第八章习题答案

1.（均值检验，已知方差）

原假设$H_0:\mu=\mu_0=0$;　备择假设$H_1:\mu\neq\mu_0$,

(由$P\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|>u_{\frac{\alpha}{2}}\}=\alpha=0.05$得)

检验统计量　$U=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ $(\sim N(0,1))$

拒绝域：$W_1=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\left|\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|>u_{\frac{\alpha}{2}}\right.\}$

$\because\quad\left|\frac{1.01-0}{1/\sqrt{10}}\right|=1.01\times3.16228=3.194>u_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$

$\therefore$ 拒H_0

2.（均值检验，已知方差）

$n=5,\ \alpha=0.01,\ \bar{x}=3.252,\ s=0.013038404.$

$H_0:\mu=\mu_0=3.25,\quad H_1:\mu\neq\mu_0,$

(由$P\{|\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}=\alpha=0.01$得）

$T=\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$

$W_1=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\ \Big|\ |\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}|>t_{0.005}(n-1)\}$

$\because\quad|\frac{3.252-3.25}{0.013038404/\sqrt{5}}|=0.343\ngtr t_{0.005}(n-1)=4.6041$

$\therefore$ 不拒H_0.

3. (均值检验,σ^2未知).

$n=12,\alpha=0.05,\bar{x}=0.1,s=0.2.$

$H_0:\mu=\mu_0=0,\quad H_1:\mu\neq\mu_0,$

(由$P\{|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}|>t_{\frac{0.05}{2}}(12-1)\}=\alpha=0.05,$ 得)

统计量$T=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$

拒绝域为

$$W_1=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\quad\Big|\quad|\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}|>t_{0.0025}(n-1)\}$$

查t分布表中$t_{0.0025}(11)=2.2010.$ 而

$$\left|\frac{0.1-0}{0.2/\sqrt{12}}\right|=\frac{1}{4\sqrt{3}}=0.14433756<t_{0.0025}(n-1)=2.2010$$

故不拒绝H_0,即密度测量质量符合要求.

4. (均值左侧检验,σ^2未知).

$n=25,\alpha=0.05,\bar{x}=950,\sigma=100.$

$H_0:\mu\geq\mu_0=1000;\quad H_1:\mu<\mu_0,$

(由$P\{\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}<-t_{\alpha}(n-1)\}=\alpha,$ 得)

检验统计量$\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$

拒绝域为

$$W_1=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\quad\Big|\quad\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}<-t_{\alpha}(n-1)\}$$

查t分布表中$t_{0.05}(24)=1.7109.$ 而

$$\frac{950-1000}{100/\sqrt{25}}=-2.5<t_{0.05}(24)$$

故拒绝H_0,即认为不满足要求-寿命低于1000h.

5. (均值右侧检验,σ^2未知)

$n=20,\alpha=0.05,\bar{x}=10.2,s=0.51.$

$H_0:\mu\leq\mu_0=10,\quad H_1:\mu>10,$

(检验装配时的均值$\bar{x}$显著大于10的概率为.

$$P\{\frac{\bar{X}-0}{0.51/\sqrt{20}}>t_{0.05}(20-1)\}=0.05.)$$

拒绝域为

$$W_1=\left\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\left|\frac{\bar{x}-0}{s/\sqrt{20}}>t_{0.05}(20-1)\right.\right\}$$

查t分布表中$t_{0.05}(19)=1.7291.$ 而

$$\frac{10.2-10}{0.51/\sqrt{20}}=\frac{0.2\times4.472}{0.51}=1.75>1.7291$$

故拒绝H_0,即可以认为装配时间的均值显著地大于10.

6. (σ^2的左边检验, μ未知)

$n=10, \alpha=0.05, s=0.037\%.$

$H_0:\sigma\geq\sigma_0=0.04\%;\quad H_1:\sigma<\sigma_0=0.04\%$

$$(P\{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)<\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\}=\alpha.)$$

拒绝域为

$$W_1=\left\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\left|\chi^2_{1-\alpha}(n-1)<\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\right.\right\}$$

查χ^2分布表中$\chi^2_{0.95}(9)=2.733.$ 而

$$\frac{9\times(0.037\%)^2}{(0.04\%)^2}\approx 7.7\not<2.733$$

故接受H_0.

7. (σ^2的右边检验, μ未知)

$n=9, \alpha=0.05, s=0.007.$

$H_0:\sigma\leq\sigma_0=0.005;\quad H_1:\sigma>\sigma_0=0.04\%$

$$(P\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}>\chi^2_{\alpha}(n-1)\}=\alpha.)$$

拒绝域为

$$W_1=\left\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\left|\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}>\chi^2_{\alpha}(n-1)\right.\right\}$$

查χ^2分布表中$\chi^2_{0.05}(8)=14.067.$ 而

$$\frac{8\times(0.007)^2}{(0.005)^2}\approx 15.68>14.067$$

故拒绝H_0，即认为显著偏大.