

Questão 3

Nathália Dantas Handam Nunes

Questão 3

Estude a probabilidade de inclusão da i -ésima unidade populacional (π_i) com $i = 1, \dots, N$, a depender do tamanho da amostra (n) e do tamanho da população (N) em cenários de amostragem aleatória simples com e sem reposição. Use gráfico para apresentar seu estudo. Discuta os resultados obtidos.

```
N <- seq(0, 100, by = 10)
n <- seq(1, 15, by = 1)

combinacoes <- expand.grid(N = N, n = n)

combinacoes <- combinacoes[combinacoes$n <= combinacoes$N,]

combinacoes$prob_com_reposicao <- 1 - (1 - 1 / combinacoes$N)^combinacoes$n
combinacoes$prob_sem_reposicao <- combinacoes$n / combinacoes$N
```

Use gráficos para apresentar seu estudo.

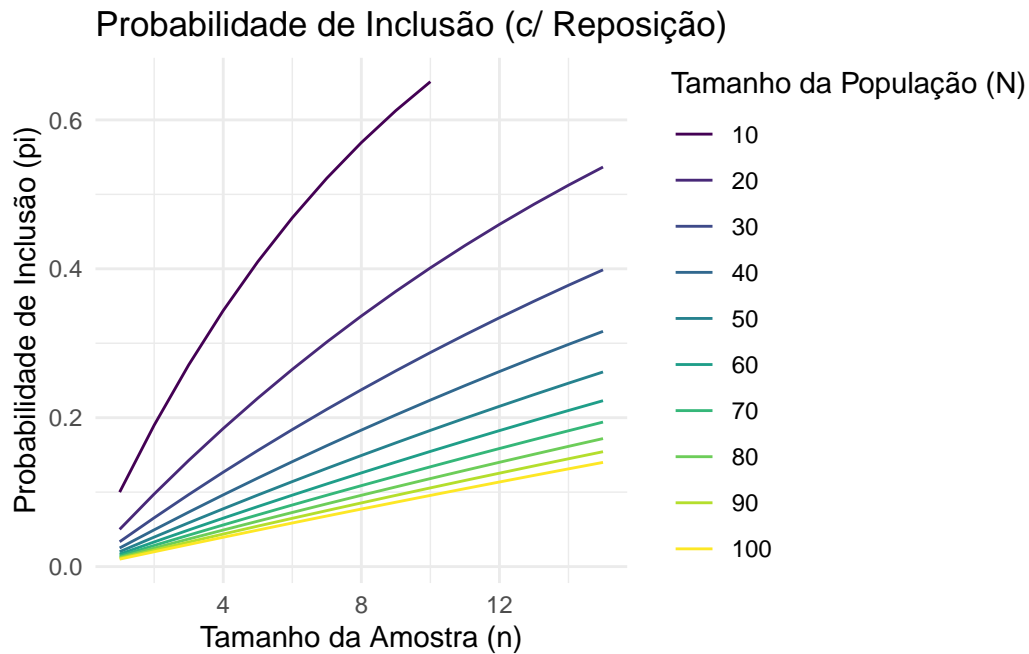
```
library(ggplot2)

grafico_com_reposicao <- ggplot(combinacoes,
                              aes(x = n, y = prob_com_reposicao,
                                  color = as.factor(N))) +

  geom_line() +
  scale_color_viridis_d() +
  labs(
    title = "Probabilidade de Inclusão (c/ Reposição)",
    x = "Tamanho da Amostra (n)",
    y = "Probabilidade de Inclusão (i)",
    color = "Tamanho da População (N)"
```

```
) +
  theme_minimal()

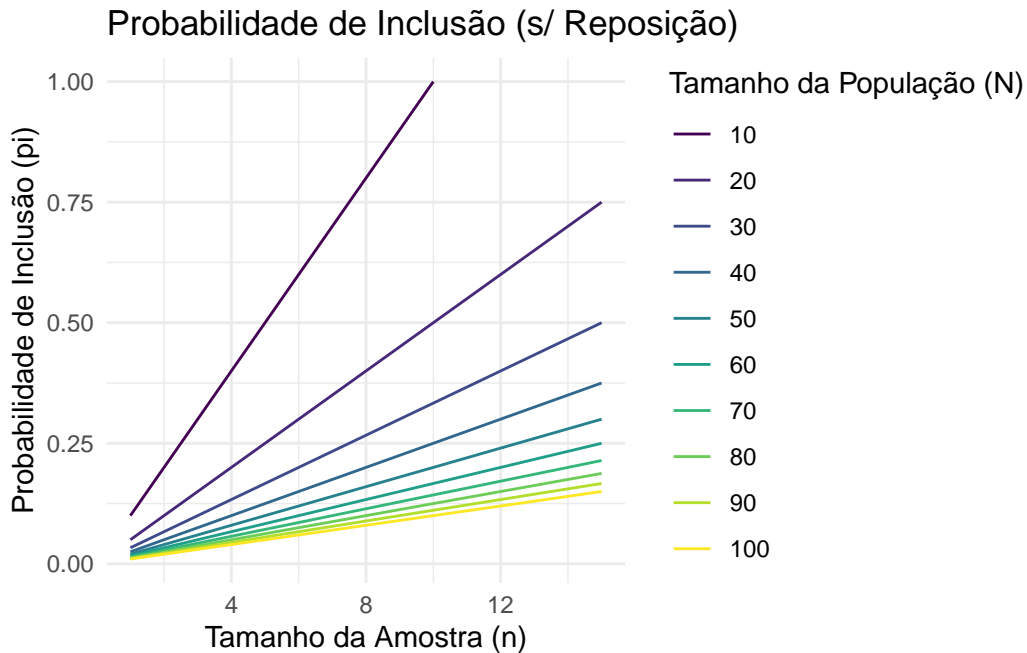
grafico_com_reposicao
```



```
grafico_sem_reposicao <- ggplot(combinacoes,
                                aes(x = n, y = prob_sem_reposicao,
                                    color = as.factor(N))) +

  geom_line() +
  scale_color_viridis_d() +
  labs(
    title = "Probabilidade de Inclusão (s/ Reposição)",
    x = "Tamanho da Amostra (n)",
    y = "Probabilidade de Inclusão (i)",
    color = "Tamanho da População (N)"
  ) +
  theme_minimal()

grafico_sem_reposicao
```



Os gráficos mostram como a probabilidade de um elemento ser incluído em uma amostra varia conforme o tamanho da população N e da amostra n , considerando cenários com e sem reposição. No caso **sem reposição**, a probabilidade de inclusão cresce de forma linear com o aumento do tamanho da amostra. Para populações menores, a probabilidade aumenta rapidamente, pois cada elemento retirado reduz o total de opções disponíveis. Já para populações maiores, essa probabilidade cresce de forma mais lenta, porque o impacto da retirada de um elemento é menor. Quando o tamanho da amostra n se aproxima do tamanho da população N , a probabilidade de inclusão tende a 100%, já que todos os elementos acabam sendo selecionados.

Já no caso **com reposição**, a probabilidade de inclusão cresce de forma mais gradual, já que cada elemento é devolvido à população após ser escolhido. Nesse cenário, mesmo que o tamanho da amostra seja grande, nenhum elemento tem garantia de ser incluído, o que diferencia este caso do sem reposição. Para populações menores, a probabilidade aumenta mais rápido, mas ainda assim não atinge 100%, enquanto, para populações maiores, o crescimento é ainda mais lento. Isso demonstra que a reposição reduz as chances de inclusão de cada elemento, especialmente em amostras maiores, quando comparado ao cenário sem reposição.