　B. $f(0,0)$ 是极小值

C. $f(0,0)$ 是极大值　　D. $f'_x(0,0)$ 不存在

3. 设 D：$(x-1)^2+(y-1)^2\le 2$，则 $\iint\limits_D (x-y)d\sigma=$ *填入上表*.

A. 0　　B. 1　　C. 1.5　　D. 2

4. 二次积分 $\int_0^{\sqrt{\pi}}dy\int_y^{\sqrt{\pi}}\sin x^2dx=$ *填入上表*.

A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$　　C. $\dfrac{1-\cos\sqrt{\pi}}{2}$　　D. $1-\cos\sqrt{\pi}$

5. 函数 $z=2+ax^2+by^2$ 在点(1,1)处的方向导数中，沿方向 $\vec{l}=2\vec{i}+4\vec{j}$ 的方向导数最大，最大值为 $\sqrt{20}$，则 $(a,b)=$ *填入上表*.

6. 设 $L: x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$，逆时针方向，则 $\int_L\dfrac{xdy-ydx}{4x^2+y^2}=$ *填入上表*.

A. $-\pi$　　B. 0　　C. π　　D. 2π

7. 设 f 连续，Σ 是 $x-y+z=1$ 在第四卦限部分，取上侧，则由两类曲面积分间联系得 $\iint\limits_\Sigma (f+x)dydz+(2f+y)dzdx+(f+z)dxdy=$ *填入上表*.

A. $-\pi$　　B. 0　　C. 0.5　　D. 1

8. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}x^n$ 的和函数是 *填入上表*.

A. $\ln(1+x),(-1,1]$　　B. $-\ln(1+x),[-1,1)$

C. $\ln(1-x),[-1,1)$　　D. $-\ln(1+x),(-1,1]$

9. 设 $\{u_n\}$ 是单调增加的有界数列，则下列级数中收敛的是 *填入上表*.

A. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{u_n}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{n+1}^2 - u_n^2)$

10. 设曲线积分 $\int_L 2yf(x)dx + [xf(x) - x^3]dy$ 在 $x>0$ 内与路径无关，其中 $f(x)$ 可导， $f(1)=3$，则 $f(x)=$ ___填入上表___.

二、完成下列各题（6 小题，每题 5 分，共 30 分）

1. 设 $f(u)$ 可导， $z = f(\sin y - \sin x) + xy$，求 $\frac{1}{\cos x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\cos y}\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. 设 f 具有二阶连续偏导数，$z = f(x+y, x-y)$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

3. 设 D 由 $y = x^2, y = 4$ 所围成，计算 $I = \iint\limits_D (x+y)d\sigma$.

4. 求曲面 $z = 2 - x^2 - y^2 (z \geq 0)$ 的面积.

5. 设 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 1\ (z \geq 0)$, 上侧，计算 $\iint\limits_\Sigma z^2 dxdy$.

6. 求解微分方程 $2yy' - y^2 - 2 = 0, y(0) = 1$.

三、完成下列各题（3 小题，每题 10 分，共 30 分）

1. 利用高斯公式计算 $I = \iint\limits_\Sigma x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$，其中 Σ 为 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与 $z = 2$ 所围区域 Ω 的表面，取外侧.

2. 将函数 $f(x) = \frac{1}{2}\ln\frac{1-x}{1+x}$ 展开为 x 的幂级数，并给出收敛域.

3. 求解二阶常系数非齐次线性微分方程 $y'' - 4y' + 3y = 4xe^{3x}$.