姓名：　　学号：　　班级：

密封线内答题无效

石家庄铁道大学 2014-2015 学年第二学期

2014 级本科班期末考试试卷(A 卷)

课程名称：高等数学(A, D) II　考试日期：2015.6.　考试时间：120 分钟

考试性质(学生填写)：正常考试(　) 缓考补考(　) 重修(　) 提前修读( )

题　号	一	二	三	总　分
满　分	30	30	40	100
得　分				
改卷人				

一、选择题与填空题（共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

请将下列各题的答案填入上表内，否则不得分.

1. 设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & x^2+y^2\neq 0 \\ 0 & x^2+y^2=0 \end{cases}$ 在 $O(0,0)$ 处【*填入上表*】.

   A. 存在极限　　**B.** 连续但偏导数不存在

   C. 可微　　**D.** 偏导数存在，但不可微

2. 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处沿任意方向的方向导数都存在，则 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的情况为【*填入上表*】.

   A. 一定可微　　**B.** 不一定可微

   C. 两个偏导数存在　　**D.** 连续，但不可微

3．曲面 $z=x^2+2y^2$ 上点 $(1,1,3)$ 处的切平面方程是【*填入上表*】.

A. $2x+4y-z-3=0$　　B. $4x+2y-z-3=0$

C. $x+2y-z=0$　　D. $2x+3y-z-1=0$

4. 已知函数 $f(x,y)$ 在点(0,0)连续，且 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)}{x^2+y^2}=1$，则【*填入上表*】.

A. $f(0,0)$ 不是极值　　B. $f(0,0)$ 是极小值

C. $f(0,0)$ 是极大值　　D. 无法判断点 $f(0,0)$ 是否为极值

5. 设幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ 与 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}b_nx^n$ 的收敛半径分别为 R_1,R_2，则幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(a_n+b_n)x^n$ 的收敛半径 R 与 R_1,R_2 的关系是【*填入上表*】.

A. $R\le\max\{R_1,R_2\}$　　B. $R\le\min\{R_1,R_2\}$

C. $R\ge\min\{R_1,R_2\}$　　D. $R=\min\{R_1,R_2\}$

6. 设 $y_1=x,\ y_2=x+e^{2x},\ y_3=x(1+e^{2x})$ 是某二阶常系数非齐次线性方程的特解，则其通解表达式不正确的是【*填入上表*】.

A. $y=(C_1+C_2x)e^{2x}+x$　　B. $y=C_1(y_2-y_1)+C_2(y_3-y_1)+y_1$

C. $y=C_1e^{2x}+C_2e^{2x}+x$　　D. $y=C_1(y_1-y_2)+C_2(y_2-y_3)+\dfrac{y_1+y_3}{2}$

7. 设 $f(x,y)$ 在 $D:0\le x,y\le 1$ 上连续，且 $f(x,y)=y+x\iint_D f(x,y)d\sigma$，则 $f(x,y)=$【*填入上表*】.

8. 设 Σ： $x^2+y^2+z^2=a^2$，则 $\iint_S[(x-a)^2+y^2+z^2]dS=$【*填入上表*】.

9. 设数列 $\{a_n\}(a_n>0)$ 单减，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^na_n$ 发散，问 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\dfrac{1}{1+a_n})^n$ 是收敛还是发散？【*填入上表*】.

10. 设 $x^2=\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n\cos nx(-\pi\le x\le\pi)$，则 $a_2=$【*填入上表*】.

得分

二、计算题（共 6 题，每小题 5 分，共 30 分）

11. 设 f 具有二阶连续偏导数，$z = f(x+y, x-y)$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

12. 计算 $\iint_D \sqrt{(x-y)^2}\, d\sigma$，其中 D 是圆 $x^2 + y^2 \le 1$ 在第一象限的部分.

13. 判定级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{7^{\ln n}}$ 的敛散性.

14. 解方程 $2x\cos y dx + (1+x^2)\sin y dy = 0,\ y(0) = 0$.

15. 计算 $\oint_L xy dy$，其中 L 为圆周 $(x-a)^2 + y^2 = a^2$，逆时针方向.

16. 将 $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 2x - 3}$ 展为 x 的幂级数，并给出收敛域

得分

三、综合题（共 4 题，每题 10 分，共 40 分）

17. 利用点到平面的距离公式，求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $x + y - 2z = 2$ 之间的最短距离.

18. 设曲线积分 $\int_L 2yf(x)dx + [xf(x) - x^2]dy$ 在 $x > 0$ 内与路径无关，其中 $f(x)$ 可导，$f(1) = 1$，求 $f(x)$.

19. 计算曲面积分 $I = \iint\limits_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + (z^2 - 1)dxdy$，其中 Σ 是曲面 $z = 1 - x^2 - y^2 (z \ge 0)$ 的上侧.

20. (1) 设 $f(x,y)$ 具有一阶连续偏导数，且 $\mathrm{grad} f = 0$，证明：$f(x,y) \equiv C$.

(2) 设 $z = z(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，D 由简单光滑闭曲线 L 所围成. 证明：$\iint\limits_D \left(\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) dxdy = \int_L \dfrac{\partial z}{\partial n} ds$，其中 $\vec{n}$ 是 D 的正向边界曲线 L 的外法线向量.

证 (1)　　　　　　　　(2)