#### МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС

#### "ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ" НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ УКРАЇНИ “КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

#### ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА **№2**

З КУРСУ "ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ"

**ТЕМА: «Відновлення функціональних залежностей по дискретно заданим вибіркам»**

#### Виконали: студенти 4-го курсу

#### Лупа А., КА-31

#### Чепига Ю., КА-33

#### Нестеренко В., КА-34

#### Мельник Ю., КА-31

#### Прийняла: Панкратова Н.Д.

#### Київ 2016

Зміст

[1.Постановка задачі 3](#_Toc465633574)

[2.Теоретичні відомості 3](#_Toc465633575)

[2.1 Третій рівень ієрархії 4](#_Toc465633576)

[2.2Другий рівень ієрархії 5](#_Toc465633577)

[2.3Перший рівень ієрархії 6](#_Toc465633578)

[2.4.Перерахунок коефіцієнтів отриманих многочленів через зворотні формули нормування 6](#_Toc465633579)

[2.5Похибка оцінювання 7](#_Toc465633580)

[3.Розв’язання задачі 7](#_Toc465633581)

[3.1.Нормалізація вхідних даних 7](#_Toc465633582)

[3.2. Нормалізація значень цільових функцій 7](#_Toc465633583)

[3.3. Метод градієнтного спуску для розв’язку НСЛР 8](#_Toc465633584)

[3.4.Підбір степенів поліномів 9](#_Toc465633585)

[4.Приклад роботи програми 10](#_Toc465633586)

[Робота алгоритму на власній вибірці 16](#_Toc465633587)

[Висновок 18](#_Toc465633588)

[Список використаної літератури 19](#_Toc465633589)

[Додаток А. Результати роботи програми 20](#_Toc465633590)

# 1.Постановка задачі

#### Відомо, що 4 цільові функції 𝑌1, 𝑌2 залежать від трьох змінних , ,

#### Безпосередньо вигляд функцій невідомий, але задані значення змінних і відповідні значення цільових функцій на вибірці q0 ∈ [1; 50]

#### Цільові функції враховують невизначеності цілей 𝑥1, взаємодії 𝑥2 і ситуаційну

#### невизначеність 𝑥3.

#### Необхідно для кожної цільової функції 𝑌𝑖 визначити вигляд апроксимуючої Ф𝑖.

# 2.Теоретичні відомості

#### Апроксимуючі функції будуються у вигляді ієрархічної багаторівневої системи моделей.

#### На першому рівні визначається залежність функцій наближення (апроксимуючих) від змінних загалом:

*i* (*x*1, *x*2 , *x*3 )  *ci*1*i*1 (*x*1 )  *ci*2*i*2 (*x*2 )  *ci*3*i*3 (*x*3 )

#### На другому визначається залежність функцій наближення від кожної зі змінних зокрема. Для цього для кожного з доданків фунцій наближення обирається клас узагальнених поліномів:

#### На третьому ієрархічному рівні визначаються структура і компоненти функцій , , .

#### Функції формуються у вигляді поліномів, аналогічно до другого рівня:

*i* = 1÷4

#### Отже, структура побудови апроксимуючих функцій виглядає наступним чином: 1,2 ,3  *i*1,*i*2 ,*i*3  *i*

Розглянемо кожний з рівнів ієрархії окремо.

\*Попередньо потрібно зазначити, що вихідні значення цільових функцій і змінних були для зручності пронормовані.

## 2.1 Третій рівень ієрархії

На даному етапі потрібно визначити вигляд поліномів . Для цього потрібно обрати їх степінь . Cкладність цього завдання полягає у наступному. Зі збільшення степеню підвищується точність апроксимації цільових функцій функціями наближення. Але одночано збільшується й обсяг обчислень. Задача оптимізації зі знаходження степенів поліномів *p j*1 , *p j* 2 , *p j* 3 вирішується емпіричним шляхом.

На наступному кроці на основі чебишевської задачі наближення бузпосередьо формуємо поліноми :

1. Знаходимо два вектори . Вони знаходяться із системи лінійних рівнянь

*A*  *bi*  0

Можна вирішувати систему двома шляхами, але у даній роботі лінійна система вирішується у тому вигляді у якому вона записана.

Загальна структура векторів **

Матриця А.

Структура першого рядка

𝑎

обраний вигляд поліному степеня а.

1. Формування матриці *b*1 ,*b*2

Формувати матрицю можна двома шляхами, але у даній роботі вона формується наступним чином:

 визначається середнім арифметичним значенням

#### ,

#### Отже, визначаємо вигляд поліномів

*i* = 1÷4

,, - Зміщені поліноми Чебишева

#### і переходимо до другого рівня ієрархії.

## 2.2Другий рівень ієрархії

#### Аналогічно до третього рівня ієрархії на основі чебишевської задачі наближенняю

Безбосередньо для визначення функцій 1*i*,2*i*,3*i* потрібно визначити вигляд матриці

Матриця знаходиться для кожної з функцій окремо і на основі наступних міркувань:

При реалізації потрібно розв’язувати лінійні рівняння.

## 2.3Перший рівень ієрархії

На заключному етапі формування системи моделей визначаємо множину апроксимуючих функцій 

Де  

#### Для цього потрібно на основі чебишевської задачі наближення відшукати матрицю

## 2.4.Перерахунок коефіцієнтів отриманих многочленів через зворотні формули нормування

Поліном степені Р від нормованого значення:

## 2.5Похибка оцінювання

#### Величина похибки оцінювання цільових функцій визначалася наступним чином:

# 3.Розв’язання задачі

## 3.1.Нормалізація вхідних даних

## 3.2. Нормалізація значень цільових функцій

## Метод градієнтного спуску для розв’язку НСЛР

#### Задана СЛР:

#### Ax=b

#### Нехай 𝐴 – симетрична, додатно визначена квадратна матриця. Потрібно мінімізувати квадратичну форму

#### Маючи наближення на 𝑖 − тому кроці 𝑥𝑖 вибирають напрямок 𝑣𝑖 та знаходять число 𝛼𝑖 таким чином, щоб новий вектор

#### був мінімумом функції Q(𝑥) на лінії 𝑥𝑖 + 𝛼𝑖𝑣𝑖 , 𝛼 𝜖 ℝ .

#### Метод градієнтного спуску заснований на напрямку 𝑣𝑖, який отриманий із градієнту функції Q(𝑥) в точці 𝑥𝑖. Варто зазначити, що похибка на 𝑖 − й ітерації обчислюється як r𝑖 = b − 𝐴𝑥𝑖, а сама ітераційна формула має вигляд:

#### де r𝑖 являє собою напрямок 𝑣𝑖, а коефіцієнт 𝛼𝑖 вибирається із умови мінімізації

#### Q(𝑥) вздовж антиградієнта.

#### За визначенням, цей метод мінімізує �(𝑥𝑖) на кожному кроці. Умова зупинки алгоритму: ‖r𝑖‖ < ℇ .

#### Оскільки необхідною умовою цього методу є симетричність та додатна визначеність матриці 𝐴, то для розв’язання отриманої НСЛР зробимо наступне.

#### Нехай дане рівняння 𝐴𝑥 = b. Помножимо ліву та праву частину на 𝐴𝑇, розв’язок рівняння при цьому не зміниться, але при цьому отримаємо додатно визначену квадратну симетричну матрицю .

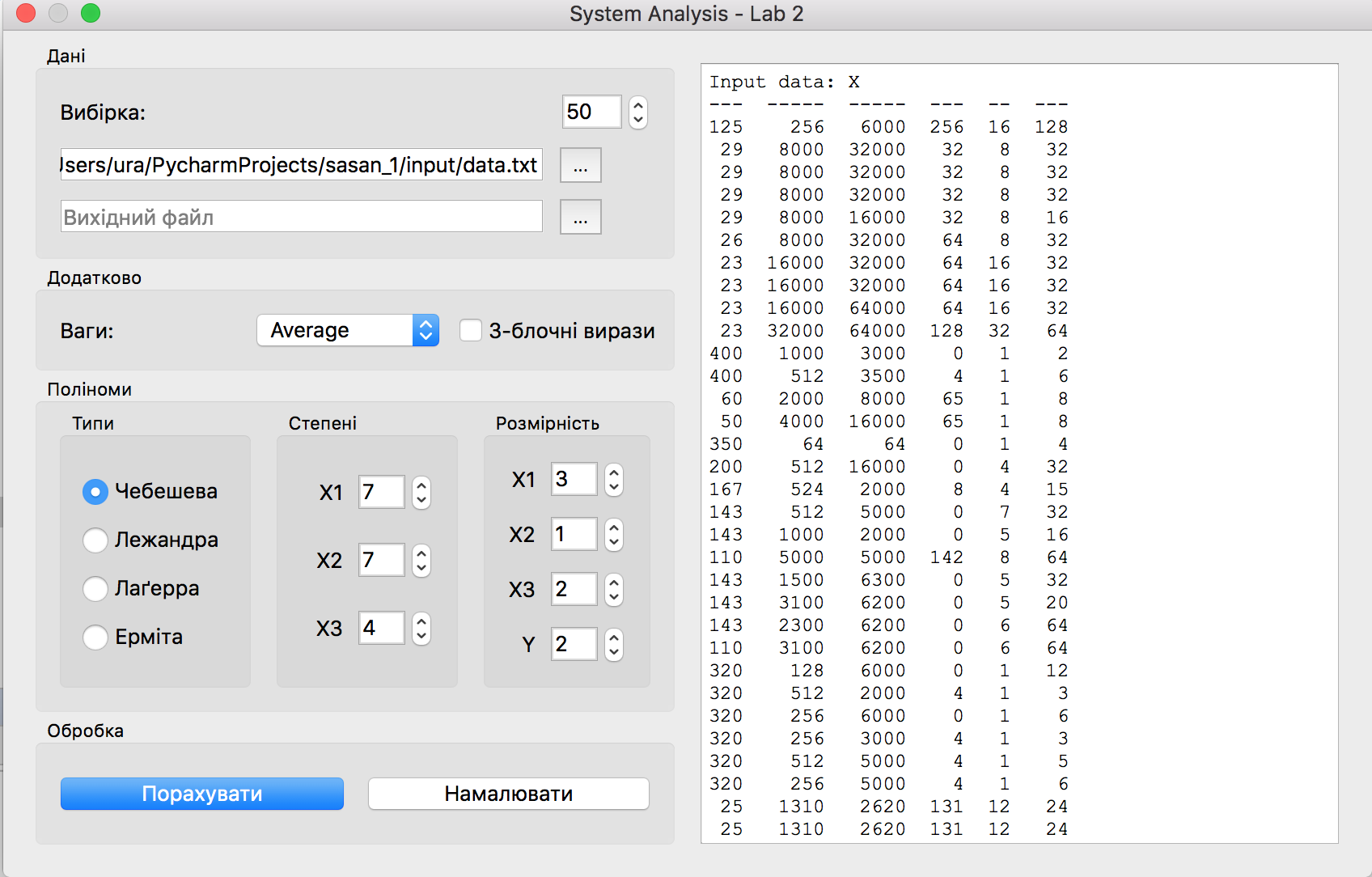
#### Далі до нового рівняння 𝐴𝑇 𝐴𝑥 = 𝐴𝑇b застосуємо процедуру (1) та знайдемо шуканий розв’язок НСЛР.

#### На основі наведених вище кроків розв’язуємо НСЛР 𝐴𝜆 = , попередньо привівши ці рівняння до необхідного вигляду, та знаходимо 𝜆 .

## 3.4.Підбір степенів поліномів

#### Підбір степенів відбувається виходячи з мінімізації максимального відхилення (критерійЧебишева). Такий перебір реалізований в файлі choose\_p.py. Перебір відбувається по степеням многочленів: для всіх многочленів від 1 до 15. В нашому випадку найкращим вибором степенів поліномів буде (7, 3, 7)

# 4.Приклад роботи програми



#### Рис. 1

Для запуску необхідно обрати два файли, один у форматі txt, а інший у форматі Excel – із вхідними даними ***Input data file,*** а також зі значеннями цільових функцій ***Output values file***.

**Графіки у ненормованому вигляді*:***

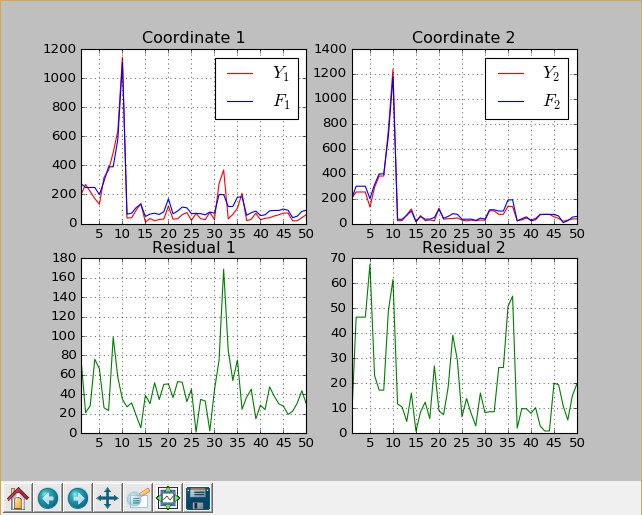


Figure 1

**Вирази:**

(Psi11)[1]=0.013279\*T0(x11) + -0.007743\*T1(x11) + 0.217265\*T2(x11) + 0.227914\*T3(x11) + 0.055730\*T4(x11) + -0.159029\*T5(x11) + -0.182772\*T6(x11) + -0.110018\*T7(x11)

(Psi12)[1]=0.013279\*T0(x12) + 0.032259\*T1(x12) + 0.020302\*T2(x12) + 0.012472\*T3(x12) + 0.013630\*T4(x12) + 0.045596\*T5(x12) + 0.050280\*T6(x12) + 0.025297\*T7(x12)

(Psi13)[1]=0.013279\*T0(x13) + 0.083154\*T1(x13) + 0.098972\*T2(x13) + 0.163884\*T3(x13) + 0.096721\*T4(x13) + -0.032829\*T5(x13) + -0.072452\*T6(x13) + -0.024683\*T7(x13)

(Psi21)[1]=0.013279\*T0(x21) + -0.137440\*T1(x21) + -0.123823\*T2(x21) + -0.033561\*T3(x21)

(Psi31)[1]=0.013279\*T0(x31) + 0.060315\*T1(x31) + -0.019398\*T2(x31) + -0.008446\*T3(x31) + 0.063606\*T4(x31) + 0.057673\*T5(x31) + 0.017110\*T6(x31) + 0.001277\*T7(x31)

(Psi32)[1]=0.013279\*T0(x32) + 0.072763\*T1(x32) + 0.049630\*T2(x32) + 0.040165\*T3(x32) + 0.057276\*T4(x32) + 0.052517\*T5(x32) + 0.034062\*T6(x32) + 0.014158\*T7(x32)

(Psi11)[2]=0.013279\*T0(x11) + -0.007743\*T1(x11) + 0.217265\*T2(x11) + 0.227914\*T3(x11) + 0.055730\*T4(x11) + -0.159029\*T5(x11) + -0.182772\*T6(x11) + -0.110018\*T7(x11)

(Psi12)[2]=0.013279\*T0(x12) + 0.032259\*T1(x12) + 0.020302\*T2(x12) + 0.012472\*T3(x12) + 0.013630\*T4(x12) + 0.045596\*T5(x12) + 0.050280\*T6(x12) + 0.025297\*T7(x12)

(Psi13)[2]=0.013279\*T0(x13) + 0.083154\*T1(x13) + 0.098972\*T2(x13) + 0.163884\*T3(x13) + 0.096721\*T4(x13) + -0.032829\*T5(x13) + -0.072452\*T6(x13) + -0.024683\*T7(x13)

(Psi21)[2]=0.013279\*T0(x21) + -0.137440\*T1(x21) + -0.123823\*T2(x21) + -0.033561\*T3(x21)

(Psi31)[2]=0.013279\*T0(x31) + 0.060315\*T1(x31) + -0.019398\*T2(x31) + -0.008446\*T3(x31) + 0.063606\*T4(x31) + 0.057673\*T5(x31) + 0.017110\*T6(x31) + 0.001277\*T7(x31)

(Psi32)[2]=0.013279\*T0(x32) + 0.072763\*T1(x32) + 0.049630\*T2(x32) + 0.040165\*T3(x32) + 0.057276\*T4(x32) + 0.052517\*T5(x32) + 0.034062\*T6(x32) + 0.014158\*T7(x32)

(Phi1)[1]=0.018510\*T0(x11) + -0.010793\*T1(x11) + 0.302848\*T2(x11) + 0.317693\*T3(x11) + 0.077682\*T4(x11) + -0.221672\*T5(x11) + -0.254769\*T6(x11) + -0.153356\*T7(x11) + 0.019381\*T0(x12) + 0.047084\*T1(x12) + 0.029632\*T2(x12) + 0.018203\*T3(x12) + 0.019894\*T4(x12) + 0.066550\*T5(x12) + 0.073386\*T6(x12) + 0.036923\*T7(x12) + 0.017227\*T0(x13) + 0.107878\*T1(x13) + 0.128400\*T2(x13) + 0.212613\*T3(x13) + 0.125480\*T4(x13) + -0.042591\*T5(x13) + -0.093994\*T6(x13) + -0.032023\*T7(x13)

(Phi2)[1]=0.016768\*T0(x21) + -0.173551\*T1(x21) + -0.156357\*T2(x21) + -0.042379\*T3(x21)

(Phi3)[1]=0.023510\*T0(x31) + 0.106785\*T1(x31) + -0.034344\*T2(x31) + -0.014953\*T3(x31) + 0.112613\*T4(x31) + 0.102107\*T5(x31) + 0.030292\*T6(x31) + 0.002262\*T7(x31) + -0.019096\*T0(x32) + -0.104638\*T1(x32) + -0.071371\*T2(x32) + -0.057760\*T3(x32) + -0.082367\*T4(x32) + -0.075522\*T5(x32) + -0.048984\*T6(x32) + -0.020360\*T7(x32)

(Phi1)[2]=0.014482\*T0(x11) + -0.008445\*T1(x11) + 0.236958\*T2(x11) + 0.248573\*T3(x11) + 0.060781\*T4(x11) + -0.173443\*T5(x11) + -0.199339\*T6(x11) + -0.119991\*T7(x11) + 0.018436\*T0(x12) + 0.044788\*T1(x12) + 0.028187\*T2(x12) + 0.017316\*T3(x12) + 0.018924\*T4(x12) + 0.063305\*T5(x12) + 0.069808\*T6(x12) + 0.035123\*T7(x12) + 0.019718\*T0(x13) + 0.123479\*T1(x13) + 0.146968\*T2(x13) + 0.243359\*T3(x13) + 0.143626\*T4(x13) + -0.048750\*T5(x13) + -0.107587\*T6(x13) + -0.036654\*T7(x13)

(Phi2)[2]=0.013629\*T0(x21) + -0.141066\*T1(x21) + -0.127090\*T2(x21) + -0.034446\*T3(x21)

(Phi3)[2]=0.024594\*T0(x31) + 0.111710\*T1(x31) + -0.035928\*T2(x31) + -0.015642\*T3(x31) + 0.117807\*T4(x31) + 0.106817\*T5(x31) + 0.031689\*T6(x31) + 0.002366\*T7(x31) + -0.017372\*T0(x32) + -0.095192\*T1(x32) + -0.064928\*T2(x32) + -0.052546\*T3(x32) + -0.074932\*T4(x32) + -0.068705\*T5(x32) + -0.044562\*T6(x32) + -0.018523\*T7(x32)

(F1)=0.018291\*T0(x11) + -0.010666\*T1(x11) + 0.299271\*T2(x11) + 0.313940\*T3(x11) + 0.076765\*T4(x11) + -0.219054\*T5(x11) + -0.251759\*T6(x11) + -0.151544\*T7(x11) + 0.019152\*T0(x12) + 0.046527\*T1(x12) + 0.029282\*T2(x12) + 0.017988\*T3(x12) + 0.019659\*T4(x12) + 0.065764\*T5(x12) + 0.072519\*T6(x12) + 0.036487\*T7(x12) + 0.017024\*T0(x13) + 0.106604\*T1(x13) + 0.126883\*T2(x13) + 0.210101\*T3(x13) + 0.123998\*T4(x13) + -0.042087\*T5(x13) + -0.092884\*T6(x13) + -0.031644\*T7(x13) + -0.001029\*T0(x21) + 0.010647\*T1(x21) + 0.009592\*T2(x21) + 0.002600\*T3(x21) + 0.004130\*T0(x31) + 0.018759\*T1(x31) + -0.006033\*T2(x31) + -0.002627\*T3(x31) + 0.019783\*T4(x31) + 0.017938\*T5(x31) + 0.005322\*T6(x31) + 0.000397\*T7(x31) + -0.003355\*T0(x32) + -0.018382\*T1(x32) + -0.012538\*T2(x32) + -0.010147\*T3(x32) + -0.014470\*T4(x32) + -0.013267\*T5(x32) + -0.008605\*T6(x32) + -0.003577\*T7(x32)

(F2)=0.014606\*T0(x11) + -0.008517\*T1(x11) + 0.238981\*T2(x11) + 0.250696\*T3(x11) + 0.061300\*T4(x11) + -0.174924\*T5(x11) + -0.201041\*T6(x11) + -0.121015\*T7(x11) + 0.018594\*T0(x12) + 0.045170\*T1(x12) + 0.028427\*T2(x12) + 0.017464\*T3(x12) + 0.019085\*T4(x12) + 0.063845\*T5(x12) + 0.070404\*T6(x12) + 0.035423\*T7(x12) + 0.019887\*T0(x13) + 0.124533\*T1(x13) + 0.148223\*T2(x13) + 0.245437\*T3(x13) + 0.144853\*T4(x13) + -0.049166\*T5(x13) + -0.108506\*T6(x13) + -0.036966\*T7(x13) + -0.001245\*T0(x21) + 0.012885\*T1(x21) + 0.011608\*T2(x21) + 0.003146\*T3(x21) + 0.001629\*T0(x31) + 0.007400\*T1(x31) + -0.002380\*T2(x31) + -0.001036\*T3(x31) + 0.007804\*T4(x31) + 0.007076\*T5(x31) + 0.002099\*T6(x31) + 0.000157\*T7(x31) + -0.001151\*T0(x32) + -0.006306\*T1(x32) + -0.004301\*T2(x32) + -0.003481\*T3(x32) + -0.004964\*T4(x32) + -0.004551\*T5(x32) + -0.002952\*T6(x32) + -0.001227\*T7(x32)

(F1) transformed:

-6.898398138650974(x11)^6 + 113.37247558865995(x11)^5 - 778.3689725753702(x11)^4 + 2623.564059218963(x11)^3 - 4539.8268280555985(x11)^2 + 3829.4732922090234(x11) - 1241.4502755532765 +

1.1960048194591164(x12)^6 - 20.08423778273562(x12)^5 + 152.5563719799415(x12)^4 - 561.1714957448571(x12)^3 + 1026.566022179691(x12)^2 - 897.6286056299048(x12) + 298.89947218382525 +

0.4941487375170879(x13)^6 - 0.7992631675137218(x13)^5 - 36.972349261956595(x13)^4 + 278.3303569953921(x13)^3 - 698.4171305676199(x13)^2 + 717.0807720008363(x13) - 259.2305888965887 +

-0.008645712085513166(x21)^2 - 0.04805546771346071(x21) + 0.0831945974813641 +

-0.04188804687041775(x31)^6 - 0.08482608355654309(x31)^5 - 0.3929268219320985(x31)^4 + 5.675055693130149(x31)^3 - 7.848324878585258(x31)^2 - 0.49280204630012214(x31) + 3.2546472411233194 +

-0.05039390274280042(x32)^6 + 1.758595368275476(x32)^5 - 14.289433940286042(x32)^4 + 51.79544384125461(x32)^3 - 94.9343921973749(x32)^2 + 84.9305585751456(x32) - 29.301124180538405 +

0.106240169531

(F2) transformed:

-5.508691074936486(x11)^6 + 90.5331834820652(x11)^5 - 621.5637494465153(x11)^4 + 2095.0376633923765(x11)^3 - 3625.2624198884764(x11)^2 + 3058.0121533312495(x11) - 991.3556619189137 +

1.1611204760861065(x12)^6 - 19.49843291318789(x12)^5 + 148.1067002246341(x12)^4 - 544.8035858234741(x12)^3 + 996.6237669037957(x12)^2 - 871.4471187390989(x12) + 290.1813536173659 +

0.5772572924554757(x13)^6 - 0.9336874851440271(x13)^5 - 43.19055501030442(x13)^4 + 325.1414323074225(x13)^3 - 815.880627007493(x13)^2 + 837.683218622451(x13) - 302.82936393116944 +

-0.010463002981159805(x21)^2 - 0.05815651701038327(x21) + 0.10068173828680188 +

-0.016523330162339082(x31)^6 - 0.03346084365228574(x31)^5 - 0.15499551966042913(x31)^4 + 2.2386056611042404(x31)^3 - 3.0958823049718553(x31)^2 - 0.194392711473518(x31) + 1.283841453140482 +

-0.01728684961823264(x32)^6 + 0.6032589661825103(x32)^5 - 4.901769504046707(x32)^4 + 17.767626634572764(x32)^3 - 32.56577625856603(x32)^2 + 29.13411571991915(x32) - 10.051297871135064 +

0.0549205918983

(F1) transformed denormed:

-0.028925222190615572(x11)^6 + 5.800866518092797e-07(x11)^5 - 5.3730189861199775e-12(x11)^4 +

1.4213624143743675e-06(x12)^6 - 2.29097678096882e-14(x12)^5 +

1.3749455610970237e-07(x13)^6 +

-0.00014960079200701797(x21)^2 - 1.2688082732973724e-08(x21) + 3.35172506793906e-13 +

-0.0453675047529817(x31)^6 - 1.073763376324774e-05(x31)^5 - 1.541474880800286e-06(x31)^4 + 9.21329676588946e-09(x31)^3 - 1.0628216313275487e-11(x31)^2 - 1.7675548726281067e-15(x31) +

-0.00568435285851176(x32)^6 + 9.223349479755122e-06(x32)^5 - 4.3189733583678495e-09(x32)^4 + 9.318708814631362e-13(x32)^3 +

541.881185357

(F2) transformed denormed:

-0.02491094875131277(x11)^6 + 4.995816024960963e-07(x11)^5 - 4.627345633546067e-12(x11)^4 +

1.488204397937435e-06(x12)^6 - 2.39871385828433e-14(x12)^5 +

1.7322502937380762e-07(x13)^6 +

-0.00019525531991513735(x21)^2 - 1.6560177389462183e-08(x21) + 4.3745901452310927e-13 +

-0.019300375820666585(x31)^6 - 4.568035518373703e-06(x31)^5 - 6.557787265050102e-07(x31)^4 + 3.9195475054129155e-09(x31)^3 - 4.521486692933335e-12(x31)^2 +

-0.002102966197888498(x32)^6 + 3.4122428128525463e-06(x32)^5 - 1.5978344779598287e-09(x32)^4 + 3.4475216674538323e-13(x32)^3 +

466.750700716

# Робота алгоритму на власній вибірці

Для роботи була вибрана вибірка за посиланням <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Condition+Based+Maintenance+of+Naval+Propulsion+Plants>

Назва вибірки: Condition Based Maintenance of Naval Propulsion Plants Data Set

Експерименти проводилися за допомогою імітатора морського судна. Різні блоки, що утворюють симулятор (пропелер, корпус, газова турбіна, коробка передач і контролер) були розроблені і перевірені протягом року на кількох подібних установках. З урахуванням цих спостережень наявні дані відповідають данним реального судна.

Симулятор також вираховує загасання продуктивності з плином часу компресора і турбіни.

1. Положення важеля.   
2. Швидкість корабля (вузли).   
3. Обертаючий момент валу газової турбіни (кН/м).   
4. Швидкість оборотів газової турбіни (рад/хв).   
5. Швидкість оборотів газогенератора (рад/хв).   
6. Оборотний момент правого пропеллера (кН).   
7. Оборотний момент лівого пропеллера (кН).   
8. Вихідна температура турбіни високого тиску (С).   
9. Температура повітря на вході компресора газової турбіни (С).   
10. Температура повітря на виході компресора газової турбіни (С).   
11. Тиск на виході турбіни високого тиску (бар).   
12. Тиск повітря на вході компресора газової турбіни (бар).   
13. Тиск повітря на виході компресора газової турбіни (бар).   
14. Тиск вихлопних газів газової турбіни (бар).   
15. Контроль турбінних вихлопів (%).   
16. Витрата палива (кг/с).   
17. **Вихід:** Оцінка стану компресора газової турбіни (%).   
18. **Вихід:** Оцінка стану самої турбіни (%)

Для демонстрації роботи розробленого алгоритму його було застосовано для прогнозування на підмножині цієї вибірки. Вектор вхідних даних розбили наступним чином:

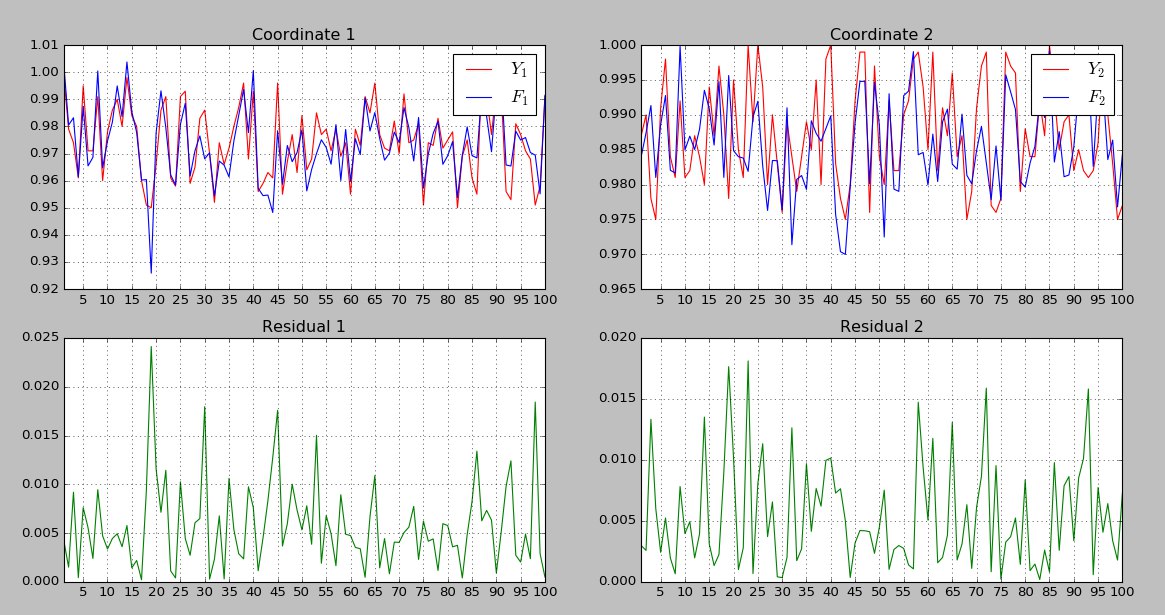
***X1(внутрішні показники, що можна контролювати):***1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 14, 15

***X2(зовнішні показники, що можна контролювати):*** *10, 13*

***X3(зовнішні показники, що не можна контролювати):***9, 12, 16

9, 12 були відкинуті з розгляду тому що в данній вибірці вони не змінювались.

Для визначення оптимальних ступенів многочленів запустили підбір на зміщених мгогочленах Чебишева ступені до 15. Отримали (11, 7, 7). Це означає, що можливо, більші ступені будуть краще апроксимувати результат, але навіть таких многочленів достатньо.



# Висновок

В даній роботі була розв’язана задача пошуку функціональних залежностей у вигляді многочленів. Врахована як можливість виконання обчислень при заданих параметрах, зокрема ступенях поліномів р1,р2, р3 Чебишева, Лежандра, Лагерра і Ерміта. Для вирішення несумісної ссистем рівнянь використовувався метод градієнтів.

Алгоритм був випробуваний на власній вибірці. Результати роботи алгоритму вийшли досить хорошими, що підтверджує застосовність методу і працездатність програми.

Знайдена функціональна залежність дозволяє обчислити значення функції усередині інтервалу області значень змінних даної вибірки, а також дає можливість прогнозування значень на виході за межами цієї області. Таким чином, в результаті рішення задачі стала можлива досить точна інтерполяція і екстраполяція вихідних даних, що має досить важливе значення на практиці.

# Список використаної літератури

1. Восстановление многофакторных закономерностей в условиях концептуальной неопределенности / Н.Д. Панкратова, Е.Л. Опарина // Систем. дослідж. та інформ. технології. — 2004. — № 3. — С. 103-114. — Бібліогр.: 11 назв. — рос.

2. Панкратов В. А. Математические модели системного анализа нестационарных процессов / В. А. Панкратов // Наукові праці [Чорноморського державного університету імені Петра Могили]. Сер. : Комп’ютерні технології. - 2008. - Т. 90, Вип. 77. - С. 87-95. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/j-pdf/Npchduct\_2008\_90\_77\_12.pdf

3. К построению модели равновесия экономической макросистемы / Н.Д. Панкратова, А.В. Шелест // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2013. — № 3. — С. 77-88. — Бібліогр.: 14 назв. — рос.

4. Kachiashvili K., Melikdzhanian Yu. Restoration of some nonlinear functional dependencies by means of the generalized technique of identification.- AMIM Vol.10 No.2, 2005

5. <http://www.numpy.org/>

6. <http://pyqt.sourceforge.net/Docs/PyQt5/index.html>

# Додаток А. Результати роботи програми

Input data: X

--- ----- ----- --- -- ---

125 256 6000 256 16 128

29 8000 32000 32 8 32

29 8000 32000 32 8 32

29 8000 32000 32 8 32

29 8000 16000 32 8 16

26 8000 32000 64 8 32

23 16000 32000 64 16 32

23 16000 32000 64 16 32

23 16000 64000 64 16 32

23 32000 64000 128 32 64

400 1000 3000 0 1 2

400 512 3500 4 1 6

60 2000 8000 65 1 8

50 4000 16000 65 1 8

350 64 64 0 1 4

200 512 16000 0 4 32

167 524 2000 8 4 15

143 512 5000 0 7 32

143 1000 2000 0 5 16

110 5000 5000 142 8 64

143 1500 6300 0 5 32

143 3100 6200 0 5 20

143 2300 6200 0 6 64

110 3100 6200 0 6 64

320 128 6000 0 1 12

320 512 2000 4 1 3

320 256 6000 0 1 6

320 256 3000 4 1 3

320 512 5000 4 1 5

320 256 5000 4 1 6

25 1310 2620 131 12 24

25 1310 2620 131 12 24

50 2620 10480 30 12 24

50 2620 10480 30 12 24

56 5240 20970 30 12 24

64 5240 20970 30 12 24

50 500 2000 8 1 4

50 1000 4000 8 1 5

50 2000 8000 8 1 5

50 1000 4000 8 3 5

50 1000 8000 8 3 5

50 2000 16000 8 3 5

50 2000 16000 8 3 6

50 2000 16000 8 3 6

133 1000 12000 9 3 12

133 1000 8000 9 3 12

810 512 512 8 1 1

810 1000 5000 0 1 1

320 512 8000 4 1 5

200 512 8000 8 1 8

--- ----- ----- --- -- ---

Input data: Y

---- ----

198 199

269 253

220 253

172 253

132 132

318 290

367 381

489 381

636 749

1144 1238

38 23

40 24

92 70

138 117

10 15

35 64

19 23

28 29

31 22

120 124

30 35

33 39

61 40

76 45

23 28

69 21

33 28

27 22

77 28

27 27

274 102

368 102

32 74

63 74

106 138

208 136

20 23

29 29

71 44

26 30

36 41

40 74

52 74

60 74

72 54

72 41

18 18

20 28

40 36

62 38

---- ----

X normalised:

---------- ---------- ---------- --------- --------- ----------

0.129606 0.00601202 0.0928428 1 0.483871 1

0.00762389 0.248497 0.499499 0.125 0.225806 0.244094

0.00762389 0.248497 0.499499 0.125 0.225806 0.244094

0.00762389 0.248497 0.499499 0.125 0.225806 0.244094

0.00762389 0.248497 0.249249 0.125 0.225806 0.11811

0.00381194 0.248497 0.499499 0.25 0.225806 0.244094

0 0.498998 0.499499 0.25 0.483871 0.244094

0 0.498998 0.499499 0.25 0.483871 0.244094

0 0.498998 1 0.25 0.483871 0.244094

0 1 1 0.5 1 0.496063

0.479034 0.0293086 0.0459209 0 0 0.00787402

0.479034 0.0140281 0.0537412 0.015625 0 0.0393701

0.047014 0.0606212 0.124124 0.253906 0 0.0551181

0.0343075 0.123246 0.249249 0.253906 0 0.0551181

0.415502 0 0 0 0 0.023622

0.224905 0.0140281 0.249249 0 0.0967742 0.244094

0.182973 0.0144038 0.0302803 0.03125 0.0967742 0.110236

0.152478 0.0140281 0.0772022 0 0.193548 0.244094

0.152478 0.0293086 0.0302803 0 0.129032 0.11811

0.110546 0.154559 0.0772022 0.554688 0.225806 0.496063

0.152478 0.0449649 0.097535 0 0.129032 0.244094

0.152478 0.0950651 0.095971 0 0.129032 0.149606

0.152478 0.070015 0.095971 0 0.16129 0.496063

0.110546 0.0950651 0.095971 0 0.16129 0.496063

0.377382 0.00200401 0.0928428 0 0 0.0866142

0.377382 0.0140281 0.0302803 0.015625 0 0.015748

0.377382 0.00601202 0.0928428 0 0 0.0393701

0.377382 0.00601202 0.0459209 0.015625 0 0.015748

0.377382 0.0140281 0.0772022 0.015625 0 0.0314961

0.377382 0.00601202 0.0772022 0.015625 0 0.0393701

0.0025413 0.0390155 0.0399775 0.511719 0.354839 0.181102

0.0025413 0.0390155 0.0399775 0.511719 0.354839 0.181102

0.0343075 0.0800351 0.162913 0.117188 0.354839 0.181102

0.0343075 0.0800351 0.162913 0.117188 0.354839 0.181102

0.0419314 0.162074 0.326983 0.117188 0.354839 0.181102

0.0520966 0.162074 0.326983 0.117188 0.354839 0.181102

0.0343075 0.0136523 0.0302803 0.03125 0 0.023622

0.0343075 0.0293086 0.0615616 0.03125 0 0.0314961

0.0343075 0.0606212 0.124124 0.03125 0 0.0314961

0.0343075 0.0293086 0.0615616 0.03125 0.0645161 0.0314961

0.0343075 0.0293086 0.124124 0.03125 0.0645161 0.0314961

0.0343075 0.0606212 0.249249 0.03125 0.0645161 0.0314961

0.0343075 0.0606212 0.249249 0.03125 0.0645161 0.0393701

0.0343075 0.0606212 0.249249 0.03125 0.0645161 0.0393701

0.139771 0.0293086 0.186687 0.0351562 0.0645161 0.0866142

0.139771 0.0293086 0.124124 0.0351562 0.0645161 0.0866142

1 0.0140281 0.00700701 0.03125 0 0

1 0.0293086 0.0772022 0 0 0

0.377382 0.0140281 0.124124 0.015625 0 0.0314961

0.224905 0.0140281 0.124124 0.03125 0 0.0551181

---------- ---------- ---------- --------- --------- ----------

Y normalised:

---------- ----------

0.165785 0.15045

0.228395 0.194603

0.185185 0.194603

0.142857 0.194603

0.107584 0.0956664

0.271605 0.224857

0.314815 0.299264

0.422399 0.299264

0.552028 0.600164

1 1

0.0246914 0.00654129

0.026455 0.00735895

0.0723104 0.0449714

0.112875 0.0834015

0 0

0.0220459 0.0400654

0.00793651 0.00654129

0.015873 0.0114473

0.0185185 0.00572363

0.0970018 0.0891251

0.0176367 0.0163532

0.0202822 0.0196239

0.0449735 0.0204415

0.0582011 0.0245298

0.0114638 0.0106296

0.0520282 0.00490597

0.0202822 0.0106296

0.0149912 0.00572363

0.0590829 0.0106296

0.0149912 0.00981194

0.232804 0.0711365

0.315697 0.0711365

0.0194004 0.048242

0.0467372 0.048242

0.0846561 0.100572

0.174603 0.098937

0.00881834 0.00654129

0.0167549 0.0114473

0.0537919 0.0237122

0.0141093 0.0122649

0.0229277 0.0212592

0.026455 0.048242

0.037037 0.048242

0.0440917 0.048242

0.0546737 0.0318888

0.0546737 0.0212592

0.00705467 0.00245298

0.00881834 0.0106296

0.026455 0.0171709

0.0458554 0.0188062

---------- ----------

matrix B:

---------- ----------

0.165785 0.15045

0.228395 0.194603

0.185185 0.194603

0.142857 0.194603

0.107584 0.0956664

0.271605 0.224857

0.314815 0.299264

0.422399 0.299264

0.552028 0.600164

1 1

0.0246914 0.00654129

0.026455 0.00735895

0.0723104 0.0449714

0.112875 0.0834015

0 0

0.0220459 0.0400654

0.00793651 0.00654129

0.015873 0.0114473

0.0185185 0.00572363

0.0970018 0.0891251

0.0176367 0.0163532

0.0202822 0.0196239

0.0449735 0.0204415

0.0582011 0.0245298

0.0114638 0.0106296

0.0520282 0.00490597

0.0202822 0.0106296

0.0149912 0.00572363

0.0590829 0.0106296

0.0149912 0.00981194

0.232804 0.0711365

0.315697 0.0711365

0.0194004 0.048242

0.0467372 0.048242

0.0846561 0.100572

0.174603 0.098937

0.00881834 0.00654129

0.0167549 0.0114473

0.0537919 0.0237122

0.0141093 0.0122649

0.0229277 0.0212592

0.026455 0.048242

0.037037 0.048242

0.0440917 0.048242

0.0546737 0.0318888

0.0546737 0.0212592

0.00705467 0.00245298

0.00881834 0.0106296

0.026455 0.0171709

0.0458554 0.0188062

---------- ----------

matrix A:

- ---------- ---------- --------- ---------- --------- ---------- ---------- - ----------- ---------- ----------- ---------- ---------- --------- ---------- - --------- ---------- ---------- ---------- ----------- --------- ----------- - ---------- --------- --------- ---------- --------- ---------- --------- - ---------- --------- ---------- - ----------- --------- ----------

1 -0.740788 0.0975331 0.596285 -0.980975 0.857103 -0.288888 -0.429093 1 -0.987976 0.952193 -0.893512 0.813343 -0.713615 0.596726 -0.465487 1 -0.814314 0.326216 0.28303 -0.787167 0.998972 -0.839788 0.36873 1 1 1 1 1 1 1 1 1 -0.0322581 -0.997919 0.0966399 1 1 1 1

1 -0.984752 0.939474 -0.865546 0.765222 -0.641563 0.498339 -0.339918 1 -0.503006 -0.49397 0.999946 -0.511987 -0.48488 0.999783 -0.520913 1 -0.001001 -0.999998 0.003003 0.999992 -0.00500498 -0.999982 0.00700695 1 -0.75 0.125 0.5625 -0.96875 0.890625 -0.367188 -0.339844 1 -0.548387 -0.398543 0.985499 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -0.984752 0.939474 -0.865546 0.765222 -0.641563 0.498339 -0.339918 1 -0.503006 -0.49397 0.999946 -0.511987 -0.48488 0.999783 -0.520913 1 -0.001001 -0.999998 0.003003 0.999992 -0.00500498 -0.999982 0.00700695 1 -0.75 0.125 0.5625 -0.96875 0.890625 -0.367188 -0.339844 1 -0.548387 -0.398543 0.985499 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -0.984752 0.939474 -0.865546 0.765222 -0.641563 0.498339 -0.339918 1 -0.503006 -0.49397 0.999946 -0.511987 -0.48488 0.999783 -0.520913 1 -0.001001 -0.999998 0.003003 0.999992 -0.00500498 -0.999982 0.00700695 1 -0.75 0.125 0.5625 -0.96875 0.890625 -0.367188 -0.339844 1 -0.548387 -0.398543 0.985499 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -0.984752 0.939474 -0.865546 0.765222 -0.641563 0.498339 -0.339918 1 -0.503006 -0.49397 0.999946 -0.511987 -0.48488 0.999783 -0.520913 1 -0.501502 -0.496992 0.999986 -0.505997 -0.49247 0.999946 -0.510479 1 -0.75 0.125 0.5625 -0.96875 0.890625 -0.367188 -0.339844 1 -0.548387 -0.398543 0.985499 1 -0.76378 0.166718 0.509107

1 -0.992376 0.969621 -0.932081 0.880329 -0.815153 0.737549 -0.648698 1 -0.503006 -0.49397 0.999946 -0.511987 -0.48488 0.999783 -0.520913 1 -0.001001 -0.999998 0.003003 0.999992 -0.00500498 -0.999982 0.00700695 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 1 -0.548387 -0.398543 0.985499 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.00200401 -0.999992 0.00601199 0.999968 -0.0100199 -0.999928 0.0140276 1 -0.001001 -0.999998 0.003003 0.999992 -0.00500498 -0.999982 0.00700695 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 1 -0.0322581 -0.997919 0.0966399 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.00200401 -0.999992 0.00601199 0.999968 -0.0100199 -0.999928 0.0140276 1 -0.001001 -0.999998 0.003003 0.999992 -0.00500498 -0.999982 0.00700695 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 1 -0.0322581 -0.997919 0.0966399 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.00200401 -0.999992 0.00601199 0.999968 -0.0100199 -0.999928 0.0140276 1 1 1 1 1 1 1 1 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 -0.5 1 -0.5 1 -0.0322581 -0.997919 0.0966399 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 -1 0 1 0 -1 0 1 1 1 1 1 -0.00787402 -0.999876 0.0236201

1 -0.0419314 -0.996484 0.125499 0.985959 -0.208184 -0.9685 0.289406 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.908158 0.649502 -0.271544 -0.156293 0.555421 -0.852528 0.993039 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.984252 0.937504 -0.861228

1 -0.0419314 -0.996484 0.125499 0.985959 -0.208184 -0.9685 0.289406 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.892518 0.593175 -0.166321 -0.296287 0.695203 -0.944675 0.991075 1 -0.96875 0.876953 -0.730347 0.538094 -0.31221 0.0668125 0.18276 1 -1 1 -1 1 -0.92126 0.697439 -0.363786

1 -0.905972 0.641571 -0.256518 -0.176774 0.576823 -0.868397 0.996664 1 -0.878758 0.54443 -0.0780856 -0.407193 0.793733 -0.987805 0.942349 1 -0.751752 0.130261 0.555903 -0.966064 0.896577 -0.381943 -0.322324 1 -0.492188 -0.515503 0.999636 -0.468513 -0.538443 0.998543 -0.444498 1 -1 1 -1 1 -0.889764 0.583359 -0.14834

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.753507 0.135546 0.549238 -0.963255 0.902401 -0.396676 -0.304605 1 -0.501502 -0.496992 0.999986 -0.505997 -0.49247 0.999946 -0.510479 1 -0.492188 -0.515503 0.999636 -0.468513 -0.538443 0.998543 -0.444498 1 -1 1 -1 1 -0.889764 0.583359 -0.14834

1 -0.168996 -0.942881 0.487683 0.778048 -0.750657 -0.524331 0.927877 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.952756 0.815488 -0.601165

1 -0.550191 -0.394581 0.98438 -0.688612 -0.226644 0.938007 -0.805521 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.501502 -0.496992 0.999986 -0.505997 -0.49247 0.999946 -0.510479 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.806452 0.300728 0.321406 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -0.634053 -0.195953 0.882542 -0.923205 0.28818 0.557762 -0.995482 1 -0.971192 0.886429 -0.750594 0.571514 -0.359505 0.126784 0.113242 1 -0.939439 0.765093 -0.498077 0.170734 0.177288 -0.503838 0.769362 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -0.806452 0.300728 0.321406 1 -0.779528 0.215326 0.443822

1 -0.695044 -0.0338264 0.742066 -0.997712 0.644842 0.101324 -0.785691 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.845596 0.430064 0.118275 -0.63009 0.947328 -0.972022 0.696547 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.612903 -0.248699 0.91776 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -0.695044 -0.0338264 0.742066 -0.997712 0.644842 0.101324 -0.785691 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.939439 0.765093 -0.498077 0.170734 0.177288 -0.503838 0.769362 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.741935 0.100937 0.592159 1 -0.76378 0.166718 0.509107

1 -0.778907 0.213393 0.446481 -0.908927 0.969459 -0.60131 -0.0327291 1 -0.690882 -0.0453648 0.753565 -0.995884 0.622511 0.135721 -0.810045 1 -0.845596 0.430064 0.118275 -0.63009 0.947328 -0.972022 0.696547 1 0.109375 -0.976074 -0.322891 0.905442 0.520957 -0.791483 -0.694093 1 -0.548387 -0.398543 0.985499 1 -0.00787402 -0.999876 0.0236201

1 -0.695044 -0.0338264 0.742066 -0.997712 0.644842 0.101324 -0.785691 1 -0.91007 0.656455 -0.284771 -0.138133 0.536192 -0.837811 0.988742 1 -0.80493 0.295824 0.328694 -0.824976 0.999401 -0.78392 0.2626 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.741935 0.100937 0.592159 1 -0.511811 -0.476099 0.999156

1 -0.695044 -0.0338264 0.742066 -0.997712 0.644842 0.101324 -0.785691 1 -0.80987 0.311778 0.304871 -0.805589 0.999974 -0.814108 0.318669 1 -0.808058 0.305916 0.313663 -0.812831 0.999967 -0.803231 0.298148 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.741935 0.100937 0.592159 1 -0.700787 -0.017794 0.725727

1 -0.695044 -0.0338264 0.742066 -0.997712 0.644842 0.101324 -0.785691 1 -0.85997 0.479097 0.0359526 -0.540933 0.894419 -0.997415 0.821074 1 -0.808058 0.305916 0.313663 -0.812831 0.999967 -0.803231 0.298148 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.677419 -0.082206 0.788795 1 -0.00787402 -0.999876 0.0236201

1 -0.778907 0.213393 0.446481 -0.908927 0.969459 -0.60131 -0.0327291 1 -0.80987 0.311778 0.304871 -0.805589 0.999974 -0.814108 0.318669 1 -0.808058 0.305916 0.313663 -0.812831 0.999967 -0.803231 0.298148 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.677419 -0.082206 0.788795 1 -0.00787402 -0.999876 0.0236201

1 -0.245235 -0.87972 0.676711 0.547813 -0.945397 -0.0841238 0.986657 1 -0.995992 0.984 -0.96412 0.936512 -0.901397 0.859056 -0.809829 1 -0.814314 0.326216 0.28303 -0.787167 0.998972 -0.839788 0.36873 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.826772 0.367103 0.219751

1 -0.245235 -0.87972 0.676711 0.547813 -0.945397 -0.0841238 0.986657 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.939439 0.765093 -0.498077 0.170734 0.177288 -0.503838 0.769362 1 -0.96875 0.876953 -0.730347 0.538094 -0.31221 0.0668125 0.18276 1 -1 1 -1 1 -0.968504 0.876 -0.728314

1 -0.245235 -0.87972 0.676711 0.547813 -0.945397 -0.0841238 0.986657 1 -0.987976 0.952193 -0.893512 0.813343 -0.713615 0.596726 -0.465487 1 -0.814314 0.326216 0.28303 -0.787167 0.998972 -0.839788 0.36873 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -0.92126 0.697439 -0.363786

1 -0.245235 -0.87972 0.676711 0.547813 -0.945397 -0.0841238 0.986657 1 -0.987976 0.952193 -0.893512 0.813343 -0.713615 0.596726 -0.465487 1 -0.908158 0.649502 -0.271544 -0.156293 0.555421 -0.852528 0.993039 1 -0.96875 0.876953 -0.730347 0.538094 -0.31221 0.0668125 0.18276 1 -1 1 -1 1 -0.968504 0.876 -0.728314

1 -0.245235 -0.87972 0.676711 0.547813 -0.945397 -0.0841238 0.986657 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.845596 0.430064 0.118275 -0.63009 0.947328 -0.972022 0.696547 1 -0.96875 0.876953 -0.730347 0.538094 -0.31221 0.0668125 0.18276 1 -1 1 -1 1 -0.937008 0.755968 -0.479687

1 -0.245235 -0.87972 0.676711 0.547813 -0.945397 -0.0841238 0.986657 1 -0.987976 0.952193 -0.893512 0.813343 -0.713615 0.596726 -0.465487 1 -0.845596 0.430064 0.118275 -0.63009 0.947328 -0.972022 0.696547 1 -0.96875 0.876953 -0.730347 0.538094 -0.31221 0.0668125 0.18276 1 -1 1 -1 1 -0.92126 0.697439 -0.363786

1 -0.994917 0.979721 -0.954566 0.919708 -0.8755 0.822393 -0.760926 1 -0.921969 0.700053 -0.368886 -0.0198503 0.405489 -0.727846 0.936614 1 -0.920045 0.692966 -0.355074 -0.0395969 0.427936 -0.747844 0.948165 1 0.0234375 -0.998901 -0.070261 0.995608 0.11693 -0.990127 -0.163342 1 -0.290323 -0.831426 0.773086 1 -0.637795 -0.186434 0.875609

1 -0.994917 0.979721 -0.954566 0.919708 -0.8755 0.822393 -0.760926 1 -0.921969 0.700053 -0.368886 -0.0198503 0.405489 -0.727846 0.936614 1 -0.920045 0.692966 -0.355074 -0.0395969 0.427936 -0.747844 0.948165 1 0.0234375 -0.998901 -0.070261 0.995608 0.11693 -0.990127 -0.163342 1 -0.290323 -0.831426 0.773086 1 -0.637795 -0.186434 0.875609

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.83993 0.410964 0.149567 -0.662217 0.962864 -0.955259 0.641838 1 -0.674174 -0.0909784 0.796845 -0.983446 0.529183 0.269923 -0.893133 1 -0.765625 0.172363 0.501694 -0.940582 0.938572 -0.496607 -0.178143 1 -0.290323 -0.831426 0.773086 1 -0.637795 -0.186434 0.875609

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.83993 0.410964 0.149567 -0.662217 0.962864 -0.955259 0.641838 1 -0.674174 -0.0909784 0.796845 -0.983446 0.529183 0.269923 -0.893133 1 -0.765625 0.172363 0.501694 -0.940582 0.938572 -0.496607 -0.178143 1 -0.290323 -0.831426 0.773086 1 -0.637795 -0.186434 0.875609

1 -0.916137 0.678615 -0.327271 -0.0789638 0.471955 -0.785787 0.967822 1 -0.675852 -0.086449 0.792705 -0.985053 0.538795 0.256763 -0.885862 1 -0.346034 -0.760522 0.872365 0.156786 -0.980872 0.522043 0.619583 1 -0.765625 0.172363 0.501694 -0.940582 0.938572 -0.496607 -0.178143 1 -0.290323 -0.831426 0.773086 1 -0.637795 -0.186434 0.875609

1 -0.895807 0.60494 -0.188012 -0.268096 0.668335 -0.929303 0.996617 1 -0.675852 -0.086449 0.792705 -0.985053 0.538795 0.256763 -0.885862 1 -0.346034 -0.760522 0.872365 0.156786 -0.980872 0.522043 0.619583 1 -0.765625 0.172363 0.501694 -0.940582 0.938572 -0.496607 -0.178143 1 -0.290323 -0.831426 0.773086 1 -0.637795 -0.186434 0.875609

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.972695 0.892273 -0.763124 0.592301 -0.389133 0.164715 0.0686977 1 -0.939439 0.765093 -0.498077 0.170734 0.177288 -0.503838 0.769362 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -1 1 -1 1 -0.952756 0.815488 -0.601165

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.876877 0.537826 -0.0663377 -0.421486 0.805521 -0.991199 0.932798 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -1 1 -1 1 -0.937008 0.755968 -0.479687

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.878758 0.54443 -0.0780856 -0.407193 0.793733 -0.987805 0.942349 1 -0.751752 0.130261 0.555903 -0.966064 0.896577 -0.381943 -0.322324 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -1 1 -1 1 -0.937008 0.755968 -0.479687

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.876877 0.537826 -0.0663377 -0.421486 0.805521 -0.991199 0.932798 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -0.870968 0.51717 -0.0299084 1 -0.937008 0.755968 -0.479687

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.751752 0.130261 0.555903 -0.966064 0.896577 -0.381943 -0.322324 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -0.870968 0.51717 -0.0299084 1 -0.937008 0.755968 -0.479687

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.878758 0.54443 -0.0780856 -0.407193 0.793733 -0.987805 0.942349 1 -0.501502 -0.496992 0.999986 -0.505997 -0.49247 0.999946 -0.510479 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -0.870968 0.51717 -0.0299084 1 -0.937008 0.755968 -0.479687

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.878758 0.54443 -0.0780856 -0.407193 0.793733 -0.987805 0.942349 1 -0.501502 -0.496992 0.999986 -0.505997 -0.49247 0.999946 -0.510479 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -0.870968 0.51717 -0.0299084 1 -0.92126 0.697439 -0.363786

1 -0.931385 0.734956 -0.437669 0.0803208 0.28805 -0.616892 0.861077 1 -0.878758 0.54443 -0.0780856 -0.407193 0.793733 -0.987805 0.942349 1 -0.501502 -0.496992 0.999986 -0.505997 -0.49247 0.999946 -0.510479 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -0.870968 0.51717 -0.0299084 1 -0.92126 0.697439 -0.363786

1 -0.720457 0.0381178 0.665533 -0.997094 0.771195 -0.114132 -0.60674 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.626627 -0.214678 0.895673 -0.907827 0.242064 0.604459 -0.999604 1 -0.929688 0.728638 -0.425123 0.0618258 0.310166 -0.638541 0.87712 1 -0.870968 0.51717 -0.0299084 1 -0.826772 0.367103 0.219751

1 -0.720457 0.0381178 0.665533 -0.997094 0.771195 -0.114132 -0.60674 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.751752 0.130261 0.555903 -0.966064 0.896577 -0.381943 -0.322324 1 -0.929688 0.728638 -0.425123 0.0618258 0.310166 -0.638541 0.87712 1 -0.870968 0.51717 -0.0299084 1 -0.826772 0.367103 0.219751

1 1 1 1 1 1 1 1 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.985986 0.944337 -0.87622 0.783544 -0.668907 0.535521 -0.387127 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1

1 1 1 1 1 1 1 1 1 -0.941383 0.772403 -0.512871 0.193213 0.149097 -0.473927 0.743196 1 -0.845596 0.430064 0.118275 -0.63009 0.947328 -0.972022 0.696547 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1

1 -0.245235 -0.87972 0.676711 0.547813 -0.945397 -0.0841238 0.986657 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.751752 0.130261 0.555903 -0.966064 0.896577 -0.381943 -0.322324 1 -0.96875 0.876953 -0.730347 0.538094 -0.31221 0.0668125 0.18276 1 -1 1 -1 1 -0.937008 0.755968 -0.479687

1 -0.550191 -0.394581 0.98438 -0.688612 -0.226644 0.938007 -0.805521 1 -0.971944 0.88935 -0.756852 0.581886 -0.374269 0.145651 0.0911398 1 -0.751752 0.130261 0.555903 -0.966064 0.896577 -0.381943 -0.322324 1 -0.9375 0.757812 -0.483398 0.14856 0.204849 -0.532652 0.793873 1 -1 1 -1 1 -0.889764 0.583359 -0.14834

- ---------- ---------- --------- ---------- --------- ---------- ---------- - ----------- ---------- ----------- ---------- ---------- --------- ---------- - --------- ---------- ---------- ---------- ----------- --------- ----------- - ---------- --------- --------- ---------- --------- ---------- --------- - ---------- --------- ---------- - ----------- --------- ----------

matrix Lambda:

------------ ------------

0.0440751 0.0404441

-0.0122565 -0.0149724

0.025762 0.00848708

0.0690618 0.0162595

-0.0026161 0.0129696

-0.0203877 -0.000907076

-0.0450108 -0.00575126

-0.00816067 -0.00539953

0.0440751 0.0404441

0.0549103 0.0681417

-0.0635473 0.0127974

0.0603161 0.0467932

0.0374092 0.0638897

0.0109273 0.0531087

0.071077 0.0332557

0.0656873 0.00972818

0.0440751 0.0404441

0.0595232 0.0946715

0.00679412 -0.00172937

0.0464425 0.0370141

0.0687163 0.0845767

0.0412677 0.0798792

0.0116703 0.0414763

-0.000747973 0.00952348

0.0440751 0.0404441

-0.112353 0.0148509

0.128251 -0.0306576

0.367983 -0.015909

0.163524 0.0136326

-0.327236 0.0299075

-0.368306 0.0365849

-0.0937966 0.0188105

0.0440751 0.0404441

0.110027 0.0804371

-0.0567029 0.0180219

-0.0678158 -0.00181868

0.0440751 0.0404441

0.144591 0.00249349

0.0730582 0.000808674

0.0149547 -0.00121771

------------ ------------

matrix Psi1:

----------- ---------- ----------- ---------- ----------- ----------

0.0984445 -0.0901119 -0.0119768 -0.197859 0.090557 0.276679

0.0119926 0.120551 0.0941947 0.0686161 -0.060496 -0.0497692

0.0119926 0.120551 0.0941947 0.0686161 -0.060496 -0.0497692

0.0119926 0.120551 0.0941947 0.0686161 -0.060496 -0.0497692

0.0119926 0.120551 0.0142475 0.0686161 -0.060496 -0.0465671

0.00325845 0.120551 0.0941947 0.164558 -0.060496 -0.0497692

-0.00604688 0.0750225 0.0941947 0.164558 0.090557 -0.0497692

-0.00604688 0.0750225 0.0941947 0.164558 0.090557 -0.0497692

-0.00604688 0.0750225 0.277741 0.164558 0.090557 -0.0497692

-0.00604688 0.280855 0.277741 0.447654 0.0295832 -0.0297594

0.0704811 -0.0636447 -0.0166907 0.132948 -0.0548389 -0.0426262

0.0704811 -0.0774436 -0.0161809 0.14504 -0.0548389 -0.0436177

0.0736478 -0.0583539 -0.00756999 0.174617 -0.0548389 -0.0441762

0.0588553 -0.047163 0.0142475 0.174617 -0.0548389 -0.0441762

0.0848334 -0.102827 -0.0152297 0.132948 -0.0548389 -0.0430973

0.0794118 -0.0774436 0.0142475 0.132948 -0.0835048 -0.0497692

0.0873066 -0.0769551 -0.0171841 0.147689 -0.0835048 -0.0462692

0.0942853 -0.0774436 -0.0139108 0.132948 -0.0714973 -0.0497692

0.0942853 -0.0636447 -0.0171841 0.132948 -0.0834388 -0.0465671

0.0998994 -0.0195425 -0.0139108 0.121982 -0.060496 -0.0297594

0.0942853 -0.058699 -0.011353 0.132948 -0.0834388 -0.0497692

0.0942853 -0.0579605 -0.0115628 0.132948 -0.0834388 -0.0476996

0.0942853 -0.0588444 -0.0115628 0.132948 -0.0792906 -0.0297594

0.0998994 -0.0579605 -0.0115628 0.132948 -0.0792906 -0.0297594

0.0847284 -0.0982497 -0.0119768 0.132948 -0.0548389 -0.0453627

0.0847284 -0.0774436 -0.0171841 0.14504 -0.0548389 -0.0428549

0.0847284 -0.0901119 -0.0119768 0.132948 -0.0548389 -0.0436177

0.0847284 -0.0901119 -0.0166907 0.14504 -0.0548389 -0.0428549

0.0847284 -0.0774436 -0.0139108 0.14504 -0.0548389 -0.0433521

0.0847284 -0.0901119 -0.0139108 0.14504 -0.0548389 -0.0436177

0.00022118 -0.059808 -0.0169692 0.392009 0.00684866 -0.0486706

0.00022118 -0.059808 -0.0169692 0.392009 0.00684866 -0.0486706

0.0588553 -0.059128 -0.00158707 0.0754853 0.00684866 -0.0486706

0.0588553 -0.059128 -0.00158707 0.0754853 0.00684866 -0.0486706

0.0682396 -0.0106322 0.0347502 0.0754853 0.00684866 -0.0486706

0.0784258 -0.0106322 0.0347502 0.0754853 0.00684866 -0.0486706

0.0588553 -0.0779408 -0.0171841 0.147689 -0.0548389 -0.0430973

0.0588553 -0.0636447 -0.0155325 0.147689 -0.0548389 -0.0433521

0.0588553 -0.0583539 -0.00756999 0.147689 -0.0548389 -0.0433521

0.0588553 -0.0636447 -0.0155325 0.147689 -0.0790515 -0.0433521

0.0588553 -0.0636447 -0.00756999 0.147689 -0.0790515 -0.0433521

0.0588553 -0.0583539 0.0142475 0.147689 -0.0790515 -0.0433521

0.0588553 -0.0583539 0.0142475 0.147689 -0.0790515 -0.0436177

0.0588553 -0.0583539 0.0142475 0.147689 -0.0790515 -0.0436177

0.0968245 -0.0636447 0.0023238 0.147058 -0.0790515 -0.0453627

0.0968245 -0.0636447 -0.00756999 0.147058 -0.0790515 -0.0453627

0.0504671 -0.0774436 -0.0161147 0.147689 -0.0548389 -0.0424127

0.0504671 -0.0636447 -0.0139108 0.132948 -0.0548389 -0.0424127

0.0847284 -0.0774436 -0.00756999 0.14504 -0.0548389 -0.0433521

0.0794118 -0.0774436 -0.00756999 0.147689 -0.0548389 -0.0441762

----------- ---------- ----------- ---------- ----------- ----------

matrix Psi2:

--------- ----------- ----------- ---------- ------------ ---------

0.0525366 -0.0271217 -0.0448349 0.107664 0.0196892 0.0425286

0.0585641 0.0163563 0.0849572 0.0101285 -0.0126414 0.0375662

0.0585641 0.0163563 0.0849572 0.0101285 -0.0126414 0.0375662

0.0585641 0.0163563 0.0849572 0.0101285 -0.0126414 0.0375662

0.0585641 0.0163563 -0.0146818 0.0101285 -0.0126414 0.0380545

0.0597941 0.0163563 0.0849572 0.037848 -0.0126414 0.0375662

0.061169 0.0580303 0.0849572 0.037848 0.0196892 0.0375662

0.061169 0.0580303 0.0849572 0.037848 0.0196892 0.0375662

0.061169 0.0580303 0.385856 0.037848 0.0196892 0.0375662

0.061169 0.328159 0.385856 0.0481495 0.137084 0.0395871

0.051639 -0.0260856 -0.0514614 0.0123441 -0.0201525 0.0397967

0.051639 -0.02679 -0.0505038 0.0146714 -0.0201525 0.0391539

0.0520798 -0.0236665 -0.0393743 0.0387154 -0.0201525 0.0388779

0.0531894 -0.0132376 -0.0146818 0.0387154 -0.0201525 0.0388779

0.0516789 -0.0273849 -0.0563204 0.0123441 -0.0201525 0.0394599

0.0515678 -0.02679 -0.0146818 0.0123441 -0.0195894 0.0375662

0.0525564 -0.0267744 -0.0532216 0.014577 -0.0195894 0.038134

0.0527639 -0.02679 -0.0472771 0.0123441 -0.0150072 0.0375662

0.0527639 -0.0260856 -0.0532216 0.0123441 -0.018493 0.0380545

0.0521441 -0.00588532 -0.0472771 0.063041 -0.0126414 0.0395871

0.0527639 -0.0250861 -0.0440607 0.0123441 -0.018493 0.0375662

0.0527639 -0.0188211 -0.0443208 0.0123441 -0.018493 0.0377986

0.0527639 -0.0225829 -0.0443208 0.0123441 -0.0169617 0.0395871

0.0521441 -0.0188211 -0.0443208 0.0123441 -0.0169617 0.0395871

0.0507714 -0.0272944 -0.0448349 0.0123441 -0.0201525 0.0384118

0.0507714 -0.02679 -0.0532216 0.0146714 -0.0201525 0.0396244

0.0507714 -0.0271217 -0.0448349 0.0123441 -0.0201525 0.0391539

0.0507714 -0.0271217 -0.0514614 0.0146714 -0.0201525 0.0396244

0.0507714 -0.02679 -0.0472771 0.0146714 -0.0201525 0.0393031

0.0507714 -0.0271217 -0.0472771 0.0146714 -0.0201525 0.0391539

0.0602358 -0.0255096 -0.0521529 0.0503076 0.000701546 0.0376368

0.0602358 -0.0255096 -0.0521529 0.0503076 0.000701546 0.0376368

0.0531894 -0.0212283 -0.0319454 0.00953666 0.000701546 0.0376368

0.0531894 -0.0212283 -0.0319454 0.00953666 0.000701546 0.0376368

0.0524403 -0.00402176 0.00375184 0.00953666 0.000701546 0.0376368

0.0518137 -0.00402176 0.00375184 0.00953666 0.000701546 0.0376368

0.0531894 -0.0268057 -0.0532216 0.014577 -0.0201525 0.0394599

0.0531894 -0.0260856 -0.049488 0.014577 -0.0201525 0.0393031

0.0531894 -0.0236665 -0.0393743 0.014577 -0.0201525 0.0393031

0.0531894 -0.0260856 -0.049488 0.014577 -0.0202393 0.0393031

0.0531894 -0.0260856 -0.0393743 0.014577 -0.0202393 0.0393031

0.0531894 -0.0236665 -0.0146818 0.014577 -0.0202393 0.0393031

0.0531894 -0.0236665 -0.0146818 0.014577 -0.0202393 0.0391539

0.0531894 -0.0236665 -0.0146818 0.014577 -0.0202393 0.0391539

0.0526769 -0.0260856 -0.0272499 0.0143197 -0.0202393 0.0384118

0.0526769 -0.0260856 -0.0393743 0.0143197 -0.0202393 0.0384118

0.05113 -0.02679 -0.0556037 0.014577 -0.0201525 0.039977

0.05113 -0.0260856 -0.0472771 0.0123441 -0.0201525 0.039977

0.0507714 -0.02679 -0.0393743 0.0146714 -0.0201525 0.0393031

0.0515678 -0.02679 -0.0393743 0.014577 -0.0201525 0.0388779

--------- ----------- ----------- ---------- ------------ ---------

matrix a:

--------- --------

0.919825 1.99431

0.221074 1.54862

2.53395 0.949685

0.804935 3.99439

1.32927 6.30493

-1.96641 3.92062

--------- --------

matrix F1:

------------ ---------- -----------

0.0402818 -0.159263 -0.423689

0.276366 0.0552315 0.0174508

0.276366 0.0552315 0.0174508

0.276366 0.0552315 0.0174508

0.073784 0.0552315 0.0111542

0.268332 0.132458 0.0174508

0.249708 0.132458 0.218242

0.249708 0.132458 0.218242

0.714805 0.132458 0.218242

0.760309 0.360332 0.0978433

0.00846673 0.107014 0.0109247

0.006708 0.116748 0.0128744

0.0356607 0.140555 0.0139726

0.0798124 0.140555 0.0139726

0.0167083 0.107014 0.0118511

0.0920265 0.107014 -0.0131341

0.0197505 0.11888 -0.0200165

0.0343561 0.107014 0.00282701

0.0291123 0.107014 -0.0193431

0.0523205 0.0981879 -0.0218966

0.0449814 0.107014 -0.0130464

0.044613 0.107014 -0.017116

0.0444176 0.107014 -0.0468799

0.049777 0.107014 -0.0468799

0.0258663 0.107014 0.0163058

0.017271 0.116748 0.0113744

0.0276654 0.107014 0.0128744

0.0157206 0.116748 0.0113744

0.0255654 0.116748 0.012352

0.0227648 0.116748 0.0128744

-0.0560175 0.315542 0.10481

-0.0560175 0.315542 0.10481

0.0370434 0.0607608 0.10481

0.0370434 0.0607608 0.10481

0.148473 0.0607608 0.10481

0.157843 0.0607608 0.10481

-0.00663763 0.11888 0.0118511

0.000707802 0.11888 0.012352

0.0220541 0.11888 0.012352

0.000707802 0.11888 -0.0198332

0.0208845 0.11888 -0.0198332

0.0773384 0.11888 -0.0198332

0.0773384 0.11888 -0.0193108

0.0773384 0.11888 -0.0193108

0.0808799 0.118372 -0.0158794

0.0558095 0.118372 -0.0158794

-0.0115335 0.11888 0.0105049

-0.00289843 0.107014 0.0105049

0.0416326 0.116748 0.012352

0.0367422 0.11888 0.0139726

------------ ---------- -----------

matrix F2:

---------- --------- ---------

0.0201941 0.430052 0.290877

0.222807 0.0404573 0.0675796

0.222807 0.0404573 0.0675796

0.222807 0.0404573 0.0675796

0.128182 0.0404573 0.069494

0.22526 0.15118 0.0675796

0.292539 0.15118 0.271422

0.292539 0.15118 0.271422

0.578298 0.15118 0.271422

0.996625 0.192328 1.01951

0.0137153 0.0493071 0.0289676

0.0135338 0.0586035 0.0264474

0.0298196 0.154644 0.0253651

0.0716331 0.154644 0.0253651

0.0071681 0.0493071 0.0276471

0.0474113 0.0493071 0.0237728

0.0128065 0.0582261 0.025999

0.0188416 0.0493071 0.0526632

0.0142872 0.0493071 0.0326003

0.049979 0.25181 0.0755028

0.0245349 0.0493071 0.0306859

0.0339901 0.0493071 0.0315969

0.0281646 0.0493071 0.0482639

0.0327539 0.0493071 0.0482639

0.0164062 0.0493071 0.0235379

0.00922249 0.0586035 0.028292

0.0166736 0.0493071 0.0264474

0.0103805 0.0586035 0.028292

0.0148678 0.0586035 0.0270324

0.0143543 0.0586035 0.0264474

0.0310953 0.200948 0.151982

0.0310953 0.200948 0.151982

0.0428635 0.0380932 0.151982

0.0428635 0.0380932 0.151982

0.101917 0.0380932 0.151982

0.100668 0.0380932 0.151982

0.0140207 0.0582261 0.0276471

0.0186814 0.0582261 0.0270324

0.0320325 0.0582261 0.0270324

0.0186814 0.0582261 0.0264851

0.0282863 0.0582261 0.0264851

0.0554825 0.0582261 0.0264851

0.0554825 0.0582261 0.0259001

0.0554825 0.0582261 0.0259001

0.0387786 0.0571984 0.0229906

0.0272643 0.0571984 0.0229906

0.00767546 0.0582261 0.0296743

0.016674 0.0493071 0.0296743

0.0223731 0.0586035 0.0270324

0.0239613 0.0582261 0.0253651

---------- --------- ---------

matrix c:

--------- --------

0.844543 0.872726

0.409803 0.127741

-0.014625 0.105762

--------- --------

Y rebuilt normalized :

---------- ---------

-0.0250505 0.103323

0.255782 0.206765

0.255782 0.206765

0.255782 0.206765

0.0847847 0.124385

0.280645 0.22305

0.261979 0.303325

0.261979 0.303325

0.654774 0.552714

0.788348 1.00217

0.0508456 0.0213319

0.0533205 0.0220945

0.0875127 0.0484615

0.124801 0.0849532

0.0577923 0.0154783

0.121767 0.0501899

0.0656903 0.0213642

0.0728287 0.0283119

0.0687243 0.0222152

0.0847448 0.0837698

0.0820343 0.0309562

0.0817827 0.0393043

0.082053 0.035983

0.0865792 0.0399882

0.0654615 0.0231061

0.0622634 0.018527

0.0670311 0.0236472

0.060954 0.0195376

0.0692541 0.0233206

0.0668812 0.0228105

0.0804681 0.068881

0.0804681 0.068881

0.0546519 0.0583481

0.0546519 0.0583481

0.148759 0.109886

0.156672 0.108795

0.0429383 0.0225981

0.0491345 0.0266006

0.0671624 0.0382525

0.0496052 0.0265427

0.0666453 0.0349252

0.114323 0.05866

0.114315 0.0585982

0.114315 0.0585982

0.117048 0.0435812

0.0958751 0.0335323

0.0388232 0.0172749

0.0412533 0.0239888

0.0828235 0.0298706

0.0795434 0.0310322

---------- ---------

Y rebuilt :

-------- ---------

-18.4072 141.364

300.057 267.874

300.057 267.874

300.057 267.874

106.146 167.123

328.251 287.79

307.084 385.966

307.084 385.966

752.513 690.969

903.987 1240.66

67.6589 41.0889

70.4655 42.0216

109.239 74.2684

151.524 118.898

75.5365 33.93

148.084 76.3823

84.4928 41.1284

92.5877 49.6254

87.9333 42.1692

106.101 117.45

103.027 52.8594

102.742 63.0692

103.048 59.0072

108.181 63.9056

84.2334 43.2587

80.6067 37.6585

86.0133 43.9205

79.1218 38.8945

88.5341 43.5211

85.8432 42.8973

101.251 99.2414

101.251 99.2414

71.9752 86.3597

71.9752 86.3597

178.693 149.39

187.666 148.057

58.692 42.6374

65.7185 47.5326

86.1622 61.7828

66.2523 47.4618

85.5758 57.7135

139.642 86.7412

139.634 86.6656

139.634 86.6656

142.733 68.2998

118.722 56.01

54.0255 36.1272

56.7813 44.3383

103.922 51.5318

100.202 52.9524

-------- ---------

Error normalised (Y - F)

-------- ---------

0.235229 0.0474495

-------- ---------

Error (Y\_ - F\_))

------- -------

266.749 58.0307

------- -------

(Psi11)[1]=0.044075\*T0(x11) + -0.012257\*T1(x11) + 0.025762\*T2(x11) + 0.069062\*T3(x11) + -0.002616\*T4(x11) + -0.020388\*T5(x11) + -0.045011\*T6(x11) + -0.008161\*T7(x11)

(Psi12)[1]=0.044075\*T0(x12) + 0.054910\*T1(x12) + -0.063547\*T2(x12) + 0.060316\*T3(x12) + 0.037409\*T4(x12) + 0.010927\*T5(x12) + 0.071077\*T6(x12) + 0.065687\*T7(x12)

(Psi13)[1]=0.044075\*T0(x13) + 0.059523\*T1(x13) + 0.006794\*T2(x13) + 0.046442\*T3(x13) + 0.068716\*T4(x13) + 0.041268\*T5(x13) + 0.011670\*T6(x13) + -0.000748\*T7(x13)

(Psi21)[1]=0.044075\*T0(x21) + -0.112353\*T1(x21) + 0.128251\*T2(x21) + 0.367983\*T3(x21) + 0.163524\*T4(x21) + -0.327236\*T5(x21) + -0.368306\*T6(x21) + -0.093797\*T7(x21)

(Psi31)[1]=0.044075\*T0(x31) + 0.110027\*T1(x31) + -0.056703\*T2(x31) + -0.067816\*T3(x31)

(Psi32)[1]=0.044075\*T0(x32) + 0.144591\*T1(x32) + 0.073058\*T2(x32) + 0.014955\*T3(x32)

(Psi11)[2]=0.040444\*T0(x11) + -0.014972\*T1(x11) + 0.008487\*T2(x11) + 0.016260\*T3(x11) + 0.012970\*T4(x11) + -0.000907\*T5(x11) + -0.005751\*T6(x11) + -0.005400\*T7(x11)

(Psi12)[2]=0.040444\*T0(x12) + 0.068142\*T1(x12) + 0.012797\*T2(x12) + 0.046793\*T3(x12) + 0.063890\*T4(x12) + 0.053109\*T5(x12) + 0.033256\*T6(x12) + 0.009728\*T7(x12)

(Psi13)[2]=0.040444\*T0(x13) + 0.094671\*T1(x13) + -0.001729\*T2(x13) + 0.037014\*T3(x13) + 0.084577\*T4(x13) + 0.079879\*T5(x13) + 0.041476\*T6(x13) + 0.009523\*T7(x13)

(Psi21)[2]=0.040444\*T0(x21) + 0.014851\*T1(x21) + -0.030658\*T2(x21) + -0.015909\*T3(x21) + 0.013633\*T4(x21) + 0.029907\*T5(x21) + 0.036585\*T6(x21) + 0.018810\*T7(x21)

(Psi31)[2]=0.040444\*T0(x31) + 0.080437\*T1(x31) + 0.018022\*T2(x31) + -0.001819\*T3(x31)

(Psi32)[2]=0.040444\*T0(x32) + 0.002493\*T1(x32) + 0.000809\*T2(x32) + -0.001218\*T3(x32)

(Phi1)[1]=0.040541\*T0(x11) + -0.011274\*T1(x11) + 0.023697\*T2(x11) + 0.063525\*T3(x11) + -0.002406\*T4(x11) + -0.018753\*T5(x11) + -0.041402\*T6(x11) + -0.007506\*T7(x11) + 0.009744\*T0(x12) + 0.012139\*T1(x12) + -0.014049\*T2(x12) + 0.013334\*T3(x12) + 0.008270\*T4(x12) + 0.002416\*T5(x12) + 0.015713\*T6(x12) + 0.014522\*T7(x12) + 0.111684\*T0(x13) + 0.150829\*T1(x13) + 0.017216\*T2(x13) + 0.117683\*T3(x13) + 0.174123\*T4(x13) + 0.104570\*T5(x13) + 0.029572\*T6(x13) + -0.001895\*T7(x13)

(Phi2)[1]=0.035478\*T0(x21) + -0.090437\*T1(x21) + 0.103234\*T2(x21) + 0.296202\*T3(x21) + 0.131626\*T4(x21) + -0.263404\*T5(x21) + -0.296462\*T6(x21) + -0.075500\*T7(x21)

(Phi3)[1]=0.058588\*T0(x31) + 0.146256\*T1(x31) + -0.075374\*T2(x31) + -0.090146\*T3(x31) + -0.086670\*T0(x32) + -0.284326\*T1(x32) + -0.143662\*T2(x32) + -0.029407\*T3(x32)

(Phi1)[2]=0.080658\*T0(x11) + -0.029860\*T1(x11) + 0.016926\*T2(x11) + 0.032427\*T3(x11) + 0.025865\*T4(x11) + -0.001809\*T5(x11) + -0.011470\*T6(x11) + -0.010768\*T7(x11) + 0.062633\*T0(x12) + 0.105526\*T1(x12) + 0.019818\*T2(x12) + 0.072465\*T3(x12) + 0.098941\*T4(x12) + 0.082245\*T5(x12) + 0.051500\*T6(x12) + 0.015065\*T7(x12) + 0.038409\*T0(x13) + 0.089908\*T1(x13) + -0.001642\*T2(x13) + 0.035152\*T3(x13) + 0.080321\*T4(x13) + 0.075860\*T5(x13) + 0.039389\*T6(x13) + 0.009044\*T7(x13)

(Phi2)[2]=0.161550\*T0(x21) + 0.059320\*T1(x21) + -0.122459\*T2(x21) + -0.063547\*T3(x21) + 0.054454\*T4(x21) + 0.119462\*T5(x21) + 0.146134\*T6(x21) + 0.075137\*T7(x21)

(Phi3)[2]=0.254997\*T0(x31) + 0.507151\*T1(x31) + 0.113627\*T2(x31) + -0.011467\*T3(x31) + 0.158566\*T0(x32) + 0.009776\*T1(x32) + 0.003170\*T2(x32) + -0.004774\*T3(x32)

(F1)=0.034239\*T0(x11) + -0.009521\*T1(x11) + 0.020013\*T2(x11) + 0.053649\*T3(x11) + -0.002032\*T4(x11) + -0.015838\*T5(x11) + -0.034966\*T6(x11) + -0.006339\*T7(x11) + 0.008229\*T0(x12) + 0.010252\*T1(x12) + -0.011865\*T2(x12) + 0.011261\*T3(x12) + 0.006985\*T4(x12) + 0.002040\*T5(x12) + 0.013271\*T6(x12) + 0.012264\*T7(x12) + 0.094322\*T0(x13) + 0.127381\*T1(x13) + 0.014540\*T2(x13) + 0.099388\*T3(x13) + 0.147055\*T4(x13) + 0.088314\*T5(x13) + 0.024975\*T6(x13) + -0.001601\*T7(x13) + 0.014539\*T0(x21) + -0.037061\*T1(x21) + 0.042305\*T2(x21) + 0.121385\*T3(x21) + 0.053941\*T4(x21) + -0.107944\*T5(x21) + -0.121491\*T6(x21) + -0.030940\*T7(x21) + -0.000857\*T0(x31) + -0.002139\*T1(x31) + 0.001102\*T2(x31) + 0.001318\*T3(x31) + 0.001268\*T0(x32) + 0.004158\*T1(x32) + 0.002101\*T2(x32) + 0.000430\*T3(x32)

(F2)=0.070392\*T0(x11) + -0.026059\*T1(x11) + 0.014772\*T2(x11) + 0.028299\*T3(x11) + 0.022573\*T4(x11) + -0.001579\*T5(x11) + -0.010010\*T6(x11) + -0.009398\*T7(x11) + 0.054661\*T0(x12) + 0.092095\*T1(x12) + 0.017296\*T2(x12) + 0.063242\*T3(x12) + 0.086348\*T4(x12) + 0.071778\*T5(x12) + 0.044946\*T6(x12) + 0.013148\*T7(x12) + 0.033521\*T0(x13) + 0.078465\*T1(x13) + -0.001433\*T2(x13) + 0.030678\*T3(x13) + 0.070098\*T4(x13) + 0.066205\*T5(x13) + 0.034376\*T6(x13) + 0.007893\*T7(x13) + 0.020637\*T0(x21) + 0.007578\*T1(x21) + -0.015643\*T2(x21) + -0.008118\*T3(x21) + 0.006956\*T4(x21) + 0.015260\*T5(x21) + 0.018667\*T6(x21) + 0.009598\*T7(x21) + 0.026969\*T0(x31) + 0.053637\*T1(x31) + 0.012017\*T2(x31) + -0.001213\*T3(x31) + 0.016770\*T0(x32) + 0.001034\*T1(x32) + 0.000335\*T2(x32) + -0.000505\*T3(x32)

(F1) transformed:

1.9559618165247548(x11)^6 - 15.836138444720689(x11)^5 + 50.17455934860707(x11)^4 - 51.266681667253096(x11)^3 - 43.20612643552377(x11)^2 + 110.15527624059507(x11) - 51.93294899888259 +

0.4430488409961122(x12)^6 - 8.417101989916645(x12)^5 + 68.67775638743808(x12)^4 - 239.65438971992734(x12)^3 + 403.0160022666055(x12)^2 - 324.4623736210789(x12) + 100.46869372537721 +

-0.31766353585318935(x13)^6 + 7.037470042880616(x13)^5 - 40.12253358875325(x13)^4 + 121.43275389158043(x13)^3 - 171.33330166462991(x13)^2 + 97.04303264667128(x13) - 13.112792102922583 +

0.36427698031389655(x21)^6 - 7.218226732867002(x21)^5 + 13.516944818634556(x21)^4 + 136.9990875997329(x21)^3 - 528.6132510827371(x21)^2 + 638.3044254356782(x21) - 253.46237846658332 +

0.010634190549711636(x31)^2 - 0.05446374422277916(x31) + 0.04218833011706173 +

-0.0007505548134789149(x32)^2 - 0.0038353002547391463(x32) + 0.013762565327317816 +

-0.0127866592811

(F2) transformed:

-0.6624522058062536(x11)^6 + 9.330412129072325(x11)^5 - 59.18019861386508(x11)^4 + 188.33429314517946(x11)^3 - 309.80622669151484(x11)^2 + 248.95356255306734(x11) - 76.98686291787276 +

0.06230805747377177(x12)^6 - 0.653958515630201(x12)^5 + 22.91888672188395(x12)^4 - 123.571898287706(x12)^3 + 278.94424519780137(x12)^2 - 284.92625176605424(x12) + 107.70719378219395 +

0.0861472921661508(x13)^6 - 0.2507979215569627(x13)^5 + 8.241042006116103(x13)^4 - 50.330699096450445(x13)^3 + 133.87100759066806(x13)^2 - 155.91128982428654(x13) + 64.66107232250567 +

0.1311590230869797(x21)^6 - 4.095749130231111(x21)^5 + 38.445330155275556(x21)^4 - 147.60874559703785(x21)^3 + 271.5133424391885(x21)^2 - 236.96367530625704(x21) + 78.6269751325306 +

-0.010693794883310813(x31)^2 + 0.15435059983008842(x31) - 0.03880767702719354 +

-0.009703337942411343(x32)^2 + 0.026918965675551222(x32) - 0.01615761198331901 +

0.0322100967685

(F1) transformed denormed:

0.005520313940606241(x11)^6 - 6.055762826712315e-08(x11)^5 + 2.6604148245099955e-13(x11)^4 +

5.310488050158165e-07(x12)^6 - 9.632453743745976e-15(x12)^5 +

-9.206507626801861e-08(x13)^6 +

0.006303254633727397(x21)^6 - 1.9058280426708936e-06(x21)^5 + 5.4456760609623655e-11(x21)^4 + 8.421917966516004e-15(x21)^3 +

0.01685032175770215(x31)^2 - 7.188977289147772e-05(x31) + 5.3905766676755884e-08 +

-4.834363436219481e-05(x32)^2 - 1.813565651347212e-08(x32) + 3.719547612260126e-12 +

-37.2478194177

(F2) transformed denormed:

-0.0027237807382977128(x11)^6 + 4.9619850808780405e-08(x11)^5 - 4.322106411396816e-13(x11)^4 +

7.8194232102796e-08(x12)^6 +

2.5931414247861983e-08(x13)^6 +

0.002447623981252688(x21)^6 - 1.1662722533272226e-06(x21)^5 + 1.6704376115193756e-10(x21)^4 - 9.786306740302409e-15(x21)^3 +

-0.026436456948427705(x31)^2 + 0.00020937678726033174(x31) - 5.34778503124402e-08 +

-0.0007681389330945971(x32)^2 + 1.2834661704462518e-07(x32) - 4.709570536900741e-12 +

165.252878714