

人人公共主页: <http://page.renren.com/601172904?id=601172904>

ACM\_DIY QQ 群:

151934295

### A. Abor's Problem

计算每个人的成为 "abor" 的期望

假设一个人  $x$  认识  $C$  个人,那么首先如果他是"abor", 必须满足

(1) 性别为男

(2) 认识的人中, 至少有  $m$  个 MM

于是这个期望就是

$$E = (0.5) * \text{pow}(0.5, C) * \{C(C, m) + C(C, m+1) + \dots + C(C, C)\}$$

累加即可

复杂度  $O(n^2)$

### B. Closest Number

题意: 找距离最近的小于  $a[i]$  的数字, 距离相同, 选左边的。

用一个类似栈的方法维护就行了。

比如现在从左到右扫, 现在栈里是, 1, 3, 4, 5,  $a[i]$  是 2. 那么栈里 3, 4, 5 弹出, 2 进去。

因为右边其他数字, 都是 2 离得更近。3, 4, 5 已经没意义了。

这个方法左边右边各扫描一下就好了。

### C. Construct The Graph

利用 2 进制构造

构造形如一条链的图

例如

$A=B-C$  其方案数为 2 种 (等号代表 2 个边~)

如果要将方案数 乘 2

那么只需要添加一个节点 D

$D=A=B-C$

如果是 乘 2 以后加 1, 那么是

$D=A=B-C$

|  
|

其中  $D \rightarrow C$  的距离等于最短路( $D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ )

于是需要用  $\log n$  个节点和  $\log n$  条边~

### D. Crop Circle

本题利用了圆和圆之间的关系:

如果一个圆套住了另外一个圆, 那么可以等价为一个树上的一条边!

于是本题的  $m$  条信息是给定了度数的信息,

(0) 如果给出的  $y$  值不合理, 则不存在;

(1) 当给出的信息矛盾时, 则不存在;

(2) 由于最终的结果可能是多棵(子)树,因此将外面的无穷大的平面看成了一个新的“大圆”。于是新的树拥有  $n+1$  个节点;

(3) 我们知道  $n+1$  个节点的树,其每个节点的度数和为  $2(n+1)-2=2n$ ,而最终“大圆”的度数必须严格大于 0,同时不能太小!

我们知道“大圆”的度数就是无穷大平面数下去能数到几个圆,对于每一个合法的  $y$ ,由于这  $y$  个圆都在某个圆里面,所以这  $y$  个圆肯定不在“大圆”内。

于是就可以得到最终“大圆”的度数的一个区间。判断即可

### E.How Many Nodes

假设每个线段树的节点被覆盖作为事件  $I_i$ , 其中  $i$  为节点的编号, 那么

$$E(\text{节点被覆盖的数目}) = \sum \{ E(I_i) \}$$

下面考虑  $E(I_i)$  的计算方法:

- (1) 对于一个节点  $[l, r]$ , 如果它是根, 则只可能有一种, 那就是查询全区间才能覆盖它;
- (2) 对于一个节点  $[l, r]$ , 如果它是某个节点的左孩子, 那么覆盖这个节点的区间:
  - (a) 左端点随便选,  $0 \sim l$  都可以
  - (b) 右端点可以选择  $r \sim Fr-1$ , 其中  $Fr$  是它的父亲的右端点(如果选了父亲右端点以及其右边的, 那么就覆盖了它的父亲, 就不是覆盖这个节点了~)
- (3) 对于一个节点  $[l, r]$ , 如果它是某个节点的右孩子, 那么覆盖这个节点的区间:
  - (a) 左端点选,  $Fl+1 \sim l$  都可以,  $Fl$  是其父亲的左端点(如果选了父亲左端点以及其左边的, 那么就覆盖了它的父亲, 就不是覆盖这个节点了~)
  - (b) 右端点可以选择  $r \sim n$

### F. Lhxb

首先采用倒序思想, 则删除点就变为添加点.

方法 1:

注意到每个点往右的视角其实被它右边的点形成的上凸包所限制(左边同理), 那么我们用线段树维护凸包。其中线段树代表  $[l, r]$  的节点就用平衡树维护  $[l, r]$  的凸包。

对于每次添加操作, 在  $O(\log N)$  个线段树节点中维护新的凸包, 每次维护还需要  $O(\log N)$  的二分, 复杂度  $O(\log^2 N)$ 。

对于每次询问操作, 在点的右边(左边同理)的  $O(\log N)$  凸包中对于每个凸包都二分答案, 最后取最优值, 复杂度  $O(\log^2 N)$ 。

总复杂度  $O(N \log N + Q \log^2 N)$ 。(标程)

方法 2:

对于时间分治, 把问题转化为静态版。此时从左向右扫描, 用栈维护即可。

最终复杂度  $O(N + Q \log^2 N)$ 。

### G.Multiplication Table

显然要求的是一个 Abel 群。根据 Abel 群分解定理, 每个有限 Abel 群均能分解成一些循环子群的直和。

由于本题的附加条件非常松, 我们可以认为对于所有  $n$ , 均存在与  $n$  阶循环群同构的答案。然后就是要求一个映射。这个就可以搜了(因为我不知道我搜的方法对不对, 所以这里就不说了 ==)。

$n$  为一些特殊值时候的构造(如果不知道, 不影响做出本题):

1.  $n+1$  为素数 这个时候直接令  $i*j=ij\%(n+1)$ 即可。
  2.  $2n+1$  为素数 这个时候直接令  $i*j=\min(ij\%(2n+1), 2n+1-ij\%(2n+1))$ 即可。
- 证明均是简单的。
- 可能  $n$  为其他值的也能构造，不过我不会。

搜索的话对于 34, 37, 38, 跑得比较慢。这个打表就可以了。当然也可以手造。如果知道只要构造出一个与循环群同构的群，手造速度还是非常快的。可以使用程序配合手造。

我的非打表程序对于 40 个点总共跑了不到 1 分钟，代码不到 2KB。

## H.Number Theory

$$n^{(2n)}+n^m=a\pmod{p}$$

若  $m=0$ ，则  $n^m=1, n^{(2n)}=a-1 \pmod{p}$   
 若  $a-1$  不是模  $p$  的二次剩余，则显然无解；  
 否则我们只要解  $n^n=\sqrt{a-1} \pmod{p}$   
 若  $a-1=0$ ，那么  $n=0 \pmod{p}$ ；  
 否则令  $n_0=p$  的某个原根，解出  $n_0^x=\sqrt{a-1} \pmod{p}$   
 这样我们有方程组  $n=n_0 \pmod{p}$  和  $n=x \pmod{(p-1)}$ ，CRT 合并即可

若  $m \geq 1$ ，我们随机原根  $n_0$ ，直到  $a-n_0^m$  是模  $p$  的二次剩余，然后可以用之前的方法解；  
 我们来考虑有解的概率 (这段纯粹的 YY，完全不严谨)  
 是否二次剩余我们大致可以看成概率  $1/2$ 。  
 对于每个  $n_0$ ， $x^m=n_0^m$  的解在模  $p$  的剩余系内不超过  $m$  个。  
 而  $p$  的原根有恰好  $\phi(p-1)$  个  
 因此我们可以得到  $\phi(p-1)/m$  个不同的数，  
 它们都不是模  $p$  的二次剩余的概率是  $(1/2)^{(\phi(p-1)/m)}$   
 $\phi(p-1) > p/4$   
 因此在  $p$  很大的时候，几乎可以保证总是有解  
 我找到的最大的  $m \geq 1$  的无解情况， $p$  是 241

## I.Sequence Transformation

定义  $S_i = \sum A[i]$   
 那么每次操作，就是对于  $S[]$  这个数组的 相邻 2 个元素(这 2 个元素表示的是和)做交换操作  
 于是判定性问题很容易的可以通过对  $A, B$  的和  $S$  数组判定是否相同(前提是 2 个数组的和相同)

## J.Shortest Path

题意：给定  $n$  个点， $m$  条边，求最短的经过所有边至少一次的路径。

说白了，该题的意思就是一笔划通过所有边至少一次。先统计所有的点的度数并累加所有边，所有的偶数度节点不必管，奇数度节点额外考虑。因为一笔划的情况奇数度节点只会有 0 个或者 2 个。所以接下来的奇数度节点用经过 floyd 预处理后的图矩阵，状态压缩 dp 下就

行了。floyd 的处理后，顺便可以判连通。