

# 南京航空航天大学

## 有限元大作业

### 杆板薄壁结构分析计算报告

班级： 0118104 班

团队成员： 011810415 钱 学 广

011820124 沈 霄 洋

011810412 周 长 威

011810419 武 志 博

011810417 白 孟 轩

011810426 刘余不凡

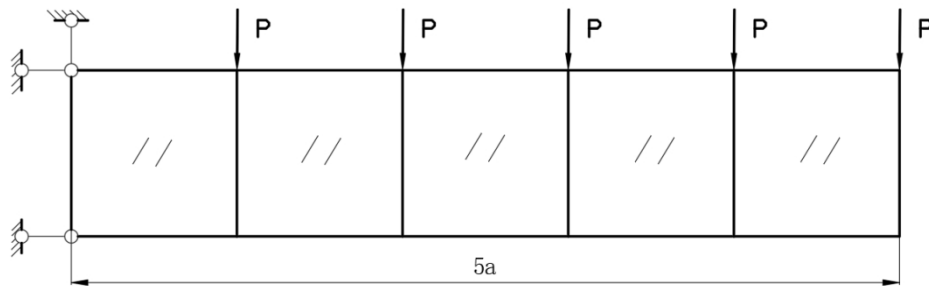
指导教师： 王新峰

日期： 2021.06.18

# 目录

- 一、 题目描述
- 二、 问题分析
- 三、 建立计算模型
- 四、 模型符号数据说明
- 五、 源程序代码
- 六、 输入及输出文件
- 七、 数据处理
- 八、 总结体会

## 一、 题目描述



已知： $P=10000\text{N}$ ， $a=100\text{cm}$ ，各杆截面积  $f=30\text{cm}^2$ ，壁板厚  $t=0.1\text{cm}$ ，材料参数均

相同： $E=7\times 10^6\text{N/cm}^2$ ， $\mu=0.3$

求：各杆轴力和板剪流

## 二、 问题分析

本题中所需要分析结构为杆板式薄壁结构，结构含有两种单元，首先把结构离散为杆单元和板单元，该结构共含有 12 个节点，16 个杆单元和 5 个板单元。完成单元分析后，先写出杆的刚度矩阵，再累加上板的刚度矩阵，从而得到总刚度矩阵，最后带入边界条件和受力情况即可求解编写计算模型。

## 三、 建立计算模型

应用直接刚度法对结构进行分析，主要包括以下几方面工作：

- 1) 结构离散化——建立有限元的计算模型；
- 2) 单元分析——建立单元刚度矩阵 $K^e$ ；
- 3) 结构分析——形成结构总刚度矩阵“ $K$ ” ；
- 4) 对结构进行约束处理；
- 5) 求解线性方程组，求得节点位移；
- 6) 根据求得的节点位移求出各单元的内力。

计算模型设计如下图 2.1 所示：

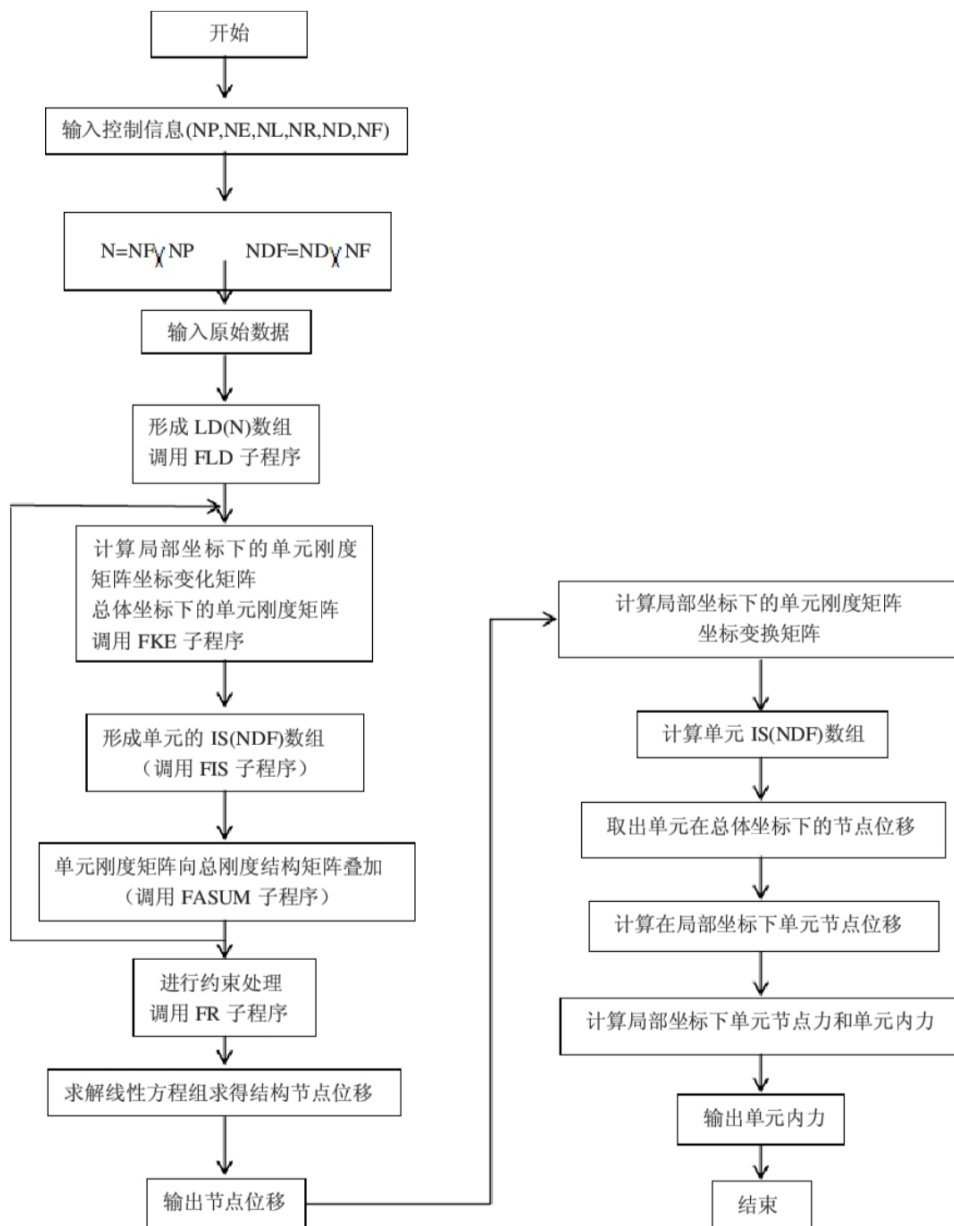


图 3-1 计算模型设计流程图

## 四、 模型符号数据说明

### 4.1 节点编号

各节点相对应编号如下图 3.1 所示，共 12 个节点。

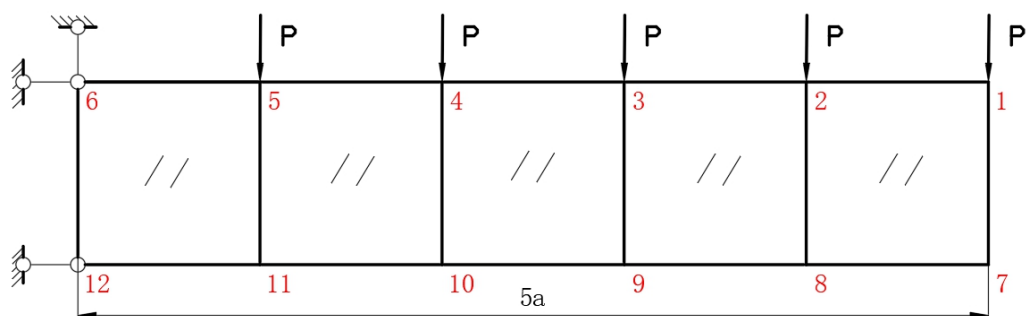


图 4-1 节点编号示意图

## 4.2 杆、板单元编号

各杆、板单元编号如下图 4-2 所示：共 16 个杆单元，5 个板单元，其中蓝色编号为杆的编号，绿色编号为板的编号。

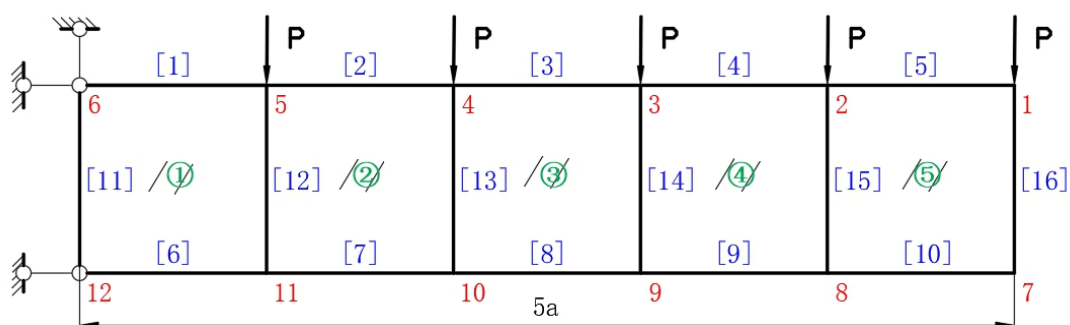


图 4-2 杆、板单元编号示意图

杆单元编号对应顺序如表 4-1 所示，板单元编号对应顺序如表 4-2 所示。

表 4-1 杆单元编号及顺序

杆编号	1	2	3	4	5	6	7
方向	6-5	5-4	4-3	3-2	2-1	12-11	11-10
杆编号	8	9	10	11	12	13	14
方向	10-9	9-8	8-7	12-6	11-5	10-4	9-3
杆编号	15	16					
方向	8-2	7-1					

表 4-2 板单元编号及顺序

板编号	1	2	3	4	5
方向	12-11-5-6	11-10-4-5	10-9-3-4	9-8-2-3	8-7-1-2

### 4.3. 标识符说明

#### 4.3.1 控制信息

NP: 结构节点总数;

MP: 节点坐标矩阵;

NE: 结构离散杆单元总数;

ME: 杆单元节点编号;

NB: 结构纯剪板单元总数;

MB: 版单元节点编号;

NR: 边界约束自由度数;

NRR: 边界约束自由度编号及位移;

NL: 载荷组数;

LL: 载荷处自由度编号及载荷大小;

NF: 每个节点的自由度数;

$NDF = NF \times NP$ : 结构的节点位移总数;

#### 4.3.2 单元的特征数据

A: 单元横截面面积;

E: 材料拉伸弹性模量;

t: 板厚;

a: 杆的长度;

G: 材料剪切弹性模量;

u: 泊松比;

#### 4.3.3 输出结果

u: 结构的节点位移;

q(i): 各板剪流;

Fi、Fj: 单元内力;

## 五、 源程序代码

```
E=7e6;
A=30;
a=100;
t=0.1;
G=E/2.6;
u=0.3; %题目原始条件
p=fopen('input.txt','r'); %输入数据文件名为 input.txt
NP=fscanf(p,'%d',1); %节点数
NF=fscanf(p,'%d',1); %节点自由度
MP=zeros(NP,2); %节点坐标(读入一个节点数乘节点自由度数的矩阵)
for i=1:NP
    MP(i,:)=fscanf(p,'%d',2);
end
NE=fscanf(p,'%d',1); %离散杆单元总数
ME=zeros(NE,2); %杆单元节点编号
for i=1:NE
    ME(i,:)=fscanf(p,'%d',2);
end
NB=fscanf(p,'%d',1); %离散板单元总数
MB=zeros(NB,4); %板单元节点编号
for i=1:NB
    MB(i,:)=fscanf(p,'%d',4);
end
NR=fscanf(p,'%d',1); %边界约束自由度数
NRR=zeros(NR,2); %边界约束自由度编号及位移
for i=1:NR
```

```

        NRR(i,:)=fscanf(p,'%d',2);
    end
    NL=fscanf(p,'%d',1); %载荷数
    LL=zeros(NL,2); %载荷处自由度编号及载荷大小
    for i=1:NL
        LL(i,:)=fscanf(p,'%d',2); %构建载荷向量
    end
    %%计算总刚度矩阵%%
    NDF=NF*NP; %节点总自由度
    K=zeros(NDF,NDF); %初始化刚度矩阵
    ke=zeros(2,2,NE); %初始化杆单元刚度矩阵(局部坐标)
    Ke=zeros(4,4,NE); %初始化杆单元刚度矩阵(总体坐标)
    Tl=zeros(4,2,NE); %初始化杆的坐标变换矩阵
    for i=1:NE
        l(i)=sqrt((MP(ME(i,2),1)-MP(ME(i,1),1))^2+(MP(ME(i,2),2)-MP(ME(i,1),2))^2); %计算杆的长度
        v(1,:)= [MP(ME(i,2),1)-MP(ME(i,1),1), MP(ME(i,2),2)-MP(ME(i,1),2)]/l(i); %杆单元梁方向单位向量
        ax=v*[1;0];
        ay=v*[0;1];
        T(:, :, i)=[ax, ay, 0, 0; 0, 0, ax, ay];
        ke=(E*A/l(i))*[1, -1; -1, 1]; %局部坐标下的单元刚度矩阵
        Ke=T(:, :, i)'*ke*T(:, :, i); %总体坐标下的单元刚度矩阵

        K(2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1), 2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1))=K(2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1), 2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1))+Ke(1:2, 1:2);

        K(2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1), 2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2))=K(2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1), 2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2))+Ke(1:2, 3:4);

        K(2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2), 2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1))=K(2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2), 2*ME(i,1)-1:2*ME(i,1))+Ke(3:4, 1:2);

        K(2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2), 2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2))=K(2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2), 2*ME(i,2)-1:2*ME(i,2))+Ke(3:4, 3:4);
    end
    Ke2=zeros(8,8,NB); %初始化板单元刚度矩阵
    for i=1:NB %算出所有杆板整体的刚度矩阵

```



```

a1=MP(MB(i,1),1)-MP(MB(i,3),1);
a2=MP(MB(i,1),2)-MP(MB(i,3),2);
a3=MP(MB(i,4),1)-MP(MB(i,2),1);
a4=MP(MB(i,4),2)-MP(MB(i,2),2);
a5=-a1;
a6=-a2;
a7=-a3;
a8=-a4;
a=zeros(1,8);
a(:, :, i)=[a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7, a8]; %%板单元刚度矩阵
S(i)=1/2*sqrt((a5*a4-a3*a6)^2); %%板面积
Ke2(:, :, i)=a(:, :, i)'*G*t/4/S(i)*a(:, :, i); %% 板单元整体坐标系下的刚度矩阵

K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1))=K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1))+Ke2(1:2, 1:2);

K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2))=K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2))+Ke2(1:2, 3:4);

K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3))=K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3))+Ke2(1:2, 5:6);

K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4))=K(2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1), 2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4))+Ke2(1:2, 7:8);

K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1))=K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1))+Ke2(3:4, 1:2);

K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2))=K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2))+Ke2(3:4, 3:4);

K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3))=K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3))+Ke2(3:4, 5:6);

K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4))=K(2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2), 2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4))+Ke2(3:4, 7:8);

K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3), 2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1))=K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3), 2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1))+Ke2(5:6, 1:2);

```

```

K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3),2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2))=K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3),2*MB(i,
2)-1:2*MB(i,2))+Ke2(5:6,3:4);

K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3),2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3))=K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3),2*MB(i,
3)-1:2*MB(i,3))+Ke2(5:6,5:6);

K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3),2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4))=K(2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3),2*MB(i,
4)-1:2*MB(i,4))+Ke2(5:6,7:8);

K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,1)-1:2*MB(i,1))=K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,
1)-1:2*MB(i,1))+Ke2(7:8,1:2);

K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,2)-1:2*MB(i,2))=K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,
2)-1:2*MB(i,2))+Ke2(7:8,3:4);

K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,3)-1:2*MB(i,3))=K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,
3)-1:2*MB(i,3))+Ke2(7:8,5:6);

K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4))=K(2*MB(i,4)-1:2*MB(i,4),2*MB(i,
4)-1:2*MB(i,4))+Ke2(7:8,7:8);
end
P=zeros(2*NP,1);
fprintf(' %3.4f\n',MP);
for i=1:NL %形成节点力矩阵
    P(LL(i,1))=LL(i,2);
end
for i=1:NR %对总体刚度矩阵进行约束
    j=NRR(i,1);
    K(j,j)=10^20;
end
for i=1:NR %对力阵列进行约束
    j=NRR(i,1);
    P(j)=10^20*NRR(i,2);
end
u=K^(-1)*P; %求解线性方程，输出结构节点位移
fprintf(' 各自由度位移矩阵为: \n');
fprintf(' %1.4f\n',u); %输出位移矩阵
fprintf(' 各板剪流: \n');

```

```

for i=1:NB %计算板单元剪流，并输出
    a1=MP(MB(i,1),1)-MP(MB(i,3),1);
    a2=MP(MB(i,1),2)-MP(MB(i,3),2);
    a3=MP(MB(i,4),1)-MP(MB(i,2),1);
    a4=MP(MB(i,4),2)-MP(MB(i,2),2);
    a5=-a1;
    a6=-a2;
    a7=-a3;
    a8=-a4;
    a=[a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8]; %板单元 a 矩阵
    F(i)=1/2*sqrt((a5*a4-a3*a6)^2);

    uii=[u(2*MB(i,1)-1);u(2*MB(i,1));u(2*MB(i,2)-1);u(2*MB(i,2));u(2*MB(i,3)-1);u(
    2*MB(i,3));u(2*MB(i,4)-1);u(2*MB(i,4))]; %板的各节点的位移
    q(i)=G*t/(2*F(i))*a*uii;
    fprintf(' %3.4f\n',q(i));
end
fprintf(' 各杆单元内力为:\n');
for i=1:NE
    uii=[u(2*ME(i,1)-1);u(2*ME(i,1));u(2*ME(i,2)-1);u(2*ME(i,2))]; % 整体坐标系
    下杆的节点的位移
    ui=T(:,i)*uii; %局部坐标系下杆的节点的位移
    S=E*A*(ui(2)-ui(1))/l(i); %将剪流分配到各杆单元节点%%
    switch i
        case 1
            Fi=S-q(1)*0.5*l(i);
            Fj=S+q(1)*0.5*l(i);
        case 2
            Fi=S-q(2)*0.5*l(i);
            Fj=S+q(2)*0.5*l(i);
        case 3
            Fi=S-q(3)*0.5*l(i);
            Fj=S+q(3)*0.5*l(i);
        case 4
            Fi=S-q(4)*0.5*l(i);
            Fj=+S+q(4)*0.5*l(i);
        case 5
            Fi=S-q(5)*0.5*l(i);
            Fj=+S+q(5)*0.5*l(i);
    end
end

```

```
case 6
    Fi=S+q(1)*0.5*1(i);
    Fj=+S-q(1)*0.5*1(i);
case 7
    Fi=S+q(2)*0.5*1(i);
    Fj=+S-q(2)*0.5*1(i);
case 8
    Fi=S+q(3)*0.5*1(i);
    Fj=+S-q(3)*0.5*1(i);
case 9
    Fi=S+q(4)*0.5*1(i);
    Fj=+S-q(4)*0.5*1(i);
case 10
    Fi=S+q(5)*0.5*1(i);
    Fj=+S-q(5)*0.5*1(i);
case 11
    Fi=S+q(1)*0.5*1(i);
    Fj=+S-q(1)*0.5*1(i);
case 12
    Fi=S-q(1)*0.5*1(i)+q(2)*0.5*1(i);
    Fj=+S+q(1)*0.5*1(i)-q(2)*0.5*1(i);
case 13
    Fi=S-q(2)*0.5*1(i)+q(3)*0.5*1(i);
    Fj=+S+q(2)*0.5*1(i)-q(3)*0.5*1(i);
case 14
    Fi=S-q(3)*0.5*1(i)+q(4)*0.5*1(i);
    Fj=+S+q(3)*0.5*1(i)-q(4)*0.5*1(i);
case 15
    Fi=S-q(4)*0.5*1(i)+q(5)*0.5*1(i);
    Fj=+S+q(4)*0.5*1(i)-q(5)*0.5*1(i);
case 16
    Fi=S-q(5)*0.5*1(i);
    Fj=+S+q(5)*0.5*1(i);
otherwise
    Fi=S;
    Fj=S;
end
fprintf('%3.4f\n', Fi, Fj);
```

end

## 六、 输入及输出文件

### 6.1 输入文件：input.txt（以下内容为带注释版本， 运行文件中无中文注释）

```
节点数
12
每个节点自由度
2
节点坐标 x y
500 100
400 100
300 100
200 100
100 100
0 100
500 0
400 0
300 0
200 0
100 0
0 0
杆单元总数
16
杆单元节点编号
6 5
5 4
4 3
3 2
2 1
12 11
11 10
10 9
9 8
8 7
12 6
11 5
10 4
9 3
8 2
7 1
板单元总数
```

5  
板单元节点编号  
12 11 5 6  
11 10 4 5  
10 9 3 4  
9 8 2 3  
8 7 1 2  
被约束位移数  
3  
被约束位移编号 位移数值  
11 0  
12 0  
23 0  
载荷数  
5  
载荷作用处自由度编号 载荷数值  
2 -10000  
4 -10000  
6 -10000  
8 -10000

## 6.2 输出数据:

各自由度位移矩阵为:

0.1310  
-1.5048  
0.1286  
-1.2081  
0.1190  
-0.8862  
0.0976  
-0.5581  
0.0595  
-0.2524  
0.0000  
-0.0000  
-0.1310  
-1.5024  
-0.1286  
-1.2057  
-0.1190  
-0.8838  
-0.0976  
-0.5557  
-0.0595

-0.2500

-0.0000

-0.0119

各板剪流:

-500.0000

-400.0000

-300.0000

-200.0000

-100.0000

各杆单元内力为:

150000.0000

100000.0000

100000.0000

60000.0000

60000.0000

30000.0000

30000.0000

10000.0000

10000.0000

-0.0000

-150000.0000

-100000.0000

-100000.0000

-60000.0000

-60000.0000

-30000.0000

-30000.0000

-10000.0000

-10000.0000

0.0000

0.0000

50000.0000

-0.0000

-10000.0000

0.0000

-10000.0000

-0.0000

-10000.0000

-0.0000

-10000.0000

0.0000

-10000.0000

## 七、 数据处理

## 7.1 各自由度位移

如表 7-1 所示，位移大小左边的数值为第一个编号的位移，右边的数值为第二个编号的位移，+代表向右（或向上），-代表向左（或向下）。

表 7-1 各节点位移大小

单位：cm

节点编号	1		2		3	
大小	0.1310	-1.5048	0.1286	-1.2081	0.1190	-0.8862
节点编号	4		5		6	
大小	0.0976	-0.5581	0.0595	-0.2524	0.0000	-0.0000
节点编号	7		8		9	
大小	-0.1310	-1.5024	-0.1286	-1.2057	-0.1190	-0.8838
节点编号	10		11		12	
大小	-0.0976	-0.5557	-0.0595	-0.2500	-0.0000	-0.0119

## 7.2 板单元剪流分布

各板单元剪流分布如下图 7-1 所示。

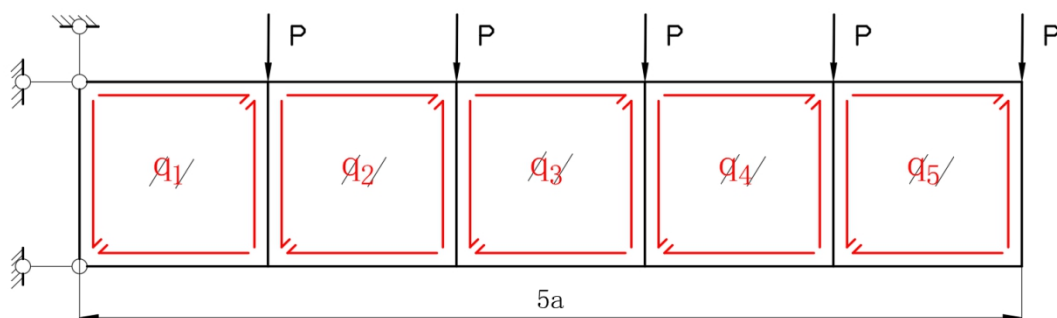


图 7-1 板单元剪流分布图

对应剪流大小如下表 7-2 所示，数值为正的剪流方向与图示相同，为负的剪流方向与图示相反。

表 7-2 板单元剪流大小

单位：N/cm

剪流编号	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$
大小	-500	-400	-300	-200	-100

## 7.3 杆单元内力分布

各杆单元内力分布如下图 7-2 所示，其相应的杆端轴力大小如表 7-3 所示。



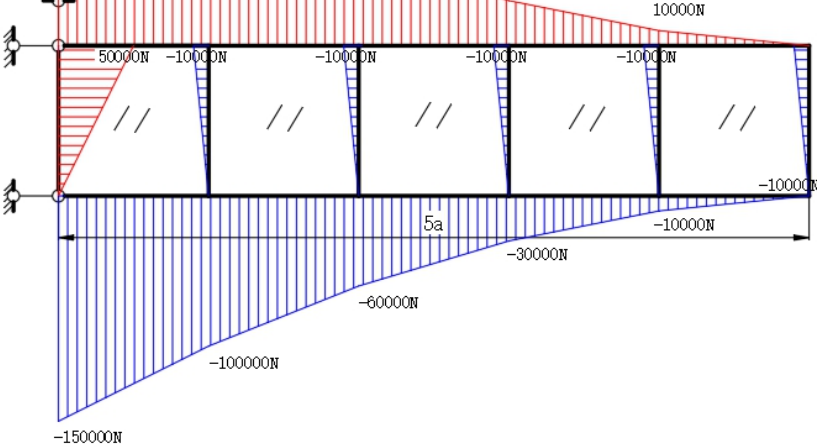


图 7-2 杆单元内力分布图

杆端轴力大小左边的数值为第一个编号的杆端轴力,右边的数值为第二个编号的杆端轴力,+代表受拉,-代表受压,轴力图中红色代表受拉,蓝色代表受压。

### 表 7-3 杆单元杆端轴力大小

单位: N

杆编号	1		2		3		4	
大小	150000	100000	100000	60000	60000	30000	30000	10000
杆编号	5		6		7		8	
大小	10000	0	-150000	-100000	-100000	-60000	-60000	-30000
杆编号	9		10		11		12	
大小	-30000	-10000	-10000	0	0	50000	0	-10000
杆编号	13		14		15		16	
大小	0	-10000	0	-10000	0	-10000	0	-10000

## 八、 总结体会

本次有限元结构分析大作业使用 Matlab 进行编程，对一个杆板薄壁结构进行了力学分析，最后得出各个节点的位移以及各单元的内力，进行数据处理之后得出各板单元的剪流分布图，以及各杆单元内力分布图。

刚开始听到有编程大作业就觉得头疼，想着很难，但是在上课的过程中通过老师的讲解一点点明白了有限元分析是怎么一回事，就觉得这是一个很有趣的过程。计算机来计算比人力计算快了好多，真切感受到计算机的强大。在使用编程语言的过程中，因为之前的课程中只是系统学习过 C++ 语言程序，对于 MATLAB 没有使用的很熟练，但是对于工科生而言 MATLAB 相当于必修课，所以在最后还是选择了 MATLAB 语言编写程序。在程序编写过程中也是遇到了各种各样的问题，但编程本就是一个逐步完善的过程，这一次团队的协作也让我有了更多的耐心，每修改掉一个小 bug 的开心，最后获得了程序运行成功输出文件的成就感，这是一个很有激励意义的事情。在绘制编号图以及数据处理时绘制剪流图和轴力图的过程中，也发现了新天地。

总而言之，通过这次课程设计的学习，我对有限元分析有了更加深刻的理解，也喜欢上了这门课程，学到了知识，收获很多。