

2024年广东省中考数学试卷

总分：120分







扫描二维码，下载客户端，随时随地做题

支持iPhone/Android手机

1. 计算 $-5+3$ 结果为（ ）

- A. 2
- B. -2
- C. 8
- D. -8

2. 下列几何图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是（ ）

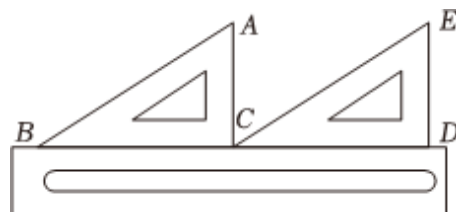
- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

3. 2024年6月6日，嫦娥六号在距离地球约384000千米外上演“太空牵手”，完成月球轨道的交会对接. 数据384000用科学记数法表示为（ ）

- A. 3.84×10^4
- B. 3.84×10^5
- C. 3.84×10^6
- D. 38.4×10^5

4. 如图，一把直尺、两个含 30° 的三角尺拼接在一起，则 $\angle ACE$ 的度数为（ ）

- A. 120°
- B. 90°
- C. 60°
- D. 30°



5. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$
- B. $a^8 \div a^2 = a^4$
- C. $-2a + 5a = 7a$
- D. $(a^2)^5 = a^{10}$

6. 长江是中华民族的母亲河，长江流域孕育出藏羌文化、巴蜀文化、荆楚文化、吴越文化等区域文化. 若从上述四种区域文化中随机选一种文化开展专题学习，则选中“巴蜀文化”的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

7. 完全相同的4个正方形面积之和是100，则正方形的边长是（ ）

A. 2

B. 5

C. 10

D. 20

8. 若点 $(0, y_1)$, $(1, y_2)$, $(2, y_3)$ 都在二次函数 $y = x^2$ 的图象上，则（ ）

A. $y_3 > y_2 > y_1$

B. $y_2 > y_1 > y_3$

C. $y_1 > y_3 > y_2$

D. $y_3 > y_1 > y_2$

9. 方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解为（ ）

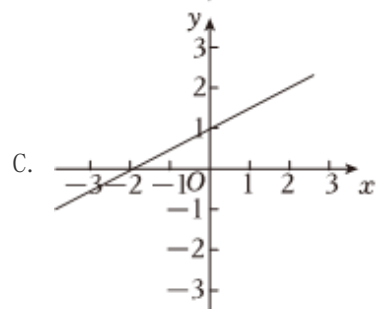
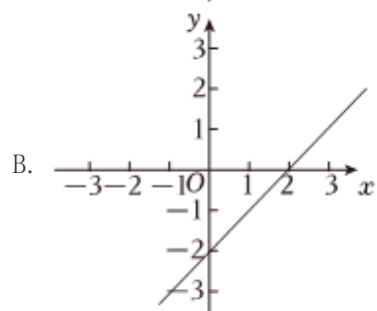
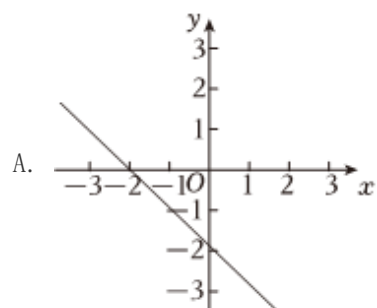
A. $x = -3$

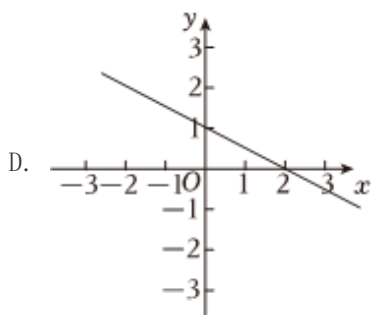
B. $x = 3$

C. $x = -9$

D. $x = 9$

10. 已知不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x < 2$ ，则一次函数 $y = kx + b$ 的图象大致是（ ）





11. 数据5, 2, 5, 4, 3的众数是_____.

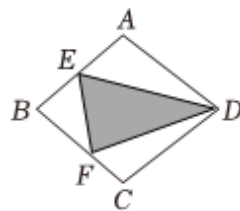
12. 关于 x 的不等式组中, 两个不等式的解集如图所示, 则这个不等式组的解集是_____.



13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $c =$ _____.

14. 计算: $\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a-3} =$ _____.

15. 如图, 菱形 $ABCD$ 的面积为24, 点 E 是 AB 的中点, 点 F 是 BC 上的动点. 若 $\triangle BEF$ 的面积为4, 则图中阴影部分的面积为_____.



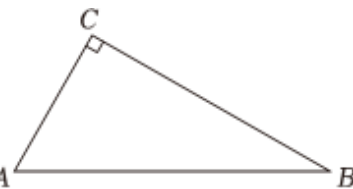
16. 计算: $2^0 \times |-\frac{1}{3}| + \sqrt{4} - 3^{-1}$.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

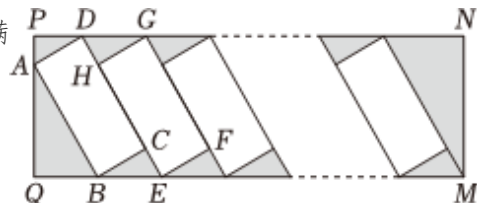
(1)实践与操作: 用尺规作图法作 $\angle A$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D ,

(保留作图痕迹, 不要求写作法)

(2)应用与证明: 在(1)的条件下, 以点 D 为圆心, DC 长为半径作 $\odot D$. 求证: AB 与 $\odot D$ 相切.



18. 中国新能源汽车为全球应对气候变化和绿色低碳转型作出了巨大贡献. 为满足新能源汽车的充电需求, 某小区增设了充电站, 如图是矩形 $PQMN$ 充电站的平面示意图, 矩形 $ABCD$ 是其中一个停车位. 经测量, $\angle ABQ = 60^\circ$, $AB = 5.4m$, $CE = 1.6m$, $GH \perp CD$, GH 是另一个车位的宽, 所有车位的长宽相同, 按图示并列划定.

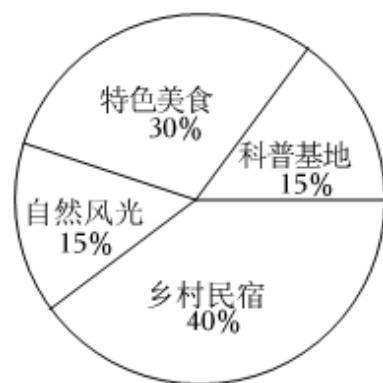


根据以上信息回答下列问题: (结果精确到0.1m, 参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.73$)

(1)求 PQ 的长;

(2)该充电站有20个停车位, 求 PN 的长.

19. 端午假期, 王先生计划与家人一同前往景区游玩. 为了选择一个最合适的景区, 王先生对 A 、 B 、 C 三个景区进行了调查与评估. 他依据特色美食、自然风光、乡村民宿及科普基地四个方面, 为每个景区评分(10分制). 三个景区的得分如表所示:



景区	特色美食	自然风光	乡村民宿	科普基地
<i>A</i>	6	8	7	9
<i>B</i>	7	7	8	7
<i>C</i>	8	8	6	6

- (1)若四项所占百分比如图所示，通过计算回答：王先生会选择哪个景区去游玩？
- (2)如果王先生认为四项同等重要，通过计算回答：王先生将会选择哪个景区去游玩？
- (3)如果你是王先生，请按你认为的各项“重要程度”设计四项得分的百分比，选择最合适的景区，并说明理由。

20. 广东省全力实施“百县千镇万村高质量发展工程”，2023年农产品进出口总额居全国首位，其中荔枝鲜果远销欧美.某果商以每吨2万元的价格收购早熟荔枝，销往国外，若按每吨5万元出售，平均每天可售出100吨.市场调查反映：如果每吨降价1万元，每天销售量相应增加50吨.该果商如何定价才能使每天的“利润”或“销售收入”最大？并求出其最大值.(题中“元”为人民币)

21. 综合与实践

【主题】滤纸与漏斗

【素材】如图1所示：

- ①一张直径为10cm的圆形滤纸；
- ②一只漏斗口直径与母线均为7cm的圆锥形过滤漏斗.

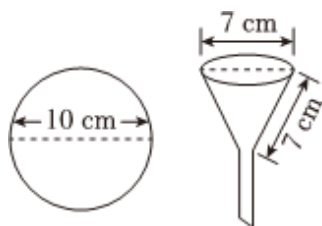


图1



图2

【实践操作】

- 步骤1：取一张滤纸；
- 步骤2：按如图2所示步骤折叠好滤纸；
- 步骤3：将其中一层撑开，围成圆锥形；
- 步骤4：将围成圆锥形的滤纸放入如图1所示漏斗中.

【实践探索】

- (1)滤纸是否能紧贴此漏斗内壁（忽略漏斗管口处）？用你所学的数学知识说明.
- (2)当滤纸紧贴漏斗内壁时，求滤纸围成圆锥形的体积.(结果保留 π)

22. 【知识技能】

(1)如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线. 连接 CD , 将 $\triangle ADC$ 绕点 D 按逆时针方向旋转, 得到 $\triangle A'DC'$. 当点 E 的对应点 E' 与点 A 重合时, 求证: $AB = BC$.

【数学理解】

(2)如图2, 在 $\triangle ABC$ 中($AB < BC$), DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线. 连接 CD , 将 $\triangle ADC$ 绕点 D 按逆时针方向旋转, 得到 $\triangle A'DC'$, 连接 $A'B$, $C'C$, 作 $\triangle A'BD$ 的中线 DF . 求证: $2DF \cdot CD = BD \cdot CC'$.

【拓展探索】

(3)如图3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\tan B = \frac{4}{3}$, 点 D 在 AB 上, $AD = \frac{32}{5}$. 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为 E , $BE = 3$, $CE = \frac{32}{3}$. 在四边形 $ADEC$ 内是否存在点 G , 使得 $\angle AGD + \angle CGE = 180^\circ$? 若存在, 请给出证明; 若不存在, 请说明理由.

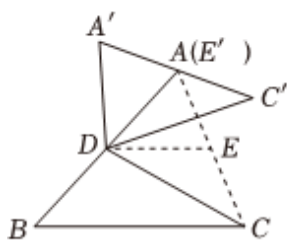


图1

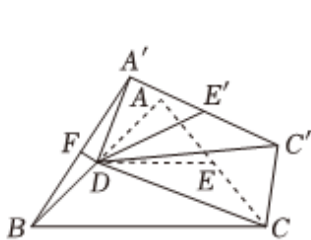


图2

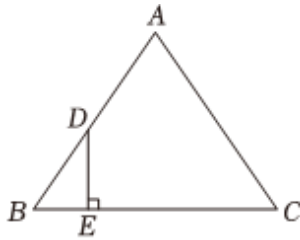


图3

23. 【问题背景】

如图1, 在平面直角坐标系中, 点 B , D 是直线 $y = ax$ ($a > 0$)上第一象限内的两个动点($OD > OB$), 以线段 BD 为对角线作矩形 $ABCD$, $AD \parallel x$ 轴. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A .

【构建联系】

(1)求证: 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象必经过点 C .

(2)如图2, 把矩形 $ABCD$ 沿 BD 折叠, 点 C 的对应点为 E . 当点 E 落在 y 轴上, 且点 B 的坐标为 $(1, 2)$ 时, 求 k 的值.

【深入探究】

(3)如图3, 把矩形 $ABCD$ 沿 BD 折叠, 点 C 的对应点为 E . 当点 E , A 重合时, 连接 AC 交 BD 于点 P . 以点 O 为圆心, AC 长为半径作 $\odot O$. 若 $OP = 3\sqrt{2}$, 当 $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的边有交点时, 求 k 的取值范围.

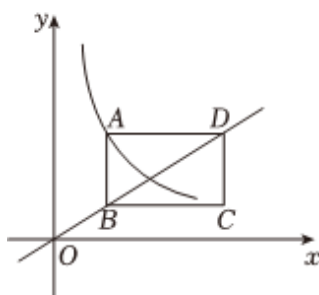


图1

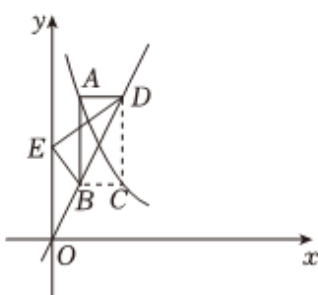


图2

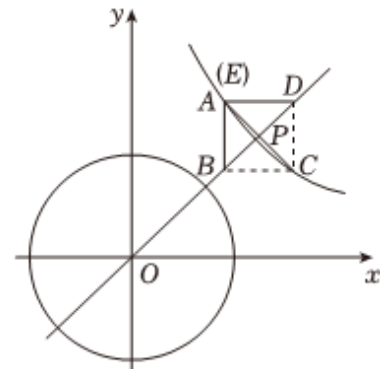


图3

1解析：

【答案】

$$-5+3=- (5-3)=-2.$$

故选：B.

2解析：

【答案】

A. 不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项不符合题意；

B. 不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项不符合题意；

C. 既是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项符合题意；

D. 是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意.

故选：C.

3解析：

【答案】

$$384000 = 3.84 \times 10^5.$$

故选：B.

4解析：

【答案】

由题知，

$$\angle ACD = \angle ABC + \angle A = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ECD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

故选：C.

5解析：

【答案】

A. $a^2 \cdot a^5 = a^7$ ，故本选项不符合题意；

B. $a^8 \div a^2 = a^6$ ，故本选项不符合题意；

C. $-2a + 5a = 3a$ ，故本选项不符合题意；

D. $(a^2)^5 = a^{10}$ ，故本选项符合题意；

故选：D.

6解析：

【答案】

\therefore 共有四种区域文化，

\therefore 随机选一种文化开展专题学习，则选中“巴蜀文化”的概率是 $\frac{1}{4}$.

故选：A.

7解析：

【答案】

根据题意得： $\sqrt{100 \div 4} = \sqrt{25} = 5$,

则正方形的边长为5.

故选：B.

8解析：

【答案】

\because 二次函数 $y = x^2$,

\therefore 该二次函数的抛物线开口向上, 且对称轴为 y 轴.

\therefore 当 $x \geq 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$\because 0 < 1 < 2$,

$\therefore y_1 < y_2 < y_3$,

故选：A.

9解析：

【答案】

$$\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x},$$

$$2x = 3(x-3),$$

解得： $x = 9$,

检验：当 $x = 9$ 时, $x(x-3) \neq 0$,

$\therefore x = 9$ 是原方程的根,

故选：D.

10解析：

【答案】

A. 不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x > -2$, 故本选项不符合题意;

B. 不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x < 2$, 故本选项符合题意;

C. 不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x < -2$, 故本选项不符合题意;

D. 不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x > 2$, 故本选项不符合题意;

故选：B.

11解析：

【答案】

数据5, 2, 5, 4, 3中, 5出现的次数最多, 所以众数是5.

故答案为: 5.

12解析:

【答案】

这个不等式组的解集是: $x \geq 3$.

故答案为: $x \geq 3$.

13解析:

【答案】

\because 一元二次方程 $x^2 + 2x + c = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = 0$, 即 $4 - 4c = 0$,

解得 $c = 1$

故答案为: 1.

14解析:

【答案】

原式 $= \frac{a-3}{a-3} = 1$.

故答案为: 1.

15解析:

【答案】

连接 BD ,

$\because E$ 是 AB 的中点,

$$\therefore S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{4} S_{\text{菱形} ABCD} = 6,$$

连接 EC ,

同理可得 $S_{\triangle BEC} = S_{\triangle AED} = 6$,

$\because S_{\triangle BEF} = 4$,

$$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{2}{3} S_{\triangle BEC},$$

$$\therefore FC = \frac{1}{3} BC,$$

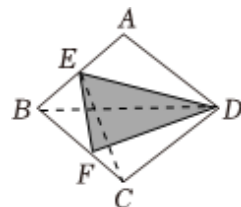
$$\therefore S_{\triangle DFC} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD} = \frac{1}{6} S_{\text{菱形} ABCD} = 4,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{菱形} ABCD} - S_{\triangle AED} - S_{\triangle BEF} - S_{\triangle DFC} = 24 - 6 - 4 - 4 = 10.$$

故答案为: 10.

16解析:

【答案】

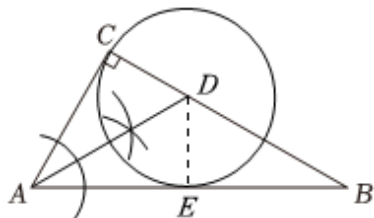


$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 1 \times \frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{3} \\
 &= \frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{3} \\
 &= 2.
 \end{aligned}$$

17解析:

【答案】

(1)如图, AD 即为所求.



(2)证明: 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore DE = CD$,

$\therefore DE$ 为 $\odot D$ 的半径,

$\therefore AB$ 与 $\odot D$ 相切.

18解析:

【答案】

(1) \because 四边形 $PQMN$ 是矩形,

$\therefore \angle Q = \angle P = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle ABQ$ 中, $\angle ABQ = 60^\circ$, $AB = 5.4m$,

$\therefore AQ = AB \cdot \sin \angle ABQ = \frac{27\sqrt{3}}{10}m$, $\angle QAB = 30^\circ$,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD = BC$, $\angle BAD = \angle BCD = \angle ABC = \angle BCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBE = 30^\circ$,

$\therefore BC = \frac{CE}{\tan \angle CBE} = \frac{8\sqrt{3}}{5}m$,

$\therefore AD = \frac{8\sqrt{3}}{5}m$,

$\therefore \angle PAD = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$,

$\therefore AP = AD \cdot \cos \angle PAD = \frac{4\sqrt{3}}{5}m$,

$\therefore PQ = AP + AQ = \frac{35\sqrt{3}}{10} \approx 6.1m$;

(2) 在 $Rt\triangle BCE$ 中, $BE = \frac{CE}{\sin \angle CBE} = 3.2m$,

在 $Rt\triangle ABQ$ 中, $BQ = AB \cdot \cos \angle ABQ = 2.7m$,

\therefore 该充电站有 20 个停车位,

$\therefore QM = QB + 20BE = 66.7m$,

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $PN = QM = 66.7m$.

19解析:

【答案】

(1) 景区 A 得分为: $\frac{6 \times 30\% + 8 \times 15\% + 7 \times 40\% + 9 \times 15\%}{100\%} = 7.15$,

景区 B 得分为: $\frac{7 \times 30\% + 7 \times 15\% + 8 \times 40\% + 7 \times 15\%}{100\%} = 7.4$,

景区 C 得分为: $\frac{8 \times 30\% + 8 \times 15\% + 6 \times 40\% + 6 \times 15\%}{100\%} = 6.9$,

∴ $7.4 > 7.15 > 6.9$,

∴ 王先生会选择 B 景区去游玩;

(2) 景区 A 得分为: $\frac{6 + 8 + 7 + 9}{4} = 7.5$,

景区 B 得分为: $\frac{7 + 7 + 8 + 7}{4} = 7.25$,

景区 C 得分为: $\frac{8 + 8 + 6 + 6}{4} = 7$,

∴ $7.5 > 7.25 > 7$,

∴ 王先生会选择 A 景区去游玩;

(3) 将特色美食、自然风光、乡村民宿和科普基地四项得分的百分比定为 20%, 30%, 30%, 20%,

景区 A 得分为: $\frac{6 \times 20\% + 8 \times 30\% + 7 \times 30\% + 9 \times 20\%}{100\%} = 7.5$,

景区 B 得分为: $\frac{7 \times 20\% + 7 \times 30\% + 8 \times 30\% + 7 \times 20\%}{100\%} = 7.3$,

景区 C 得分为: $\frac{8 \times 20\% + 8 \times 30\% + 6 \times 30\% + 6 \times 20\%}{100\%} = 7$,

∴ $7.5 > 7.3 > 7$,

∴ 选择 A 景区去游玩.

20解析:

【答案】

设该果商定价 x 万元时每天的“利润”为 w 万元,

$$w = (x - 2)[100 + 50(5 - x)]$$

$$= -50(x - 4.5)^2 + 312.5,$$

$$\because -50 < 0,$$

∴ w 随 x 的增大而减小,

∴ 当 $x = 4.5$ 时, w 有最大值, 最大值为 312.5 万元,

答: 该果商定价为 4.5 万元时才能使每天的“利润”或“销售收入”最大, 其最大值为 312.5 万元.

21解析:

【答案】

(1) 滤纸能紧贴此漏斗内壁, 理由如下,

方法一: 如图作出示意图, 由题意知, $AB = AC = BC = 7cm$,

折叠后 $CD = CE = \frac{1}{2} \times 10 = 5\text{cm}$,

\therefore 底面周长 $= \frac{1}{2} \times 10\pi = 5\pi\text{cm}$,

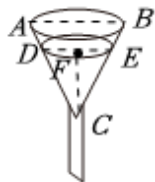
$\therefore DE \cdot \pi = 5\pi\text{cm}$,

$\therefore DE = 5\text{cm}$,

$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$,

$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAB$,

\therefore 滤纸能紧贴此漏斗内壁.



方法二: 由 $2\pi r = \frac{n\pi R}{180}$ 得, $\frac{n}{360} = \frac{r}{R}$



图3

图4

图3中, $n_1 = 90^\circ \times 2 = 180^\circ$,

图4中, $\frac{r}{R} = \frac{3.5}{7} = \frac{1}{2}$,

$\therefore n_2 = 180^\circ$,

$\therefore n_1 = n_2$,

\therefore 滤纸能紧贴此漏斗内壁.

(2) 由 (1) 知 $CD = DE = CE = 5\text{cm}$,

$\therefore \angle CDE = 60^\circ$,

过C作 $CF \perp DE$ 于点F, 则 $DF = \frac{1}{2}DE = \frac{5}{2}\text{cm}$,

在 $Rt\triangle CDF$ 中, $CF^2 = \sqrt{CD^2 - DF^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\text{cm}$,

$\therefore V = \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{125\sqrt{3}}{24}\pi\text{cm}^3$.

即圆锥形的体积是 $\frac{125\sqrt{3}}{24}\pi\text{cm}^3$.

22解析:

【答案】

(1) 证明: $\because \triangle ADC$ 绕点D按逆时针方向旋转, 得到 $\triangle A'DC'$, 且 E' 与A重合,

$\therefore AD = AE$,

$\therefore \angle DAE = \angle DEA$,

$\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

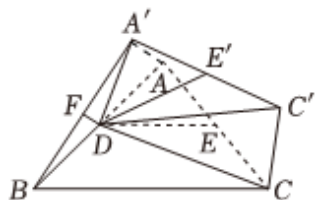
$\therefore DE \parallel BC$,

$\therefore \angle DEA = \angle BCA$,

$\therefore \angle DAE = \angle BCA$,

$$\therefore AB = AC.$$

(2)证明：连接 AA' ，



\therefore 旋转，

$$\therefore \angle ADA' = \angle CDC', AD = A'D, CD = C'D,$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{A'D}{C'D},$$

$$\therefore \triangle ADA' \sim \triangle CDC',$$

$$\therefore \frac{AA'}{CC'} = \frac{AD}{CD},$$

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线， DF 是 $\triangle A'BD$ 的中线，

$$\therefore AD = BD, BF = A'F,$$

$\therefore DF$ 是 $\triangle AA'B$ 的中位线，

$$\therefore AA' = 2DF,$$

$$\therefore \frac{2DF}{CC'} = \frac{BD}{CD},$$

$$\therefore 2DF \cdot CD = BD \cdot CC'$$

(3)存在，理由如下，

取 AD 中点 M ， CE 中点 N ，连接 MN ，

$\therefore AD$ 是 $\odot M$ 直径， CE 是 $\odot N$ 直径，

$$\therefore \angle AGD = 90^\circ, \angle CGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGD + \angle CGE = 180^\circ,$$

$$\therefore \tan B = \frac{4}{3}, BE = 3,$$

$$\therefore BD = 5,$$

$$\therefore CE = \frac{32}{3},$$

$$\therefore EN = \frac{1}{2}CE = \frac{16}{3},$$

$$\therefore BN = BE + EN = \frac{25}{3},$$

$$\therefore DE \perp CE,$$

$\therefore DE$ 是 $\odot N$ 的切线，即 DE 在 $\odot N$ 外，

作 $NF \perp AB$ ，

$$\therefore \angle B = \angle B, \angle BED = \angle BFN = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BNF,$$

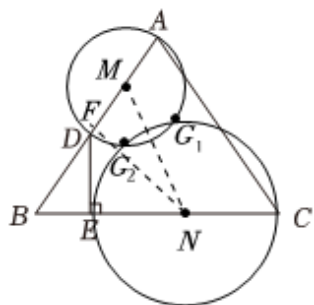
$$\therefore \frac{BD}{BN} = \frac{DE}{NF},$$

$$\therefore NF = \frac{20}{3} > \frac{16}{3}, \text{ 即 } NF > r_n,$$

$\therefore AB$ 在 $\odot N$ 外，

$\therefore G$ 点在四边形 $ADEC$ 内部.

故四边形 $ADEC$ 内存在点 G , 使得 $\angle AGD + \angle CGE = 180^\circ$.



23解析:

【答案】

(1) 设 $B(m, ma)$, 则 $A(m, \frac{k}{m})$,

$\therefore AD \parallel x$ 轴,

$\therefore D$ 点的纵坐标为 $\frac{k}{m}$,

将 $y = \frac{k}{m}$ 代入 $y = ax$ 中, 得: $\frac{k}{m} = ax$,

$\therefore x = \frac{k}{am}$,

$\therefore D(\frac{k}{am}, \frac{k}{m})$,

$\therefore C(\frac{k}{am}, am)$,

将 $x = \frac{k}{am}$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中得出, $y = am$,

\therefore 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象必经过点 C ;

(2) \because 点 $B(1, 2)$ 在直线 $y = ax$ 上,

$\therefore a = 2$,

$\therefore y = 2x$,

$\therefore A$ 点的横坐标为1, C 点的纵坐标为2,

\therefore 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A, C ,

$\therefore C(\frac{k}{2}, 2), A(1, k)$,

$\therefore D(\frac{k}{2}, k)$,

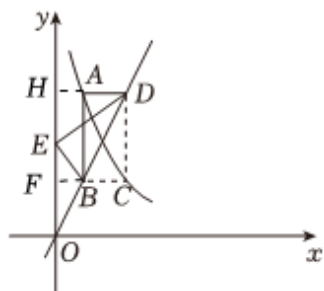
$\therefore DC = k - 2$,

\therefore 把矩形 $ABCD$ 沿 BD 折叠, 点 C 的对应点为 E ,

$\therefore BE = BC = \frac{k}{2} - 1, \angle BED = \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \frac{DC}{BC} = \frac{k-2}{\frac{k}{2}-1} = 2 = \frac{DE}{BE}$,

如图, 过点 D 作 $DH \perp y$ 轴, 过点 B 作 $BF \perp y$ 轴,



$$\therefore \frac{HO}{2} = \frac{DH}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}},$$

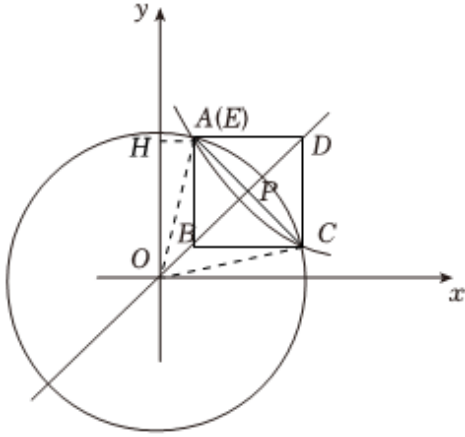
$$\therefore HO = HD = 4,$$

$$\therefore HA = HD - DA = 4 - 2 = 2,$$

$$\therefore A(2, 4),$$

$$\therefore k = 2 \times 4 = 8,$$

当 $\odot O$ 过点 A 时, 根据 A, C 关于直线 OD 对称知, $\odot O$ 必过点 C , 如图所示, 连 AO, CO , 过点 D 作 $DH \parallel x$ 轴交 y 轴于点 H ,



$$\therefore AO = OC = AC,$$

$$\therefore \triangle AOC \text{ 为等边三角形,}$$

$$\therefore OP \perp AC,$$

$$\therefore \angle AOP = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore AP = \tan 30^\circ \times OP = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3\sqrt{2} = \sqrt{6} = PD, \quad AC = BD = 2AP = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore AB = AD = \sqrt{2}AP = 2\sqrt{3}, \quad OD = BP + PD = 3\sqrt{2} + \sqrt{6},$$

$$\therefore AB \parallel y \text{ 轴,}$$

$$\therefore \triangle DHO \sim \triangle DAB,$$

$$\therefore \frac{HO}{AB} = \frac{DH}{AD} = \frac{DO}{BD},$$

$$\therefore \frac{HO}{2\sqrt{3}} = \frac{DH}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2\sqrt{6}},$$

$$\therefore HO = HD = 3 + \sqrt{3},$$

$$\therefore HA = HD - DA = 3 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3 - \sqrt{3},$$

$$\therefore A(3 - \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3}),$$

$$\therefore k = (3 - \sqrt{3}) \times (3 + \sqrt{3}) = 6,$$

\therefore 当 $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的边有交点时, k 的取值范围为 $6 \leq k \leq 8$.