

HYLU 使用说明

(版本 20251203)

陈晓明 (chenxiaoming@ict.ac.cn)

HYLU (Hybrid Parallel Sparse LU Factorization) 是一款为多核共享内存架构设计的通用并行求解器，用于高效求解稀疏线性方程组 ($\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$)。该求解器采用创新的并行向上看 (up-looking) LU 分解算法，通过集成混合的数值内核以动态适应不同的矩阵稀疏度，其数值稳定性通过结合静态选主元、动态对角超节点选主元、动态数值缩放，以及迭代修正技术来保障。

HYLU 基于 C 语言实现，可方便地与 C/C++ 应用程序集成。HYLU 的多线程基于操作系统的原生线程接口实现 (无需 OpenMP)。

1. 函数

HYLU 提供 6 组函数用于求解稀疏线性方程组，每组函数均提供了支持实数和复数线性系统求解的 32 位和 64 位整数版本。下表列出了 HYL 函数名的格式和对应的版本。下文中，将以 32 位整数的实数版本的函数名来说明 HYL 功能。在 32 位整数版本中，仅输入矩阵的索引使用 32 位整数，而内部 LU 因子的数据结构仍使用 64 位整数以确保扩展性。HYLU 的函数原型以及函数参数的说明，请参阅 <hylu.h> 头文件。

| | |
|--------------|-----------|
| HYLU_XXXX | 32 位整数/实数 |
| HYLU_L_XXXX | 64 位整数/实数 |
| HYLU_C_XXXX | 32 位整数/复数 |
| HYLU_CL_XXXX | 64 位整数/复数 |

(1) HYL_CreateSolver

该函数用于创建求解器实例，获取参数数组指针，并启动工作线程以实现并行计算。在此过程中，所有输入参数将被初始化为默认值。工作线程的数量不应超过空闲核心的数量。

(2) HYL_DestroySolver

该函数释放所有已分配内存，终止已创建的线程，并销毁求解器实例。

(3) HYL_Analyze

该函数执行预处理步骤，包括静态选主元、矩阵重排序和符号分解。输入矩阵格式是压缩稀疏行 (compressed sparse row, CSR)，每行中的列索引无需有序。

该函数的第二个参数 "repeat" 用于指定是否需要对具有相同矩阵结构的线性方程组进行重复求解 (常见于电路仿真等实际应用)。在这种场景中，预处理仅需执行一次。启用此参数时，将影响部分参数的默认值设置。在重复求解场景

下，HYLU 会优先最小化 LU 因子中的非零元数量，虽然可能增加预处理时间，但能显著提升后续分解效率。

在预处理阶段提供矩阵数值 ("ax"参数) 是可选的，但强烈建议提供。在没有矩阵数值的情况下，不能实施静态选主元和静态数值缩放。

(4) HYLU_Analyze2

该函数基于用户提供的矩阵排序，执行与 HYLU_Analyze 类似的功能。用户提供的排序必须**确保非零对角线**。静态选主元和静态数值缩放将被禁用。

(5) HYLU_Factorize

该函数对预处理后的矩阵执行数值 LU 分解，将其分解为下三角矩阵 (**L**) 和上三角矩阵 (**U**)。

数值分解过程中将实施动态对角超节点选主元策略。若无法找到合适主元，求解器自动采用主元扰动策略。

(6) HYLU_Solve

该函数通过前代 (**Ly = b**) 与回代 (**Ux=y**) 运算，利用已计算的 LU 因子求解目标向量。

若上次数值 LU 分解中曾触发主元扰动，求解过程将自动执行迭代修正以修正解向量。

2. 参数

下表详细说明了参数数组的每个元素。所有输入参数在调用 HYLU_CreateSolver 时将被初始化为默认值 (标有星号*的参数)。用户应在调用 HYLU_Analyze 之前完成对输入参数的设置 (如需要)。

| 参数 | 描述 | |
|-------------|--|---|
| parm[0]: 输出 | 软件版本。 | |
| parm[1]: 输入 | 计时器。当启用时，用户可从 parm[7] 来获得上一次函数调用的运行时间。 | |
| | 0* | 不启用。 |
| | >0 | 高精度计时器 (微秒精度)。 |
| | <0 | 低精度计时器 (毫秒精度)。 |
| parm[2]: 输入 | 减少填入的排序算法。 | |
| | 0* | 排序方法根据矩阵维度和 HYLU_Analyze 的 "repeat" 参数自动决定。 |
| | 1 | 近似最小度算法。 |
| | 2 | 近似最小度算法变种。 |
| | 3 | 嵌套剖分算法 1。 |
| | 4 | 嵌套剖分算法 2。 |
| | 5 | 1 和 2 中的最佳方案。 |

| | | |
|--------------|--|--|
| | 6 | 3 和 4 中的最佳方案。 |
| | 7 | 1-4 中的最佳方案。 |
| parm[3]: 输入 | 排序方法切换阈值。当采用嵌套剖分排序时, 若子图的尺寸小于 parm[3] 设定值, 系统自动切换至约束最小度排序方法。较小的 parm[3] 通常会提升嵌套剖分排序质量, 但同时会增加排序计算时间。 | |
| | 0* | 自动控制, 其值根据 HYLU_Analyze 的 "repeat" 参数自动决定。 |
| | >=64 | 允许的范围。 |
| parm[4]: 输出 | 选择的排序算法 (1-4), 由 HYLU_Analyze 输出。 | |
| parm[5]: 输入 | 超节点的最小列数。每个超节点至少包含 parm[5] 列。 | |
| | 32* | 默认值。 |
| | >=8 | 允许的范围。 |
| parm[6]: 输入 | 超节点最大行数限制。每个超节点允许的最大行数是 parm[6]。当超节点行数超过此阈值时, 求解器自动将其拆分为多个超节点。 | |
| | 0* | 自动控制, 其值由是否已创建工作线程来决定。 |
| | >=8 | 允许的范围。 |
| parm[7]: 输出 | 最近一次函数调用的运行时间 (单位为 微秒)。 | |
| parm[8]: 输出 | 非对角线主元数量, 由 HYLU_Factorize 输出。 | |
| parm[9]: 输出 | 超节点数量, 由 HYLU_Analyze 或 HYLU_Analyze2 输出。 | |
| parm[10]: 输入 | 主元扰动系数。当出现零主元或小主元时, 主元被替换为 $\text{sign}(\text{pivot}) \times 10^{\text{parm}[10]} \times \ \mathbf{A}\ _{\infty}$ 。 | |
| | -15* | 默认值。 |
| | <0 | 允许的范围。 |
| parm[11]: 输出 | 扰动的主元数量, 由 HYLU_Factorize 输出。 | |
| parm[12]: 输出 | 当前内存使用量 (字节), 当函数返回 -4 时则表示为所需内存大小 (字节), 由 HYLU_Analyze 或 HYLU_Analyze2 输出。 | |
| parm[13]: 输出 | 最大内存使用量 (字节), 由 HYLU_Analyze 或 HYLU_Analyze2 输出。 | |
| parm[14]: 输出 | 该参数使用 3 个 short 类型数据存储线程数量信息, 可通过以下方式获取: const short *threads = (short *)&parm[14]; threads[0]: 物理核心数 (可能不正确)。 threads[1]: 逻辑核心数。 threads[2]: 已创建的线程数。 | |
| parm[15]: 输入 | 迭代修正的最大迭代次数。 | |
| | 0* | 自动控制是否执行迭代修正以及迭代次数。 |
| | >0 | 如果 HYLU 决定执行迭代修正, 执行 parm[15] 次迭代。 |
| | <0 | 执行 -parm[15] 次迭代。 |
| parm[16]: 输出 | 已执行的迭代修正的迭代次数, 由 HYLU_Solve 输出。 | |

| | | |
|--------------|---|----------|
| parm[17]: 输出 | L 的非零元数量（包括对角线），由 HYL_U_Analyze 或 HYL_U_Analyze2 输出。 | |
| parm[18]: 输出 | U 的非零元数量（不包括对角线），由 HYL_U_Analyze 或 HYL_U_Analyze2 输出。 | |
| parm[19]: 输出 | 数值分解的浮点计算次数（不包括缩放），由 HYL_U_Analyze 或 HYL_U_Analyze2 输出。 | |
| parm[20]: 输出 | 求解的浮点计算次数（不包括缩放），由 HYL_U_Analyze 或 HYL_U_Analyze2 输出。 | |
| parm[21]: 输入 | 矩阵缩放方法。 | |
| | >0* | 动态数值缩放。 |
| | 0 | 不启用。 |
| | <0 | 静态数值缩放。 |
| parm[22]: 输入 | 符号分解方法。对称符号分解可减少预处理时间，但对非结构对称的矩阵会增加填入。 | |
| | >0 | 非对称符号分解。 |
| | <0 | 对称符号分解。 |
| | 0* | 自动控制。 |
| parm[23]: 输入 | 并行嵌套剖分。 | |
| | 1* | 启用。 |
| | 0 | 不启用。 |

3. 函数返回值

所有 HYL_U 函数均通过整型返回值传递错误代码，具体含义如下表所示。

| 返回值 | 描述 |
|-----|--------------------------|
| 0 | 函数执行成功。 |
| -1 | 无效的实例句柄。 |
| -2 | 函数参数错误（例如，矩阵维度为负、空指针）。 |
| -3 | 非法矩阵（例如，矩阵索引错误）。 |
| -4 | 内存不足，parm[12] 将返回所需内存。 |
| -5 | 矩阵结构奇异。 |
| -6 | 矩阵数值奇异。 |
| -7 | 线程操作失败。 |
| -8 | 调用顺序错误。 |
| -9 | 整数溢出，请使用 HYL_U_L_* 系列函数。 |
| -10 | 内部错误。 |

4. 注意事项

- (1) 用户不要释放参数数组内存，该内存由求解器内部管理。
- (2) HYL_U 默认采用行优先存储，对列优先存储的矩阵，需设置 HYL_U_Solve 的

"transpose"参数为 true 以求解转置的线性方程组 ($\mathbf{A}^T \mathbf{x} = \mathbf{b}$)。但是，列模式求解的并行扩展性不如行模式求解。

(3) 请确保 HYL U 创建的线程数量小于等于空闲核数，否则 HYL U 计算性能将急剧下降。

(4) 由于有限的主元选择范围，对于某些线性方程组，HYLU 可能会求得不精确的解。在这种情况下，建议将 parm[6] 调至更大数值并改用串行分解模式。parm[10] 和 parm[21] 也可能会影响结果的精度。

(5) 在使用英特尔 MKL BLAS 的 HYL U 库中观察到内存泄漏问题，该问题归因于 MKL BLAS 函数自身。

(6) 串行与并行计算时结果可能会略有不同。