

柔性梁含摩擦斜碰撞的刚体-弹簧-质点混合模型研究

沈煜年, 顾金红

(南京理工大学力学与工程科学系, 江苏 南京 210094)

摘要: 为精确快速地预测柔性梁因斜碰撞导致的复杂瞬态动力响应, 提出了一种可同时计及局部接触区法向接触柔度、切向接触柔度以及柔性梁整体结构柔度的混合分析模型(HAM)。基于有限段法思想, 将柔性梁的整体位移场离散为弹簧-阻尼-刚体系统, 局部接触区的法向双线性压缩-恢复以及切向摩擦变形过程则用含有能量恢复系数的弹塑性弹簧-质点系统进行描述。依据 HAM 模型, 导出了斜碰撞系统在不同接触状态下的分段连续动力学方程。给出了法向压缩-恢复状态和切向黏-滑运动状态的切换准则, 并运用事件驱动法对数值算例进行了求解。通过比较 HAM 模型解、实验数据以及商业有限元解, 表明该模型能准确预测接触力的时间历程并描述反复切换的黏-滑(反向)运动模式, 验证了 HAM 模型的可行性。

关键词: 非线性振动; 斜碰撞; 切向柔度; 摩擦接触; 黏-滑运动

中图分类号: O322; O313.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2016)01-0001-07

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2016.01.001

引言

斜碰撞不仅存在于宏观大尺度宇宙天体之间^[1], 而且在机械工程、航空航天甚至微尺度机械领域中也是频繁出现的现象^[2]。例如空间探测器的交会对接^[3]、飞行器表面的粒子侵蚀^[4]、机械手抓取货物的冲击作用^[5]、齿轮对的相互拍击^[6]、金属的爆炸焊接工艺^[7]以及微小管道机器人的管内运动^[8]等。少数情形人们会利用含摩擦斜碰撞去实现机构特定的功能目的; 但更多的情况则是斜碰撞会带来结构失效、增加噪音以及安全性降低等许多不利的一面^[9-12]。

斜碰撞发生时, 碰撞结构不仅在接触面的法向存在一个单边约束, 而且在切向还有一个摩擦约束^[13]。相比正碰正碰撞, 斜碰撞的瞬态特征更加复杂, 切向约束会导致接触面间的黏滞-微滑动(有时会反向)^[14]。Johnson^[15]在研究具有初始角速度的超弹性球体斜向撞击水平地面时, 发现了一个运用刚体碰撞模型无法解释的特殊现象, 即球质心速度的水平分量以及转动角速度在斜碰撞后均会发生反向。通过分析, 其认为接触区较大的切向柔度可能是该现象产生的根本原因。Stronge^[16]和 Shen^[14]考虑硬质碰撞物体接触区的切向柔度, 非接触区部

分仍视为刚体, 建立能分析接触点反向滑动的集中参数模型, 讨论了接触柔度对接触点的切向速度和接触力影响。然而, 斜碰撞事件中接触与分离的状态切换(即接触约束的添加和删除)会使杆和梁等可变形体的振动模态发生突变, 且接触区产生弹塑性变形。这些特征均与结构的柔性密切相关, 目前尚缺乏深入研究。

本文将前述文献的研究进行了发展, 提出了一种可同时计及局部接触区法向接触柔度、切向接触柔度以及柔性梁整体结构柔度的混合分析模型(HAM), 用以研究柔性梁的含摩擦斜碰撞问题。基于有限段法思想, 将柔性梁的整体位移场离散为弹簧-阻尼-刚体系统。局部接触区的法向双线性压缩-恢复过程以及切向摩擦变形过程用含有能量恢复系数的弹塑性弹簧-质点系统进行描述。根据所建混合模型, 推导了斜碰撞系统在不同接触状态下的分段连续动力学方程, 给出了法向压缩-恢复状态和切向黏-滑运动状态的切换准则, 并运用事件驱动法对数值算例进行了求解。验证了本文模型的可行性。

1 斜碰撞混合分析模型

如图 1(a)所示, 考虑一个端部为半圆头的圆形

* 收稿日期: 2014-04-25; 修订日期: 2015-09-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11302107, 11572157, 11372138); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20123219120042)

截面柔性梁以初始平动速度 V 斜向撞击粗糙刚性地面。梁长为 L 、横截面积为 A 、材料的杨氏模量为 E 、质量密度为 ρ 、泊松比为 ν 。梁的轴线与 x 轴正向夹角为 u 。首先基于有限段思想将柔性梁整体分割成若干离散段^[17] (如图1(b)所示), 建立梁整体的弹簧-阻尼-刚体系统, 然后引入考虑切向接触柔度的弹性弹簧-质点系统用以描述接触效应和计算接触力。通过联合前述两个子系统, 可建立斜碰撞刚体-弹簧-质点混合模型。

1.1 柔性梁整体的弹簧-阻尼-刚体系统

如图1(b)所示, 将柔性梁等分成 n 段, 每段长度和质量分别为 $l=L/n$ 和 $m=\rho Al$ 。为了同时考虑梁的轴向变形和弯曲变形, 相邻的离散段之间通过两根关于中心轴对称分布的、弹簧刚度为 K 的弹簧阻尼器联接, 弹簧距中心轴的距离为 $a/2$ 。梁的轴向弹性通过选择适当的拉压刚度 K 值确定, 梁的弯曲刚度由弹簧距离 a 来确定。梁端部与粗糙表面的接触效应由1.2节中的局部接触模型进行描述。该模型可以计算斜碰撞过程中的法向接触力 F_3 和切向摩擦力 F_1 , 以及刻画黏滞-微滑动运动模式。

图1(b)所示离散系统具有 $2n+1$ 个自由度, 用来描述其运动状态的广义坐标列向量可表示为

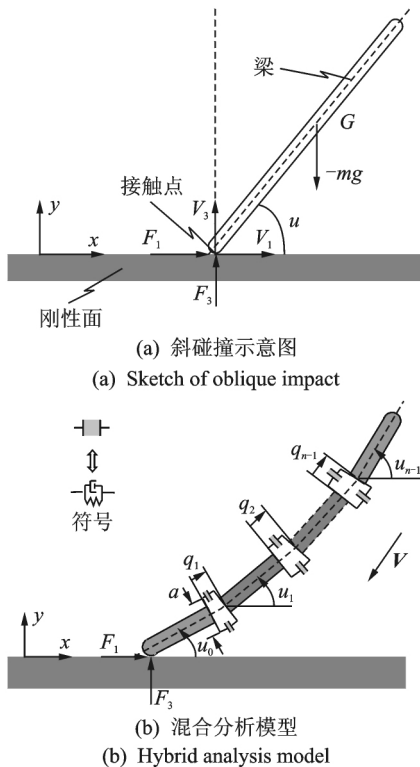


图1 柔性梁斜向碰撞粗糙刚性地面

Fig. 1 Flexible beam oblique impact against rough rigid ground

$$\mathbf{X} = (x_0, y_0, u_0, q_1, u_1, u_2, \dots, q_{n-1}, u_{n-1})^T$$

式中 x_0 和 y_0 分别为接触点在笛卡尔坐标系 $x-o-y$ 中的位置坐标, $u_i (i=0, 1, \dots, n-1)$ 为第 $i+1$ 个离散段与 x 轴的夹角, q_i 为第 $i+1$ 个离散段离散截面圆心到第 i 个离散段离散截面的垂直距离。第 i 个离散段的质点的位置 (x_{ic}, y_{ic}) 可表示为

$$\begin{cases} x_{ic} = x_0 + \frac{l}{2} \cos u_n + \sum_{i=1}^n (l + q_i) \cos u_{i-1} \\ y_{ic} = y_0 + \frac{l}{2} \sin u_n + \sum_{i=1}^n (l + q_i) \sin u_{i-1} \end{cases} \quad (1)$$

($i = 1, 2, \dots, n-1$)

离散系统的总动能 T 为

$$T = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2} m (\dot{x}_{ic}^2 + \dot{y}_{ic}^2) + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2} J_c \dot{u}_i^2 \quad (2)$$

式中 J_c 为每小段对其质心的转动惯量。由于梁碰撞引起的振动衰减发生在几秒内, 而碰撞发生在几百个微秒之内, 因此本文忽略梁内部阻尼对碰撞瞬态响应的影响^[17]。系统总势能 V (取 $y=0$ 处为势能零点) 为

$$V = \sum_{i=0}^{n-1} m g y_{ic} + \sum_{i=1}^{n-1} \left[K_i q_i^2 + \frac{1}{4} K_i a_i^2 \tan^2 (u_i - u_{i-1}) \right] \quad (3)$$

作用于系统的广义力向量 Q 由非保守力 Q' (即接触端的接触力) 和保守力向量 Q'' (即重力) 叠加而成, 系统的运动可由含有接触力的第二类拉格朗日方程表示为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{P}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial P_k} = Q'_k \quad (4)$$

式中 L 为拉格朗日函数, 即系统总动能 T 与系统总势能 V 的差 $L=T-V$ 。 p_k 为广义坐标向量 \mathbf{X} 中的第 k 个元素。 Q'_k 为含有接触力的列向量 Q' ($F_1, F_3, 0, \dots, 0$)^T 的第 k 个元素, 本文运用下节给出的局部接触模型计算该接触力。

将公式(2)和(3)代入方程(4), 由符号运算软件得到 $2n-1$ 个方程组成的非线性动力学方程组

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}) \ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{B}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, \mathbf{Q}) \quad (5)$$

式中 \mathbf{M} 为系统总体质量阵, \mathbf{B} 为关于广义位移、广义速度和外力的列向量。下面运用胡克定律和欧拉伯努利方程估算离散段之间弹簧单元的刚度 K 和 a 。

(1) 离散模型的轴向变形

假设梁在自身重力的单独作用下, 该梁垂直悬挂于空间中。此时均质连续梁的质心处产生的轴向静位移 δ_c 为

$$\delta_c = \frac{3\rho g L^2}{8EA} \quad (6)$$

同时, 对于离散梁模型, 该点的位移 δ_d 又可用梁上

半部分的段间弹簧变形量计算得到

$$\delta_d = \frac{\rho g L (n-1)(3n-1)}{16Kn} \quad (n \text{ 为奇数}) \quad (7)$$

由 $\delta_c = \delta_d$, 可解得拉压刚度 K

$$K = \frac{EA(n-1)(3n-1)}{6Ln} \quad (8)$$

(2) 离散模型的弯曲变形

根据连续悬臂梁的弯曲理论, 可获得在重力单独作用下悬臂梁质心位置的转角为

$$u_c = \frac{7\rho g L^3}{48EI_z} \quad (9)$$

式中 I_z 为横截面对 z 轴的惯性矩(对圆截面的梁有 $I_z = \pi d^4/64$)。由于是小变形问题, 离散梁模型中第 i 段的力矩平衡方程为

$$\frac{\rho g L^2 (n-i)^2}{2n^2} - \frac{Ka^2}{2} \phi_i = 0 \quad (i = 0, \dots, n-1) \quad (10)$$

式中 ϕ_i 为第 $i-1$ 段与第 i 段之间的相对转角。方程(10)中的第 1 项是由重力引起的, 第 2 项是第 $i+1$ 段和第 i 段之间弹簧的作用力矩。此外, 第 $i+1$ 段的绝对转角 u_i 可写成如下形式

$$u_i = \begin{cases} 0, & i = 0 \\ \sum_{j=1}^i \phi_j, & i = 1, 2, \dots, n-1 \end{cases} \quad (11)$$

将式(10)和(11)联立, 可获得中心段的转角为

$$u_d = \frac{\rho g L^2 (n-1)(7n-5)}{24a^2 Kn} \quad (n \text{ 为奇数}) \quad (12)$$

由 $u_c = u_d$, 得到

$$a = \sqrt{\frac{12I_z(7n-5)}{7A(3n-1)}} \quad (13)$$

式中 a 只与段数 n 和梁横截面参数有关。

1.2 局部接触区的弹塑性弹簧-质点系统

本文分别采用双线性柔性单元和线性柔性单元描述接触区的法向弹塑性变形效应和切向变形效应^[14], 建立了如图 2 所示局部接触区的弹塑性弹簧-质点系统。

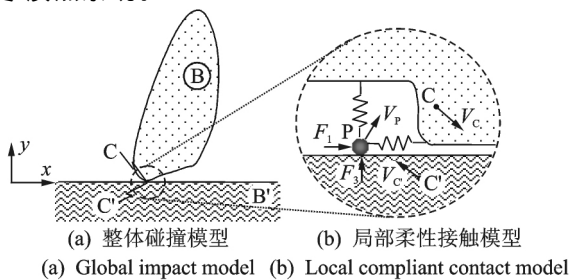


图 2 平面含摩擦斜碰撞局部弹性接触模型

Fig. 2 Hybrid analytical model for planar impact with friction

为不失一般性, 将柔性梁称为物体 B, 刚性地面称为物体 B'。考虑物体 B 和 B' 的点接触, 质量分别为 M 和 M' , 接触点分别为 C 和 C'。接触点 C 和 C' 的绝对位移分别为 $U_C = [U_{c1}, U_{c3}] = [x_0, y_0]$ 和 $U_{C'} = [U_{c'1}, U_{c'3}]$, 两点之间的相对位移定义为 $U_{CC'} = [u'_1, u'_3]$ 。假设从 $t=0$ 时刻开始接触, 并令接触点的相对速度法向分量初始值 $\dot{u}'_3(0) < 0$ 。在压缩过程中, 接触点 C 和 C' 的法向相对速度 $\dot{y}'_0(t)$ 一直小于 0, 直到压缩阶段结束时刻 t_c 才变为零, 即 $\dot{u}'_3(t_c) = 0$, 然后进入到恢复阶段。在接触点 C 和 C' 处分别作用着等值反向的接触力 $F = [F_1, F_3]^T$ 和 $F' = [F'_1, F'_3]^T$ 。

法向和切向柔性单元均与一个无质量的质点 P 相连, 该质点可在物体 B' 的粗糙表面滑动或黏滞。质点 P 的绝对位移为 $U_P = [U_{P1}, U_{P3}]^T$ 。接触点 C 和质点 P 的相对位移定义为 $u_{CP} = U_C - U_P = [u_1, u_3]^T$ 。接触点 C' 和质点 P 的相对位移定义为 $u_{PC'} = U_P - U_{C'} = [u''_1, u''_3]^T$, 在接触时 $u'_3(t) = 0$ 。位移 u_1 和 u_3 分别是切向和法向柔性单元的变形量。令 $v_1 = \dot{u}_1$ 和 $v_3 = \dot{u}_3$ 表示柔性单元的变形速率, $V_1 = \dot{u}'_1$ 和 $V_3 = \dot{u}'_3$ 表示 C 和 C' 的相对速度。

如图 3 所示, 法向单元在压缩阶段 $0 < t < t_c$ 时的刚度为 k , 在恢复阶段 $t_c < t < t_f$ 时的刚度为 ke_*^{-2} (e_* 为 Stronge 能量恢复系数); 切向单元的刚度在压缩和恢复阶段均为 $k\eta^{-2}$ 。接触力与各单元变形量之间的关系为

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_3 \end{Bmatrix} &= -k \begin{bmatrix} \eta^{-2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (0 \leq t \leq t_c) \quad (14) \\ \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_3 \end{Bmatrix} &= -k \begin{bmatrix} \eta^{-2} & 0 \\ 0 & e_*^{-2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{Bmatrix} + \\ &\quad k \begin{Bmatrix} 0 \\ (e_*^{-2} - 1)u_{3c} \end{Bmatrix} \quad (t_c < t \leq t_f) \end{aligned} \quad (15)$$

式中 η^{-2} 为切向和法向刚度系数的比值。 t_c 为压缩阶段与恢复阶段转换时刻(即 $v_3(t_c) = 0$), $u_{3c} =$

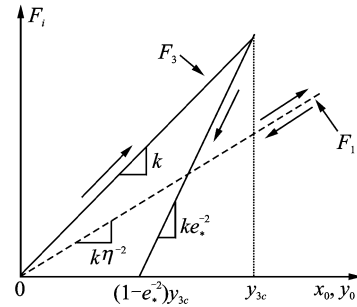


图 3 法向和切向柔性单元的力与变形量的关系

Fig. 3 Force-deflection relation for normal and tangential compliant elements

$-k^{-1}F_3(t_c)$ 为法向最大压缩量。公式(14)和(15)给出了与能量系数 e_* 有关的法向接触力的加卸载滞后回线。法向变形的残余量与能量恢复系数的关系 $u_3(t_f) = (1 - e_*^2)u_{3c}$ 。

此运动过程中法向接触力和切向接触力满足 Coulomb 摩擦定律

$$\begin{cases} |F_1| \leq \mu F_3 & \text{黏滞状态} \\ F_1 = -s\mu F_3 & \text{滑动状态} \end{cases} \quad (16)$$

式中 $s = \text{sgn}(\dot{x}''_0) = \text{sgn}(V_1 - v_1)$ 为滑动的方向, \dot{x}''_0 为质点 P 的滑动速度。

2 接触状态的判断标准

斜碰撞问题除了会导致法向存在一个压缩和恢复阶段的切换,在切向还存在滑动和黏滞状态的切换。在使用事件驱动法求解碰撞响应时,需要判断接触所处的状态。假设切向由黏滞切换为滑动的时刻为 t_{01} ,从滑动切换为黏滞的时刻为 t_{10} 。各状态的判断标准如下:

(1) 初始状态

在碰撞初始时刻 ($t=0$),法向接触处于压缩阶段。切向初始黏滞的条件为

$$|V_1(0)/V_3(0)| < \mu\eta^2 \quad (17)$$

反之,一旦入射角大于 $\mu\eta^2$,则切向的初始状态为滑动。

(2) 压缩或恢复阶段

在碰撞的初始阶段,接触为压缩阶段。压缩阶段结束和恢复阶段开始于 t_c 时刻,此时法向相对速度消失,即满足

$$\dot{u}_3(t_c) = 0 \quad (18)$$

(3) 黏滞或滑动

如果系统在黏滞状态下,满足条件 $|F_1(t)| \leq \mu F_3(t)$ 。一旦切向接触力与法向接触力的比值等于摩擦系数时,此时记为 t_{01} 时刻。切向运动由黏滞状态转变为滑动状态,并且接触力分量的比值处于摩擦锥外,即

$$\left| \frac{F_1(t_{01})}{F_3(t_{01})} \right| = \mu, \quad F_1(t_{01})\dot{F}_1(t_{01}) > 0 \quad (19)$$

相反地,如果系统之前处于滑动状态,当质点 P 和接触点 C' 间的相对速度消失,变为零时,此时记为 t_{10} 时刻,系统开始由滑动状态转变为黏滞状态,即

$$\dot{u}''_1(t_{10}) = V_1(t_{10}) - v_1(t_{10}) = 0 \quad (20)$$

(4) 碰撞结束

若在 $t_f - \epsilon$ 时刻法向接触力为正(即 $F_3(t_f - \epsilon) > 0$),在 $t_f + \epsilon$ 时刻法向接触力为负(即 $F_3(t_f + \epsilon) < 0$),其中 ϵ 是一个正数小量,则认为碰撞结束的时刻为 t_f ,法向接触力将会消失为零,即

$$F_3(t_f) = 0 \quad (21)$$

3 算例

若无特殊说明,算例的系统参数为:柔性梁的长度为 1 m,圆形横截面面积为 10^{-4} m^2 ,梁的接触端部为半圆头,材料为钢(即杨氏模量为 210 GPa,质量密度为 7 800 kg/m³,泊松比为 0.3)。梁的法向初始平动速度 $y_0 = -1 \text{ m/s}$,切向初始平动速度为 $x_0 = 3.5 \text{ m/s}$ 。梁初始时刻与刚性平面接触,无相对转动。梁的轴线与 x 轴正向夹角为 $3\pi/4$,即 $u_0 = 3\pi/4$ 。

Johnson^[16]认为在法向作用力 P 的准静态作用下接触圆面的半径 a 可表示为 $(3PR/(4E^*))^{1/3}$,其中 E^* 和 R 可以由下式计算得到:

$$1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2 \quad (22a)$$

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 \quad (22b)$$

式中 ν_i, E_i 和 R_i 分别为接触物体 i ($i=1, 2$) 泊松比、弹性模量以及接触端的半径。接触区法向刚度 k 的计算表达式为

$$k = (4/3)R^{1/2}E^* \quad (23)$$

由法向刚度 k 和切向接触刚度 k/η^2 的比值为 $\eta^2 = (2 - \nu)/[2(1 - \nu)]$,可进一步地得到切向接触刚度 k/η^2 。采用以上公式,得到局部接触区的弹塑性弹簧-质点系统的法向刚度值 $k = 11 \times 10^7 \text{ Pa}$ 和切向刚度值 $k/\eta^2 = 9.1 \times 10^7 \text{ Pa}$ 。

3.1 收敛性研究

首先研究了 HAM 模型的数值结果收敛性,获得结构的合理离散密度。假设恢复系数 $e_* = 1$,摩擦系数为 $\mu = 2/3$,获得的法向最大压量值的收敛曲线如图 4 所示。结果表明,当 $n=44$,接触点最大法向压量已经趋于稳定值,故本文后面计算中在柔性梁长度不变的情况下,离散段数均取 $n=50$ 进行数值计算。

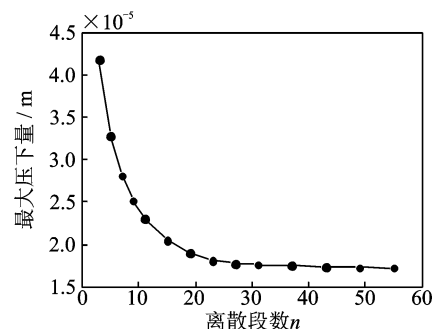


图4 不同离散密度下计算得到的法向最大压量

Fig. 4 The maximum normal penetration under different discretized segments

3.2 结果验证

(1) 实际实验对比

为验证本文模型的计算精度,本节依照表 1 给出的 2 组实验初始条件(摩擦系数为 $\mu=0.075$,恢复系数 $e_*=1$)采用本文方法进行数值计算,并将本文结果与实验结果^[18]进行对比。

表 1 两组实验的初始条件

Tab. 1 Initial conditions of two groups of experiment

实验	L/m	$V(0)/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$\omega(0)/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$
1 组	0.1	-1.886	1.032
2 组	0.2	-1.71	0.208

由于实验给出的初始条件满足初始黏滞条件(17),所以接触点的初始运动状态为黏滞压缩。图 5 为分离时刻杆端的接触点切向速度混合模型解和实验数据。通过比较表明,数值结果与实验结果基本吻合。二者之间误差产生的主要原因可能是 HAM 模型是一维梁且在平面内运动,而实验则是一个真实三维梁以一个初始角度自由落体运动。且与静力学实验相比,接触动力学实验结果数据本身离散性也较大。此外,经计算除了当 $u_0(0)=\pi/2$ 时,接触点运动模式为黏滞压缩-滑动压缩,其余角度值下接触点的运动模式均为黏滞压缩-滑动压缩-滑动恢复。

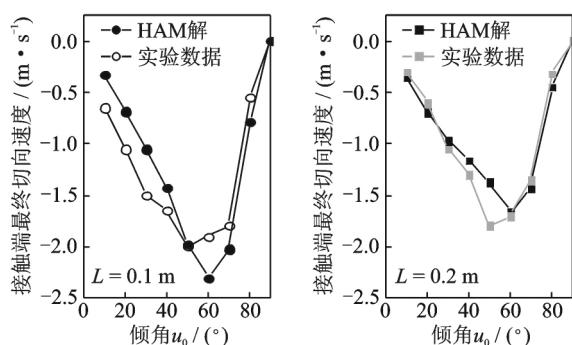


图 5 接触端接触结束时切向速度

Fig. 5 Tangential velocity of the contact point at the end of contact

(2) 数值实验对比

由于真实的实验环境能够获得的实验数据有限,为进一步验证本文混合分析模型的精度,将本文模型的结果与非线性商业有限元的仿真结果进行对比。在商业有限元 Ls-Dyna 模拟中,本着疏密有致的离散原则,为了满足非线性迭代接触算法以及更好地捕捉接触响应,对接触区实施了网格细化(如图 6 所示),显然这样会增加自由度,降低计算效率。

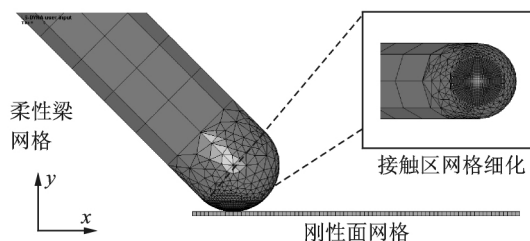


图 6 梁与刚性平面弹性碰撞的有限元离散模型

Fig. 6 Finite element model for bar oblique impacts on rigid half-space

图 7 是不同摩擦系数 μ 下的法向和切向接触力时程曲线。计算结果表明,本文的方法与 FEM 方法获得的接触力响应所得的峰值、接触时间以及曲线的变化形式吻合较好,接触力峰值误差仅为 12%。二者之间误差产生的原因主要是 FEM 模型是一个三维梁模型,由于泊松效应梁会产生横向变形,同时杆件也容易产生横向运动。从图 7~9 可以看出,当 $\mu=2/3$ 时,系统的运动模式依次为滑动压缩-滑动恢复-分离,切向没有经历黏滞运动;当摩擦系数变大,即当 $\mu=5/3$ 和 $\mu=8/3$ 时,系统的运动情况由滑动压缩-黏滞压缩-黏滞恢复-反向滑动恢复-分离构成,在接触面切向经历了滑动-黏滞-反向滑动的 3 个运动状态的转换。当 $\mu=5/3$ 和 $\mu=8/3$ 时(此摩擦系数恰好处于刚体斜碰撞模型中的经典 painlevé 悖论^[14]),法向接触力响应和切向接触力响应的峰值几乎相等,即当摩擦系数超过 5/3 时,接触力的峰值保持不变。这与完全刚体模型的摩擦显著不同,造成这个现象的原因正是由于考虑了切向接触柔度和存在切向黏滞运动。分析还发现纯滑动时接触力的峰值明显小于具有黏滞状态的接触力的峰值。

图 8 和 9 分别为不同摩擦系数 μ 下接触点的法向和切向相对速度响应。图中的商业有限元解选择接触区中心的单元的速度。当摩擦系数相同时,二者的曲线基本一致,误差较小(例如,接触时间误差仅为 5.6%),说明本文给出的混合分析模型是合理有效的。分析图 8 发现,摩擦系数对分离时刻接触点的法向速度有着重要影响。摩擦系数越大,接触点的法向速度的最小值越小。分析还发现,无论摩擦系数多大,接触点 C 的法向速度的响应曲线在接触发生不久总存在震荡现象。当 $\mu=5/3$ 和 $\mu=8/3$ 时,接触点的法向速度在初始阶段减小,即法向加速度在接触开始的一段时间内出现负值,使得法向速度出现负向增加,导致系统的切向摩擦力变大,若采

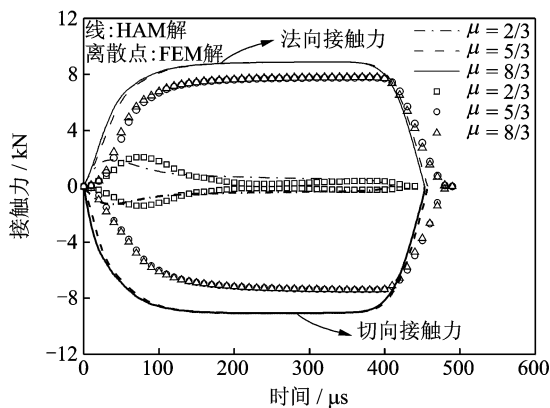


图7 切向和法向接触力 ($-V_1(0)/V_3(0) = 3.5, u_0 = 3\pi/4, \eta^2 = 1.21, e_* = 1$)

Fig. 7 Normal and tangential components of contact force during oblique impact of a beam against a rough half-space ($-V_1(0)/V_3(0) = 3.5, u_0 = 3\pi/4, \eta^2 = 1.21, e_* = 1$)

用完全刚性体模型进行分析,此时会出现经典的Painlevé悖论现象。分析图9发现,当 $\mu = 2/3$ 时,C点切向速度增加,始终大于初始速度。但当 $\mu = 5/3$ 和 $\mu = 8/3$ 时,C点切向速度随时间的推移发生降低,然后反向滑动增加。

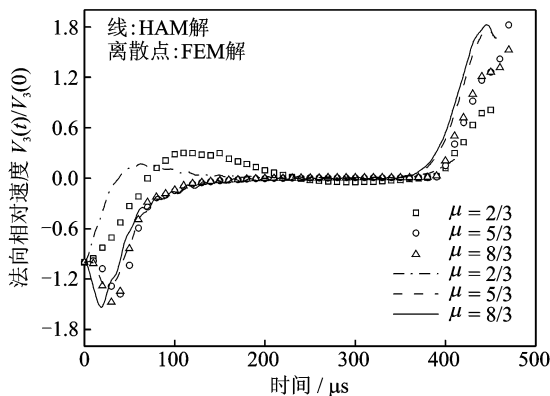


图8 接触点C和C'法向无量纲相对速度 ($-V_1(0)/V_3(0) = 3.5, u_0 = 3\pi/4, \eta^2 = 1.21, e_* = 1$)

Fig. 8 Normal relative non-dimensional velocity between C and C' ($-V_1(0)/V_3(0) = 3.5, u_0 = 3\pi/4, \eta^2 = 1.21, e_* = 1$)

4 结论

本文提出采用混合分析模型研究柔性梁摩擦斜碰撞问题,利用事件驱动法深入研究了整个接触过程中的切向黏滑状态和法向压缩恢复阶段的反复切换。将HAM模型的计算结果与实验结果以及商业有限元方法进行了对比,研究得到了以下主要结论:

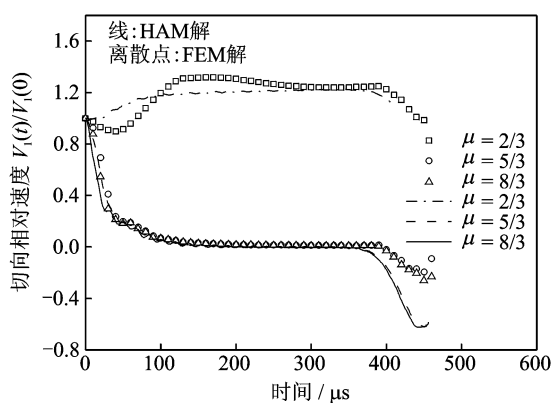


图9 接触点C和C'的切向无量纲相对速度 ($-V_1(0)/V_3(0) = 3.5, u_0 = 3\pi/4, \eta^2 = 1.21, e_* = 1$)

Fig. 9 Tangential relative non-dimensional velocity between C and C' ($-V_1(0)/V_3(0) = 3.5, u_0 = 3\pi/4, \eta^2 = 1.21, e_* = 1$)

(1) 本文混合模型解与实验数据吻合较好,验证了该模型具有较好的收敛性和较高的精度。由于考虑了接触区切向柔度,该模型具备了分析一系列切向黏(反向)滑运动模式的能力。

(2) 研究表明:结构的整体柔度和接触区的切向接触柔度会对接触力响应和接触点的切向黏滑运动模式带来较大的影响。

(3) 由于引入了能量恢复系数,因此混合模型可考虑接触区弹塑性变形导致的碰撞能量的损失。

参考文献:

- [1] Elkins-Tanton L T. Evolutionary dichotomy for rocky planets [J]. Nature, 2013, 497: 570—572.
- [2] Popov V L. Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications [M]. Berlin University of Technology, 2010.
- [3] Hayne P O, Greenhagen B T, Foote M C, et al. Diviner lunar radiometer observations of the LCROSS impact [J]. Science, 2010, 330: 477—479.
- [4] Humphery J A C. Fundamentals of fluid motion in erosion by solid particle impact [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1990, 11(3): 170—195.
- [5] Chapnik B V, Heppler G R, Aplevich J D. Modeling impact on a one-link flexible robotic arm [J]. IEEE Transaction on Robotic and Automation, 1991, 7(4): 551—561.
- [6] 张锁怀,沈允文,董海军,等. 齿轮拍击系统的动力响应[J]. 振动工程学报, 2003, 16(1): 62—66.
ZHANG Suohuai, SHEN Yunwen, DONG Haijun, et al. Dynamic response of a gear rattling system [J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(1): 62—

- 66.
- [7] 李晓杰,莫非,闫鸿浩,等. 爆炸焊接斜碰撞过程的数值模拟[J]. 高压物理学报, 2011, 25(2):173—176.
Li Xiaojie, Mo Fei, Yan Honghao, et al. Numerical simulation of the oblique collision in explosive welding [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2011, 25(2): 173—176.
- [8] 徐从启,谢旭辉,戴一帆. 摩擦接触约束下的微小管道机器人管内运动稳定性分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(15):36—44.
Xu Congqi, Xie Xuhui, Dai Yifan. Motion stability analysis of micro in-pipe robot with frictional contacts [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46 (15): 36—44.
- [9] 段洁,丁千. 三质体斜碰撞振动的动力学和减振研究[J]. 振动工程学报, 2013, 26(1):68—74.
DUAN Jie, DING Qian. Dynamics and vibration reduction of three-mass system with oblique-impacts [J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(1): 62—66.
- [10] Han W, Jin D P, Hu H Y. Dynamics of an oblique-impact vibrating system of two degrees of freedom[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275 (3-5): 795—822.
- [11] Han W, Hu H Y, Jin D P. Experimental study on dynamics of an oblique-impact vibrating system of two degrees of freedom[J]. Nonlinear Dynamics, 2007, 50 (3): 551—573.
- [12] Xie J H, Ding W C. Hopf-Hopf bifurcation and invariant torus T^2 of a vibro-impact system[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2005, 40: 531—543.
- [13] 彼得·艾伯哈特,胡斌. 现代接触动力学[M]. 南京:东南大学出版社, 2003.
Eberhart P, Hu B. Modern Contact Dynamics [M]. Nanjing: Southeast University Press, 2003.
- [14] Shen Y, Stronge W J. Painlevé Paradox during oblique impact with friction[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2011, 30(4): 457—467.
- [15] Johnson K L. The bounce of ‘super ball’[J]. International Journal of Mechanical Engineering, 1983, 111: 57—63.
- [16] Stronge W J. Impact Mechanics[M]. Cambridge University Press, 2000.
- [17] Stoianovici D, Hurmuzlu Y. A critical study of the applicability of rigid body collision theory [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1996, 63 (2): 307—316.
- [18] Hurmuzlu Y. An energy based coefficient of restitution for planar impacts of slender bars with massive [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1996, 65 (4): 952—962.

Research on rigid body-spring-particle hybrid model for flexible beam under oblique impact with friction

SHEN Yu-nian, GU Jin-hong

(Department of Mechanics and Engineering Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In order to quickly and accurately estimate the complex transient behavior of oblique collision with friction, a hybrid analysis model (HAM) is presented in this paper. This model takes account of the normal contact compliance, the tangential contact compliance of the local contact zone and the global compliance of the beam altogether. Based on the finite segment theory, the displacement field of the non-contact zone of the beam is discretized into a spring-damper-rigid body system. The bilinear process of normal compression-restitution deformation and the tangential deformation process of the local contact zone are described by an elastic-plastic spring-particle system with energy coefficient of restitution. The dynamic equations of the HAM which are piecewisely continuous under different contact states are derived. According to the switching criterion between compression and restitution as well as stick and slip, numerical examples are solved by the event-driven method. Through comparison of the results with the experimental data and those obtained by the commercial finite element software, it is shown that the hybrid model can accurately estimate the time history of contact forces and describe the repeatedly transition between stick and slip motion, which validate the applicability of HAM.

Key words: nonlinear vibration; oblique impact; tangential compliance; frictional contact; stick-slip motion

作者简介: 沈煜年(1982—),男,副教授。电话:(025)84315590; E-mail:shenyunian@aliyun.com