BEI ER JIA EDUCATION MATH

贝尔加教育 数学

Victory won't come to us unless we go to it.

作者： 陈 应 洪

时间：May 23, 2019

邮箱: 985514056@qq.com

Version: 3.00

目　录

第 1 讲 解不等式

1.1 二次不等式与分式的解法

1.1.1 一元二次方程：$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$

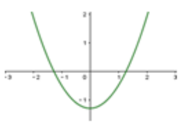
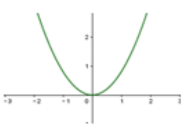
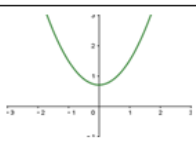
1. 解法 $x_1,x_2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.
2. 判别式
    (a) $\Delta>0$, 有两个不相等的实数根.
    (b) $\Delta=0$, 有两个相等的实数根.
    (c) $\Delta<0$, 无实数根.
3. 跟与系数的关系：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$、$x_1*x_2=\frac{c}{a}$.
4. 根与函数的关系.
5. 根与不等式的关系 (等是不等的界).

1.1.2 二次函数：$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$

对称轴在内还是在外，在外为左还是右，内那边靠对称轴 (max.min)。

1.1.3 一元二次不等式

1. 一般式：$ax^2+bx+c>$ 或 $ax^2+bx+c<0(a\neq 0)$
2. 解法：函数法.

分类	图像	$ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c<0$
$\Delta>0$		$\{x\|x<x_1$ 或 $x>x_2\}$	$\{x\|x_1<x<x_2\}$
$\Delta=0$		$\{x\|x\ x\neq x_0\}$	$\varnothing$
$\Delta<0$		$\mathbf{R}$	$\varnothing$

1.1.4 分式不等式

1. 一般式 $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ 或 $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$.
2. 解法：商化积 $\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Rightarrow f(x)g(x) > 0$ 或 $\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Rightarrow f(x)g(x) < 0$(穿根法).

1.2 例题分析

【例 1】解不等式

(1).$2x^2 - 3x - 2 > 0$ (2)$-3x^2 + 6x > 2$

(3).$4x^2 - 4x + 1 > 0$ (4).$-x^2 + 2x - 3 > 0$

【例 2】解不等式

(1).$(x-1)(x-a) < 0$ (2).$(x-1)(ax-1) > 0$ (3).$(x^2+6x+9)(x+1) > 0$

【例 3】解不等式

(1).$\dfrac{x-3}{x+7} < 0$ (2).$\dfrac{1-2x}{x+4} \le 0$ (3).$x^4 - 2x^2 - 8 > 0$

【例 4】解关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x^2-3x-4} \le (0 \in R)$

【例 5】已知：方程 $(m+1)x^2 + 2(2-m)x + 2m + 4 = 0(m \in R)$, 求 m 为何值时一根大于 3，一根小于 3.

【**例** 6】解关于 x 的不等式

(1)$x^2-2(a+1)x+1<0(a\in R)$

(2)$ax^2-(a-8)x+1>0(a\in R)$

(3)$kx^2-2(k-1)x+k+2>0(k\in R)$

第 2 讲 绝对值不等式

2.1 含绝对值不等式的解法

1. 定义法：
   (a) $|x| < a(a > 0) \Leftrightarrow -a < x < a$
   (b) $|x| > a(a > 0) \Leftrightarrow x > a$或$x < -a$
   (c) 含多个绝对值，用零点分区间.
2. 公式法：
   (a) $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) < g(x)$
   (b) $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$或$f(x) < -g(x)$

2.2 例题分析

【例 1】解不等式

(1).$|x-500| \leq 5$　　(2)$|2x+5| > 7$

(3).$|x-a| < b$　　(4).$|2x+1| + |x-2| > 4$

【例 2】解不等式

(1).$(1-|x|)(x+1) > 0$　　(2)$|x^2-x-8| \geq x$

(3).$|\sqrt{x-2}-3| > 1$　　(4).$x^2-5|x|+6 < 0$

(5).$|x+7| - |3x-4| + \sqrt{3-2\sqrt{2}} > 0$

【例 3】解关于 x 的不等式 $(2x-1)a^2+(5x-2)a>3(x-1)(a\in R)$

【例 4】已知不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解为 $-3<x<1$, 求不等式 $cx^2+(a+b)x+6(b-a)<0$ 的解.

【例 5】解答

(1). 集合 $\{x|0<|x-1|<3, x\in Z\}$ 的真子集个数.

(2). 求使 $\frac{\sqrt{3-|x|}}{\sqrt{|2x+1|-4}}$ 有意义的 x 的集合.

(3). 已知 $A=\{x||x-a|\le 2\}, B=\{x||x-1|\ge 3\}$ $A\cap B=\emptyset$ 则实数 a 的取值范围.

(4). 若 $a>0$, 使不等式 $|x-4|+|x-3|<a$ 的解集不是空集的 a 的范围.

【例 6】已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$

(1). 求不等式 $f(x)\ge 1$ 的解集;

(2). 若不等式 $f(x)\ge x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围.

【例 7】已知 $f(x)=|x+1|-|ax-1|$

(1). 当 a=1 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集

(2). 当 $x\in(0,1)$ 时不等式 $f(x)>x$ 成立，求 a 的取值范围.

第 3 讲 集合的表示与运算

3.1 集合的有关概念

1. 集合与元素.
2. 元素的特征：确定性、互异性、无序性
3. 集合的分类：
    (a) 有限集、无限集
    (b) 空集、单元素集
    (c) 可数集、不可数集
4. 集合的表示：
    (a) 描述法：$\{x|1 < 2 < 5\}$
    (b) 例举法：$\{1,2,3,4,5,6,7\}$
    (c) 韦恩图法
    (d) 区间法
5. 子集与真子集
6. 常用数集 ($\mathbb{Z}$ 、$\mathbb{R}$、$\mathbb{N}$、$\mathbb{N}^*$、$\mathbb{Q}$)

3.2 集合的运算

1. 交集
2. 并集
3. 补集

3.3 集合的运算律

3.4 例题

【例 1】 已知 $A = \{x|2 \leq x \leq 6\}, B = \{x|2a \leq x \leq a + 3\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

【例 2】在 $\mathbb{R}$ 上定义运算 $\oplus : x \oplus y = \frac{x}{2-y}$, 关于 x 的不等式 $x \oplus (x+1-a) > 0$ 的解集是 [-2,2] 的子集，求实数 a 的取值范围.

【例 3】$M = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 1 = 0.\}$ a=0, 则下列关系式成立的是 (　　)

$A.a \in M$　　$B.a \not\subseteq M$　　$C.\{a\} \supsetneqq M$　　$D.\{a\} \subseteq M$

【例 4】$A = \{x | x = a^2 + 1, a \in N_+\}; B = \{x | x = b^2 - 4b + 5, b \in N_+\}$，则下列关系式成立的是 (　)

$A.A = B$　　$B.A \subsetneqq B$　　$C.A \supseteq B$　　$D.A \subseteq B$

【例 5】$M = \{x, xy, \sqrt{x-y}\}, N = \{0, |x|, y\}$ 若 $M = N$, 则 $(x+y) + (x^2+y^2) + \cdots + (x^{100} + y^{100}) =$(　　).

$A. -200$　　$B.200$　　$C. -100$　　$D.0$

【例 6】$M = \{x | x = t^2, t \in Z\}, N = \{x \in R || x| < 5\}$, 则 $M \cap N$ 的所有不同子集共有.(　)

$A.4$ 个　　$B.7$ 个　　$C.8$ 个　　$D.10$ 个

【例 7】$A = \{x | x = 2n + 1, n \in Z\}, B = \{x | x = 4n \pm 1, n \in Z\}$, 则下列关系式成立的是 ()

$A.A = B$　　$B.A \subseteq B$　　$C.A \supseteq B$　　$D.A \bigcap B = \emptyset$

【例 8】设 $A \subset B$, 则必为空集的是 (　)

$A.A \bigcap (\complement_U B)$　　$B.B \bigcap (\complement_U A)$　　$C.(\complement_U A) \bigcap (\complement_U B)$　　$D.A \bigcap B$

【例 9】$A = \{x \in | mx + n \neq 0, m \neq 0\}, B = \{x \in R | px + q \neq 0\}$, 则 $\{x | (mx+n)(px+q) = 0\} =$()

$A.A \bigcap B$　　$B.A \bigcup B$　　$C.(\complement_R A) \bigcup (\complement_R B)$　　$D.(\complement_R A) \bigcap (\complement_R B)$

【例 10】满足 $\{1, 3\} \bigcup B = \{1, 3, 5\}$ 的不同 B 的个数是 (　).

$A.1$　　$B.2$　　$C.3$　　$D.4$

【例 11】若 $A \subseteq B \subseteq C$, 集合 A 含 3 个元素，集合 C 含 6 个元素，则不同的集合 B 共有 (　)

$A.3$　　$B.4$　　$C.6$　　$D.8$

【例 12】设全集 $U = \{(x, y) | x, y \in R\}, M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}, N = (x, y | y \neq x + 1)$, 则 $\complement_U (M \bigcup N) =$(　).

$A.\emptyset$　　$B.\{(2, 3)\}$　　$C.(2, 3)$　　$D.\complement_U N$

【例 13】设 $A = \{x \in R | x^2 + px + q = 0\}, B = \{x \in R | x^2 - px - 2q = 0\}$, 若 $A \bigcap B = \{-1\}$, 求 $A \bigcup B$.

【例 14】设全集 $U = \{1, 2, 4, a^2 - a + 1\}, A = \{1, 3a - 2\}, B = 3, 4$, 求 $A \bigcap B$.

【例 15】设 $A=\{2,a^2-2a,6\},B=2,2a^2,3a-6$, 若 $A\bigcap B=\{2,3\}$, 求 $A\bigcup B$.

【例 16】设全集 $U=\{x\in N_+|x\leq 8\}$, 若 $A\bigcap(\complement_U B)=\{1,8\},(\complement_U A)\bigcap(\complement_U B)=\{4,7\},(\complement_U A)\bigcap B=\{2,6\}$, 求集合 A,B.

【例 17】设 $A=\{x|0<x<\leq 2\},B=\{x|ax^2-x+1=0\}$, 若 $\emptyset\subsetneqq B\subsetneqq R$, 求证 $A\bigcap B\neq\emptyset$

【例 18】已知 $A=\{1,3,x\},B=\{1,x^2\}$, 若 $B\bigcup(\complement_U B)=A$, 求 $\complement_U B$

【例 19】已知集合 $A=\{x|x^2+px+q=0\},B=\{x|qx^2+px+1=0\}$, 若 $A\bigcap B\neq\emptyset$ 且 $A\bigcap(\complement_R B)=\{-2\}$, 其中 $p,q\neq 0$, 求 p,q 的值.

第 4 讲 函数的概念

4.1 函数定义

1. 函数
   (a) 函数定义中的三性：任意性、存在性、唯一性.
   (b) 函数的三要素: 两域及对应法则.
2. 分段函数: 对于定义内的不同取值范围内时，函数的解析式也不同.
3. 复合函数

4.2 例题分析

【例 1】试判断一下各组函数是否表示同一函数？

1. $f(x)=\sqrt{x^2}$, $\quad g(x)=\sqrt[3]{x^3}$
2. $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$, $\quad g(x)=\begin{cases}1 & x\geq 0\\ -1 & x<0\end{cases}$
3. $f(x)=\sqrt[2n+1]{x^{2n+1}}$, $\quad g(x)=(\sqrt[2n-1]{x})^{2n-1}(n\in N_+)$
4. $f(x)=\sqrt{x}\sqrt{x+1}$ $\quad g(x)=\sqrt{x^2+x}$
5. $f(x)=x^2-2x-1$ $\quad g(t)=t^2-2t-1$

【例 2】设函数 $f(x)=\begin{cases}x-3 & (x\geq 100)\\ f[f(x+5)] & (x<100)\end{cases}$, 求 $f(89)$

【例 3】函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足条件 $f(x+2)=\frac{1}{f(x)}$, 若 $f(1)=-5$, 则 $f(f(5))$=

【例 4】已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{3x-1}}{ax^2+ax-3}$ 的定义域是 R, 则实数 a 的取值范围是 (　)

$A.a>\frac{1}{3}$ $\qquad B.-12<a\leq 0$ $\qquad C.-12<a<0$ $\qquad D.a\leq\frac{1}{3}$

【例 5】求定义域:

1. 求函数 $f(x)=\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{2-x}$ 的定义域

2. 求函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{\frac{1}{x}+2}$ 的定义域

3. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 (0,3), 则 $f(x^2+2x)$ 的定义域是 (　　)

4. 若函数 $f(x+1)$ 的定义域为 [-2,5], 则 $f(x)$ 的定义域是 (　　)

5. 若函数 $f(x+1)$ 的定义域为 [-2,5], 则 $f(\frac{1}{x}+1)$ 的定义域是 (　　)

【例 6】求下列值域:

$y=\dfrac{3x+1}{x-2}$　　$y=|x-1|+|x+4|$　　$y=|2x-1|+|x+4|$

$y=-x^2-2x+3(-5\leq x\leq -2)$　　$y=\dfrac{3x^2+3x+1}{x^2+x-1}$　　$y=x+\sqrt{2x-1}$

$y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$　　$y=\sqrt{5+4x-x^2}$

【例 7】求解析式

1. 已知 $f(x+\dfrac{1}{x})=x^3+\dfrac{1}{x^3}$，求 $f(x)$

2. 已知 $f(\dfrac{2}{x}+1)=x^2$, 求 $f(x)$

3. 已知 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$, 求 $f(x)$

4. 已知 $f(x)$ 是一次函数，且满足 $3(x+1)-2f(x-1)=2x+17$, 求 $f(x)$

5. 已知 $f(x)$ 满足 $2f(x)-f(\dfrac{1}{x})=3x$, 求 $f(x)$

第 5 讲 函数的单调性

5.1 例题分析

【例 1】用定义证明函数的单调性：

(1). 证明函数 $f(x)=ax+b$ 的单调性。

(2). 证明函数 $f(x)=x^3$ 的单调性。

(3). 证明函数 $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$ 的单调性。

【例 2】已知函数分 $f(x)=\dfrac{a+bx}{a-bx}, x\in[-1,1]$

(1).$a=1,b=3$ 时，证明 $f(x)$ 在 [-1,0] 上是增函数.

(2).a>b>0, 时，证明 $f(x)$ 在 [-1,1] 上是增函数.

(3). 求函数 f(x) 的值域。

【例 3】

(1). 证明函数 $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ 在 (-1,1) 上是增函数.

(2). 证明函数 $f(x)=\dfrac{kx}{x^2+1}$ 在 (-1,1) 上是增函数.

(3). 证明函数 $f(x)=ax+\dfrac{b}{x}(a>0,b>0,x\in(0,+\infty))$ 的单调性

【例 4】已知函数 $f(x)=x^2-2ax+a^2-1$

(1). 若函数 $f(x)$ 的区间 [0,2] 上是单调的，求实数 a 的取值范围;

(2). 当 $x\in[-1,1]$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值 g(t)，并画出 g(t) 的函数图像。

【例 5】求函数 $f(x)=3x^2-x+2(x\in[m,n])$ 的值域.

第 6 讲 函数的奇偶性

6.1 例题分析

【例 1】已知偶函数 $f(x)$ 在区间 [0,4] 上是增函数，试比较 $f(-3)$ 与 $f(\pi)$ 的大小.

【例 2】若奇函数 $f(x)$ 在 [3,7] 上的最小值是 5，那么 $f(x)$ 在 [-7,-3] 上 (　　)

A. 最小值是 5　　B. 最小值是-5　　C. 最大值是-5　　D. 最大值是 5

【例 3】$f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，又 $f(x)$ 在区间 (0,+∞) 上是增函数，且 $f(1)=0$，则满足 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围集合是 (　　)

【例 4】设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，又 $f(x+2)=-f(x)$，当 $0\le x\le 1$ 时，$f(x)=x$，则 $f(7.5)$ 等于 (　　)

【例 5】如果函数 $f(x)$ 在 R 上为奇函数，在 [-1,0) 上是增函数，且 $f(x+2)=-f(x)$，试比较 $f(\frac{1}{3}), f(8.5), f(1)$ 的大小关系 (　　)

【例 6】若 $f(x)$ 为奇函数，且在 (0,+∞) 内是增函数，又 $f(-3)=0$，则 $xf(x)<0$ 的解集为 (　　)

【例 7】设函数 $y=f(x)$ 对于任意的 $x,y\in R$ 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$, 且 f(x) 不恒为零，判断 f(x) 的奇偶性.

【例 8】f(x) 是定义在 R 上的偶函数, 且当 $x\le 0$ 时,$f(x)=x^2-x$, 求 $f(x)$ 的解析式. 并画出函数图象, 求出函数的值域。

【例 9】已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x>0$ 时 $f(x)=x^2-4x+3$，求 $f(x)$ 的解析式.

【例 10】已知函数 $f(x)$ 是定义在区间 [-2,2] 上的偶函数，当 $x\in[0,2]$ 时，f(x) 是减函数，如果不等式 $f(1-m)<f(m)$ 成立，求实数 m 的取值范围

【例 11】已知函数 f(x) 定义域 R, 为对任意的 $x_1,x_2\in R$ 都有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$ 且 $x>0$ 时 $f(x<0)$,f(1)=-2, 试判断在区间 [-3,3] 上 $f(x)$ 是否有最大值和最小值? 如果有试求出最大值和最小值，如果没有请说明理由.

【例 12】已知函数 $f(x)$ 定义域 R, 为对任意的 $x_1,x_2\in R$ 都有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)$ 且 $x>0$ 时,$0<f(x)<1$, 求 $f(0)$ 的值并求 $x<0$ 时 $f(x)$ 的取值范围.

【例 13】已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x\ge$ 时,$f(x)=x^2-2x$，则 f(x) 在 R

上的表达式是

$A.f(x)=x^2-2x$ $B.f(x)=x(|x|-1)$

$C.f(x)=|x|(x-2)$ $D.f(x)=x(|x|-2)$

【例 14】函数 $f(x)$ 是定义在 [-6,6] 上的偶函数，且在 [-6,0] 上是减函数，则 (　　)

$A.f(x)+f(4)>0$ $B.f(-3)-f(2)<0$

$C.f(-2)+f(-5)<0$ $D.f(4)-f(-1)>0$

【例 15】设 $f(x)$ 是定义在 R 上的任意一个增函数，令 $F(x)=f(x)-f(-x)$，则 $F(x)$ 必是 (　　)

A. 增函数且是奇函数 B. 增函数且是偶函数

C. 减函数且是奇函数 D. 减函数且是偶函数

【例 16】设 $f(x),g(x)$ 都是奇函数，$F(x)=f(x)+g(x)+3$，若 $F(5)=9$,$F(-5)$=(　　)

$A.3$ $B.-3$ $C.-6$ $D.-9$

【例 17】设 $f(x),g(x)$ 都是奇函数，且 $F(x)=af(x)+bg(x)+2$，若在 $(0,+\infty)$ 上 $F(x)$ 有最大值 8，则在 $(\infty,0)$ 上 $F(x)$ 有 (　　)

A. 最小值-8 B. 最大值-8 C. 最小值-4 D. 最小值-6

【例 18】函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{|x+3|-3}$ 是 (　　)

A. 奇函数 B. 偶函数 C. 既奇又偶函数 D. 没有确定的奇偶性

【例 19】若 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 是偶函数，则 $g(x)=ax^3+bx^2+cx$ 是 (　　)

A. 奇函数 B. 偶函数 C. 既奇又偶函数 D. 没有确定的奇偶性

【例 20】下列命题:(1) 偶函数图象一定与 y 轴相交 (2) 奇函数图象一定过原点 (3) 偶函数图象关于 y 轴对称 (4) 既奇又偶函数一定满足 $f(x)=0$，其中真命题个数是 (　　)

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【例 21】若奇函数 $f(x)$ 在区间 [3,7] 上是增函数，且最小值为 5，那么在区间 [-7,-3] 上是

A．增函数且最小值为-5 B．增函数且最大值为-5

C．减函数且最小值为-5 D．减函数且最大值为-5

【例 22】下列四个命题:

(1)$f(x)=1$ 是偶函数;

(2)$g(x)=x^3,x\in(-1,1]$ 是奇函数;

(3) 若 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，则 $H(x)=f(x)g(x)$ 一定是奇函数;

(4) 函数 $y=f(|x|)$ 的图象关于 y 轴对称。其中正确的命题个数是 (　　)

A．1 B．2 C．3 D．4

【例 23】已知 $f(x)=x^4+ax^3+bx-8$, 且 $f(-2)=10$, 则 $f(2)$=____

【例 24】判断下列函数的奇偶性：

(1).$f(x)=\begin{cases}x+1(x>0)\\1(x=0)\\-x+1(x<0)\end{cases}$ ____

(3).$f(x)$ 不恒为 0, 且对 $a,b\in R$ 恒有 $f(a+b)=f(a)+f(b)$____

【例 25】已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数当 x>0 时,$f(x)=\sqrt{x}+1$, 则 $f(2)$=____

【例 26】是否存在常数 m,n，使函数 $f(x)=(m^2-1)x^2+(m-1)x+n+2$ 为奇函数?

【例 27】已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)(x,y\in R)$ 试证明 f(x) 是偶函数。

【例 28】已知函数 $y=f(x)$ 为奇函数，在 $(0,+\infty)$ 内是减函数，且 $f(x)<0$，试问：$F(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ 在 $(-\infty,0)$ 内增减性如何？并证明.

第 7 讲 指数函数与对数函数

7.1 指数运算与对数运算

1. 指数的性质
   (a) $a^n = a \cdot a \cdot a ......(a \in R)$
   (b) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}(a \neq 0)$
   (c) $a^0 = 1(a \neq 0)$
   (d) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{m}$
2. 指数的运算
   (a) $(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$
   (b) $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$
   (c) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot a^b$
3. 对数的性质
   (a) $a^b \Longleftrightarrow b = \log_a N(a > 0, a \neq 0)$
   (b) $a^0 = 1 \Longrightarrow \log_a 1 = 0$
   (c) $a^1 = a \Longrightarrow \log_a a$
   (d) $a^{\log_a x} = x$
   (e) $\log_a a^x = x$
   (f) $log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a} \Longrightarrow (\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}; \log_a b = \log_{a^N} b^n)$
   (g) $\log_{a^N} b = \frac{1}{n} \log_a b$
4. 对数的运算
   (a) $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$
   (b) $\log_a(\frac{M}{N}) = \log_a M - \log_a N$
   (c) $\log_a M^n = nlog_a M$

7.2 例题分析

【例 1】 比较下来各数的大小.

(1)0.3^2 $\quad \log_2 \frac{1}{3} \quad \log_3 \frac{1}{9} \quad \log_{\frac{1}{2}} 5 \quad \log_4 15 \quad \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{15}$

(2)$\log_{0.5} 0.6 \quad \log_{\sqrt{2}} 0.5 \quad \log_{\sqrt{3}} \sqrt{5}$

【例 2】求下列函数的单调性、最值

(1)$y = 3^{|x|} - 1$ $y = 2^{x^2-x+1}$

(3)$y = 4^x - x^{x+1} + 1$ (4)$y = \log_a(x^2 - 1)$

(5)$y = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ (6)$y = (\log_2 x)^2 - 3\log_2 x + 2, x \in [1, 2]$

【例 3】判断下列函数的奇偶性

(1)$f(x) = \dfrac{1}{2^x - 1} + \dfrac{1}{2}$

(2)$f(x) = \lg\dfrac{1-x}{1+x}$

(3)$f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x)$

表 7.1: TableName

Id	Name	Age	Gender
1	Lawrence	39	M
2	Oliver	25	M
3	Roberta	17	F
4	Bamboo	70	F

【例 4】 已知函数 $f(x)=\lg(ax^2+2x+1)$

(1) 若 $f(x)$ 的定义域为 R, 求实数 a 的取值范围.

(2) 若 $f(x)$ 的值域为 R, 求实数 a 的取值范围.

【例 5】 分别求函数 $f(x)=2^x+2^{-x}$ 和 $g(x)=\dfrac{1-2^x}{4^x}$ 的定义域、值域

第 8 讲 概率的初步

8.1 随机事件的概率

8.1.1 事件的定义

Theorem 8.1: 事件的定义

1. 必然事件：在一定条件下，有些事必然会发生，这样的事件叫做必然事件.
2. 不可能事件：在一点条件下，有些事件必然不会发生，这样的事件叫做不可能事件.
3. 随机事件：在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件叫做随机事件. ♡

8.1.2 事件的分类

$$\text{事件}\begin{cases}\text{确定性事件}\begin{cases}\text{必然事件}\\ \text{不可能事件}\end{cases}\\ \text{随机事件}\end{cases}$$

8.1.3 概率

Theorem 8.2: 概率

概率的定义：一般的，对于一个随机事件 A，我们把刻画其发生可能性的大小的数值，称为随机事件 A 发生的概率，记为 P(A) ♡

第 9 讲 点、直线、平面之间的位置关系

9.1 空间点、直线、平面之间的位置关系

9.1.1 平面

Theorem 9.1: 公理

1. 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内.
   $A \in l, B \in l,\ A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha$
2. 过不在一条直线上的三个点，有且只有一个平面
3. 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么他们有且只有一条过该点的公共直线.
   $P \in \alpha,\ P \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = l,\ P \in l$

♡

9.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系

Theorem 9.2: 公理

1. 平行于同一条直线的两条直线相互平行 (平行线的传递性).
2. 空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或者互补.

♡

9.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系

1. 直线在平面内 — 有无数个公共点.
2. 直线与平面相交 — 有且只有一个公共点.
3. 直线与平面平行 — 无公共点.

9.1.4 平面与平面之间的位置关系

1. 两个平面平行 — 没有公共点.
2. 两个平面相交 — 有一条直线.

9.2 直线、平面平行的判定及其性质

9.2.1 直线与平面平行的判定

Theorem 9.3

平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，这该条直线与此平面平行 (线线平行 $\Rightarrow$) 线面平行. ♡

9.2.2 平面与平面平行的判定

Theorem 9.4

一个平面的内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面相互平行 (线面平行 $\rightarrow$ 面面平行)。 ♡

9.2.3 直线与平面平行的性质

Theorem 9.5

一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任意平面与该平面的交线与该直线平行. ♡

9.2.4 平面与平面平行的性质

Theorem 9.6

如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么他们的交线平行. ♡

9.3 直线、平面垂直的判定及性质

9.3.1 直线与平面垂直的判定

Theorem 9.7

一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直，则该直线与此平面垂直. ♡

Theorem 9.8

一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直. ♡

9.3.2 直线与平面垂直的性质

Theorem 9.9

垂直于同一个平面的两条直线平行. ♡

9.3.3 平面与平面垂直的性质

Theorem 9.10

两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直. ♡

第 10 讲 直线与方程

10.1 直线的倾斜角与斜率

10.1.1 倾斜角与斜率

Definition 10.1

直线 l 与 x 相交时，直线 l 向上的方向与 x 轴的正方向所成的角 α 叫做直线 l 的倾斜角. 倾斜角 α 的正切值叫做这条直线的斜率. 斜率用 k 表示.$\alpha = 90^\circ$ 时斜率不存在.

$$k = \tan\alpha(o^\circ \leq \alpha < 180^\circ)$$

经过两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)(x_1 \neq x_2)$ 的直线斜率的公式为：

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

♣

10.1.2 两条直线平行与垂直的判定

对于两条直线 l_1, l_2, 其斜率分别为 k_1, k_2, $k_1 = k_2 \Leftrightarrow l_1//l_2$ 或 l_1 与 l_2 重合.$k_1k_2 = -1 \Leftrightarrow l_1 \perp l_2$.

10.2 直线的方程

10.2.1 直线的点斜式

$$y - y_0 = k(x - x_0)(\text{点斜式}).y = kx + b(\text{斜截式}).$$

Note: 当直线 l 的倾斜角为 0° 时，$\tan 0^\circ = 0$, 所以方程为:$y = y_0$.
当直线 l 的倾斜角为 90° 时，直线没有斜率，方程为：$x = x_0$

10.2.2 直线的两点式方程

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\text{两点式}\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1\text{截距式} \tag{10.1}$$

10.2.3 直线的一般式方程

$$Ax + By + C = 0$$

10.2.4 两条直线的交点坐标

10.2.5 两点间的距离

$P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 间的距离公式

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

10.2.6 点到直线的距离

点 $P_0(x_0, y_0)$ 到直线 $l : Ax + Bx + C = 0$ 的距离公式为:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

10.2.7 两条平行线的距离

$l_1 : Ax + By + C_1 = 0$ 和 $l_2 : Ax + By + C_2 = 0$ 的距离公式为:

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

第 11 讲 数列

已知等差数列 a_n 的前 11 项的和为 55，去掉一项 a_k 后，余下 10 项的算术平均值为 4. 若 $a_1=-5$，则 k____

A. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{10}=1$ B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ C. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ D. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

第 12 讲 平行四边形

12.1 平行四边形的性质

1. 边：平行四边形的对边相等
2. 角：平行四边形的对角相等
3. 对角线: 平行四边形的对角线互相平分

chen

第 13 讲 浓度问题

13.1 知识点

在百分数应用题中有一类叫溶液配比问题，即浓度问题。如将糖溶于水就得到了糖水，其中糖叫溶质，水叫溶剂，糖水叫溶液。如果水的量不变，那么糖加的越多，糖水就越甜，也就是说糖水甜的程度是由糖（溶质）与糖水（溶液 = 糖+水）二者质量的比值决定的。这个比值就叫糖水的含糖量或糖含量。即：

$$浓度 = \frac{溶质质量}{溶液质量} \times 100\% = \frac{溶质质量}{溶质质量 + 溶剂质量}$$

浓度问题变化多，有些题目的难度较大，计算也比较复杂。要根据题目的条件和问题逐一分析，也可以分步解答，也可以列方程解答。

13.2 例题分析

【例 1】 现有浓度为 20% 的糖水 20 千克，要得到浓度为 10% 的糖水，需加水多少千克？

【例 2】 一容器内有浓度为 25% 的糖水，若再加入 20 千克水，糖水的浓度变为 15%。这个容器内原来含有糖多少千克？

【例 3】 要配制浓度为 20% 的盐水 1000 克，需浓度为 10% 和浓度为 30% 的盐水各多少克？

练习 13.1

第 14 讲 抽屉原理

14.1 知识点

有 3 本书，放在甲乙两个抽屉里，放的方法有以下几种：

甲：3,0,2,1

乙：0,3,1,2

从以上四种情况可以发现：至少有 1 个抽屉放了两本或两本以上的书。

这就是抽屉原理的一个例子。同样，如果有 3 个抽屉，放 4 本或多于 4 本书，至少有 1 个抽屉放 2 本或 2 本以上的书。那么到底什么是抽屉原理呢?

抽屉原理 (1)：把 n+1 个物体（或多于 n+1 个物体），放入 n 个抽屉里去，那么必有一个抽屉里至少放入 2 个物体。

抽屉原理 (2)：把 m×n+1 个物体（或多于 m×n+1 个物体），放入 n 个抽屉里去，那么必有一个抽屉里至少放入了 m+1 个物体。

14.2 例题分析

【例 1】1999 年 1 月出生的任意 32 个孩子中，至少有两个人是同一天出生的。

【例 2】据说人的头发不超过 20 万根，如果陕西省有 3645 万人，根据这些数据，你知道陕西省至少有多少人头发根数一样多吗?

【例 3】一个口袋中有 100 个球，其中红球有 28 个，绿球有 20 个，黄球有 12 个，蓝球 20 个，白球 10 个，黑球 10 个，从袋中任意摸出球来，如果要使摸出的球中，至少有 12 个球颜色相同，那么从袋中至少要摸出多少个球来?

【例 4】六年级有 41 名同学，他们做了 210 只纸鹤，要把这些纸鹤分给全班的学生，是否有人一定能分得到 6 只纸鹤？

【例 5】一个袋子里有一些球，这些球仅只有颜色不同。其中红球 10 个，白球 9 个，黄球 8 个，蓝球 2 个。某人闭着眼睛从中取出若干个，试问他至少要取多少个球，才能保证至少有 4 个球颜色相同？

【例 6】五年级有 47 名学生参加一次数学竞赛，成绩都是整数，满分是 100 分。已知 3 名学生的成绩在 60 分以下，其余学生的成绩均在 75~95 分之间。问：至少有几名学生的成绩相同？

【例 7】在口袋里放着红、蓝、黄三种颜色的小球若干个，如果有 45 个人从袋子里摸取小球，每人只准取 2 个小球，那么这 45 个人中，至少有多少人摸取的球的颜色情形是一样的（不考虑摸出球的顺序）？

【例 8】夏令营组织 200 名营员活动，其中有爬山、参观博物馆和到海滩游玩三个项目。规定每人必须参加一项或两项活动。那么至少有几名营员参加的活动项目完全相同？

【例 9】把 104 块糖分给 14 个小朋友，如果每个小朋友至少分得一块糖的话，那么不

管你怎样分，一定会有两个小朋友分到的糖块数一样多，为什么？

【例 10】 100 名少先队员选大队长，候选人是甲、乙、丙三人，选举时每人只能投票选举一人，得票最多的人当选，开票中途累计，前 61 张选票中，甲得 35 票，乙得 10 票，丙得 16 票。那么，在尚未统计的选票中，甲至少再得多少票就一定能当选？

【例 11】 100 名少先队员选大队长，候选人是甲、乙、丙三人，选举时每人只能投票选举一人，得票最多的人当选，开票中途累计，前 61 张选票中，甲得 35 票，乙得 10 票，丙得 16 票。那么，在尚未统计的选票中，甲至少再得多少票就一定能当选？

第 15 讲 工程问题二

15.1 例题分析

【例 1】一项工程，甲、乙两队合作需 12 天完成，乙、丙两队合作需 15 天完成，甲、丙两队合作需 20 天完成，如果由甲、乙、丙三队合作需几天完成？

【例 2】加工一批零件，甲、乙合作 24 天可以完成。现在由甲先做 16 天，然后乙再做 12 天，还剩下这批零件的 $\frac{2}{5}$ 没有完成。已知甲每天比乙多加工 3 个零件，求这批零件共多少个？

【例 3】一项工程，甲单独完成需 12 天，乙单独完成需 9 天。若甲先做若干天后乙接着做，共用 10 天完成，问甲做了几天？

【例 4】一件工作，甲、乙两人合作 36 天完成，乙、丙两人合作 45 天完成，甲、丙两人合作要 60 天完成。问甲一人独做需要多少天完成？

【例 5】做一批儿童玩具，甲组单独做 10 天完成，乙组单独做 12 天完成，丙组每天可生产 64 件。如果让甲、乙两组合作 4 天，则还有 256 件没完成。现在决定三个组合做这批玩具，需要多少天完成？

【例 6】一项工程，甲、乙单独做分别需要 18 天和 27 天。如果甲做若干天后，乙接着做，共用 20 天完成。求甲、乙完成工作量之比。

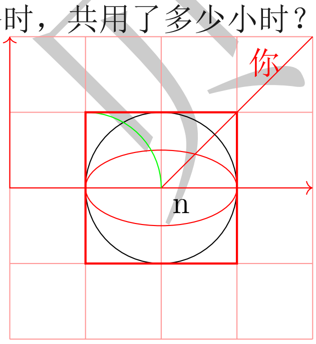
【例 7】 甲、乙两人共同加工一批零件，8 小时可以完成任务。如果甲单独加工，便需要 12 小时完成。现在甲、乙两人共同生产了 $2\frac{2}{5}$ 小时后，甲被调出做其他工作，由乙继续生产了 420 个零件才完成任务。问乙一共加工零件多少个?

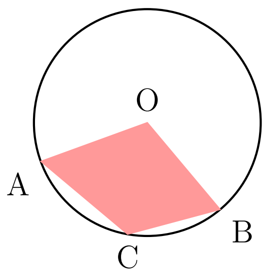
【例 8】 有一个蓄水池，甲、乙两管同时打开，9 分钟注满水池。现在，先打开甲管，10 分钟后，再打开乙管，3 分钟就注满水池。已知甲管比乙管每分钟多注入 0. 6 立方米水，这个水池的容积是多少立方米？

【例 9】 修一段公路，甲队独做要用 40 天，乙队独做要用 24 天。现在两队同时从两端开工，结果在距中点 750 米处相遇。这段公路长多少米?

【例 10】 制作一批零件，甲车间要 10 天完成，如果甲车间与乙车间一起做只要 6 天就能完成。乙车间与丙车间一起做，需要 8 天才能完成。现在三个车间一起做，完成后发现甲车间比乙车间多制作零件 2400 个。问丙车间制作了多少个零件？

【例 11】 一项工程，甲单独做要 12 小时完成，乙单独做要 18 小时完成. 若甲先做 1 小时，然后乙接替甲做 1 小时，再由甲接替乙做 1 小时，两人如此交替工作，问完成任务时，共用了多少小时？





第 16 讲 行程问题之巧用比例

16.1 知识点

行程问题常和比例结合起来，题目虽然简洁，但是综合性强，而且形式多变，运用比例知识解决复杂的行程问题经常考，而且要考都不简单。

我们知道行程问题里有三个量：速度、时间、距离，知道其中两个量就可以求出第三个量。速度 $\times$ 时间 $=$ 距离；距离 $\div$ 速度 $=$ 时间；距离 $\div$ 时间 $=$ 速度。如果要用比例做行程问题，这三个量之间的关系是：

1. 时间相同，速度比 $=$ 距离比；
2. 速度相同，时间比 $=$ 距离比；
3. 距离相同，速度比 $=$ 时间的反比。

16.2 典型例题

【例 1】客车和货车同时从甲、乙两城之间的中点向相反的方向行驶，3 小时后，客车到达甲城，货车离乙城还有 30 千米．已知货车的速度是客车的 3/4，甲、乙两城相距多少千米？

【例 2】甲、乙两车同时从 A、B 两地相向而行，它们相遇时距 A 、B 两地中心处 8 千米，已知甲车速度是乙车的 1.2 倍，求 A、B 两地的距离。

【例 3】甲、乙两车分别从 A 、B 两地同时出发，相向而行，甲车每小时行 48 千米，乙车每小时行 42 千米。当乙车行至全程的 $\frac{7}{20}$ 时，甲车距中点还有 24 千米，A 、B 两地相距多少千米？

【例 4】甲、乙两辆汽车同时从 A、B 两地相向而行，甲行到全程的 $\frac{3}{7}$ 的地方与乙相遇。甲每小时行 30 千米，乙行完全程需 7 小时。求 A、B 两地之间的路程。

【例 5】一列货车和一列客车同时从甲乙两地相向开出，已知客车的速度是货车的速度的 $\frac{2}{3}$，两车相遇时，客车比货车少行 8 千米。求甲、乙两地间的距离。

【例 6】甲、乙两车分别从 A 、B 两地同时出发，相向而行，甲车每小时行 56 千米，乙车每小时行 40 千米。当乙车行至全程的 $\frac{2}{5}$ 时，甲车已超过中点 12 千米，A 、B 两地相距多少千米？

【例 7】甲、乙两人分别从 A、B 两地相向而行，甲行了全程的 $\frac{5}{11}$ ，正好与乙相遇，已知甲每小时行 4.5 千米，乙行完全程要 5.5 小时，求 A、B 两地相距多少千米？

【例 8】客车和货车同时从 A、B 两地相对开出，货车的速度是客车的 $\frac{2}{3}$ 。两车在离两地中点 30 千米处相遇。A、B 两地相距多少千米？

【例 9】甲、乙两车分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，甲车速度是乙车速度的 $\frac{5}{6}$ 当乙车行至全程的 $\frac{2}{5}$ 时，甲车距中点还有 30 千米，A、B 两地相距多少千米？

第 17 讲 图示法解分数应用题

17.1 知识点

图示法就是用线段图（或其它图形）把题目中的已知条件和问题表示出来，这样可以把抽象的数量关系具体化，往往可以从图中找到解题的突破口。运用图示法教学应用题，是培养思维能力的有效方法之一。

图示法不仅可以形象地、直观地反映分数应用题中的“对应量和对应分率”间的关系，启发学生的解题思路，帮助学生找到解题的途径，而且通过画图的训练，可以调动学生思维的积极性，提高学生分析问题和解决问题的能力。

17.2 典型例题

【例 1】 一条鱼重的 $\frac{3}{5}$ 加上 $\frac{3}{4}$ 千克就是这条鱼的重量，这条鱼重多少千克？

【例 2】 一桶油第一次用去 $\frac{1}{5}$，第二次比第一次多用去 20 千克，还剩下 22 千克。原来这桶油有多少千克？

【例 3】 缝纫机厂女职工占全厂职工人数的 $\frac{7}{20}$，比男职工少 144 人，缝纫机厂共有职工多少人？

【例 4】 张亮从甲城到乙城，第一天行了全程的 40%，第二天行了全程的 $\frac{9}{20}$，距乙城还有 18 千米，甲、乙两城相距多少千米？

【例5】 李玲看一本书，第一天看了全书的 $\frac{1}{6}$，第二天看了 18 页，这时正好看了全书的一半。李玲第一天看书多少页？

【例6】 某工程队修筑一条公路，第一周修了这段公路的 $\frac{1}{4}$，第二周修了这段公路的 $\frac{2}{7}$。第二周比第一周多修了 2 千米，这段公路全长多少千米？

【例7】 汽车从学校出发到太湖玩，$\frac{6}{7}$ 小时行驶了全程的 $\frac{3}{4}$，这时距太湖边还有 4 千米。照这样的速度，行完全程共用多少小时？

【例8】 某书店运来一批连环画。第一天卖出 1800 本，第二天卖出的本数比第一天多 $\frac{1}{9}$，余下总数的 $\frac{3}{7}$ 正好第三天全部卖完，这批连环画共有多少本？

【例9】 一辆汽车从甲地开往乙地，第 1 小时行了 $\frac{1}{7}$，第 2 小时比第 1 小时少行了 16 千米，这时汽车距甲地 94 千米。甲、乙两地相距多少千米？

【例10】 水果店购进一批水果，第一天卖了 30%，第二天卖出余下的 50%，这两天共卖出 195 千克。这批水果共多少千克？

【例11】 用绳子测井深，把绳子折成三股来量，井外余 $\frac{4}{3}$ 米，把绳子折成四股来量，井外余 $\frac{1}{3}$ 米，井深多少米？

第 18 讲 二次根式

18.1 二次根式的概念及有意义的条件

18.1.1 概念

一般地，我们把形如 $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 的式子叫做二次根式. "$\sqrt{\ }$" 称为二次根号.

$$\text{两个必备特征}\begin{cases}\text{外貌特征：含有 }\sqrt{\ }\\ \text{内在特征：被开方数 } a \geq 0\end{cases}$$

18.1.2 有意义的条件

1. 单个二次根式如 $\sqrt{A}$ 有意义的条件：$A \geq 0$；
2. 多个二次根式相加如 $\sqrt{A}+\sqrt{B}+\ldots+\sqrt{N}$ 有意义的 $A \geqslant 0, B \geqslant 0, \ldots N \geqslant 0$
3. 二次根式作为分式的分母如 $\frac{B}{\sqrt{A}}$ 有意义的条件：$A > 0$；
4. 二次根式与分式的和如 $\sqrt{A}+\frac{1}{B}$ 有意义的条件：$A \geq 0$且$B \neq 0$.

18.1.3 例题分析

【例 1】下列各式中，哪些是二次根式？哪些不是？

(1).$\sqrt{32}$　　(2).6　　(3).$\sqrt{-12}$　　(4).$\sqrt{-m}(\leqslant 0)$

(5).$\sqrt{xy}$(x,y 异号)　　(6).$\sqrt{a^2+1}$　　(7).$\sqrt[3]{5}$

【例 2】当 x 是怎样的实数时, 下列在实数范围内有意义?

(1).$\sqrt{x-2}$　　(2).$\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$　　(3).$\dfrac{\sqrt{x+3}}{x-1}$

(4).$\sqrt{-x^2+2x-1}$　　(5).$\sqrt{-x^2-2x-3}$

18.1.4 习题

1. 下列各式：$\sqrt{3}, \sqrt{-5}, \sqrt{a^2}, \sqrt{x-1}(x \geqslant 1), \sqrt[3]{27}, \sqrt{x^2+2x+1}$ 一定是二次根式的个数有 (　　)

   A. 3 个　　B. 3 个　　C. 5 个　　D. 6 个
2. 若式子 $\sqrt{\dfrac{x-1}{2}}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是
3. 若式子 $\dfrac{1}{x-2}+\sqrt{x}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是

18.2 二次根式的性质

二次根式的实质是表示一个非负数（或式）的算术平方根. 对于任意一个二次根式 $\sqrt{a}$ ，我们知道：

1. a 为被开方数，为保证其有意义，可知 $a \geq 0$;
2. $\sqrt{a}$ 表示一个数或式的算术平方根，可知 $\sqrt{a} \geq 0$.
3. $(\sqrt{a})^2 = a(a \geqslant 0)$
4. $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geqslant 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

18.2.1 例题分析

【例 3】计算：

(1).$(\sqrt{\frac{4}{7}})^2$　　(2).$(4\sqrt{3})^2$

(3). $\sqrt{(-5)^2}$　　(4).$-\sqrt{(-\frac{1}{7})^2}$

【例 4】实数 a, b 在数轴上对应的点位置如图所示，化简 $|a| + \sqrt{(a-b)^2}$ 结果为

图 18.1

【例 5】若 $|a-2| + \sqrt{b-3} + (c-4)^2 = 0$，求 $a-b+c$ 的值.

【例 6】已知 $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+8$, 求 $3x+2y$ 的算术平方根.

【例 7】已知 a，b 为等腰三角形的两条边长，且 a，b 满足 $b=\sqrt{3-a}+\sqrt{2a-6}+4$，求此三角形的周长

18.2.2 练习

1. 已知 $|3x-y-1|$ 和 $\sqrt{2x+y-4}$ 互为相反数，求 $x+4y$ 的平方根.

2. 下列式子中，不属于二次根式的是

   A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{a^2}$　　C. $\sqrt{-7}$　　D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

3. 式子 $\dfrac{-2}{\sqrt{3x-6}}$ 有意义的条件是

   B

   A. $x>2$　　B. $x\geq 2$　　C. $x<2$　　D. $x\leqslant 2$

4. 当 a 是怎样的实数时，下列各式在实数范围内有意义？

   (1)$\sqrt{a-1}$　　(2)$\sqrt{2a+3}$　　(3)$\sqrt{-a}$　　(4)$\sqrt{\dfrac{2}{5-a}}$

5. 若二次根式 $\dfrac{\sqrt{m-2}}{|m^2-m-2|}$ 有意义，求 m 的取值范围

6. 无论 x 取任何实数，代数式 $\sqrt{x^2+6x+m}$ 都有意义，求 m 的取值范围.

7. 若 x，y 是实数，且 $y<\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}+\frac{1}{2}$, 求 $\dfrac{|1-y|}{y-1}$ 的值

8. 当 x 为何值时，$\sqrt{x(x-1)}$ 有意义？

9. 当 x 为何值时，$\sqrt{\dfrac{x-2}{2x+1}}$ 有意义？