石家庄铁道大学 2018 年春季学期

2017 级本科班期末考试试卷（A）参考答案与评分标准

课程名称: 高等数学 A II（闭卷）任课教师：分级教学

一、选择和填空题（共 10 题，每题 4 分，共 40 分）

1-4. DDCC　　**5.** e^{-1}　　**6-9. CCDD**　　**10.** $(x+1)^2$

8.

二、完成下列各题（共 5 题，每题 6 分，共 30 分）

1. $f(x,1)=\ln(x^2+1)+\frac{\pi}{4}$　　$f_x'(x,1)=\frac{2x}{1+x^2}$.

2. 投影域 D: $x^2+y^2\le 1$

$$V=\iint_D[(4-x^2-y^2)-(3x^2+3y^2)]d\sigma=4\pi\cdot 1^2-4\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 r^2\cdot rdr=2\pi.$$

3. $D: x^2+y^2\le 1$，$dS=\sqrt{1+z_x'^2++z_y'^2}d\sigma=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-x^2-y^2}}d\sigma$

$$S=\iint_D\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-x^2-y^2}}d\sigma=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-r^2}}rdr$$

$$=2\pi\cdot\sqrt{2}\left[-\sqrt{2-r^2}\right]_0^1=2\pi\cdot\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)=4\pi-2\sqrt{2}\pi$$

4. $s(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n},[-1,1)$，　$s'(x)=\sum_{n=1}^{\infty}x^{n-1}=\frac{1}{1-x}$

$s(x)=s(0)-\ln(1-x)=-\ln(1-x), -1\le x<1$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 2^n}=s(\frac{1}{2})=-\ln\frac{1}{2}=\ln 2$$

5. $r^2+2r-3=0,\quad r_1=-3, r_2=1$

通解　$y=C_1e^{-3x}+C_2e^x$

三、完成下列各题（共 3 题，每题 10 分，共 30 分）

1. 设圆半径为 x，正方形与三角形边长分别为 y,z，则

$A=\pi x^2+y^2+\frac{\sqrt{3}}{4}z^2$,

$\varphi(x,y,z)=2\pi x+4y+3z-l=0$

$$L = A+\lambda\varphi = \pi x^2 + y^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}z^2 + \lambda(2\pi x + 4y + 3z - l)$$

$$\begin{cases} L'_x = 2\pi x + \lambda\cdot 2\pi = 0 \\ L'_y = 2y + \lambda \cdot 4 = 0 \\ L'_z = \frac{\sqrt{3}}{2}z + \lambda\cdot 3 = 0 \\ 2\pi x + 4y + 3z = l \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{y}{2} \\ z = \sqrt{3}y \\ 2\pi x + 4y + 3z = l \end{cases} \Rightarrow 2\pi\cdot\frac{y}{2} + 4y + 3\sqrt{3}y = l \Rightarrow y = 2,$$

驻点 $(1,2,2\sqrt{3})$.

由于最小面积一定存在，且驻点唯一，故在此点取得最小面积

$$A_{\min} = \pi + 4 + 3\sqrt{3}.$$

2. 利用格林公式计算曲线积分 $I = \oint_L (e^x \sin y - y^2)dx + (e^x \cos y + x^2)dy$,

其中 $L: x^2 + y^2 = 2x$, 逆时针方向.

2. $I = \iint\limits_D (2x+2y)dxdy = 2\iint\limits_D xdxdy + \iint\limits_D 2ydxdy = 2\cdot 1\cdot\pi\cdot 1^2 + 0 = 2\pi$

3. 补 $\Sigma_0 : z = 0\ (x^2 + y^2 \le 1)$, 取下侧，则

$$\Phi = \iiint\limits_\Omega (2x+2y+1)dV - \iint\limits_{\Sigma_0} x^3 dydz + (y^3 + z)dzdx + zdxdy$$

$$= \iiint\limits_\Omega 2xdV + \iiint\limits_\Omega 2ydV + \iiint\limits_\Omega dV - \iint\limits_{\Sigma_0} 0dxdy$$

$$= 0 + 0 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi - 0 = \frac{2}{3}\pi$$