

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Фихтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

## Лабораторная работа 2.1.6

### Эффект Джоуля-Томсона

Автор:  
Черниенко Владислав Антонович  
Группа Б01-110

**Цель работы:** 1) определение изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры; 2) вычисление по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса « $a$ » и « $b$ ».

**В работе используются:** трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат; термометры; дифференциальная термопара; микровольтметр; балластный баллон; манометр.

## Теоретические сведения

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рис. 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления  $P_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением  $P_2$ . Перепад давления  $\Delta P = P_1 - P_2$  из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями  $I$  и  $II$  трубки (до перегородки и после нее). Пусть, для определенности, через трубку прошел 1 моль углекислого газа;  $\mu$  — его молярная масса. Молярные объемы газа, его давления и отнесенные к молю внутренние энергии газа в сечениях  $I$  и  $II$  обозначим соответственно  $V_1, P_1, U_1$  и  $V_2, P_2, U_2$ . Для того чтобы ввести в трубку объем  $V_1$ , над газом нужно совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ . Проходя через сечение  $II$ , газ сам совершает работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в (1) написанные выражения для  $A_1$  и  $A_2$  и перегруппировывая члены, найдем

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2). \quad (2)$$

Сделаем замечание, связанное с правой частью (2). Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно мала. У нас сейчас нет критерия, который позволил бы установить, когда это можно сделать. Поэтому мы отложим на некоторое время обсуждение вопроса о правой части (2), а пока будем считать, что энтальпия газа не меняется.

Используем выражение:

$$\mu_{д-т} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{(2a/RT) - b}{C_p}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин  $a$  и  $b$ , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий  $a$ , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0,$$

т. е. газ при расширении охлаждается ( $\Delta T < 0$ , так как всегда  $\Delta P < 0$ ). В обратном случае (малые  $a$ )

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0,$$

т. е. газ нагревается ( $\Delta T > 0$ , так как по-прежнему  $\Delta P < 0$ ).

При температуре  $T_i$  коэффициент  $\mu_{д-т}$  обращается в нуль. Используя связь между коэффициентами  $a$  и  $b$  и критической температурой, по формуле

$$T_i = \frac{2a}{Rb},$$

найдем

$$T_{инв} = \frac{27}{4} T_{кр}.$$

При температуре  $T_{инв}$  эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ( $\mu_{д-т} > 0$ , газ охлаждается), выше  $T_{инв}$  эффект отрицателен ( $\mu_{д-т} < 0$ , газ нагревается).

Вернемся к влиянию правой части уравнения (2) на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

Заменяя в формуле (2)  $U$  через  $C_V T$  и  $PV$  через  $RT$ , найдём

$$(R + C_V)(T_1 - T_2) = \mu(v_2^2 - v_1^2)/2,$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_p}(v_2^2 - v_1^2).$$

В условиях нашего опыта расход газа  $Q$  на выходе из пористой перегородки не превышает  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ , а диаметр трубки равен  $3 \text{ мм}$ . Поэтому

$$v_2 \leq \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 10 \text{ см}^3/\text{с}}{3,14 \cdot (0,3)^2 \text{ см}^2} \approx 140 \text{ см/с}.$$

Скорость  $v_1$  газа у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из нее как давление  $P_2$  относится к  $P_1$ . В нашей установке  $P_1 = 4 \text{ атм}$ , а  $P_2 = 1 \text{ атм}$ , поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = \frac{1 \text{ атм}}{4 \text{ атм}} \cdot 140 \text{ см/с} = 35 \text{ см/с}.$$

Для углекислого газа  $\mu = 44 \text{ г/моль}$ ,  $C_p = 40 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ ; имеем

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_p}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{44 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 40}(1,4^2 - 0,28^2) = 7 \cdot 10^{-4} \text{ К}.$$

Это изменение температуры ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом (несколько градусов).

В данной лабораторной работе исследуется коэффициент дифференциального эффекта Джоуля–Томсона для углекислого газа. По экспериментальным результатам оценивается коэффициент теплового расширения, постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса и температура инверсии углекислого газа. Начальная температура газа  $T_1$  задается термостатом. Измерения будут проводиться при 6-7 значениях температуры.

# Экспериментальная установка

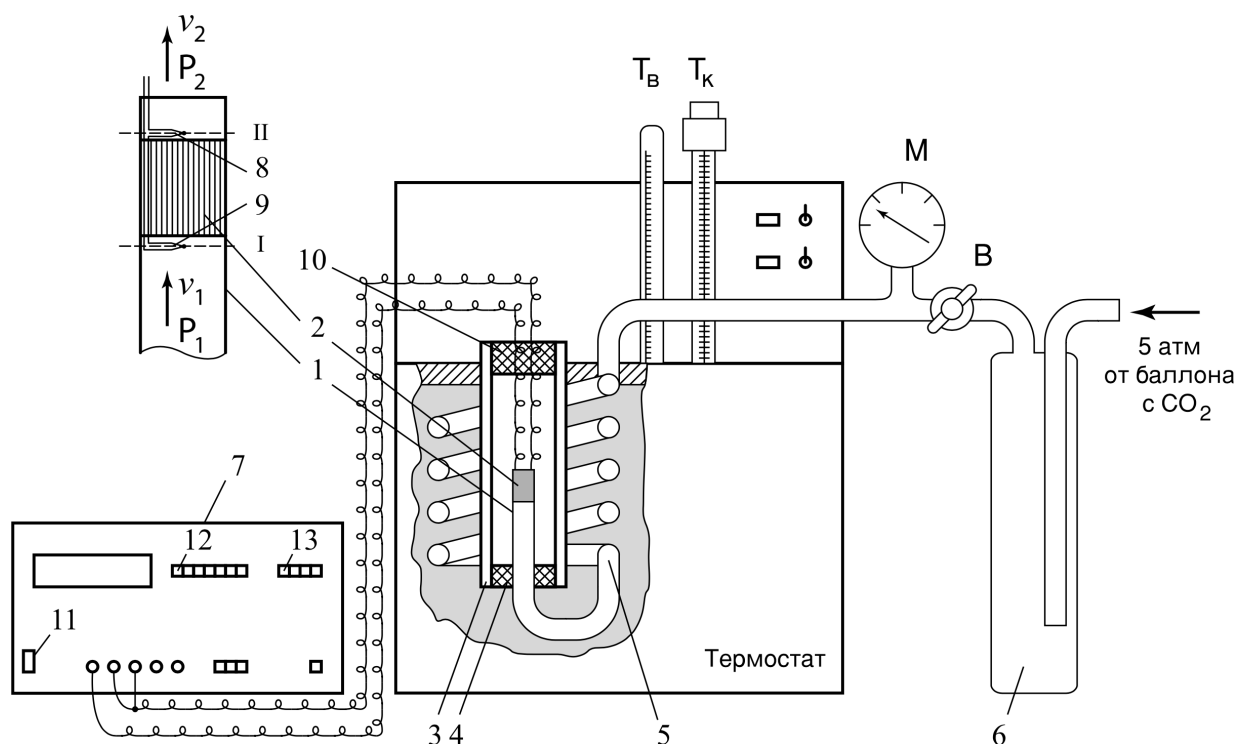


Рис. 1: Схема установки для изучения эффекта Джоуля-Томсона

Схема установки для исследования эффекта Джоуля–Томсона в углекислом газе представлена на рисунке. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов. Пористость и толщина пробки ( $l = 5$  мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений  $\Delta P \leq 4$  атм (расход газа составляет около  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ ); при этом в результате эффекта Джоуля–Томсона создается достаточная разность температур.

Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром  $T_B$ , помещенным в термостат. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра  $T_K$ .

Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открытии вентили В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление  $P_1$  повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным давлением  $P_2$ , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

Разность температур газа до перегородки и после нее измеряется дифференциальной термопарой медь — константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребренны, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счет конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создает перепада давлений между внутренней полостью

трубы и атмосферой.

## Ход работы/Обработка результатов эксперимента

1. Запишем погрешности измерительных приборов:
  - Вольтметр универсальный В7-78/1:  $\varepsilon_U \sim 0,06\%$
  - Манометр EN-837-1: класс точности – 1,  $\sigma_P = \pm 0,02$  атм.
  - Термостат жидкостный ТЖ-ТС-01:  $\sigma_T = \pm 0,1^\circ\text{C}$
2. Перед началом работы убедимся в том, что термостат залит водой, а все электрические приборы заземлены. Включим термостат и установим на нём температуру  $T = 20^\circ\text{C}$ .
3. После установления температуры термостата откроем регулирующий вентиль В настолько, чтобы избыточное давление составило  $\Delta P \approx 4$  атм.
4. Через 1,5–2 минуты после подачи давления, когда полностью затухнут переходные процессы, запишем показания вольтметра. Результаты будем заносить в табл. 1.
5. При помощи вентилей В установим давление на 0,5 атм. меньше первоначального. Через 1,5–2 минуты, когда установятся давление и разность температур, вновь запишем показания манометра и вольтметра в табл. 1.
6. Проведём измерения для шести значений давления (от 4 до 1,5 атм) при температуре  $T = 20^\circ\text{C}$ . По ходу выполнения работы не будем забывать переводить показания вольтметра в разность температур по таблице зависимости чувствительности термопары от температуры, приведённой в описании к работе. Результаты занесём в табл. 1.
7. Отложим полученные точки на графике  $\Delta T(\Delta P)$ , по наклону графика определим коэффициент Джоуля-Томсона для выбранной нами температуры:  $\mu_{\text{д-т}} = \frac{d(\Delta T)}{d(\Delta P) \cdot 0,968}$  К/атм.

Погрешность  $d(\Delta T)/d(\Delta P)$  рассчитаем по следующим формулам:

$$\sigma_{d(\Delta T)/d(\Delta P)}^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle (\Delta T)^2 \rangle - \langle \Delta T \rangle^2}{\langle (\Delta P)^2 \rangle - \langle \Delta P \rangle^2} - \left( \frac{d(\Delta T)}{d(\Delta P)} \right)^2},$$

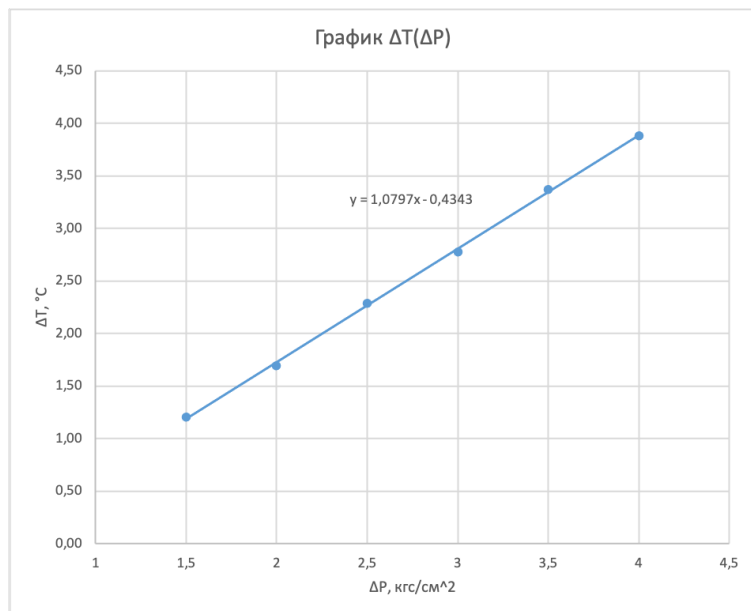
где  $n$  — кол-во точек. В нашем случае  $n = 6$ .

$$\varepsilon_{d(\Delta T)/d(\Delta P)}^{\text{приб}} = \sqrt{\varepsilon_U^2 + \varepsilon_P^2},$$

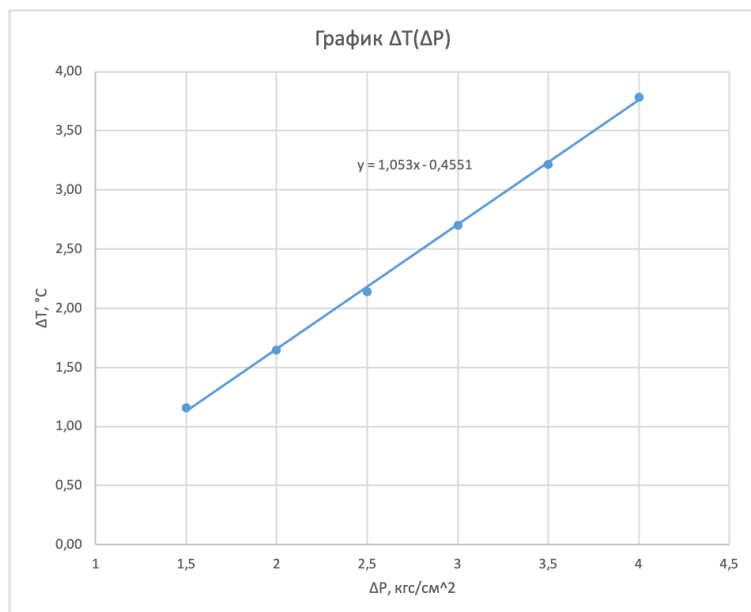
$$\sigma_{d(\Delta T)/d(\Delta P)} = \sqrt{(\sigma_{d(\Delta T)/d(\Delta P)}^{\text{случ}})^2 + (\sigma_{d(\Delta T)/d(\Delta P)}^{\text{приб}})^2}.$$

8. Проведем измерения пп. 3–7 ещё для 7 значений температур, меняя температуру на  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$  (от  $20^\circ\text{C}$  до  $55^\circ\text{C}$ ).

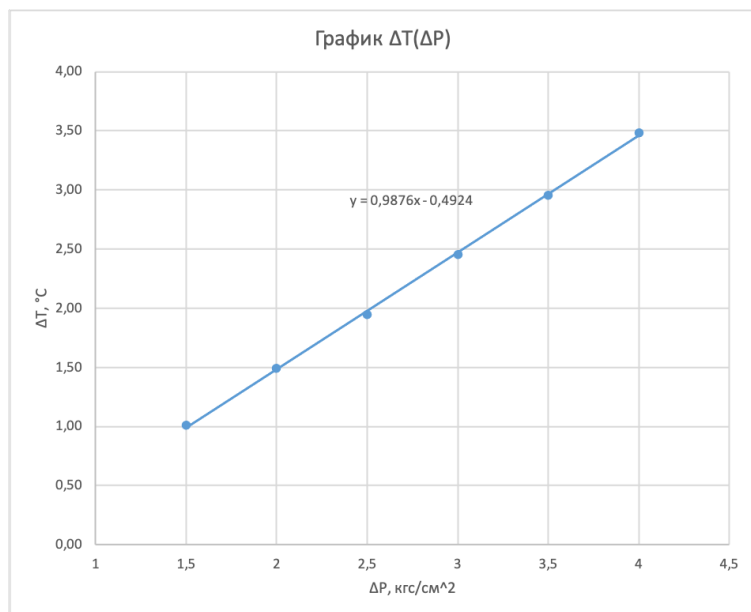
Все полученные результаты и графики приведём в табл. 1.



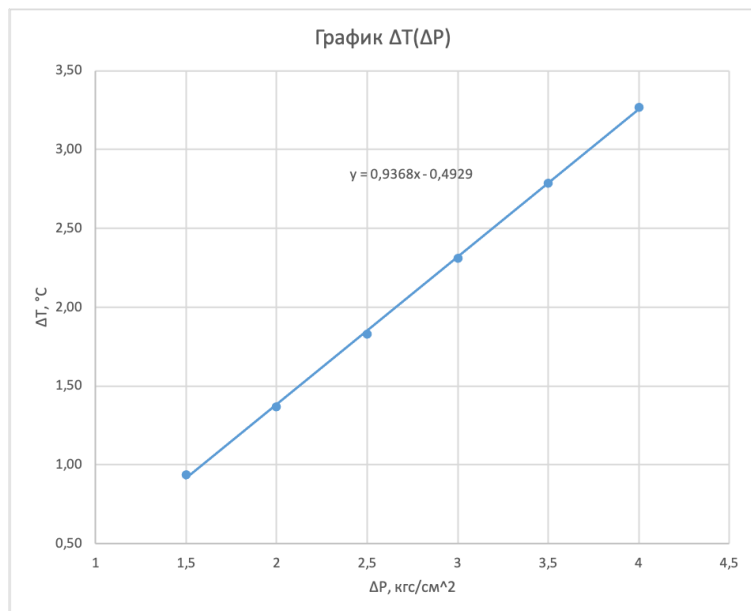
$T = 20,2^\circ\text{C}$		
$\Delta P, \text{кгс/см}^2$	$U, \text{мкВ}$	$\Delta T, ^\circ\text{C}$
4	158	3,88
3,5	137	3,37
3	113	2,78
2,5	93	2,29
2	69	1,70
1,5	49	1,20
$\mu_{\text{д-т}}, \text{К/атм}$	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}, \text{К/атм}$	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}, \%$
1,12	0,01	1,2



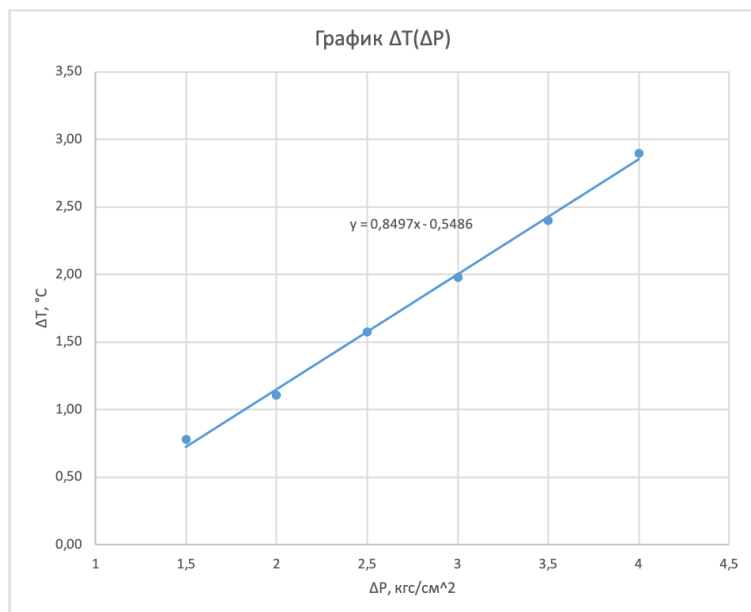
$T = 25,0^\circ\text{C}$		
$\Delta P, \text{кгс/см}^2$	$U, \text{мкВ}$	$\Delta T, ^\circ\text{C}$
4	154	3,78
3,5	131	3,22
3	110	2,70
2,5	87	2,14
2	67	1,65
1,5	47	1,15
$\mu_{\text{д-т}}, \text{К/атм}$	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}, \text{К/атм}$	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}, \%$
1,09	0,01	1,3



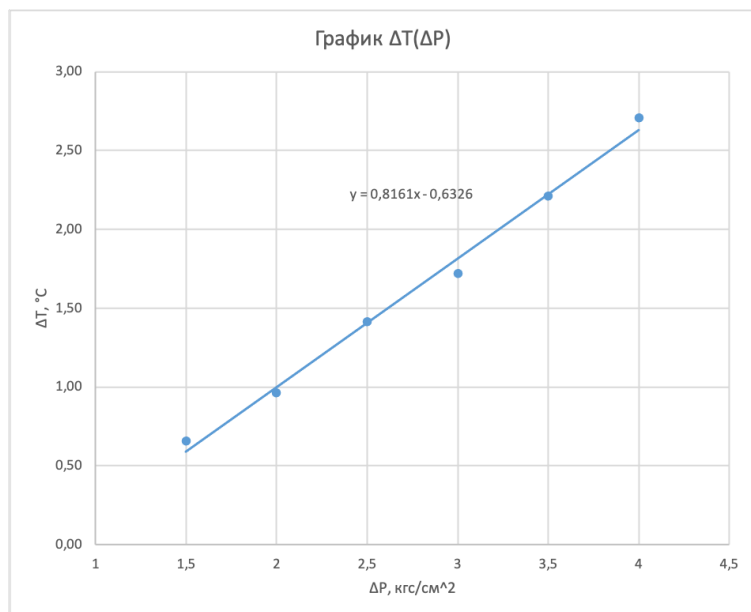
$T = 30,0^\circ\text{C}$		
$\Delta P, \text{кгс/см}^2$	$U, \text{мкВ}$	$\Delta T, ^\circ\text{C}$
4	145	3,49
3,5	123	2,96
3	102	2,45
2,5	81	1,95
2	62	1,49
1,5	42	1,01
$\mu_{\text{д-т}}, \text{К/атм}$	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}, \text{К/атм}$	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}, \%$
1,02	0,01	1,2



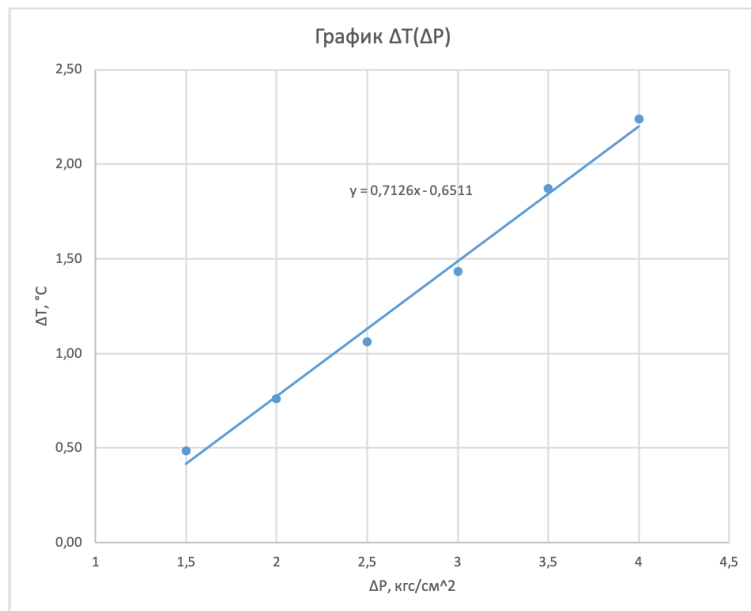
$T = 35,0^\circ\text{C}$		
$\Delta P$ , кгс/см <sup>2</sup>	$U$ , мкВ	$\Delta T$ , °C
4	136	3,27
3,5	116	2,79
3	96	2,31
2,5	76	1,83
2	57	1,37
1,5	39	0,94
$\mu_{\text{д-т}}$ , К/атм	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}$ , К/атм	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}$ , %
0,97	0,01	1,1



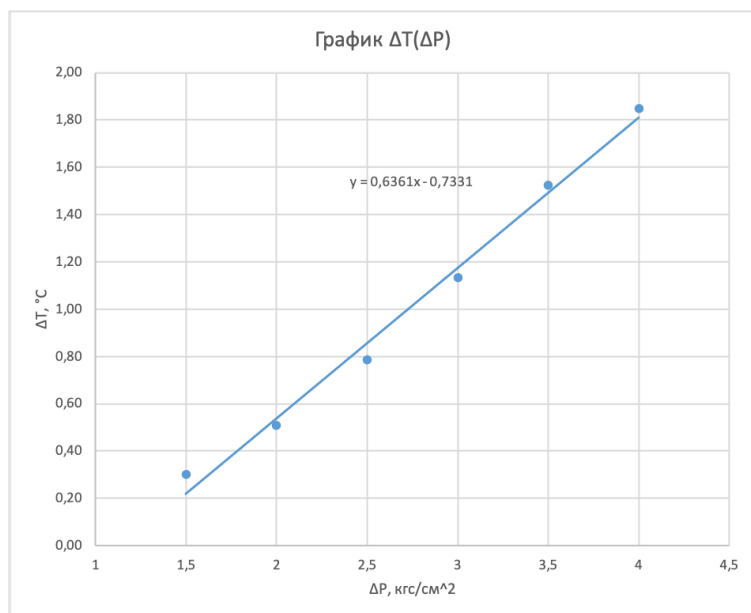
$T = 40,1^\circ\text{C}$		
$\Delta P$ , кгс/см <sup>2</sup>	$U$ , мкВ	$\Delta T$ , °C
4	123	2,89
3,5	102	2,40
3	84	1,98
2,5	67	1,58
2	47	1,11
1,5	33	0,78
$\mu_{\text{д-т}}$ , К/атм	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}$ , К/атм	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}$ , %
0,88	0,02	2,1



$T = 45,2^\circ\text{C}$		
$\Delta P$ , кгс/см <sup>2</sup>	$U$ , мкВ	$\Delta T$ , °C
4	115	2,71
3,5	94	2,21
3	73	1,72
2,5	60	1,41
2	41	0,96
1,5	28	0,66
$\mu_{\text{д-т}}$ , К/атм	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}$ , К/атм	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}$ , %
0,84	0,03	3,5



$T = 50,1^{\circ}\text{C}$		
$\Delta P$ , кгс/см <sup>2</sup>	$U$ , мкВ	$\Delta T$ , °C
4	97	2,24
3,5	81	1,87
3	62	1,43
2,5	46	1,06
2	33	0,76
1,5	21	0,48
$\mu_{\text{д-т}}$ , К/атм	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}$ , К/атм	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}$ , %
0,74	0,03	3,4

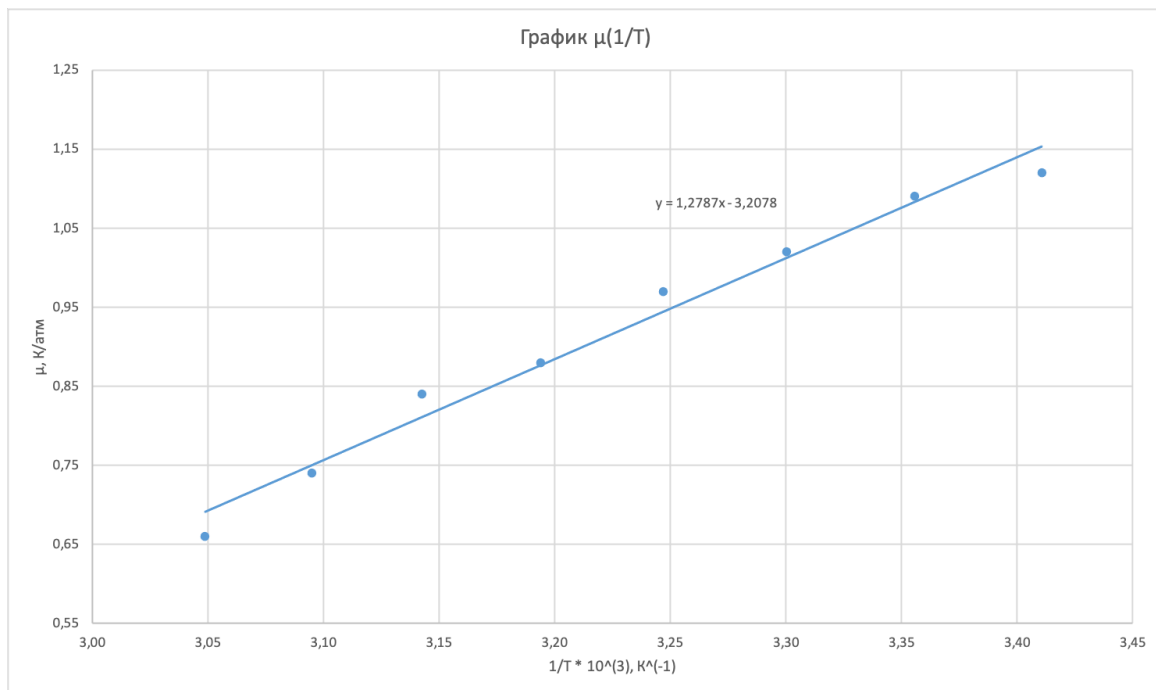


$T = 55,0^{\circ}\text{C}$		
$\Delta P$ , кгс/см <sup>2</sup>	$U$ , мкВ	$\Delta T$ , °C
4	80	1,85
3,5	66	1,52
3	49	1,13
2,5	34	0,79
2	22	0,51
1,5	13	0,30
$\mu_{\text{д-т}}$ , К/атм	$\sigma_{\mu_{\text{д-м}}}$ , К/атм	$\varepsilon_{\mu_{\text{д-т}}}$ , %
0,66	0,03	4,0

Таблица 1: Графики зависимости  $\Delta T$  от  $\Delta P$  и значения коэффициента Джоуля-Томсона при разных температурах



9. Пользуясь данными табл. 1, построим график зависимости  $\mu_{д-т}(1/T)$ . Результат представим в табл. 2.



$\mu_{д-т}, K/атм$	1,12	1,09	1,02	0,97	0,88	0,84	0,74	0,66
$1/T \cdot 10^3, K^{-1}$	3,41	3,36	3,30	3,25	3,19	3,14	3,10	3,05

Таблица 2: График зависимости  $\mu_{д-т}$  от  $1/T$

10. Пользуясь графиком, приведённом в табл. 2, найдём значения постоянных  $a$  и  $b$  для углекислого газа:

По формуле (3) видно, что:

$$\frac{d(\mu_{д-т})}{d(1/T)} = \frac{2a}{RC_p},$$

откуда

$$a = \frac{d(\mu_{д-т})}{d(1/T)} \cdot \frac{RC_p}{2}.$$

Погрешность  $a$  рассчитаем по следующим формулам:

$$\sigma_{d(\mu_{д-т})/d(1/T)}^{случ} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle \mu_{д-т}^2 \rangle - \langle \mu_{д-т} \rangle^2}{\langle (1/T)^2 \rangle - \langle 1/T \rangle^2} - \left( \frac{d(\mu_{д-т})}{d(1/T)} \right)^2},$$

$$\varepsilon_a^{случ} = \varepsilon_{d(\mu_{д-т})/d(1/T)}^{случ},$$

$$\varepsilon_a^{приб} = \sqrt{(\varepsilon_{d(\Delta T)/d(\Delta P)}^{приб})^2 + (\varepsilon_T)^2},$$

$$\sigma_a = \sqrt{(\sigma_a^{случ})^2 + (\sigma_a^{приб})^2}.$$

В итоге получим

$$a = (1,95 \pm 0,09) \frac{H \cdot M^4}{\text{МОЛЬ}^2}$$

Экстраполируя график зависимости  $\mu_{\text{д-т}}(1/T)$ , найдём значение  $\mu_0$  — значение  $\mu_{\text{д-т}}$  при пересечении оси ординат. По формуле (3) видно, что:

$$\mu_0 = -\frac{b}{C_p},$$

тогда

$$b = -\mu_0 \cdot C_p.$$

Погрешности рассчитаем по следующим формулам:

$$\varepsilon_{\mu_0}^{\text{приб}} = \varepsilon_{d(\Delta T)/d(\Delta P)}^{\text{приб}},$$

$$\sigma_{\mu_0} = \sqrt{(\sigma_{\mu_0}^{\text{случ}})^2 + (\sigma_{\mu_0}^{\text{приб}})^2},$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{\mu_0}.$$

Случайную погрешность  $\mu_0$  посчитаем по МНК. В итоге получим

$$b = (11,9 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

11. Найдём  $T_{\text{инв}}$  для углекислого газа:

$$T_{\text{инв}} = \frac{2a}{Rb},$$

$$\varepsilon_{T_{\text{инв}}} = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}.$$

В итоге получим

$$T_{\text{инв}} = (3,9 \pm 0,2) \cdot 10^2 \text{ К}.$$

## Вывод

В данной работе была получена зависимость коэффициента Джоуля-Томсона от температуры для углекислого газа. Также были найдены значения постоянных в уравнении Ван-дер-Ваальса для углекислого газа и получена температура инверсии для углекислого газа. Как и следовало ожидать, значения не совпали с табличными в пределах погрешности, что говорит о том, что модель Ван-дер-Ваальса плохо количественно описывает действительность, однако качественно она же всё хорошо предугадывает.