디지털논리회로1 Project Report

Project 제목: Quine-McCluskey

제출기한:

2023년 04월 07일 (금)

~

2023년 04월 22일 (토)

학 과: 컴퓨터정보공학부

담당교수: 유지현 교수님

실습분반: 화,목 1,2교시

학 번: 2018202065

성 명: 박 철 준

Problem statement

■ 제목

Quine-McCluskey

■ 사전 지식

콰인-매클러스키 알고리즘(Quine-McCluskey algorithm)은 논리식을 최소화하는 알고리즘이다. 내부적으로는 카노 맵과 동일하지만, 그림을 그려서 맞추는 카노 맵과 달리 표를 사용하기 때문에 컴퓨터에서 쉽게 돌릴 수 있다. 또한 논리함수의 최소 형태를 결정론적으로 구할 수 있다.

알고리즘은 다음 두 단계로 구성된다.

주어진 함수의 후보항(Prime Implicants)들을 모두 구한다. 후보항들을 이용해서 후보항 표에서 필수항(Essential Prime Implicant)을 구한다.

■ 프로젝트 목적

퀸 맥클러스키 방법을 활용하여 prime implicant와 essential prime implicant를 찾고 논리식을 간소화하여 SOP를 찾고 그 SOP의 최소 cost를 찾는 프로그램을 만든다.

■ 프로젝트 기능

- 1. QM알고리즘을 사용하여 주항(Prime Implicants)을 찾는다. 방법은 테이블을 만들어 row는 true minterm과 don't care minterm을 나열하고 column은 단계별로 나누어 minterm들 중 hamming distance가 1인 minterm들을 찾아 다른 부분을 '-'로 대체하여 다음 단계로 넘긴다. 조합이 된 minterm들은 pls 집합에서 제외하고 조합이 되지 못해 체크가 되지 못한 mintem은 pls(prime implicants)가 된다. 해당 과정을 column1, column2 등 단계별로 수행하고 조합이 되지 않는 column 단계를 발견하였을 시 이를 끝낸다.
- 2. 주항(pls)들을 가지고 필수 주항(essential plime implicant 줄여서 epls)를 찾는다 방법은 테이블을 구성하는데 row는 pls column은 true minterm들로 구성하여 pls가 커버하는 true minterm을 찾는다. true minterm 중 단 한계의 pl과 만족하는 pl은 필수 주항이 되며 여러개의 true minterm을 만족하는 pl의 경우 그 조합을 잘 맞추어 가장 적은 pls를 이루는 경우가 필수 주항이 된다.
- 3. 이후 찾은 필수 주항을 SOP로 구성하고 그에 따른 사용한 transistor 수를 구하는데 이때 가장 적은 cost를 구한다.

■ 프로그램 예외처리

- 1. input_minterm.txt 파일을 열지 못한 경우. 오류 메시지를 출력하고 프로그램을 종료 하다.
- 2. input_minterm.txt에서 input의 개수를 입력하지 않은 경우. 오류 메시지를 출력하고 프로그램을 종료한다.
- 3. result.txt 파일을 열지 못한 경우. 오류 메시지를 출력하고 프로그램을 종료한다.

- 4. 예를 들어 input의 개수가 4개이면 d XXXX혹은 m XXXX의 형식을 만족해야 하는데 만족하지 못한 경우 오류 메시지를 출력하고 프로그램을 종료한다.
- 5. Ture minterm을 받지 않은 경우 오류 메시지를 출력하고 프로그램을 종료한다.

■ 프로그램 사용방법

Input format File name: input_minterm.txt		Output format		
		File name: result.txt		
4 d 0000 m 0100 m 0101 m 0110 m 1001 d 0111 d 1101 d 1111	// input bit length // don't care value // input having the result with true	01 1-01 1010 Cost (# of transistors): 40		

input_minterm.txt를 생성하여 첫줄에는 bit_num의 개수 이후 true minterm 과 don't care minterm을 그림과 같이 입력한다. 이후 실행하면 result.txt를 열어보면 간소화된 SOP와 Cost를 알 수 있다.

- Pseudo code and Flow chart
 - Pseudo code
 - ▶ main 함수

```
Int | = 1;
Int | eminister = 0;
Int terminater = 0;
Int terminate
```

▶ FindPrimeImplicant함수

▶ FindEssentialPrimeImplicant 함수

▶ SumOfProduct 함수

```
### SEMPROMER(Clare* scored) all_crime_incitions in thou, int termshore, chains Turnshores)

#### SEMPROMER (Clare* scored) all_crime_incitions in the incitions in the incitions in the incitions in the incitions in the incition incitions in the incition incition in the inciton in the inciton
```

▶ Output_Result 함수

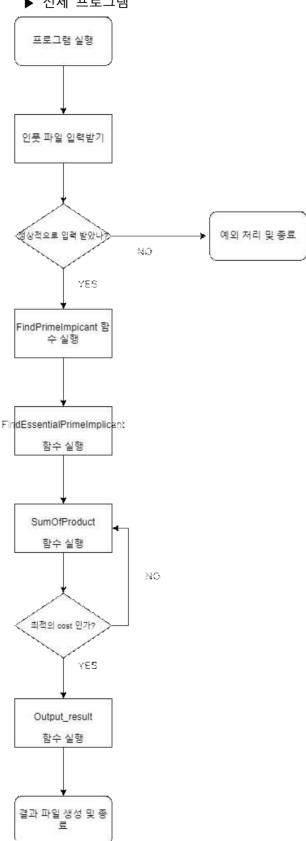
```
void Output_Result(char** Best_Essential_Prime_Implicant, int Best_Cost)

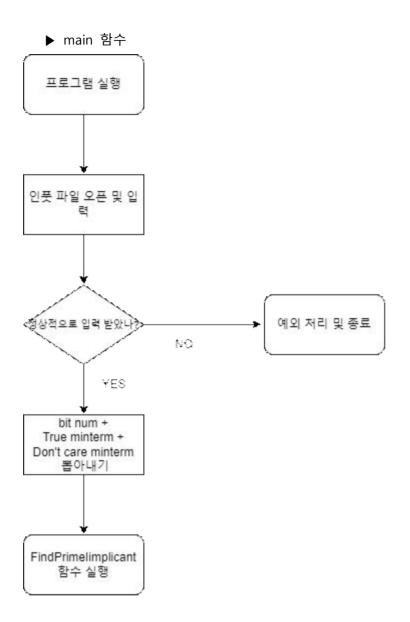
{
    /*가장 베스트 필수 주항과 베스트 코스트를 받아 파일 및 cmd에 출력하는 함수*/
    ofstream fout://아웃풋스트림 클래스 변수 fout을 선언한다.
    fout.open("result.txt");//"result.txt"파일을 연다.
    if (!fout.is_open())

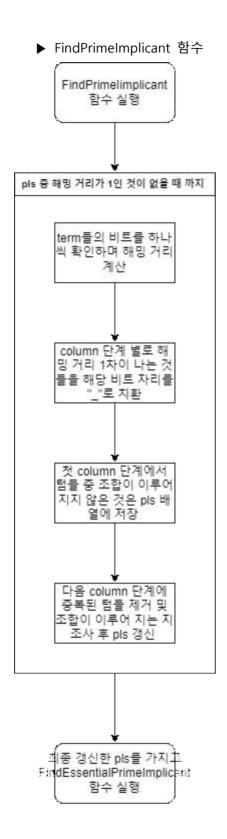
{
        cout < "파일을 열지 못하였습니다." << endl;//파일을 여는것에 실패한경우를 위한 예외처리
        return;
    }
    cout << "result: ";
    cout << endl;
    for (int i = 0; *Best_Essential_Prime_Implicant[i] != '#0'; i++)
    {
        cout << endl << endl;
        for (int i = 0; *Best_Essential_Prime_Implicant[i] != '#0'; i++)
        {
        fout << endl << endl;
        for (int i = 0; *Best_Essential_Prime_Implicant[i] << endl;
        }
    }
    cout << "Cost (# of transistors): ";
    cout << "Cost (# of transistors): " << Best_Cost;
    fout << endl << endl;
    fout << "Oost (# of transistors): " << Best_Cost;
        cout << "프로그램 성공적으로 작동하였습니다. 결과파일을 열어보십시오." << endl;
        return;
}
```

■ Flow Chart

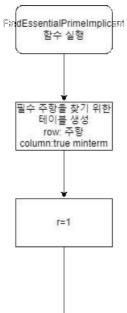
▶ 전체 프로그램

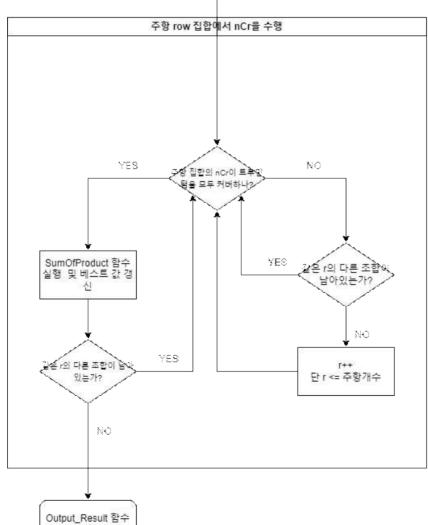






▶ FindEssentialPrimeImplicant 함수

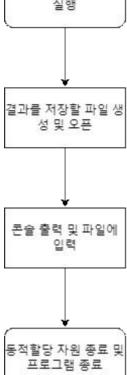




실행

▶ SumOfProduct 함수 SumOfProduct 함수 실행 각 텀의 비트를 하나씩 확인하여 not gate 개수 파악 ंट 에 조사한 팀에써 ≟ 은 위치에서 사용한 not gate가 있었나? YES NO 중복 not gate 개수 줄 이기 AND gate 개수 파악 ← OR gate 개수 파악 트랜지스터 개수 계산 트랜지스터 개수 리턴 및 종료

Output_result 함수 Output_Result 함수



- Verification strategy & corresponding examples with explanation
- 주항 찾기 알고리즘 검증 전략 및 상응하는 예시에 대한 설명 인풋 파일에 있는 minterm을 배열 포인터에 저장한다. 제안서에 있는 인풋으로 예를 들 어 설명하면 다음과 같은 형태의 배열이 형성될 것이다.

0	0	0	0
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
0	1	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

해당 배열을 구성하여 해밍 거리를 계산하기 편하게 되었다. 이후 minterm의 개수 만큼 for문을 돌며 각각의 비트 자리를 비교해 가며 해밍 거리를 계산한다. 해밍 거리가 1차이 나는 텀들이 있음이 확인 하고 해당 부분을 "_"로 치환한 후 다음 따로 위의 배열처럼 저장한다. 또한 조합이 이루어지지 않은 부분은 다음단계에서도 조합이 이루어지지 않기 때문에 배열에 저장한다. 이후 재귀적 방식으로 해당 배열을 위의 단계를 다시한번 거친다. 이후 생성된 배열의 경우 아래와 같다.

1	0	1	0
0	_	0	0
0	1	0	_
0	1	_	0
0	1	_	1
_	1	0	1
_	1	1	1
1	1	_	1

해당 배열에서 해밍 거리 1인 부분을 찾고 조합을 이루 지못한 부분을 찾아 다시 배열에 저장하여 재귀적 방식으로 함수를 다시 실행하면 최종적으로

1	0	1	0
0	_	0	0
_	1	1	1
0	1	_	_
_	1	_	1

더는 해밍 거리가 1인 부분이 존재하지 않기 때문에 해당 배열이 주항들에 대한 배열이다.

■ 필수 주항 찾기 알고리즘 검증 전략 및 상응하는 예시에 대한 설명 위의 예시에서 찾은 주항을 가지고 필수 주항을 찾는 알고리즘에 대해 말하면 다음과 같 다. 먼저 row : 주항, column : true minterm에 대한 테이블을 생성한다. 이는 아래와 같 다.

	0100(0번째)	0101(1번째)	0110(2번째)	1001(3번째)	1010(4번째)
1010 (0번째)					
0_00 (1번째)					
1_01 (2번째)					
01 (3번째)					
_1_1 (4번째)					

해당 테이블에서 트루 민텀을 커버하는 주항을 1로 표시하고 못하는 부분을 0으로 표시하면 아래와 같다.

	0100(0번째)	0101(1번째)	0110(2번째)	1001(3번째)	1010(4번째)
1010 (0번째)	0	0	0	0	1
0_00 (1번째)	1	0	0	0	0
1_01 (2번째)	0	0	0	1	0
01 (3번째)	1	1	1	0	0
_1_1 (4번째)	0	1	0	0	0

여기서 이번 프로젝트에서 사용한 핵심 알고리즘이 구현되는데 이는 다음과 같다. 위의 테이블에서 n개의 row중 r개를 뽑아 각 column의 1의 위치를 파악했을 시 즉 nCr 즉 조합을 사용하여 각 column이 1을 가지고 있는 것을 확인한다. 각 컬럼이 모두1을 가지고 있음을 확인한다면 이는 필수 주항이 될 후보가 된 것이다. 이를 증명할 수 있는 이유는 위의 예시로 설명하면 4C1의 경우에서 차근차근 선택하는 r의 개수를 늘려가며 조합 각각을 확인했을 시 발견되는 조합의 경우 가장 적은 SOP의 Bool식으로 표현이 가 능하기 때문이다. 여기서 논리를 조금 보충하면 만약 r을 차근히 증가해 가며 발견한 트 루민텀을 커버하는 SOP를 발견한 경우 해당 r에 대한 다른 만족하는 조합이 있을 수 있 다. 이러한 경우는 필수 주항을 못찾은 경우와 필수주항이 커버하는 트루민텀을 제외하 고 주항 중 가장 적합한 것을 선택하는 경우인데 이러한 경우 해당 크기의 r에 대한 조 합의 경우들 중 최소의 Cost를 가지는 SOP를 선택하면 된다. SOP를 찾은 이후 r을 증가 시켜 더 큰 SOP의 조합을 볼 필요가 없기 때문에 break 문을 써서 조합을 찾는 for문을 종료시켜 불필요한 반복을 하지 않음으로 프로그램 실행 속도도 향상 시킬 수 있다. 예 를 들어 위의 테이블에서 가장 먼저 발견되는 필수 주항 예비 후보는 5C3 조합에서 0번 째, 2번째, 3번째이다 해당 SOP의 트랜지스터 사용개수 COST를 구하고 이를 저장하고 5C3의 다른 조합을 볼 것인데 해당 하는 조합이 나오지 않는다. 이후 5C4를 하지 않고 반복을 종료하여 최종 pls와 cost를 구하게 된다.

■ SOP에 대한 최적의 Cost 찾는 알고리즘 검증 전략 및 상응하는 예시에 대한 설명 SOP 각각의 텀을 비트단위로 나누어 가장 먼저 NOT 게이트 사용 여부를 확인한다. 여기서 핵심 알고리즘은 NOT 게이트 다른 텀들도 같은 위치에서 사용이 가능하다는 것이다. 그렇기 때문에 각 텀의 비트를 확인하여 0일 경우 NOT 게이트 사용 개수를 증가 시키지 말고 해당 위치에서 NOT게이트가 사용되었는 지 확인한다. 예를들어 A'BC'D+A'BCD 라는 SOP에서 A의 경우 NOT 게이트를 한번만 사용할 수 있다는 것이다. 이후 SOP의 각비트의 개수를 통해 사용한 AND게이트를 구하기 위해 NAND 게이트로 가정하여 트랜지스터를 개산하게 되면 NAND게이트의 인풋의 갯수에 두배로 트렌지스터의 개수(예를들어 2인풋인 경우 트랜지스터 4개 3인풋인 경우 트랜지스터 6개)가 늘어나게되고 최종적으로 구한 트랜지스터개수에 NOT게이트 트랜지스터 2개를 더하여 구한다. 이후 최종 epls의 갯수가 NOR게이트의 인풋의 갯수가 됨으로 인풋의 갯수에 두배로 트렌지스터의 개수(예를들어 2인풋인 경우 트랜지스터 4개 3인풋인경우 트랜지스터 6개)가 늘어난다. 이후 마찬가지로 OR게이트를 위해 NOT게이트 트랜지스터 2개를 더하여 구한다.

- A testcase that I think it is very hard to solve
 - f (A,B,C,D,E,F,G) = \sum m(64, 65, 69, 71, 74, 78)+ \sum d(79)

비트 개수가 7개이며 필수 주항이 커버하는 트루 민텀을 제외하고 주항 중 가장 적합한 것을 선택하는 경우인데 필수 주항을 찾는 알고리즘을 조합의 경우로 구했기 때문에 해당 부분이 잘 나타나는지 확인해 볼 수 있다.

Column1	Column2	Column3
1000000	100000_ *	
1000001	1000_01 *	
1000101	10001_1 *	
1001010	1001_10 *	
1000111	100_111 *	
1001110	100111_ *	
1001111		

	1000000	1000001	1000101	1001010	1000111	1001110
100000_	Х	Х				
1000_01		Х	X			
10001_1			X		Х	
1001_10				X		Х
100_111					Х	
100111_						Х

 $f = 100000_{+}10001_{-}1+1001_{-}10$, f = AB'C'D'E'F'+AB'C'D'EG+AB'C'DFG'6-input and gate(14)*3 + 3-input or gate(8) + not gate(2)*6 = 42+8+12 = 62

input_minterm.txt - Windows 메모장

파일(F) 편집(E) 서식(O) 보기(V) 도움말(H)

7

m 1000000

m 1000001

m 1000101

m 1001010

m 1000111

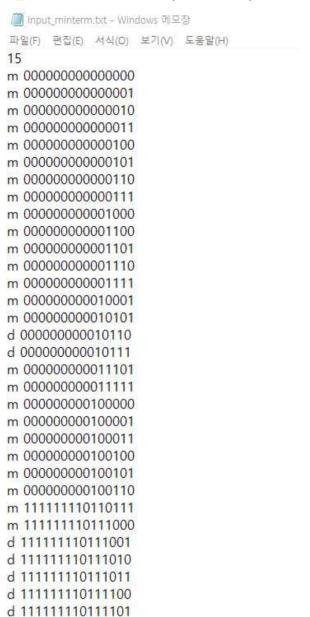
m 1001110

d 1001111



파일(F) 편집(E) 서식(O) 보기(V) 도움말(H) 100000_ 10001_1 1001_10

Cost (# of transistors): 62 결과가 잘 출력됨을 알 수 있다. ■ bit의 개수가 10개이상(15개인 경우) + 30개 이상의 minterm을 입력받은 경우



result.txt - Windows 메모장

Cost (# of transistors): 328

프로그램 실행 속도가 작은 비트 사이즈 예시보단 조금 더 걸렸지만 결과를 만들어 낼수 있음을 알 수 있다. 또한 결과의 주항들이 트루 민텀을 커버함을 알 수 있다.