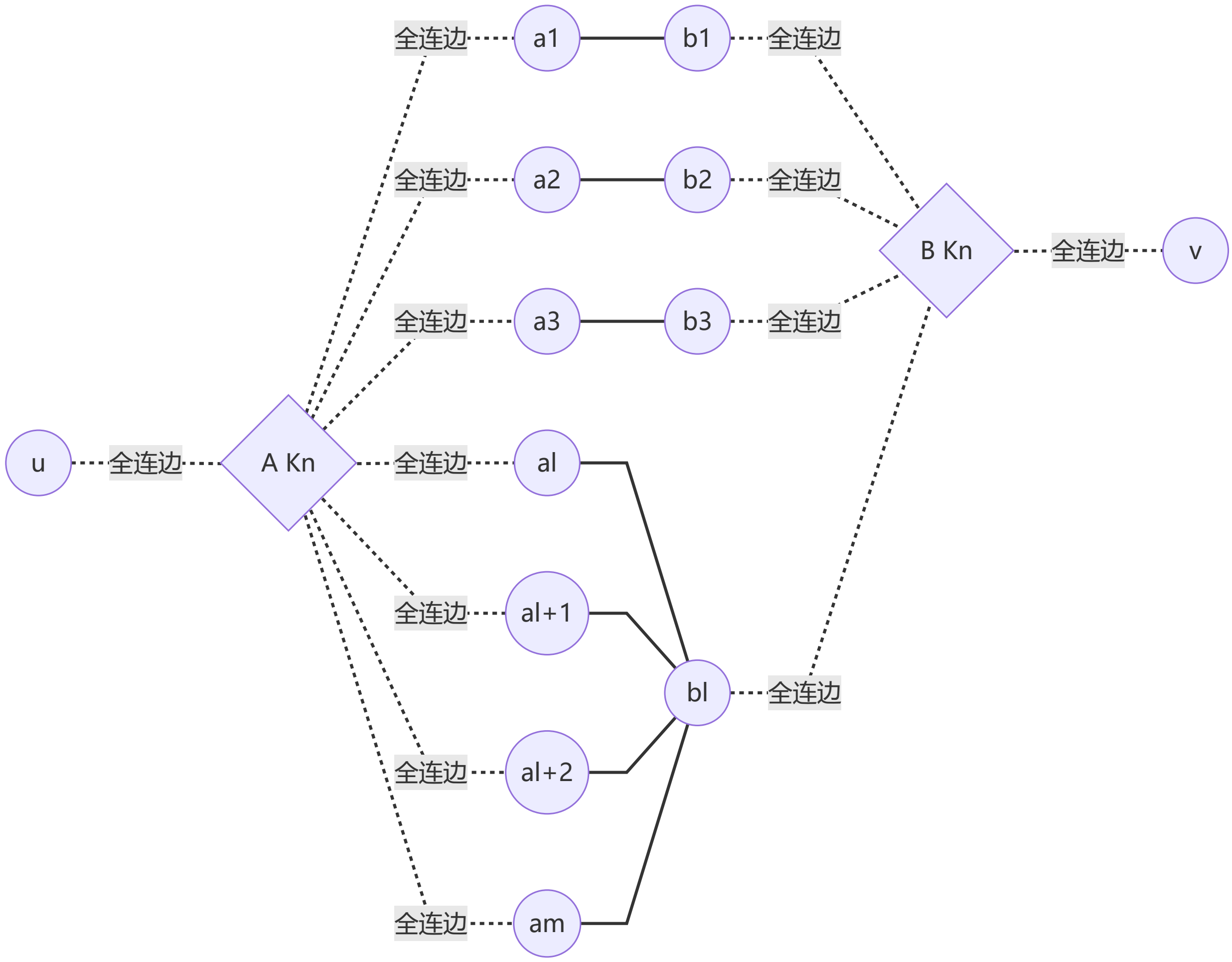
## 三.3

**$G$是简单图，$\delta(G) \geq \nu(G)-2$，则有$\kappa(G)=\delta(G)$**

- 显然有$\nu(G)-2 \leq \delta(G) \leq \nu(G)-1$
- 若$\delta(G)=\nu(G)-1$，则$G$为完全图，则有$\kappa(G)=\nu(G)-1=\delta(G)$
- 若$\delta(G)=\nu(G)-2$，不妨假设$\kappa(G) \leq \nu(G)-3$
- 则存在含$\nu(G)-3$个点的点集$S$，满足$G-S$不连通
- 而$G-S$含3个点且其中至少有一个点不与其他两点相邻，不妨设其为$u$
- 则$\deg(u) \leq \nu(G)-3 \leq \delta(G)$，显然不成立
- 故$\kappa(G) \geq \nu(G)-2$，又由$\kappa(G) \leq \delta(G)=\nu(G)-2$得$\kappa(G)=\delta(G)$
- 综上$\kappa(G)=\delta(G)$

## 三.7

**任给三个非负整数$l \leq m \leq n$，都存在简单图$G$，满足**
$\kappa(G)=l, \kappa'(G)=m, \delta(G)=n$




- 
- 按图示构造，其中$A$和$B$均为完全图$K_n$
- $a_1, a_2, \cdots, a_l$和$b_1, b_2, \cdots, b_l$为$2l$个点，且两两对应相连
- $a_{l+1}, a_{l+2} \cdots, a_m$共$m-l$个点均与$b_l$连边
- 且$u$和$A$内所有点全连边，其余同理
- 则$\kappa'(G)=m$，$\delta(G)=deg(u)=deg(v)=n$，且$\kappa(G)=l$

## 三.11

### 设$G$是连通图，且不是块，则在$G$中至少存在两个块，每个块仅含$G$的一个割顶

- 保留所有割顶，将$G$中所有的块缩为一新点，并与改块内所有的割顶连接，得到的新图$G'$为树
- 由于$G$不是块，故树$\nu(G') > 1$
- 则树$G'$必有不少于两个叶节点，而由于割顶不为叶节点，且叶节点对应的块内仅含一个割顶
- 故$G$中至少存在两个块，每个块仅含一个割顶

## 三.16

### 若图$G$的每个顶点的度数都是偶数，则$G$中没有桥

- 若每个顶点度数都是偶数的图$G$中含有桥，不妨设其中一条桥为$uv$
- 则删除桥$uv$后$G$将分为两个连通块，顶点$u$和$v$的度数也变为奇数
- 不妨考虑$u$所在的连通块$G_1$
- 由于$V(G_1) - \{u\}$内所有的顶点度数均为偶数，且$u$度数为奇数，则连通块$G_1$的所有点度数之和为奇数，显然不成立
- 故$G$中没有桥