

数值分析第十次作业

10200115 陈文宇

2022 年 10 月 25 日

1. 已知 $f(x) = \sqrt{x}$, $\rho(x) \equiv 1$, $[a, b] = [\frac{1}{4}, 1]$, 求 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的一次最佳平方逼近多项式。

设 $\phi^* = c_0 + c_1(x)$, 满足关于

$$S(c_0, c_1) = \int_{\frac{1}{4}}^1 (\sqrt{x} - c_0 - c_1 x)^2 dx$$

偏导值为零

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

故只需求解下列线性方程组

$$1 \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{15}{32} \\ \frac{15}{32} & \frac{21}{64} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{12} \\ \frac{21}{80} \end{pmatrix}$$

解得 $c_0 = \frac{10}{27}, c_1 = \frac{88}{135}$ 则

$$\phi^* = \frac{10}{27} + \frac{88}{135}x$$