

# 天体运动

考纲：	万有引力定律及其应用	II
	环绕速度	II
	第三宇宙速度	I
	经典/相对时空观	I

1. 万有引力定律  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

推论①在匀质球壳的空腔内任何位置处，质点受到球壳的万有引力的合力为零，即  $\sum F_{引} = 0$

②在匀质球体内部距离球心  $r$  处的质点 ( $m$ ) 受到的万有引力等于球体内半径为  $r$  的同心球体 ( $M'$ ) 对其的万有引力，即  $F = G \frac{M' m}{r^2}$



$$V' = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad M' = \rho V' = \frac{4}{3} \rho \pi r^3$$

$$F = \frac{G m}{r^2} \cdot \frac{4}{3} \rho \pi r^3 = \frac{4 \pi G \rho r}{3}$$

$\therefore$  离球心越近，万有引力越小，球心处为 0

2. 赤道  $g_{min} = G \frac{M}{R^2} - R \omega^2$

两极  $g_{max} = G \frac{M}{R^2}$

$$= G \frac{m m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r = m \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r = m a$$

$r \uparrow \quad v \downarrow \quad \omega \downarrow \quad T \uparrow \quad a \downarrow$

黄金代换式  $GM = R^2 g \quad \frac{g_b}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$



三、第一宇宙速度 (环绕速度)  $7.9 \text{ km/s}$

卫星绕地球做圆周运动的最小发射速度

$$\textcircled{1} G \frac{Mm}{R_0^2} = m \frac{v_1^2}{R_0} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_0}}$$

$$7.9 \text{ km/s} \leq v < 11.2 \text{ km/s}$$

绕地球运行

$$\textcircled{2} mg = m \frac{v_1^2}{R_0} \Rightarrow v_1 = \sqrt{gR_0}$$

2. 第二宇宙速度 (脱离速度)  $11.2 \text{ km/s}$

物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度

$$11.2 \text{ km/s} \leq v < 16.7 \text{ km/s} \quad \text{绕太阳运行}$$

3. 第三宇宙速度 (逃逸速度)  $16.7 \text{ km/s}$

物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度

四、地球同步卫星

1. 轨道平面一定: 轨道平面与赤道平面共面

$$2. T = 24 \text{ h}$$

$$3. \omega = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$4. G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} (R+h)$$

$$\Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

$$5. v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = 3.1 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$6. a = \frac{GM}{(R+h)^3} = g_h = 0.23 \text{ m/s}^2$$

7. 绕行方向与地球自转方向一致



# 天体运动专题

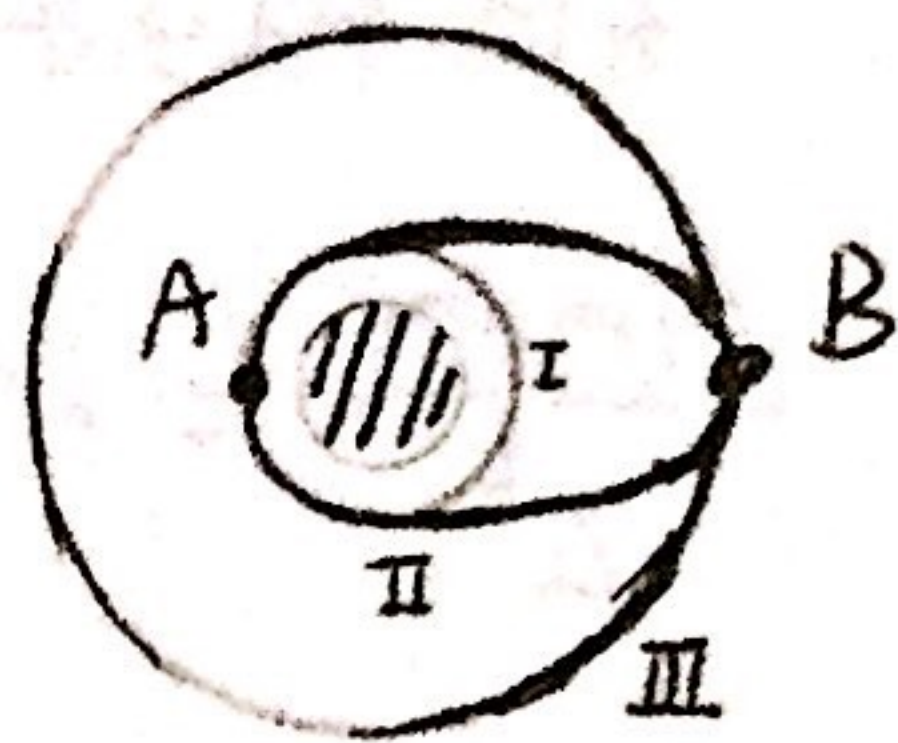
## 1. 人造卫星变轨动态分析

### (1) 原理及过程

① 为节省能量, 在赤道上顺着地球自转方向发射卫星到圆轨道 I 上

② 在 A 点点火加速, 万有引力不足以提供在轨道 I 上做圆周运动的向心力, 卫星做离心运动进入椭圆轨道 II

③ 在 B 点再次点火加速进入圆形轨道 III



### (2) 定性分析

① 速度  $v_A > v_1 > v_3 > v_B$

② 加速度 在 I、II 轨道上经过 A 点加速度都相同  
II、III ... B ...

③ 周期  $T_1 < T_2 < T_3$

## 2. 飞船变轨及问题

△ 飞船只能从低轨道加速与在高轨道上的空间站对接.

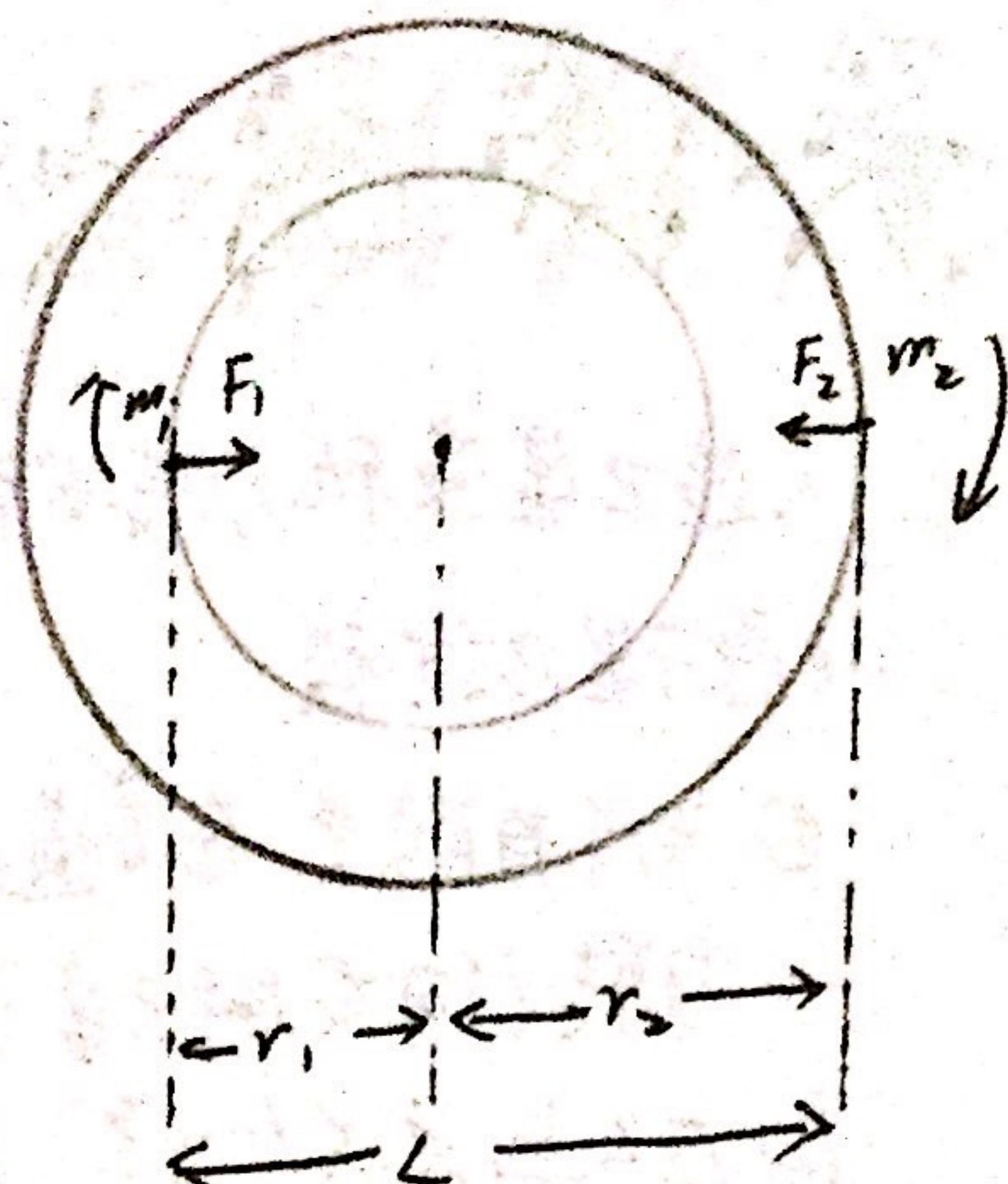


### 3. 双星或多星问题

1) 各自需要的向心力  
由彼此间的万有  
引力相互提供

$$\frac{G m_1 m_2}{L^2} = m_1 \omega_1^2 r_1$$

$$\frac{G m_1 m_2}{L^2} = m_2 \omega_2^2 r_2$$



2)  $T_1 = T_2$   $\omega_1 = \omega_2$

3)  $r_1 + r_2 = L$

4)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$  质量大, 半径小

5)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(m_1 + m_2)}}$

6)  $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 L^3}{T^2 G}$

⇒ 和开普勒第三定律有点像

$$\frac{a^3}{T^2} = k$$