姓名：

学号：

班级：

密 封 线 内 答 题 无 效 密

石家庄铁道大学 2013-2014 学年第二学期

2013 级本科班期末考试试卷(A)

课程名称： 高等数学(A, D)II 考试日期： 2014.6. 考试时间： 120 分钟

考试性质(学生填写)：正常考试( ) 缓考补考( ) 重修( ) 提前修读( )

题　号	一	二	三	总　分
满　分	30	40	30	100
得　分				
改卷人				

得分

一、完成下列各题（共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

1. $f(x,y)=x^3y^2+(x^2+1)\arctan a^{xy}$，求 $f_x'(1,0)$.

2. 设 $\varphi(x,y)=f(xy,\dfrac{y}{x})$, f 可微，且 $f_1'(1,1)=a$, $f_2'(1,1)=b$, 计算 $\varphi_x'(1,1)$.

3. 设 $x=x(y,z), y=y(z,x), z=z(x,y)$ 都是由方程 $F(x,y,z)=0$ 所确定的具有连续偏导数的隐函数，证明：$\dfrac{\partial x}{\partial y}\cdot\dfrac{\partial y}{\partial z}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x}=-1$.

4. 计算二重积分 $\iint\limits_D |y-x|d\sigma$，其中 $D:0\le x\le 1, 0\le y\le 1$.

5. 设曲线上点 $P(x,y)$ 处法线与 x 轴的交点为 Q， PQ 被 y 轴平分，求该曲线所满足的微分方程，并求该微分方程的解.

得分

二、计算下列各题（共 4 小题，每小题 10 分，共 40 分）

1. 用格林公式计算 $I=\int_L (e^x\sin y-xy)dx+(e^x\cos y+xy)dy$，

其中 L 为从 $A(2,0)$ 沿 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 逆时针到 $O(0,0)$ 的一段弧.

2. 设Σ：$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$，取上侧，利用高斯公式计算

$$I=\iint_{\Sigma}(x^2+y)dydz+(y^2+2z)dzdx+(z^2+3x)dxdy.$$

3. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}$. 求：(1)收敛域；(2)和函数；(3) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\cdot 2^n}$ 的和.

4. 用拉格朗日乘数法求解：在周长为 $2p$ 的一切三角形中，求其面积最大者的面积. 面积的计算公式为 $S=\sqrt{p(p-x)(p-y)(p-z)}$.

得分

三、选择题与填空题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

说明：请将下列各题的答案填入下表内，否则不得分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续，则【 *填入表中* 】.

A. $z=f(x,y_0)$ 在 $x=x_0$ 连续， $z=f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 连续；

B. $z=f(x,y_0)$ 在 $x=x_0$ 与 $z=f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 不全连续；

C. $z=f(x,y_0)$ 在 $x=x_0$ 与 $z=f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 全不连续；

D. $z=f(x,kx)$ 在 $x=x_0$ 连续.

? 2. 设 f 可微， $\frac{x-2}{-4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{2}$ 是曲面 $z=f(x,y)$ 上点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 处的法线方程，且该点处位于平面 $y=y_0$ 内的切线的斜率是 2， 则函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 的最大方向导数为【 *填入表中* 】.

A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$　　　B. $\sqrt{17}$　　　C. $\frac{21}{2}$　　　D. 21

3. 设 $z=f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，在 (x_0,y_0) 处具有平行于 xOy 坐标面的切平面，且 $f''_{xx}(x_0,y_0)=a$, $f''_{xy}(x_0,y_0)=b$, $f''_{yy}(x_0,y_0)=c$ ，其中 x_0,y_0 是二次代数方程 $ax^2+2bx+c=0$ 的两个不同的实根. 则 $f(x_0,y_0)$【 *填入表中* 】

A. 是极大值；　　　B. 是极小值；

C. 是极值;　　　　　　　　　　D. 不是极值.

4. 下列不正确的是【 *填入表中* 】.

A. $\iint\limits_D (x+y)d\sigma > \iint\limits_D (x+y)^2 d\sigma$，其中 D 由 x 轴， y 轴与直线 $x+y=1$ 所围成;

B. $\iint\limits_D \ln(x+y)d\sigma > \iint\limits_D [\ln(x+y)]^2 d\sigma$，其中 D 是以(1, 0), (1, 1), (2, 0)为顶点的三角形区域;

C. $0 < \iint\limits_D x(x+y)d\sigma < 2$，其中 D 是以(0, 0), (1, 0), (1, 1), (0,1)为顶点的正方形区域;

D. 若函数 $f(x,y)$ 在区域 D 上连续，则 $f(x,y)$ 在 D 上至少取得最大值与最小值各一次.

5. 下列结论正确的是【 *填入表中* 】.

A. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 发散，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散;

B. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散，则 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n \neq 0$;

C. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 的部分和数列 s_n 有界，则该级数发散;

D. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 绝对收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 收敛.

6. 设 $0<a_n<\frac{\pi}{2}, 0<b_n<\frac{\pi}{2}, \cos a_n - a_n = \cos b_n$，且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛，则【 *填入表中* 】.

A. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n \neq 0$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$ 收敛;　　B. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n \neq 0$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$ 发散;

C. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n = 0$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$ 收敛;　　D. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n = 0$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$ 发散.

7. 设 $\Omega: 0\le x\le 1, 0\le y\le 2, 0\le z\le 2$, 则 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)dV =$【 *填入表中* 】.

8. 设球面$\Sigma: x^2+y^2+z^2=2az$，则$\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dS=$【 *填入表中* 】.

9. 设$f(x)$是以2π为周期的函数，且$f(x)=\begin{cases}0 & -\pi<x\le 0\\ x & 0<x\le\pi\end{cases}$，则函数展为傅立叶级数的系数$b_2=$【 *填入表中* 】.

10. 设$y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$的三个特解是$y_1=x, y_2=e^x, y_3=e^{2x}$，则此方程满足条件$y(0)=2, y'(0)=1$的特解是【 *填入表中* 】.