1. 设 X 服从参数 λ=1 的指数分布，求 $Y=e^X$ 的概率密度.

答案：Y 的分布函数

$$F(y)=P(Y\le y)=P(e^X\le y)=\begin{cases}0, & y\le 0;\\ P(X\le \ln y), & y>0\end{cases}$$

当 $y>0$ 时：

$$P(X\le \ln y)=\int_{-\infty}^{\ln y} f_X(x)dx=\begin{cases}0, & y\le 1;\\ \int_0^{\ln y} e^{-x}dx, & y>1\end{cases}$$

所以，Y 的分布密度为

$$f(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{y^2}, & y>1,\\ 0, & y\le 1.\end{cases}$$

1 设随机变量 X 服从[a,b]上的均匀分布，令 $Y=cX+d\ (c\ne 0)$，试求随机变量 Y 的密度函数.

解：

$$f_Y(y)=\begin{cases}f_X\left(\dfrac{y-d}{c}\right)\cdot\dfrac{1}{|c|} & , \quad a\le\dfrac{y-d}{c}\le b\\ 0 & , \quad \text{其它}\end{cases}$$

当 $c>0$ 时，$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{c(b-a)} & , \quad ca+d\le y\le cb+d\\ 0 & , \quad \text{其他}\end{cases}$

当 $c<0$ 时，$f_Y(y)=\begin{cases}-\dfrac{1}{c(b-a)} & , \quad cb+d\le y\le ca+d\\ 0 & , \quad \text{其他}\end{cases}$