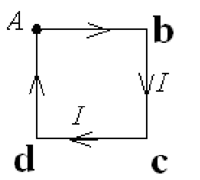
第八章 电流与磁场

磁感应强度、毕-萨定律

8．1 边长为 l 的正方形线圈中通有电流 I，此线圈在 A 点(见图)产生的磁感强度 B 为：

(A) $\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi l}$．　(B) $\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi l}$．

(C) $\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$．　(D) 以上均不对．



第 8．1 题图

答：A．

根据 $B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi l}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$ 公式，得

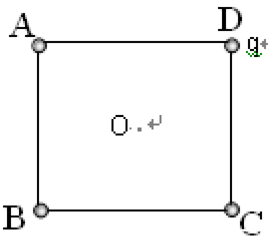
$$B=B_{Ab}+B_{bc}+B_{cd}+B_{da}=B_{bc}+B_{cd}$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi l}\left(\cos\frac{\pi}{2}-\cos\frac{3\pi}{4}\right)+\frac{\mu_0 I}{4\pi l}\left(\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi l}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi l}。$$

8．2 如图，边长为 a 的正方形的四个角上固定有四个电量均为 q 的点电荷。此正方形以角速度 ω 绕过 AC 轴旋转时，在中心 O 点产生的磁感应强度大小为 B_1；此正方形同样以角速度 ω 绕过 O 点垂直于正方形平面的轴旋转时，在 O 点产生的磁感应强度大小为 B_2，则 B_1 与 B_2 间的关系为

（A）$B_1=B_2$　（B）$B_1=2B_2$

（C）$B_1=\dfrac{1}{2}B_2$　（D）$B_1=\dfrac{1}{4}B_2$



第 8．2 题图

答：C．

两次用等效园电流法 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$，

(1) 绕 AD 轴旋转时，电荷 B 等效电流：

$I=\dfrac{Q}{T}=\dfrac{q}{2\pi/\omega}=\dfrac{q\omega}{2\pi}$ 半径 $R=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$，代人公式 $B_B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}=\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 q\omega}{4\pi a}$，B、D 电荷共同产生：

$B_1=2B_B=\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 q\omega}{2\pi a}$。

(2) 绕垂直轴旋转时，A 点电荷半径 $R=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ 电流 $I=\dfrac{Q}{T}=\dfrac{q}{2\pi/\omega}=\dfrac{q\omega}{2\pi}$，所以

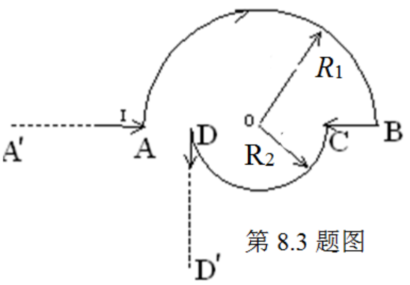
$B_A=\dfrac{\mu_0 I}{2R}=\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 q\omega}{4\pi a}$，A、B、C、D 共同产生：$B_2=4B_A=\dfrac{\sqrt{2}\mu_0 q\omega}{\pi a}$。

(3)关系：$B_1=\dfrac{1}{2}B_2$。

8．3 一弯曲的载流导线在同一平面内，形状如图（O 点是半径为 R_1 和 R_2 的两个圆弧的共同圆心，电流自无限远来到无限远去)，则 O 点的磁感应强度的大小是_________________________________。

答：（1）$\overline{AA'}$、$\overline{BC}$ 线段不产生磁场；

（2）大半圆：$B_1=\dfrac{1}{2}\dfrac{\mu_0 I}{2R_1}=\dfrac{\mu_0 I}{4R_1}$ 方向向里；



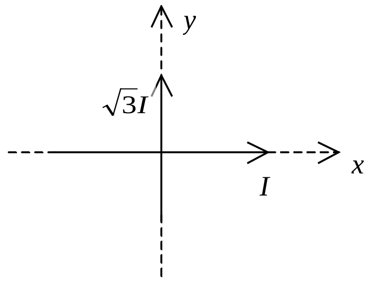
第 8.3 题图

（3）小半圆：$B_2=\dfrac{\mu_0 I}{4R_2}$ 方向向里；

（4）半无限长直线 $\overline{DD'}$ 产生磁场 $B_3=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R_2}$ 方向向外；

总的磁场 $B=B_1+B_2-B_3=\dfrac{\mu_0 I}{4R_1}+\dfrac{\mu_0 I}{4R_2}-\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R_2}$，方向向里。

8．4 在 xy 平面内有两根互相绝缘、分别通有电流 $\sqrt{3}I$ 和 I 的无限长直导线，设两导线互相垂直（如图），则在 xy 平面内磁感应强度为零的点的轨迹方程为：________________。



第 8．4 题图

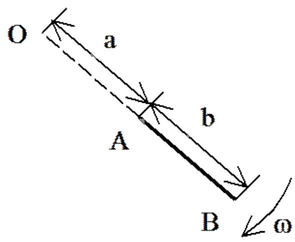
答：设 B 为零点的坐标为（x, y），x 轴上电流产生的磁场：

$B_x=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi y}$（向外），y 轴上电流产生的磁场：$B_y=\dfrac{\mu_0\sqrt{3}I}{2\pi x}$（向里），当 $B_x=B_y$ 时，B 等于 O，则有 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$。

8．5 均匀带电直线 AB，电荷线密度为 λ，绕垂直于直线的轴 O 以角速度 ω 匀速转动（线的形状不变，O 点在 AB 延长线上），求：

（1）O 点的磁感应强度 B，

（2）磁矩 p_m，



解：（1）对 $r\sim r+dr$ 一段，电荷 $dq=\lambda dr$，旋转形成圆电流，则

$$dI=\frac{\omega dq}{2\pi}=\frac{\lambda\omega}{2\pi}dr,$$ 它在 O 点的磁感应强度

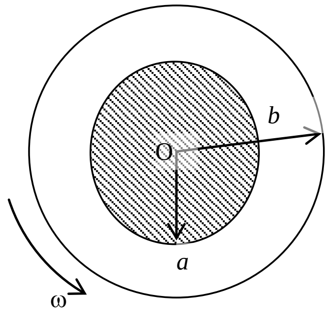
$$dB=\frac{\mu_0 dI}{2r}=\frac{\lambda\omega\mu_0}{4\pi}\frac{dr}{r}$$

$$B=\int dB=\frac{\lambda\omega\mu_0}{4\pi}\int_a^{a+b}\frac{dr}{r}=\frac{\lambda\omega\mu_0}{4\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

（2）$$dp_m=\pi r^2 dI=\frac{1}{2}\lambda\omega r^2 dr$$

$$p_m=\int dp_m=\int_a^{a+b}\frac{1}{2}\lambda\omega r^2 dr=\lambda\omega[(a+b)^3-a^3]/6$$

8．6 一半径为 b 的带电塑料圆盘，其中有一半径为 a 的阴影部分均匀带正电荷，面密度为+σ，其余部分均匀带负电荷，面密度为-σ．当圆盘以角速度 ω 旋转时，测得圆盘中心 O 点的磁感应强度为零，a 与 b 满足什么关系？



第 8 .6 题图

解：带电圆盘旋转可视为无数电流圆环，取半径为 r，宽为 dr 的电流圆环，在 O 点的磁场 $dB=\dfrac{\mu_0 dI}{2r}$，而

$$dI=\sigma 2\pi r dr\cdot\frac{\omega}{2\pi}=\sigma\omega r dr$$

故 $dB=\mu_0\sigma\omega r dr/2r=\dfrac{1}{2}\mu_0\sigma\omega dr$

正电部分产生的磁感应强度

$$B_+=\int_0^a\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega dr=\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega a$$

负电部分产生的磁感应强度 $B_-=\displaystyle\int_a^b\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega dr=\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(b-a)$

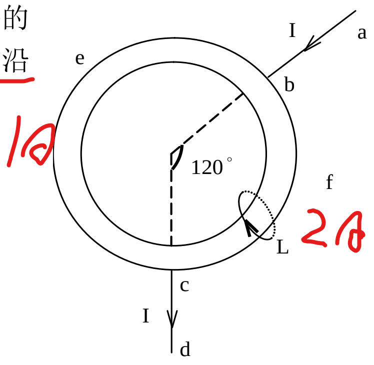
由于 $B_+=B_-$，所以 $b=2a$。

安培环路定律、运动电荷的磁场

8．7 如图，两根直导线 ab 和 cd 沿半径方向被接到一个截面处处相等的铁环上，稳恒电流 I 从 a 端流入而从 d 端流出，则磁感应强度 B 沿图中闭合路径 L 的积分 $\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 等于

（A） $\mu_0 I$　　　　（B） $\mu_0 I/3$

（C） $\mu_0 I/4$　　　　（D） $2\mu_0 I/3$



第 8 .7 题图

答案： D .

答：两段圆弧并联

$$I_1 R_{bec} = I_2 R_{bfc}, \quad \frac{R_{bec}}{R_{bfc}} = \frac{2/3}{1/3} = \frac{2}{1}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2},$$

$$I = I_1 + I_2, \quad \therefore \quad I_2 = \frac{2}{3} I.$$

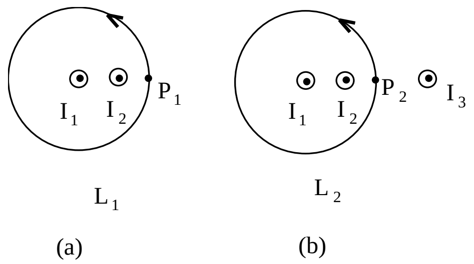
8．8 在图（a）和（b）中各有一半径相同的圆形回路 L_1、L_2，圆周内有电流 I_1、I_2，其分布相同，且均在真空中，但在（b）图中 L_2 回路外有电流 I_3，P_1、P_2 为两圆形回路上的对应点，则

（A） $\oint_{L_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$， $B_{P_1} = B_{P_2}$

（B） $\oint_{L_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$， $B_{P_1} = B_{P_2}$

（C） $\oint_{L_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$， $B_{P_1} \neq B_{P_2}$

（D） $\oint_{L_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$， $B_{P_1} \neq B_{P_2}$



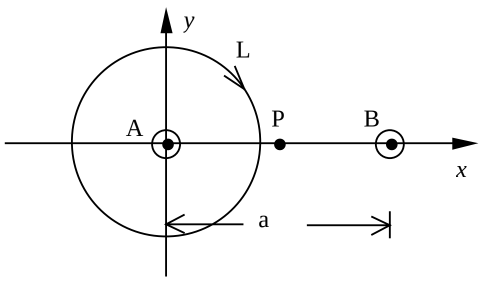
答案：C.

提示：（1）环流只与内部电流有关，（2）磁场由全空间电流决定。

8．9 如图，平行的无限长直载流导线 A 和 B，电流强度为 I，垂直纸面向外，两载流导线之间相距为 a，则

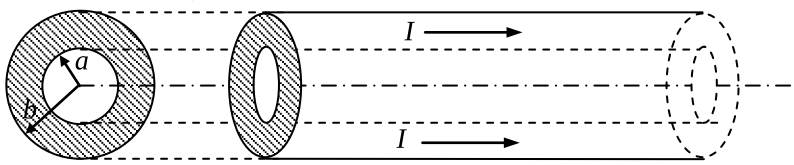
（1）AB 中点（P 点）的磁感应强度 $\vec{B}_P$ =__________________，

（2）磁感应强度 B 沿图中环路 L 的积分 $\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ =__________________。



答：（1）0（两电流对称）；　　（2）$-\mu_0 I$ 。

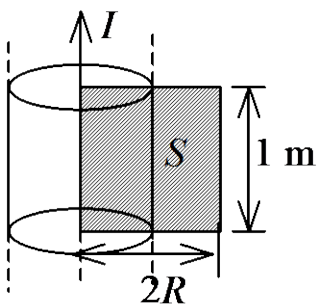
8．10 有一很长的载流导体直圆管，内半径为 a，外半径为 b，电流强度为 I，电流沿轴线方向流动，并且均匀地分布在管壁的横截面上。空间某一点到管轴的垂直距离为 r（见附图），求：（1）r<a（2）a<r<b（3）r>b 等各处的磁感应强度。



第 8 .10 题图

解：由电流分布的轴对称性，在垂直于轴线的平面内以轴线上一点 O 为圆心，r 为半径作圆形安培环路 L 如图所示，则 L 上各点 $\vec{B}$ 大小相等，方向沿的切线。由安培环路定理，
其中
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_L Bdl=B\oint_L dl=B\cdot 2\pi r$$
所以
$$B\cdot 2\pi r=\mu_0\sum_{(L内)}I=\begin{cases}0, & (r<a)\\ \mu_0 I, & (r>b)\\ \mu_0 I\dfrac{r^2-a^2}{b^2-a^2}, & (a<r<b)\end{cases}$$
解得各处的磁感应强度分布为：
$$\begin{cases}B_1=0, & (r<a)\\ B_2=\dfrac{\mu_0 I(r^2-a^2)}{2\pi r(b^2-a^2)}, & (a<r<b)\\ B_3=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}, & (r>b)\end{cases}$$
磁感应强度的方向与电流 I 成右手螺旋关系。

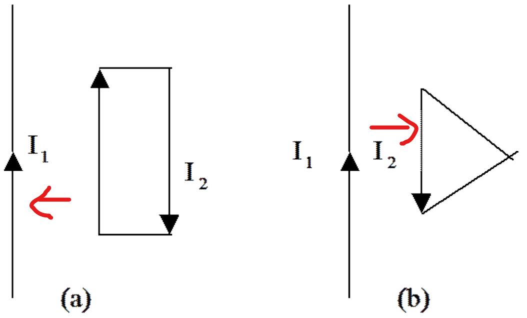
8．11 一无限长圆柱形铜导体(磁导率μ_0)，半径为 R，通有均匀分布的电流 I．今取一矩形平面 S (长为 1 m，宽为 2 R)，位置如右图中画斜线部分所示，求通过该矩形平面的磁通量。
解：在圆柱体内部与导体中心轴线相距为 r 处的磁感强度的大小，由安培环路定律可得：
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r \qquad (r\le R)$$
因而，穿过导体内画斜线部分平面的磁通Φ_1为
$$\Phi_1=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int B\,\mathrm{d}S=\int_0^R\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I}{4\pi}$$
在圆形导体外，与导体中心轴线相距 r 处的磁感强度大小为
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (r>R)$$
因而，穿过导体外画斜线部分平面的磁通Φ_2为
$$\Phi_2=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_R^{2R}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$$
穿过整个矩形平面的磁通量
$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi}+\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$$ 。



第 8 .11 题图

第九章 电流与磁场

磁场对电流的作用



第 9.1 9.2 题图

9．1 如图（*a*）所示，无限长直载流导线与一载流矩形线圈在同一平面内，且矩形线圈一边与长直导线平行，长直导线固定不动，则矩形线圈将

（A）向着长直导线平移，

（B）离开长直导线平移，

（C）转动，

（D）不动。

答案：A.

提示：靠近 I_1 的矩形线段 I_2 与 I_1 方向一致，各自产生的磁场方向在其两线中间方向相反，相吸。远离 I_1 的矩形线段 I_2 与 I_1 方向相反，但它比靠近的一端产生的磁力小。

9．2 若如图（*b*）所示，正三角形载流线圈一边与长直导线平行，结果又如何？

（A）向着长直导线平移，　（B）离开长直导线平移，

（C）转动，　（D）不动。

答案：B.

提示：理由同上题。

9．3 如图，长载流导线 *ab* 和 *cd* 相互垂直，它们相距为 *L*，*ab* 固定不动，*cd* 能绕中点 *O* 转动，并能靠近或远离 *ab*，当电流方向如图所示时，导线 *cd* 将

（A）顺时针转动同时离开 *ab*，

（B）顺时针转动同时靠近 *ab*，

（C）逆时针转动同时离开 *ab*，

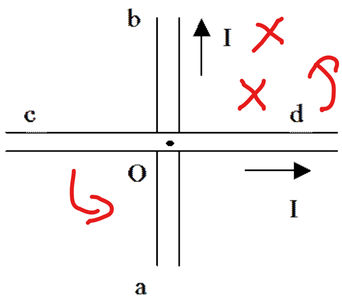
（D）逆时针转动同时靠近 *ab*。

Idl

B

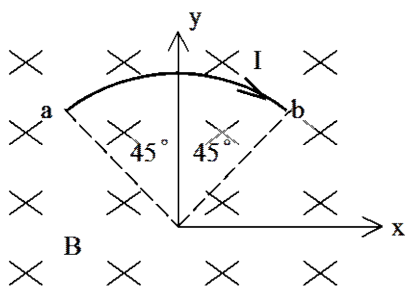
答案：D.

提示：*co* 段受力向下，*od* 段受力向上。



第 9.3 题图

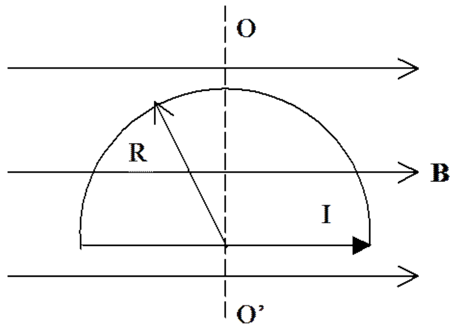
9．4 如右图，一根载流导线弯成半径为 *R* 的四分之一圆弧，放在磁感应强度为 *B* 的均匀磁场中，则载流导线 *ab* 所受磁场的作用力的大小为____________________，方向____________________。



答：$\overline{ab}=\sqrt{2}R,\quad F=BIl\sin\theta=\sqrt{2}BIR$；沿 y 轴正向。

$F=Idl\times B$

9．5 如图，半径为 R 的半圆形线圈通有电流 I，线圈处在与线圈平面平行向右的均匀磁场 $\vec{B}$ 中，线圈所受磁力矩的大小为______________，方向为_____________。把线圈绕 OO'轴转过角度____________时，磁力矩为零。



第 9.5 题图

答：$\frac{1}{2}\pi R^2 IB$；在图面上向上；

$\frac{1}{2}\pi + n\pi(n=1,2,\ldots\ldots)$（当 $\boldsymbol{P}_{\rm m}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 平行或反平行时）

提示：　$P_m = IS = \frac{1}{2}\pi R^2 I$，　$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$.

9．6 半径为 R 的半圆形导线 ACD 通有电流 I_2，置于电流为 I_1 的无限长直线电流的磁场中，直线电流 I_1 恰过半圆的直径，求半圆导线受到长直线电流 I_1 的磁力。

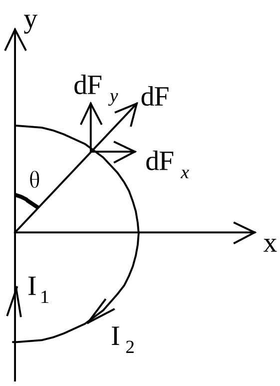
解：长直载流导线在周围空间产生的磁场分布为 $B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$，取坐标系如图，则在半圆线圈所在处产生的磁感应强度大小为 $B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R\sin\theta}$，方向垂直纸面向里。半圆线圈上 dl 元电流受的力为

$$dF = \left|I_2 d\vec{l}\times\vec{B}\right| = I_2 B dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R\sin\theta} R d\theta$$

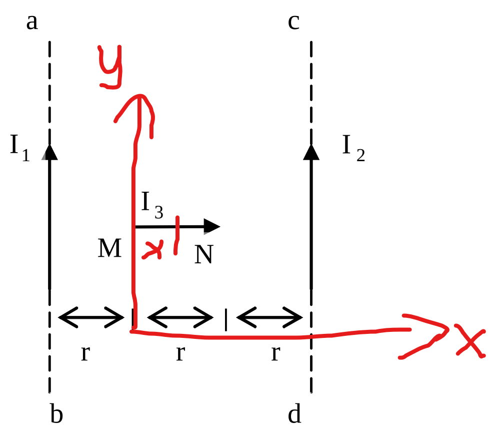
$dF_y = dF\cos\theta$，根据对称性分析　$\int dF_y = 0$，　$dF_x = dF\sin\theta$

$$F_x = \int_0^{\pi} dF_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2}$$

所以半圆线圈受 I_1 的磁力的大小为　$F_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2}$，垂直 I_1 向右。



9．7 载有电流 I_1 和 I_2 的长直导线 ab 和 cd 相互平行，相距为 $3r$，今有载有电流 I_3 的导线 $MN=r$，水平放置，且其两端 M、N 分别与 I_1、I_2 的距离都是 r，ab、cd 和 MN 共面，求导线 MN 所受的磁力的大小和方向。



第 9.7 题图

解：载流导线 MN 上任一点处的磁感应强度大小为

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(r+x)}-\frac{\mu_0 I_2}{2\pi(2r-x)}$$

电流元 $I_3 dx$ 所受磁力

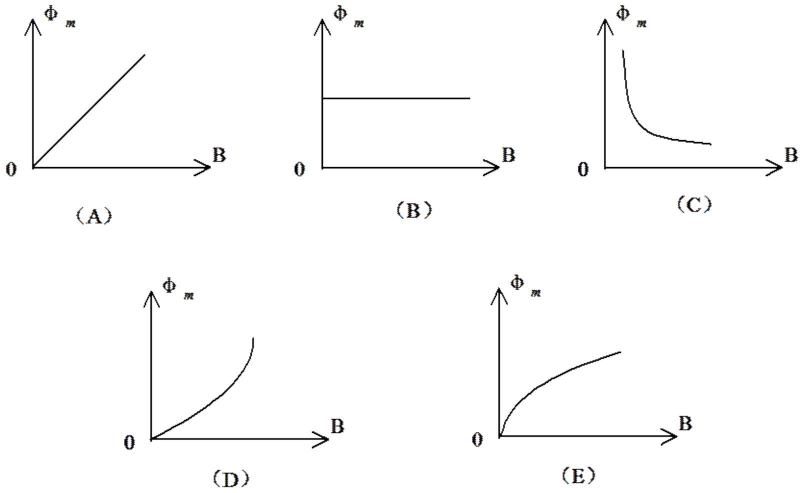
$$dF = I_3 B dx = I_3[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(r+x)} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(2r-x)}]dx$$

所以 $F = \int_0^r I_3[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(r+x)} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(2r-x)}]dx = \frac{\mu_0 I_3(I_1 - I_2)}{2\pi}\ln 2$

若 $I_2 > I_1$，则 $\vec{F}$ 的方向向下，反之方向向上。

磁场对运动电荷的作用

9．8 质量为 m、电量为 q 的粒子以与均匀磁场 $\vec{B}$ 垂直的速度 v 射入磁场中，则粒子运动轨道所包围范围内的磁通量 ϕ_m 与磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小的关系曲线是（A）~（E）中的哪一条？

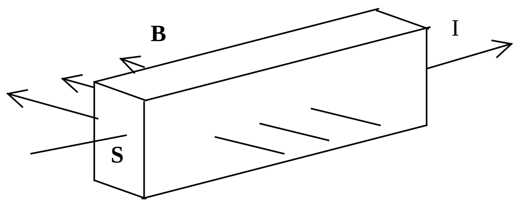


第 9.8 题图

答案：C.

提示：$\Phi_m = BS = B\pi R^2$,轨道半径：$R = \dfrac{mv}{qB}$， $\therefore \Phi_m = \dfrac{\pi m^2 v^2}{q^2}\dfrac{1}{B}$

9．9 截面积为 S，截面形状为矩形的直金属条中通有电流 I，金属条放在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，$\vec{B}$ 的方向垂直于金属条的左右侧面（如图所示），在图示情况下金属条上侧面将积累___________电荷，载流子所受的洛仑兹力 f_m =___________（金属中单位体积内载流子数为 n）。



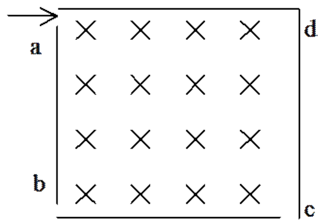
第 9.9 题图

答：负； $\dfrac{IB}{ns}$。

提示：霍尔效应

$$f_m = qvB \quad \because I = qnsv \therefore qv = \frac{I}{ns}, \quad f_m = \frac{IB}{ns}。$$

9．10 如图所示的空间区域内分布着方向垂直纸面的均匀磁场，在纸面内有一正方形边框 *abcd*（磁场以边框为界），*a*、*b*、*c* 三个顶角处开有很小的缺口。今有一束具有不同速度的电子由 *a* 缺口沿 *ad* 方向射入磁场区域，若 *b*、*c* 两缺口处分别有电子射出，则此两处出射电子的速率之比 V_b/V_c =__________。



第 9.10 题图

答： 1/2

提示：设边长为 L，第一次：$R_1=\frac{L}{2}$,代入$R_1=\frac{mv_1}{qB}$,得：$v_1=\frac{qBL}{2m}$，第二次：$R_2=L$,代入$R_2=\frac{mv_2}{qB}$,得：$v_2=\frac{qBL}{m}$，结合一、二两次即得。

9．11 一电子以速率 $V=1\times10^4\,m/s$ 在磁场中运动，当电子沿 *x* 轴正方向通过空间 *A* 点时，受到一个沿+*y* 方向的作用力，力的大小为$F=8.01\times10^{-17}N$，当电子沿+*y* 方向再次以同一速率通过 *A* 点时，所受的力沿 *z* 轴的分量 $F_z'=1.39\times10^{-16}N$。求 *A* 点磁感应强度的大小及方向。

解：

$e=1.602\times10^{-19}C$

$k=9\times10^9=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

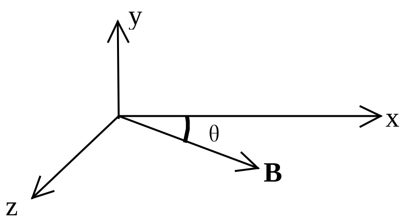
解法 1：因为 $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$，由分析可知 $B_y=0$，

又 $F_y=|q|v_xB_z$， $B_z=\frac{F_y}{|q|v_x}=5\times10^{-2}T$

$F_z=|q|v_yB_x$， $B_x=\frac{F_z}{|q|v_y}8.69\times10^{-2}T$

所以磁感应强度大小为

$B=\sqrt{B_x^2+B_z^2}=0.1T$



第 9.11 题图

方向：$\vec{B}$ 与 x 轴的夹角设为 θ，如图，

则 $B_z\approx B/2$， $\theta\approx30^\circ$。

或者：$F_y=|q|v_xB_z=|q|v_xB\sin\theta$

$F_z=|q|v_yB_x=|q|v_yB\cos\theta$

解法 2：设 $\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k}$

(1) 当电子沿 *x* 轴正方向： $\vec{v}=v_x\vec{i}$

$$\vec{F}=-e\vec{v}\times\vec{B}=-ev_x\vec{i}\times\left(B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k}\right)$$

$$=-ev_x\left(B_y\vec{k}-B_z\vec{j}\right)=8.01\times10^{-17}\vec{j}$$

$$B_y=0,\quad B_z=\frac{F_y}{ev_x}=5\times10^{-2}T$$

(2) 当电子沿 y 轴正方向： $\vec{v}=v_y\vec{j}$

$$\vec{F} = -e\vec{v}\times\vec{B} = -ev_y\vec{j}\times\left(B_x\vec{i} + B_z\vec{k}\right)$$
$$= -ev_y\left(-B_x\vec{k} + B_z\vec{i}\right)$$

因为：$F_z' = 1.39\times10^{-16}$

$$B_x = \frac{F_z'}{ev_y} = 8.69\times10^{-2}T$$

9．12 有一无限大平面导体薄板，自下而上均匀通有电流，已知其面电流密度为$\vec{i}$（即单位宽度上通有的电流强度）

（1） 试求板外空间任一点磁感应强度的大小和方向，

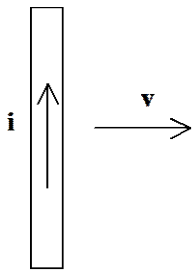
（2） 有一质量为 m，带正电量为 q 的粒子，以速度$\vec{v}$沿平板法线方向向外运动（如图），求（a）带电粒子最初至少在距板什么位置处才不与大平板碰撞？（b）需经多长时间，才能回到初始位置（不计粒子重力）？

解：（1）由安培环路定理求出 $B = \frac{1}{2}\mu_0 i$，方向在板右侧垂直板面向里。

（2）由洛仑兹力公式可求 $R = \frac{mv}{qB} = \frac{2mv}{q\mu_0 i}$，至少从距板 R 处开始向外运动。

返回时间 $T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{4\pi m}{q\mu_0 i}$。

$$\boxed{\oint_L B\cdot dl = 2Bl = \mu_0 i l}$$



第 9.12 题图

第十一章 变化的磁场

电磁感应、动生电动势

11．1 半径为 a 的线圈置于磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，线圈平面与磁场方向垂直，线圈电阻为 R，当把线圈转动使其法向与 $\vec{B}$ 的夹角 $\alpha = 60^\circ$ 时，线圈中已通过的电量与线圈面积及转动的时间的关系是

（A）与线圈面积成正比，与时间无关，

（B）与线圈面积成正比，与时间成正比，

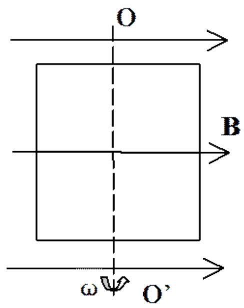
（C）与线圈面积成反比，与时间成正比，

（D）与线圈面积成反比，与时间无关。

答案：A.

提示: 线圈中已通过的电量与线圈面积成正比，与转动的时间无关。

11．2 一闭合线圈放在均匀磁场中，绕通过其中心且与一边平行的轴 *OO'*转动，转轴与磁场方向垂直，转动角速度为 ω，如图所示。用下述哪一种办法可以使线圈中感应电流的幅值增大到原来的两倍（导线的电阻不能忽略）？



（A）把线圈的匝数增加到原来的两倍，

（B）把线圈的面积增大到原来的两倍，而形状不变，

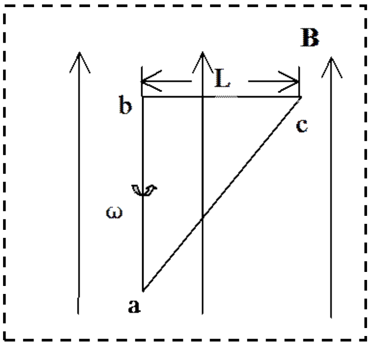
（C）把线圈切割磁力线的两条边增加到原来的两倍，

（D）把线圈的角速度增大到原来的两倍。

答案：D.

提示: $i = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{1}{R}\dfrac{d\phi}{dt}$， $\phi = \phi_0 \sin \omega t$ 。

11．3 如图所示，直角三角形金属框架 abc 放在均匀磁场中，磁场 $\vec{B}$ 平行于 ab 边，bc 的长度为 L，当金属框架绕 ab 边以匀角速度 ω 转动时，abc 回路中的感应电动势 $\mathcal{E}$ 和 a、c 两点间的电势差 $U_a - U_c$ 为



第 11.3 题图

（A） $\mathcal{E}=0$，$U_a - U_c = \frac{1}{2}B\omega L^2$，

（B） $\mathcal{E}=0$，$U_a - U_c = -\frac{1}{2}B\omega L^2$，

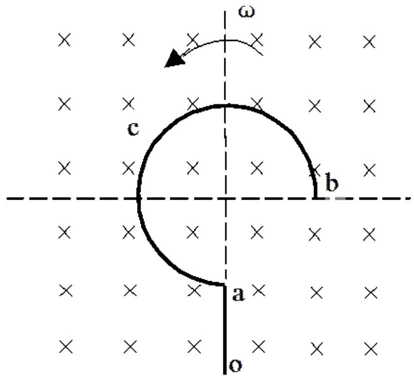
（C） $\mathcal{E} = B\omega L^2$，$U_a - U_c = \frac{1}{2}B\omega L^2$，

（D） $\mathcal{E} = B\omega L^2$，$U_a - U_c = -\frac{1}{2}B\omega L^2$ 。

答案：B.

分析: 当金属框架绕 ab 边以匀角速度 ω 转动时，abc 回路始终与磁场 B 平行，因而感应电动势 $\varepsilon = 0$。因为 bc 边和 ac 边切割磁力线，a、c 两点间的电势差为三角形框架产生。

11．4 一导线被弯成如图的形状，acb 为半径为 R 的四分之三圆弧。直线段 oa 长为 R，若此导线放在匀强磁场 $\vec{B}$ 中，$\vec{B}$ 的方向垂直图面向里，导线以角速度 ω 在图面内绕 O 点逆时针匀速转动，则此导线中的动生电动势 ε_i =__________，电势最高点是__________。



第 11.4 题图

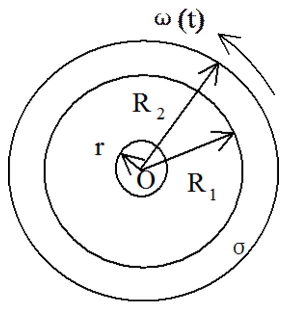
答: 等效于 Ob 绕 O 点的旋转，

$\overline{Ob} = \sqrt{(2R)^2 + R^2} = \sqrt{5}R$, $\varepsilon_i = \int_0^{\sqrt{5}R} B\omega r dr = \frac{5}{2}B\omega R^2$，电势最高点是 O 点。

11．5 一半径 r=10cm 的圆形闭合导线回路置于均匀磁场 $\vec{B}$（B=0.80T）中，$\vec{B}$ 与回路平面正交，若圆形回路的半径从 t=0 开始以恒定的速率 ${dr}/{dt} = 80cm/s$ 收缩，则在 t=0 时刻，闭合回路中的感应电动势的大小为__________，如果要求感应电动势保持这一数值，则闭合回路面积应以 ${ds}/{dt} =$__________ 的恒定速率收缩。

答: $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B\frac{dS}{dt} = -B\pi\frac{dr^2}{dt} = -2\pi Br\frac{dr}{dt} = 0.40V$；$\frac{dS}{dt} = 0.5m^2 \cdot s^{-1}$

11．6 一内外半径分别为 R_1、R_2 的均匀带电平面圆环，电荷面密度为 σ $(\sigma > 0)$，其中心有一半径为 r 的导体小环（R_1、R_2>>r)，二者同心共面如图，设带电圆环以变角速度 $\omega = \omega(t)$ 绕垂直于环面的轴旋转，导体小环中感应电流 i 等于多少？方向如何（已知小环的电阻为 R'）？



解：取半径为 R，宽为 dR 的小圆环。相应的电流为 $dI = \sigma\omega R dR$，在圆心处产生的磁场为 $dB = \frac{\mu_0 dI}{2R} = \frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega dR$。由于整个带电圆环旋转在中心产生的磁感应强度的大小为 $B = \frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(R_2 - R_1)$。

选逆时针为小环回路的正方向，则小环中

$$\phi \approx \frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(R_2 - R_1)\pi r^2$$

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{\mu_0}{2}\pi r^2(R_2-R_1)\sigma\frac{d\omega}{dt}$$

$$i=-\frac{\mu_0\pi r^2(R_2-R_1)\sigma}{2R^{'}}\frac{d\omega}{dt}$$

方向：当$\frac{d\omega}{dt}>0$时，i与选定正方向相反，

当$\frac{d\omega}{dt}<0$时，i与选定正方向相同。

11．7　*AB*和*BC*两段导线，其长均为10*cm*，在*B*处相接成30°角，若使导线在均匀磁场中以速度*V*=1.5*m/s*运动，方向如图，磁场方向垂直纸面向里，磁感应强度$B=2.5\times10^{-2}T$，问*A*、*C*两端之间的电势差为多少？哪一端电势高？

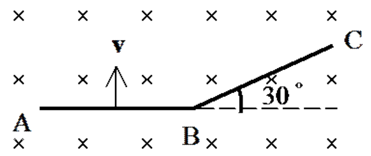
解：因为

$$\varepsilon_{AB}=B\overline{AB}v=2.5\times10^{-2}\times0.10\times1.5=3.75\times10^{-3}V$$,方向 B-A

$$\varepsilon_{BC}=B\overline{BC}v\cos30^{\circ}=3.25\times10^{-3}V$$，方向 C-B

$$\varepsilon_{AC}=\varepsilon_{AB}+\varepsilon_{BC}=7\times10^{-3}V$$，方向 C-B-A，

所以 A 点电势高于 C 点电势。



第 11.7 题图

感生电场

11．8 在感应电场中电磁感应定律可写成$\oint_L \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$，式中$\vec{E}_k$为感应电场的电场强度，此式表明

（A）闭合曲线 L 上$\vec{E}_k$处处相等，

（B）感应电场是保守力场，

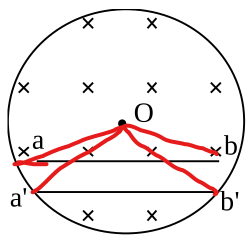
（C）感应电场的电力线不是闭合线，

（D）在感应电场中不能像对静电场那样引入电势的概念。

答案：D.

提示：$\oint_L \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 不等于零，所以感应电场不是保守力场，不能引入电势的概念。

11．9 在圆柱形空间有一磁感应强度为$\vec{B}$的均匀磁场，如图所示，$\vec{B}$的大小以速率${\mathrm{d}B}/{\mathrm{d}t}$变化，有一长为$l_0$的金属棒先后放在磁场的两个不同位置 1（$a\,b$）和 2（$a'b'$），则金属棒在这两个位置时棒内的感应电动势的大小关系为



（A）$\varepsilon_2=\varepsilon_1$，　　（B）$\varepsilon_2>\varepsilon_1$，

（C）$\varepsilon_2<\varepsilon_1$，　　（D）$\varepsilon_2=\varepsilon_1=0$。

答案：B.

分析：金属棒放在磁场的两个不同位置，产生的电动势不同，所以 A、D 是错的。看三角形 oab 面积与 oa' b'的面积，可比较出 a'b'的电动势大于 ab 的电动势。(参见课本 P311 例题)

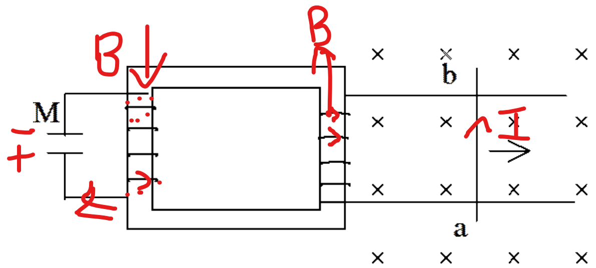
11．10 如图，一导体棒 ab 在匀强磁场中沿金属导轨向右做匀加速运动，磁场方向垂直导轨所在平面，不计导轨电阻，设铁芯磁导率为一恒量，则达到稳态后在电容器 M 极板上

（A）带有一定量的正电荷；

（B）带有一定量的负电荷；

（C）带有越来越多的正电荷；

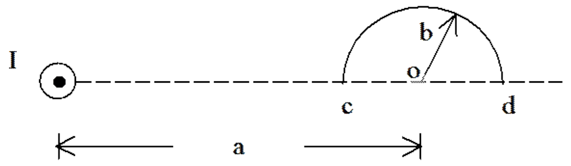
（D）带有越来越多的负电荷.



答案：B.

提示：先判断右边动生电动势、电流的方向，再判断磁通量的方向，最后判定左边电流的方向，确定电容器 M 极板上电荷的正负。

11．11 载有恒定电流 I 的长直导线旁有一半圆环导线 cd，半圆环半径为 b，环面与直导线垂直，且半圆环两端点连线的延长线与直导线相交，如图，当半圆环以速度$\vec{V}$沿平行于直导线的方向平移时，半圆环上的感应电动势的大小是 ______________________。



答：$\dfrac{\mu_0 IV}{2\pi}\ln\dfrac{a+b}{a-b}$　　　　e=BLυ

解答：连结 cd，形成闭合回路 cbdoc。由于回路内磁通量不变，$\varepsilon=0$。

因此有：$\varepsilon_{cbd}=\varepsilon_{cod}=\int_{cod}\vec{v}\times\vec{B}\cdot d\vec{l}$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r},\ d\varepsilon=\vec{V}\times\vec{B}\cdot d\vec{l}=VBdl,\ \varepsilon=\int d\varepsilon=\int_{a-b}^{a+b}(V)\frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr=\frac{\mu_0 VI}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}。$$

11．12 无限长直通电螺线管的半径为 R，设其内部的磁场以 dB/dt 的变化率增加，则在螺线管内部离开轴线距离为 r（$r<R$）处的涡旋电场的强度大小为______________.

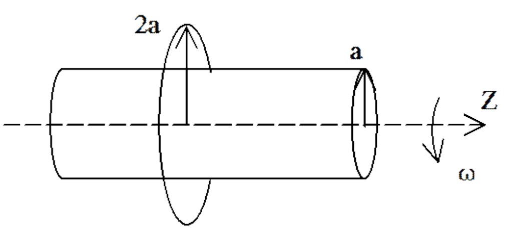
答：$E_{涡}=\dfrac{1}{2}r\dfrac{dB}{dt}$

提示：根据 $\oint_L \vec{E}_{涡}\cdot d\vec{l}=-\iint_S\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$，　左右两边积分得到。

11．13 电量 Q 均匀分布在半径为 a、长为 L（$L>>a$）的绝缘薄壁长圆桶表面上，圆桶以角速度 ω 绕中心轴旋转，一半径为 $2a$、电阻为 R 的单匝圆形线圈套在圆桶上（如图），若 $\omega=\omega_0(1-t/t_0)$（其中 ω_0 和 t_0 为已知常数），求圆形线圈中感应电流的大小和方向。

解：看作螺线管，磁场 $B=\mu_0 i$，$i=I/L$ 为单位长度电流。$I=\dfrac{Q}{T}=\dfrac{Q\omega}{2\pi}$

因此：$B=\mu_0 i=\dfrac{\mu_0 Q\omega}{2\pi L}$



$$\phi=\pi a^2 B=\frac{\mu_0 Q\omega a^2}{2L},$$

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{\mu_0 Qa^2}{2L}\frac{d\omega}{dt},$$

因为 $\dfrac{d\omega}{dt}=-\dfrac{\omega_0}{t_0}$，　所以 $\varepsilon=\dfrac{\mu_0 Qa^2\omega_0}{2Lt_0}$，

方向：与 ω_0 转向一致。

感应电流：$i_{感}=\varepsilon/R=\dfrac{\mu_0 Q a^2\omega_0}{2Lt_0 R}$

自感和互感

11．14 取自感系数的定义式为 $L=\phi/I$，当线圈的几何形状不变，周围无铁磁性物质时，若线圈中电流强度变小，则线圈的自感系数 L

（A）变大，与电流成反比关系；（B）变小；

（C）不变；（D）变大，但与电流不成反比关系．[　　]

答案：C.

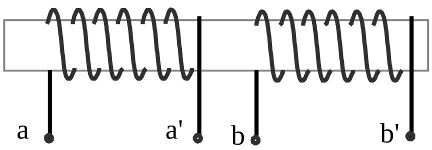
提示：自感系数与电流的大小无关。

11．15 在一个塑料圆桶上紧密地绕有两个完全相同的线圈 aa' 和 bb'，当线圈 aa' 和 bb' 如图（1）绕制时其互感系数为 M_1，如图（2）绕制时其互感系数为 M_2，M_1 与 M_2 的关系是

（A）$M_1 \neq M_2 \neq 0$，（B）$M_1=M_2=0$，

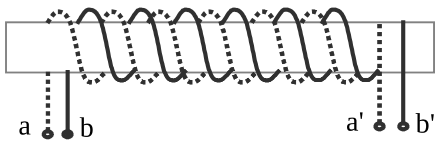
?

（C）$M_1 \neq M_2$，$M_2=0$，（D）$M_1=M_2$，$M_2 \neq 0$．[　　]



图（1）

C



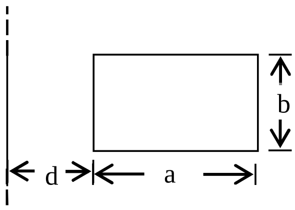
图（2）

第 11.15 题图

答案：A.

分析：图（1）绕制时 M_1，图（2）绕制时 M_2，它们都不等于零。

11．16 一长直导线旁有一长为 b，宽为 a 的矩形线圈，线圈与导线共面，长度为 b 的边与导线平行，如图，线圈与导线的互感系数为________________.



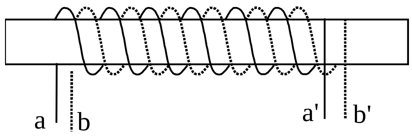
第 11.16 题图

答案：$M=\dfrac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\dfrac{a+d}{d}$

提示：$\phi=\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_d^{d+a}\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}bdr$

$$M=\frac{\phi}{i}=\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{a+d}{d}$$

11.17 在一个中空的圆柱面上紧密地绕有两个完全相同的线圈 aa' 和 bb'，如图，已知每个线圈的自感系数都是 0．05H，若 a、b 两端相接，a'、b' 接入电路，则整个线圈的自感 L=_____________，若 a、b' 两端相连，a'、b 接入电路，则整个线圈的自感 L=_____________，若 a、b 相连，又 a'、b' 相连，再以此两端接入电路，则整个线圈的自感 L=___________.



第 11.17 题图

答：（1）此时管内 B=0，所以 L=0；

（2）管内 $2B=2\mu_0 nI$ ，$L=4\dfrac{N^2}{l}S=0.2H$

（3）线圈中电流强度各减小一半，故 $L=0.05H$ 。

11．18 真空中矩形截面的螺线环总匝数为 *N*，其他尺寸如图所示，求它的自感系数.

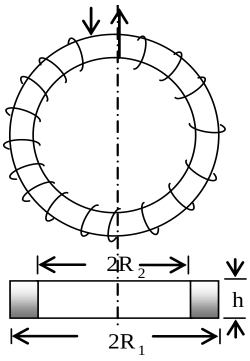
解：设螺线环内通有电流 I，在螺线环内取以环中心为圆心，半径为 r 的圆形回路，由安培环路定理有

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 NI\text{，}\qquad B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

通过螺线管矩形截面的磁通链数为

$$\Psi=N\int \vec{B}\cdot d\vec{S}=N\int_{R_2}^{R_1}\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}hdr=\frac{\mu_0 N^2 hI}{2\pi}\ln\frac{R_1}{R_2}$$

所以 $L=\dfrac{\Psi}{I}=\dfrac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\dfrac{R_1}{R_2}$ 。

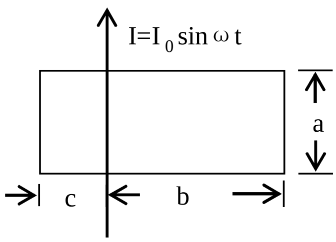


第 11.18 题图

11．19 一无限长直导线通以电流 $I=I_0\sin\omega t$，和直导线在同一平面内有一矩形线框，其短边与直导线平行，且 *b*/*c*=3，如图所示，求

（1）直导线和线框的互感系数，

（2）线框中的互感电动势.



第 11.19 题图

解：（1）$\phi=\int_c^b\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}adx=\dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln 3$

$$M=\frac{\phi}{I}=\phi=\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln 3$$

（2）$\varepsilon_i=-M\dfrac{dI}{dt}=-\dfrac{\mu_0 aI_0\omega\ln 3}{2\pi}\cos\omega t$，方向：当 *I* 增加时，逆时针；当 *I* 减少时，顺时针。