Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України

“Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського”

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра обчислювальної техніки

ЗВІТ

до лабораторної роботи №1.2

з дисципліни «Інтелектуальні вбудовані системи»

на тему «Дослідження автокореляційної і взаємно- кореляційної функцій випадкових сигналів»

Виконав:

студент групи ІП-83

Черевач А.М.

Перевірив:

асистент Регіда П.Г.

Київ - 2021

Основні теоретичні відомості

Значення автокореляційної функції фізично представляє зв'язок між значенням однієї і тієї ж величини, тобто для конкретних моментів t_k, τ_s, значення $R_{xx}(t,\tau)$ оцінюється друге змішаним центральним моментом 2-х перетинів випадкових процесів $x(t_k), x(t_k+\tau_s)$

$$R_{xx}(t,\tau_s)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\overbrace{(x_i(t_k)-M_x(t_k))}^{\overset{0}{x}(t_k)}\cdot\overbrace{(x_i(t_k+\tau_s)-M_x(t_k+\tau_s))}^{\overset{0}{x}(t_k+\tau_s)}$$

для кожного конкретного інтервалу потрібно проходити по всім t_k (перетинах).

Центральні значення можна замінити:

$\overset{0}{x}(t_k)$, $\overset{0}{x}(t_k,\tau_s)$, тобто їх $M_x=0$

$$\left[\begin{array}{l} R_{xx}(t,\tau)=\lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{1}{N-1}\sum\limits_{i=1}^{N}\overset{0}{x}_i(t)\cdot\overset{0}{x}_i(t+\tau) \\ R_{xx}(t,\tau)=\lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{1}{N-1}\sum\limits_{i=1}^{N}\overset{0}{x}_i(t)\cdot\overset{0}{x}_i(t+\tau) \end{array}\right]$$

Обчислення кореляційної функції $R_{xx}(t,\tau)$ є відносно складним, оскільки необхідно попереднє обчислення математичного очікування M_x для виконання кількісної оцінки, іноді виповнюється ковариационной функцією:

$$C_{xx}(t,\tau)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}x_i(t)\cdot x_i(t+\tau)$$

У завданнях управління частіше використовується нормована кореляційна функція:

$$S_{xx}(t,\tau)=\frac{R_{xx}(t,\tau)}{D_x(t)}<1$$

Дослідження нестандартних випадкових сигналів вимагає значних обсягів пам'яті, тому в більшості наукових досліджень приймається гіпотеза про стаціонарності випадкового сигналу на інтервалі (t_0 … t_1).

<u>Кореляційна функція для стаціонарного сигналу:</u>

$$R_x(\tau_s)=\lim_{N\to 0}\cdot\frac{1}{N-1}\cdot\sum_{i=1}^{N}(\underbrace{x_i(t_k)-M_x}_{X(t_k)})\cdot(\underbrace{x_i(t_k+\tau_s)-M_x}_{x(t_s)})=$$

$$=\lim_{n\to 0}\cdot\frac{1}{n-1}\cdot(x_i(t_k)-M_x)\cdot(x_i(t_k+\tau_s)-M_x)$$

$x(t)$ в межах однієї реалізації показує наскільки швидко змінюється сигнал.

<u>Коваріаційна функція для стаціонарного сигналу:</u>

$$C_{xx}(\tau)=\lim_{N\to 0}\cdot\frac{1}{n-1}\cdot\sum_{k=1}^{n}Lx(t_k)\cdot x(t_k+\tau)$$

показує ступінь зв'язності між значеннями одного і того ж сигналу.

Таким чином для стаціонарних і ергодичні процесів обчислення параметрів сигналів реалізуються шляхом усереднення за часом у межах однієї реалізації.

Статистичне вимірювання зв'язків між двома стаціонарними випадковими процесами

Дуже важливим виявляється не тільки обчислення автокореляційної функції $R_{xx}(\tau)$, але і обчислення взаємної кореляційної функції $R_{xy}(\tau)$ для двох випадкових процесів $x(y)$, $y(t)$, для якої не можна на основі зовнішнього спостереження сказати, чи є залежність між ними. Для розрахунку взаємної кореляційної функції:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{n\to 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{X(t_k)} \cdot \underbrace{(y(t_k + \tau) - M_y)}_{y(t_k - \tau)} =$$

τ - випробувальний інтервал, на конкретному значенні якого досліджується взаємний вплив.

Завдання

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) розрахувати його автокореляційної функцію. Згенерувати копію даного сигналу і розрахувати взаємно-кореляційну функцію для 2-х сигналів. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

Варіант

Номер залікової книжки - **8525**

Варіант в таблиці - **25**

Число гармонік в сигналі n - **12**

Гранична частота, $\omega_{гр}$ - **2700**

Кількість дискретних відліків, N - **64**

Лістинг програми

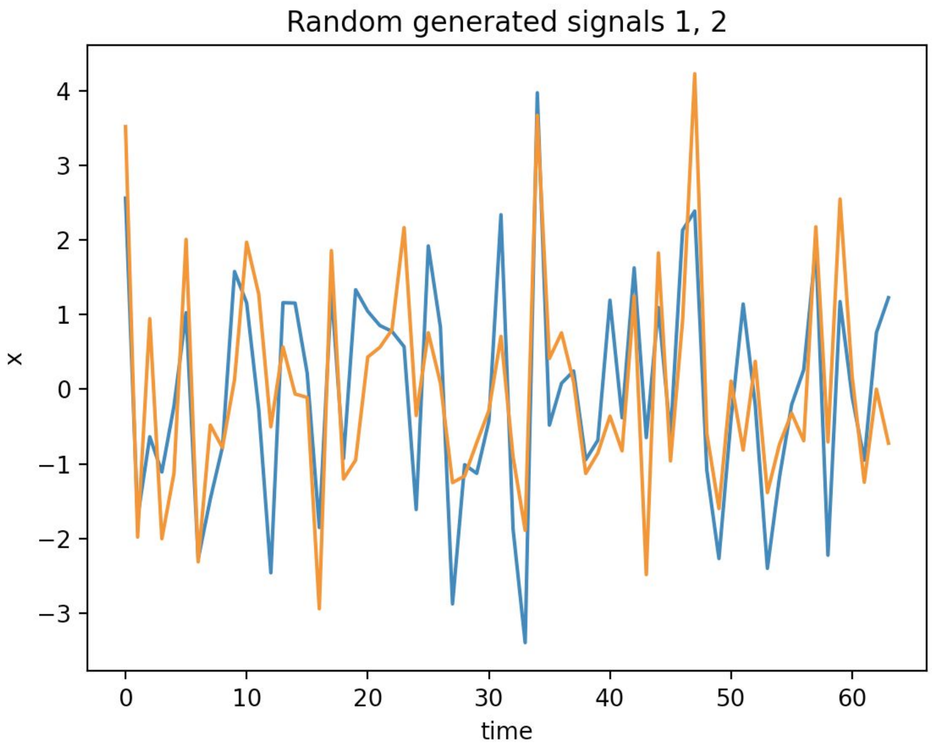
```
import matplotlib.pyplot as plt  # lib for graphs

import numpy as np  # lib for math operations
```

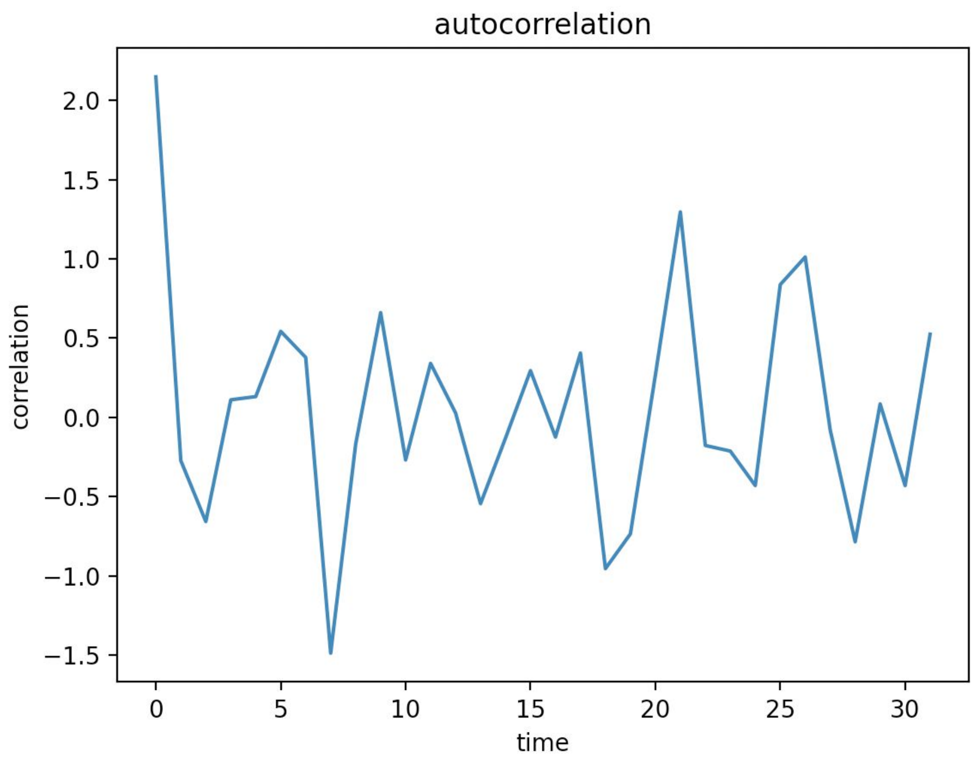
```python
# constants
n = 12  # number of harmonics
w = 2700  # max frequency
N = 64  # number of descrete calls

# function for calculating random signal
def formula(a, w, t, phi):
   return a*np.sin(w*t+phi)

# function for generation array of signals
def generateSignals(n, w, N):
   signals = [0]*N  # array of signals
   w0 = w/n  # frequency
   for _ in range(n):
       a = np.random.rand()  # amplitude
       phi = np.random.rand()  # phase

       for t in range(N):
           signals[t] += formula(a, w0, t, phi)
       w0 += w0
   return signals

# correlation function
def correlation(signal1, signal2):
```

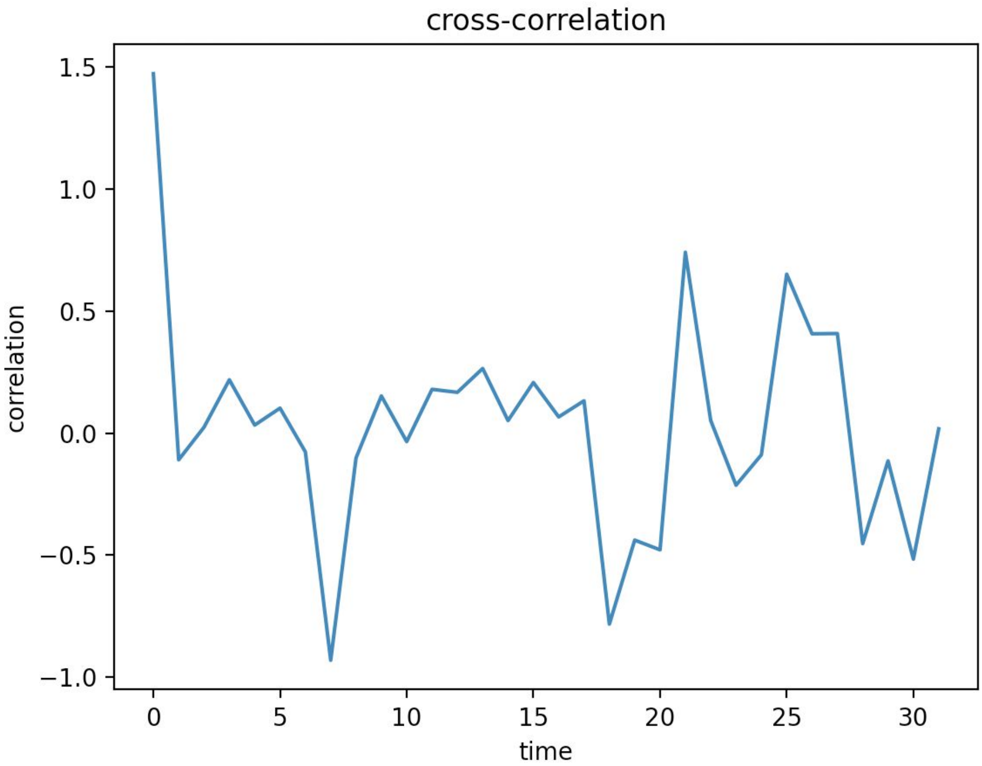
```
   Mx1 = np.average(signal1)  # math expectation

   Mx2 = np.average(signal2)  # math expectation

   sd1 = np.std(signal1)  # standart deviation == sqrt(dispersion)

   sd2 = np.std(signal2)  # standart deviation == sqrt(dispersion)

   length = len(signal1) // 2

   res = []


   for t in range(length):

       covarience = 0


       for l in range(length):

           covarience += (signal1[l]-Mx1)*(signal2[l + t]-Mx2) / (length-1)


       res.append((covarience / sd1 * sd2))


   return res


# autocorrelation function

def autocorrelation(signal):

   return correlation(signal, signal)


signals = generateSignals(n, w, N)

signals_copy = generateSignals(n, w, N)


print('Mx:', np.average(signals))  # Average

print('Dx:', np.var(signals))  # Dispersion
```

```
# plotting


# signals
plt.plot(signals)
plt.plot(signals_copy)
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('x')
plt.title('Random generated signals 1, 2')
plt.figure()


# cross-correlation
plt.plot(correlation(signals, signals_copy))
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('correlation')
plt.title('cross-correlation')
plt.figure()


# autocorrelation
plt.plot(autocorrelation(signals))
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('correlation')
plt.title('autocorrelation')
plt.show()
```

Результат роботи програми








```
Mx: -0.028016963662933513
Dx: 2.2418705802681087
```

Висновки

Під час виконання лабораторної роботи я дослідив методи обчислення та побудови кореляційних функцій. Було реалізовано програму для моделювання генерації двох випадкових сигналів на мові Phyton. Програма обчислює взаємну кореляцію двох сигналів та автокореляцію одного сигналу, після цього виводить їх графіки.