

# 实验报告

08 系 22 级 1 班

杨秀东 PB22081498

2023 年 9 月 25 日

## 1. 实验题目

### 对切透镜的光学实验

## 2. 实验目的

- 掌握分波前干涉的原理与常用方法
- 了解比列透镜的构成与干涉原理
- 观察比列透镜干涉图形并研究不同距离干涉成像的规律
- 学会通过比列透镜的干涉条纹间距推算截取长度  $a$  的方法

## 3. 实验器材

比列对切透镜，氦氖激光器 ( $\lambda = 632.8\text{nm}$ )，扩束镜，成像透镜 ( $f = 3.5\text{cm}$ )，光屏，刻度尺

## 4. 实验原理

比列透镜一般是由凸透镜中间对称的挖去宽度为  $a$  的部分，再将上下的两个部分粘合而成的透镜。由于上下两部分的光心都在粘合位置另一端的  $\frac{a}{2}$  处，造成两部分光心不重合。如图 1 所示，光源  $s$  发出的球面波在经过比累透镜中心时被分成两束波前不同的波，而光波分别汇聚于  $s_1, s_2$  成两个实像，作为两个等效干涉光源，两光源有相同的振幅与相位，为一种特殊的两点干涉。在图 1 阴影部分进行干涉，干涉面为空间双曲面，在近轴条件下，曲面与光屏相切得到的干涉条纹可以近似看作直线型。

设  $s$  到比列对切透镜的距离为  $L$ ，比列透镜到光屏的距离为  $D$ ，根据光学成像原理可以算出  $s_1$  与  $s_2$  之间的距离  $d = \frac{aL}{L-f}$ ，其与比列透镜的水平距离为

$R = \frac{Lf}{L-f}$ ，则光屏处于阴影区域，两点到光屏的距离  $L = R - D = \frac{Lf-LD+Df}{L-f}$ ，带

入两点干涉条纹间距公式  $\Delta x = \frac{L\lambda}{d}$ ，得到干涉条纹的公式  $\Delta x = \frac{fL-DL+Df}{aL} \cdot \lambda$

由公式，在已知  $D, L, f, a$  四者三个的情况下就能求出剩下的量。

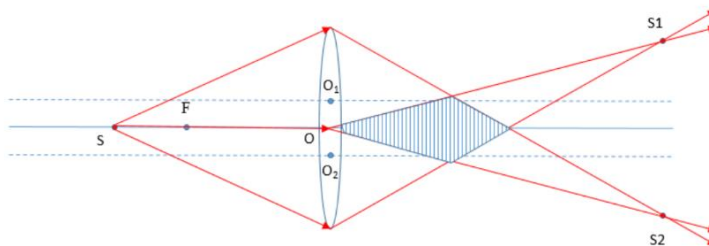


图 1：比列透镜光路图

特别的，如果平面上，分波前干涉就变成了两束平行光之间的干涉，

# 实验报告

08 系 22 级 1 班

杨秀东 PB22081498

2023 年 9 月 25 日

光路图如图 2，带入上述公式可得该情况 $\Delta x = \frac{f\lambda}{a}$ ，得到 $a = \frac{f\lambda}{\Delta x}$ ，但实际上两束平行光并无法交汇成实像，所以无法直接套用上述公式。我们可以由几何关系 $\sin\theta = \frac{a}{f}$ ， $\sin\theta \approx \theta$  ( $\theta \leq 5^\circ$ ) 与平行光干涉公式 $\Delta x = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}$ 得到上述公式。

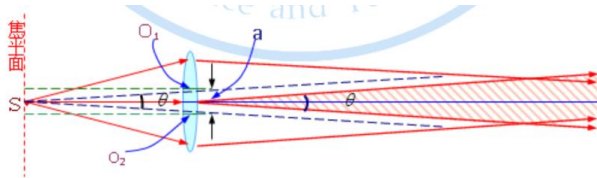


图 2：光源在焦平面时的比列透镜光路图

## 5. 实验步骤

### 5.1 基础实验

(a) 调整光具组共轴，打开并固定氦氖激光器，依次在同一位置将扩束镜，比列对切透镜，成像镜调节至等高共轴。注意比列透镜共轴等高时，光屏上会出现两个半圆形光斑。

(b) 会聚法粗测比累透镜焦距 打开光源，在光源与比累透镜的另一侧摆放光屏或白纸承接光斑。固定光源，移动光屏或白纸使得其上面的光斑最小最亮，此时其与比列透镜光心的水平距离则为相方一倍焦距。

(c) 依次摆放好光源，扩束镜，比列透镜，成像镜与光屏。将比列对切透镜置于距离扩束镜 1 倍焦距处，打开激光器，在光屏一侧透过成像透镜观察干涉条纹形貌，测量多个干涉条纹的间距以得出误差较小的干涉条纹间距，测量 3 次，每次改变成像透镜或光屏的位置，记录比列对切透镜到成像透镜的距离和成像透镜到光屏的距离。由 $a = \frac{f\lambda}{\Delta x}$ 公式计算 a 的值。

### 5.2 提升实验

在一倍焦距实验的基础上，调节比列透镜与扩束镜距离 1.5 倍焦距。打开激光器，在光屏一侧透过成像透镜观察干涉条纹形貌，测量多个干涉条纹的间距以得出误差较小的干涉条纹间距，测量 3 次，每次改变成像透镜或光屏的位置，记录比列对切透镜到成像透镜的距离和成像透镜到光屏的距离。由公

式 $a = \frac{fL - DL + Df}{L\Delta x}$ 计算 a 的值。

## 6. 数据处理与分析

通过会聚法粗测得到 $f' = 17cm$ ，实际使用时认为 $f' = 10cm$

### 6.1 基础实验

# 实验报告

08 系 22 级 1 班

杨秀东 PB22081498

2023 年 9 月 25 日

实验现象：在光屏上承接到一系列干涉条纹，轮廓形状类似于两个半圆形对称重合，条纹近似为等间距线段，其中中间的亮纹最亮，而后从中间到两侧亮度由亮变暗，直到肉眼不可见。

表 1：光源在焦平面时条纹测量有关原始数据

测量序号	条纹数量	条纹间距/cm	比列透镜到放大 镜距离/cm	放大镜到光屏距 离/cm
1	12	1.98	31.20	56.80
2	8	1.70	31.20	71.48
3	8	1.86	31.20	78.61

由凸透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ ，由像距  $v$  算得物距  $u = \frac{fv}{v-f}$ ，由凸透镜成像公式

放大率  $m = \frac{v}{u} = \frac{v-f}{f}$ ，算出放大倍数，可以知道实际的  $\Delta x = \frac{1}{m} \Delta x'$ ，再根据  $a =$

$\frac{f'\lambda}{\Delta x} = \frac{f'\lambda m}{\Delta x'} = \frac{f'\lambda v-f}{\Delta x' f}$ ，算出切去宽度。

序号 1:  $a_1 = \frac{f'\lambda}{\Delta x_1'} \frac{v_1-f}{f} = \frac{10\text{cm} \times 632.8\text{nm}}{1.98\text{cm} \div 11} \frac{56.80\text{cm}-3.5\text{cm}}{3.5\text{cm}} \approx 0.535\text{mm}$

序号 2:  $a_2 = \frac{f'\lambda}{\Delta x_2'} \frac{v_2-f}{f} = \frac{10\text{cm} \times 632.8\text{nm}}{1.70\text{cm} \div 7} \frac{71.48\text{cm}-3.5\text{cm}}{3.5\text{cm}} \approx 0.506\text{mm}$

序号 3:  $a_3 = \frac{f'\lambda}{\Delta x_3'} \frac{v_3-f}{f} = \frac{10\text{cm} \times 632.8\text{nm}}{1.86\text{cm} \div 7} \frac{78.61\text{cm}-3.5\text{cm}}{3.5\text{cm}} \approx 0.511\text{mm}$

(乘除运算，有效数字与最小有效数字位数的量 3.5cm 一致，保留两位，以上数据为中间数据，多保留一位)

则运算得到  $\bar{a} = \frac{a_1+a_2+a_3}{3} = \frac{0.535\text{mm}+0.506\text{mm}+0.511\text{mm}}{3} \approx 0.52\text{mm}$  (两位有效数字)

## 6.2 提升实验

实验现象：与一倍焦距时图像特征近似相同，在光屏上承接到一系列干涉条纹，轮廓形状同样类似于两个半圆形对称重合，条纹近似为等间距线段，其中中间的亮纹最亮，而后从中间到两侧亮度由亮变暗，直到肉眼不可见。与 1 倍焦距相比，条纹间距更小，条纹更密集。将成像透镜拉远，在光屏上接收到两个逐渐远离的半圆形光斑，并且不再能接收到干涉图像。

表 2：光源在 1.5 倍焦距处时条纹测量有关原始数据

测量序号	条纹数量	条纹间距/cm	比列透镜到放大 镜距离 $d_1$ /cm	放大镜到光屏距 离 $d_2$ /cm
1	18	2.15	25.60	107.30
2	20	1.75	28.10	104.80
3	8	1.76	20.35	112.48

# 实验报告

08 系 22 级 1 班

杨秀东 PB22081498

2023 年 9 月 25 日

同样的, 由凸透镜成像公式  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ , 由像距  $V$  算得物距  $U = \frac{fV}{V-f}$ , 由凸透镜成像公式放大率  $m = \frac{V}{U} = \frac{V-f}{f}$ , 算出放大倍数后实际的  $\Delta x = \frac{1}{m} \Delta x'$ , 由  $\Delta x = \frac{f'L-DL+Df'}{aL} \cdot \lambda$ ,  $D$  为真实情况下比列透镜到光屏的距离, 在实验中, 若未经过放大,  $D=d_1-U$ , 得到  $a = \frac{f'L-DL+Df'}{L\Delta x} \cdot \lambda = \frac{f'L-DL+Df'}{L\Delta x'} \cdot \lambda \cdot \frac{V-f}{f}$ , 则:

$$D1 = d_{11} - \frac{fV_1}{V_1 - f} = 25.60\text{cm} - \frac{3.5 \times 107.30}{107.30 - 3.5}\text{cm} = 22.0\text{cm}$$

(混合运算, 有效数字与最小有效数字位数的量 10cm 一致, 保留两位, 以上数据为中间数据, 多保留一位, 下同)

$$a_1 = \frac{(f'L - D_1L + D_1f') \lambda V_1 - f}{L\Delta x1'} = \frac{(10 \times 15 - 22.0 \times 15 + 22.0 \times 10) \text{cm}^2 \times 632.8\text{nm}}{15\text{cm} \times 2.15\text{cm} \div 17} \frac{107.30\text{cm} - 3.5\text{cm}}{3.5\text{cm}} \approx 0.396\text{mm}$$

$$D2 = d_{12} - \frac{fV_2}{V_2 - f} = 28.10\text{cm} - \frac{3.5 \times 104.80}{104.80 - 3.5}\text{cm} = 24.5\text{cm}$$

$$a_2 = \frac{(f'L - D_2L + D_2f') \lambda V_2 - f}{L\Delta x2'} = \frac{(10 \times 15 - 24.5 \times 15 + 24.5 \times 10) \text{cm}^2 \times 632.8\text{nm}}{15\text{cm} \times 1.75\text{cm} \div 19} \frac{104.80\text{cm} - 3.5\text{cm}}{3.5\text{cm}} \approx 0.366\text{mm}$$

$$D3 = d_{13} - \frac{fV_3}{V_3 - f} = 20.35\text{cm} - \frac{3.5 \times 112.48}{112.48 - 3.5}\text{cm} = 16.7\text{cm}$$

$$a_3 = \frac{(f'L - D_3L + D_3f') \lambda V_3 - f}{L\Delta x3'} = \frac{(10 \times 15 - 16.7 \times 15 + 16.7 \times 10) \text{cm}^2 \times 632.8\text{nm}}{15\text{cm} \times 1.76\text{cm} \div 7} \frac{112.48\text{cm} - 3.5\text{cm}}{3.5\text{cm}} \approx 0.346\text{mm}$$

则运算得到  $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{0.396\text{mm} + 0.366\text{mm} + 0.346\text{mm}}{3} \approx 0.37\text{mm}$  (两位有效数字)

## 7. 误差分析

本次实验中切去部分的  $a$  两种情况下计算得到的数量级一致, 均为 0.1mm, 且每次实验中, 三个  $a$  的计算结果没有太大差别, 符合  $3\sigma$  原则, 说明结果

# 实验报告

08 系 22 级 1 班

杨秀东 PB22081498

2023 年 9 月 25 日

的精密程度符合要求，无粗大误差，数据有可信度基础。

但在两种距离的计算中， $a$  的计算值差距很大。推测可能存在着误差。以下为误差分析。

首先，汇聚法测量的比列透镜焦距  $f$  十分粗略且存在较大误差，无论是  $f$  测量值 17cm 还是实际使用的 10cm，均可能与实际焦距有很大的偏差。那么在基础实验中，如果实验不是在光源在焦平面上进行，则干涉不是平行光，无法使用公式  $a = \frac{f\lambda}{\Delta x}$ ，则两种方法的测量值存在着较大误差。

其次，实际操作中光具组之间的距离测量同时也很难确定光心位置。且对于 0.1mm 级别的结果，所用测量器具分度值也偏大。测量结果比较粗略。干涉条纹的密集程度与明暗不一也影响间距的测量，偶然误差依然存在着很大影响。造成两个  $a$  在测量上的数值不一。

## 8. 思考题

### 8.1 公式 $\Delta x = \frac{fL-DL+Df}{aL} \cdot \lambda$ 的推导

如图 3，取比列透镜的一半，以粘合位置的中心为原点建立平面直角坐标系，水平，竖直方向分别为  $x$  轴和  $y$  轴。将光源的坐标设为  $(-L, 0)$ ，光屏为  $(D, 0)$ 。光心的坐标为  $(0, -\frac{a}{2})$ ，现在任取透镜上一点  $(0, b)$ 。取水平入射和经过该点的光线，研究其经过折射后汇聚的位置。其入射方程分别为  $y = 0$  与  $y = \frac{b}{L}x + b$ 。而水平方向入射的光线会被折射向焦点，即必过  $(f, -\frac{a}{2})$ ，那么解析式为  $y = -\frac{a}{2f}x$ 。而对另一条斜率为  $b/L$  的入射光线，用副光轴作图。其斜率相同穿过光心的同平面直线与焦平面交点为折射光线必过的点， $y = \frac{b}{L}x - \frac{a}{2}$  在  $x=f$  时取值为  $\frac{b}{L}f - \frac{a}{2}$ 。则  $(0, b)$  与  $(f, \frac{b}{L}f - \frac{a}{2})$  确定了另一条光线的折射光线解析式，为  $y = (\frac{b}{L} - \frac{b}{f} - \frac{a}{2f})x + b$ 。联立，解得交点坐标为  $(\frac{fL}{L-f}, \frac{aL}{2(L-f)})$ 。

由此，我们可以算出可以算出  $s_1$  与  $s_2$  之间的距离  $d = \frac{aL}{L-f}$ ，与比列透镜的水

平距离为  $R = \frac{Lf}{L-f}$ 。

比列透镜为分波前干涉，被一分为二的两个波振幅，相位均相同。汇聚成  $s_1$ ， $s_2$  两个实像，根据光路可逆原理。 $s_1$ ， $s_2$  可以看作是两点干涉的两个光点，而两点干涉类型条纹间距公式  $\Delta x = \frac{L\lambda}{d}$ ， $L$  为两点到光屏距离， $D$  为两点间距

离，则我们可以将  $d$  与  $R-D$  带入，得到公式  $\Delta x = \frac{fL-DL+Df}{aL} \cdot \lambda$ 。

# 实验报告

08 系 22 级 1 班

杨秀东 PB22081498

2023 年 9 月 25 日

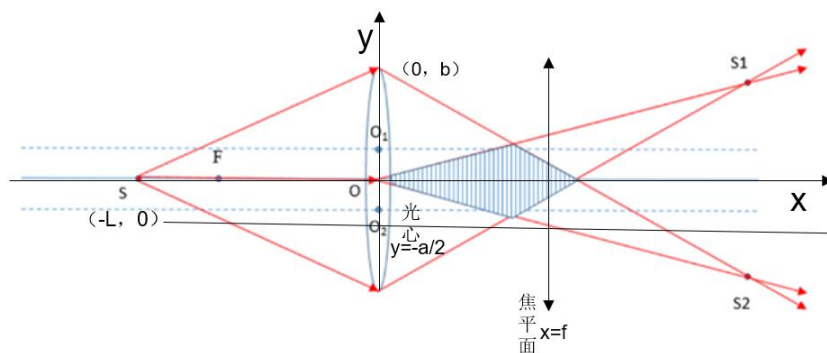


图 3：公式推导辅助作图

## 8.2 题目解答

题目：在杨氏双孔干涉实验中，若双孔间距 0.45mm，孔与屏幕距离为 1.2m，第 1 条亮纹到第 10 条亮纹间距为 1.5cm，那么光源的波长是多少？

解答：根据两点干涉类型条纹间距公式  $\Delta x = \frac{L\lambda}{d}$ ,  $\lambda = \frac{d\Delta x}{L}$ 。L=1.2m, d=0.45mm,

$$9 \Delta x = 1.5\text{cm}, \text{ 得到 } \lambda = \frac{d\Delta x}{L} = \frac{0.45\text{mm} \times 1.5\text{cm}}{9 \times 1.2\text{m}} = 625\text{nm}$$