

第3周教案

假设检验 (hypothesis testing)

重点: ① 原假设 H_0 , 备择假设 H_1

一. 定义 { ② 显著性水平,
③ 拒绝域.

二. 检验统计量

表格 7.2.

$$\begin{cases} ① U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \\ ② t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \\ ③ \chi^2 = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2 \quad ③': \chi^2 = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ ④ F = \frac{s_{n_1}^2}{s_{n_2}^2} \end{cases}$$

三. 置信区间: 枢轴量. ① $U = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$, ② $\frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ ③ $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$
表格 7.3

7.1 节

一. ① 假设检验是先对总体参数提出一个假设值, 然后利用样本信息判断这一假设是否成立.

② H_0 : 一般是统计倾向于拒绝的假设
 H_1 : ... 倾向于接受...

=	>	<=
≠	<	>

③ 为什么要把想拒绝的放在原假设?

一、假设检验的思想方法

先介绍一条所谓**实际推断原理** (**小概率原理**)。

通过大量实践, 人们对小概率事件 (即在一次试验中发生的概率很小的事情) 总结出**一条原理**:

小概率事件在一次试验中几乎不会发生

并称此为**实际推断原理**, 其为判断假设的根据。

在假设检验时, 若一次试验中小概率事件发生了, 就认为是不合理的。小概率事件在一次试验中发生的概率

记为 α , 一般取 $\alpha = 0.05 \quad 0.01 \quad 0.1$

在假设检验中, 称 α 为**显著水平**、检验水平。

答: \because 原假设被拒绝如果出错的话, 那么只能犯第一类错误,
而犯第一类错误的概率已被规定的显著性水平所控制.

即 $P(\text{拒绝} | H_0 \text{成立}) = \alpha$ α 是小概率, 也称作 显著性水平.

如果小概率事件在一次观测中发生了, 说明原假设
不成立. (小概率事件不可能发生原理)

④ 显著性水平. α 越小, 犯第1类错误的自然越小,
一般 $\alpha = 0.1, 0.01, \text{或 } 0.005$.

显著性水平是拒真概率, 也是原假设正确时, 检验
统计值落在拒绝域的 概率.

⑤ 检验方式三种

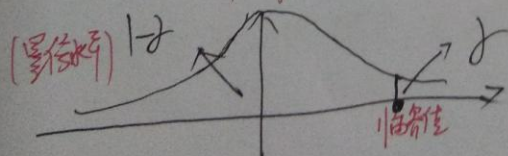
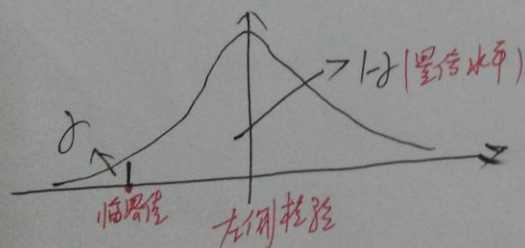
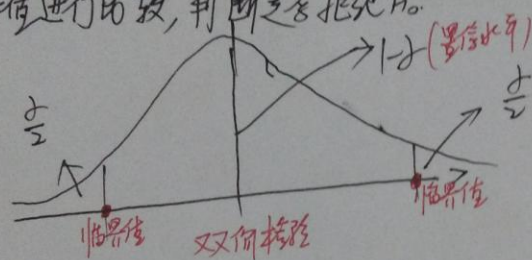
{	① 双侧检验	$H_0: \mu = \mu_0$
	② 左侧检验	$H_0: \mu \geq \mu_0$
	③ 右侧检验	$H_0: \mu \leq \mu_0$

⑥ 检验统计量: 据以对原假设和备择假设作出决策的
某个样本统计量.

⑦ 拒绝域: 显著性水平决定的区域, 拒绝 H_0 的范围

(i) 如果样本观测值计算出来的检验统计量具体数值落在拒绝域内, 就拒绝 H_0 , 否则不拒绝 H_0 .

(ii) 给定显著性水平 α , 查表可得临界值, 将检验统计值与临界值进行比较, 判断是否拒绝 H_0 .



Ex1. 某种电子原件, 要求使用寿命不得低于1000小时. 现从中随机抽取

25件, 测得 $\bar{x} = 950$ 小时, 设该元件的使用寿命 $X \sim N(\mu, 100^2)$.

在 $\alpha = 0.05$ 时, 确定这批元件是否合格.

解. $\because \bar{x} = 950 < 1000$, $H_0: \mu \geq 1000$, $H_1: \mu < 1000$.

$$\because \sigma^2 = 100^2 \Rightarrow u = \frac{\bar{x} - 1000}{\frac{100}{\sqrt{n}}}, \text{拒绝域 } C = \{u \leq u_\alpha\}$$

$$\text{拒绝域 } C = \{u \leq u_\alpha\}$$

$$\text{当 } n = 25, \alpha = 0.05 \text{ 时, } u_{0.05} = -1.65,$$

$$C = \{u \leq -1.65\} \text{ 为拒绝域.}$$

$$\because u = \frac{950 - 1000}{\frac{100}{\sqrt{25}}} = -25 < -1.65, \therefore u \in C \therefore \text{拒绝 } H_0, \text{ 不合格}$$

注①: 拒绝域由 H_1 确定.

② 检验统计量由无偏性确定, 需考虑利用正态分布或t分布