

消息认证与哈希函数

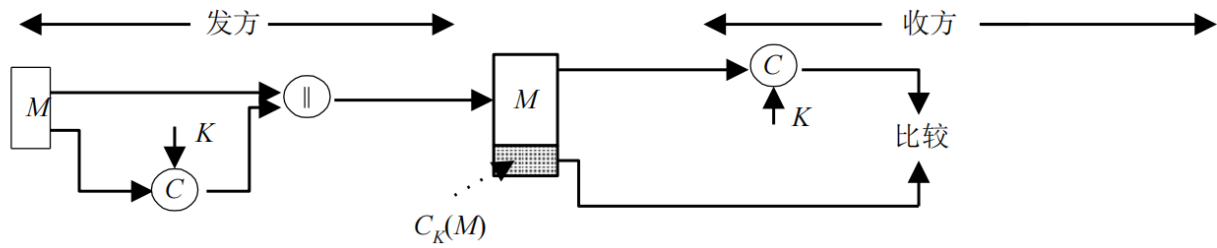
1 消息认证

消息认证码MAC

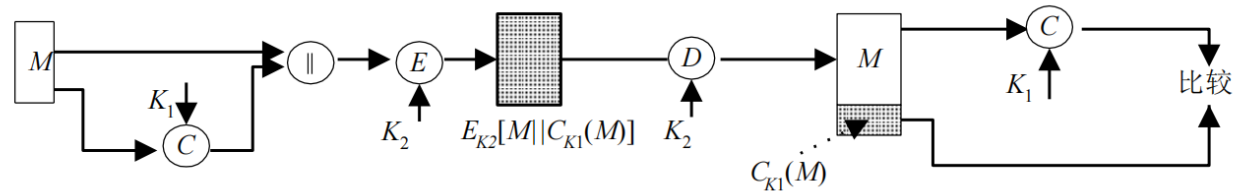
消息被一个密钥（通信双方共享）控制的公开函数作用后产生的、用作认证符的、固定长度的数值。

产生过程

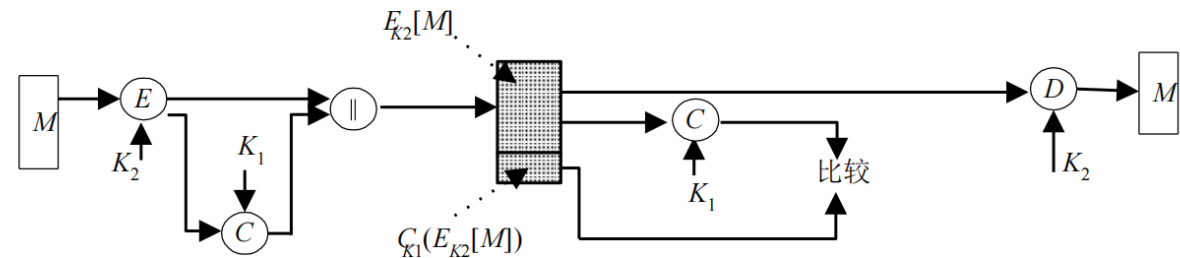
假设A打算发送给B消息M，通信双方共享密钥\$K\$，A计算 $MAC=C_K(M)$ ，然后向B发送 $M||MAC$ ，B收到后做相同计算，得到另一个MAC，对比二者是否相同。



(a) 消息认证



(b) 认证性和保密性：对明文认证



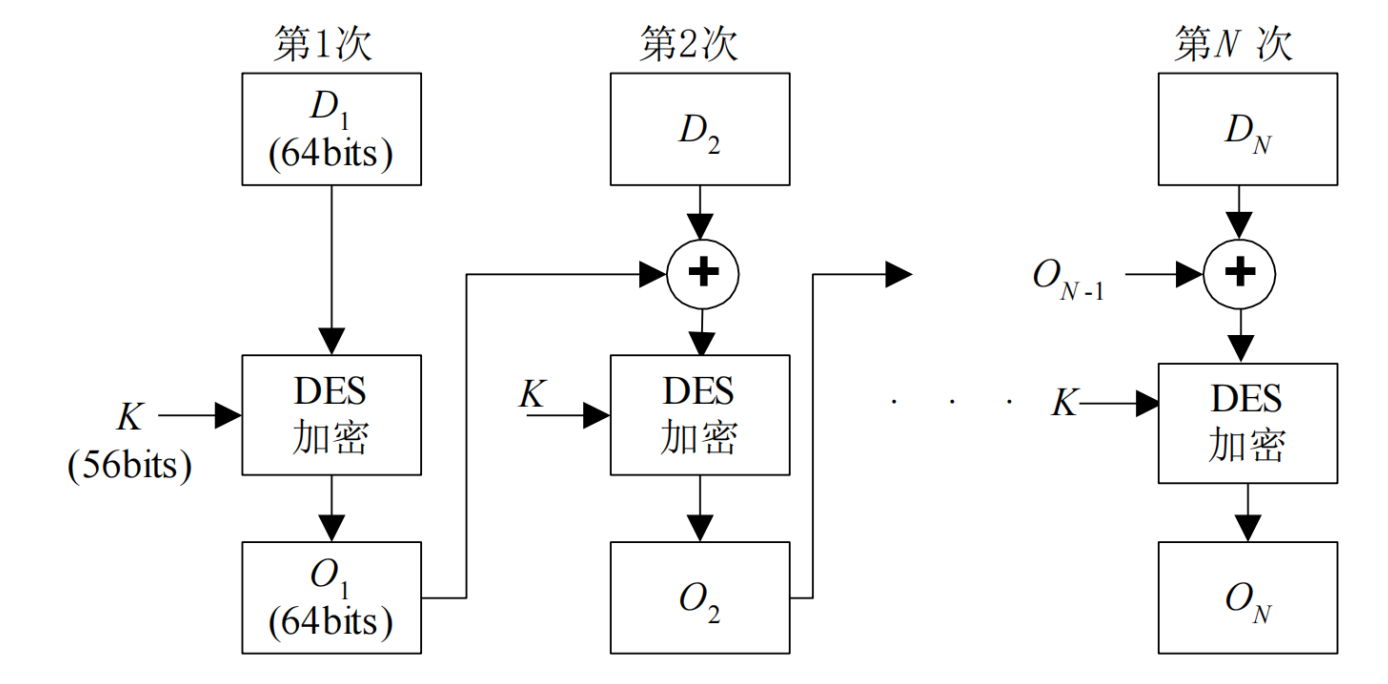
(c) 认证性和保密性：对密文认证

MAC函数**不必是可逆的**，一般都为多到一映射，即已知MAC无法还原出M。

数据认证算法

算法基于**CBC模式的DES算法**，初始向量为零向量，将消息分为64比特长的分组 D_1, \dots, D_N 按以下过程计

算数据认证码： $O_1=E_K(D_1)\backslash O_2=E_K(D_2\oplus O_1)\backslash \dots \backslash O_N=E_K(D_N\oplus O_{N-1})$



2 哈希函数

2.1 定义

哈希函数H为公开函数，用于将任意长的消息M映射为固定长度、较短的一个值H(M)，作为认证符，称H(M)为**哈希值**或**消息摘要**。
提供**完整性**保障，即改变消息中的任何比特都会使哈希码发生改变。（类似“指纹”）

2.2 哈希函数应满足的条件

为了实现对数据的认证，哈希函数应满足以下条件：

- 输入任意长
 - 输出定长
 - 求H(x)容易
 - **单向性**：已知h，求x使得 $H(x)=h$ 在计算上不可行，称H(x)为单向哈希函数。（抗原像攻击）
 - **弱单向哈希函数**：已知x，找出y ($y \neq x$) 使得 $H(y)=H(x)$ 在计算上不可行。（抗第二原像攻击）
 - **强单向哈希函数**：找出任意两个不同的输入x、y，使得 $H(y)=H(x)$ 在计算上不可行。（抗碰撞攻击/生日攻击）
- 碰撞性**：函数对不同的输入产生相同的输出。

2.3 生日攻击

问题描述

已知一哈希函数H有n个可能的输出，H(x)是一个特定的输出，如果对H随机取k个输入，则至少有一个输入y使得 $H(y)=H(x)$ 的概率为0.5时，k有多大？ 称对哈希函数H寻找上述y的攻击为第I类生日攻击。

生日攻击 H 有 n 个可能输出 \Rightarrow 输入 y , 输出为 $H(y)$ 的概率为 $1/n$.

随机取 k 个输入. $P(\text{所有输出均不为 } H(x)) = (1 - \frac{1}{n})^k$

取 $P(\text{至少有 1 个输入 } y, \text{ 使 } H(y) = H(x)) = 1 - (1 - \frac{1}{n})^k \approx 1 - (1 - \frac{k}{n}) = \frac{k}{n}$.

if $P = 0.5$, 则 $k = \frac{n}{2}$.

Specialy, if H 为 m bits, 则 $n = 2^m \Rightarrow k = 2^{m-1}$

抗第二原像攻击: 找 1 人与某给定人的生日相同, 时间复杂度为 n 。

生日悖论

在 k 个人中至少有两个人的生日相同的概率大于 0.5 时, k 至少多大? 称寻找函数 H 的具有相同输出的两个任意输入的攻击方式为第 II 类生日攻击。

生日悖论

定义: k 个整数取, 每次在 1 到 n 之间等可能取值, 则 k 个整数中至少有 2 个取值相同的概率为 $P(n, k)$.

$$P(n, k) = 1 - \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{n^k} = 1 - (1 - \frac{1}{n}) \cdot (1 - \frac{2}{n}) \cdot \dots \cdot (1 - \frac{k-1}{n})$$

由泰勒展开, $e^{-x} \approx 1 - x$. 估计: $P(n, k) \approx 1 - e^{-\frac{1}{n}} \cdot e^{-\frac{2}{n}} \cdot \dots \cdot e^{-\frac{k-1}{n}} = 1 - e^{-\frac{(1+k-1) \cdot (k-1)}{2n}} = 1 - e^{-\frac{k(k-1)}{2n}}$

若 $P = 0.5$, 则 $e^{-\frac{k(k-1)}{2n}} = 0.5 \Rightarrow \frac{k(k-1)}{2n} = \ln 2 \Rightarrow k(k-1) = 2n \ln 2$

当 k 很大时, $k(k-1) \rightarrow k^2$. 则 $k^2 \approx 2n \ln 2$ 故 $k \approx \sqrt{(2 \ln 2)n} \approx 1.18 \sqrt{n} \approx \sqrt{n}$.

抗碰撞攻击: 找任意两人生日相同, 复杂度为 \sqrt{n} 。

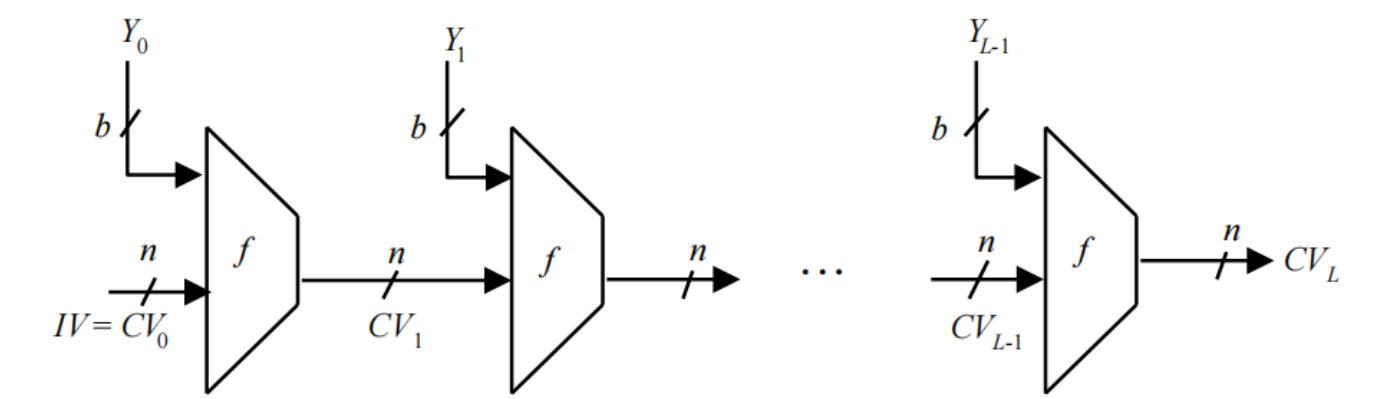
生日攻击

生日攻击基于以下结论:

若哈希函数输出长为 m 比特, 如果 H 的 k 个随机输入中至少有两个产生相同输出的概率大于 0.5, 则 $k = \sqrt{2^m} = 2^{\frac{m}{2}}$

2.4 迭代型哈希函数的一般结构

函数的输入 M 被分为 L 个分组 Y_0, \dots, Y_{L-1} , 每个分组的长为 b 比特, 最后一组长度不够需要进行填充。最后一个分组中包括整个函数输入的长度值。



算法表达如下： $CV_0=IV=n$ $CV_i=f(CV_{i-1},Y_{i-1}) \quad 1\leq i\leq L$ $H(M)=CV_L$
核心：设计**无碰撞**的压缩函数f。

3 MD5哈希算法

3.1 算法描述

采用迭代型哈希函数的一般结构
输入：任意长比特
分组：512比特
输出：128比特

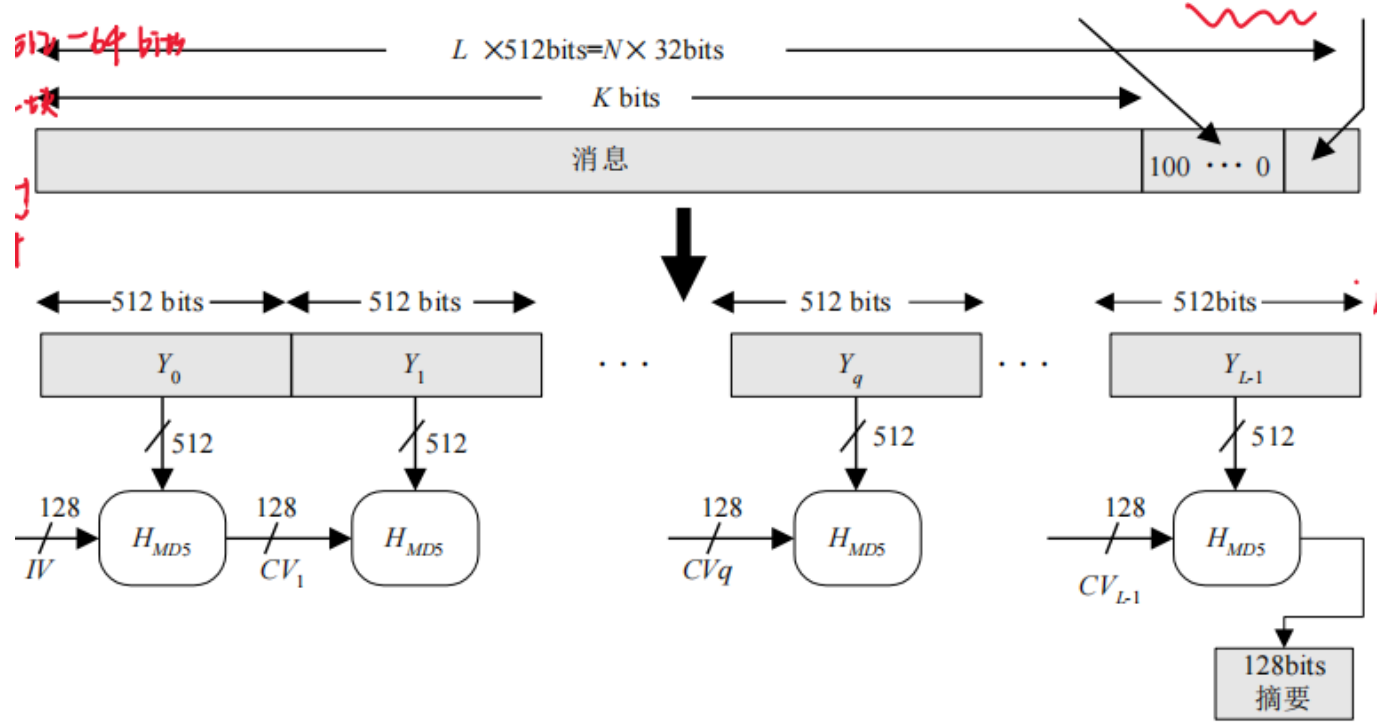
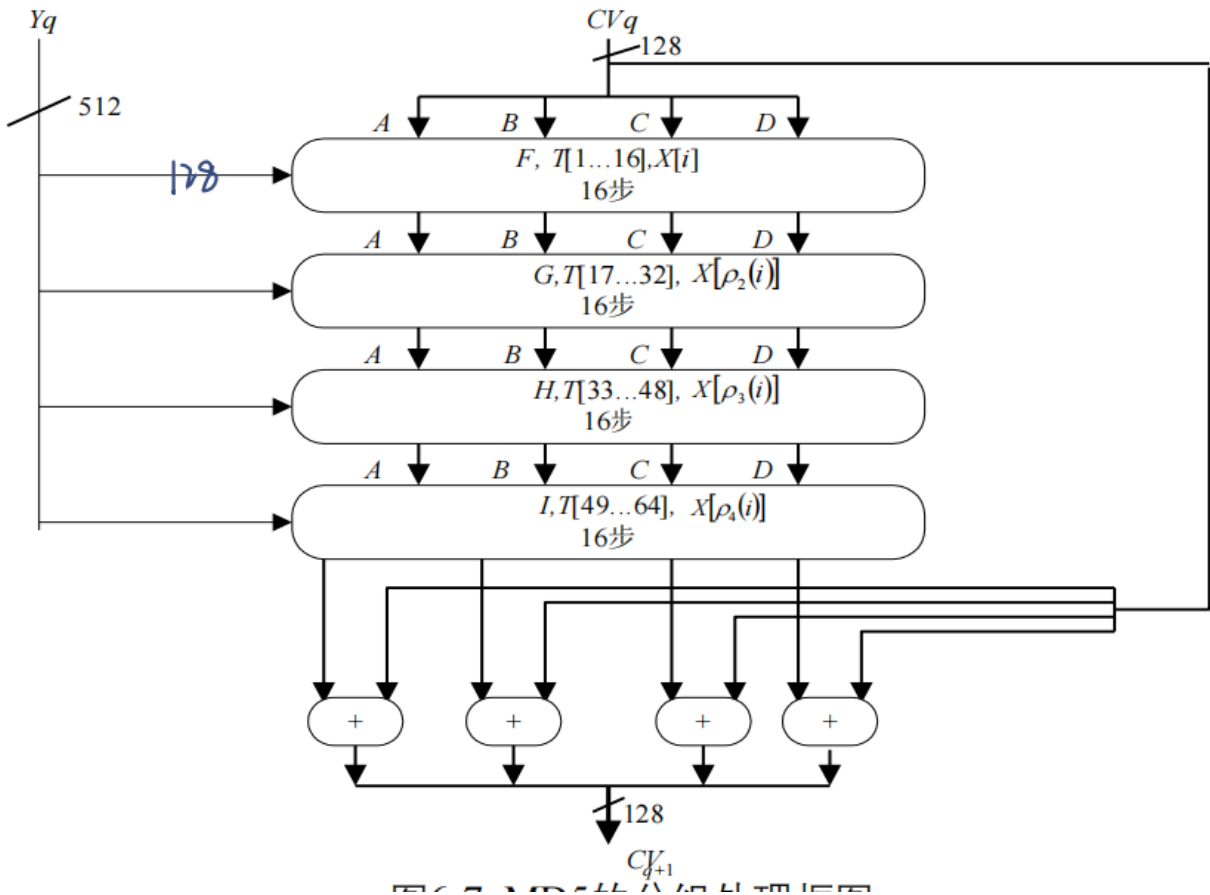


图6-6 MD5的算法框图

处理过程

- 1. 填充消息
填充后消息的长度为512的某一倍数减64。
任何一个消息都需要填充
- 2. 附加消息的长度
将填充前消息的长度，用**小端**方式表示，若长度大于64比特，则模 2^{64} ，放在1中留的64比特处。
分组，512比特一组， Y_0,\dots,Y_{L-1}

3. 对MD缓冲区初始化
- 128比特长的缓冲区——4个32比特（1字）的寄存器（A,B,C,D），每个寄存器存入A=01234567, B=89ABCDEF, C=FEDCBA98, D=76543210，实际上A为67452301
4. 以分组为单位对消息进行处理
- 每一组经压缩函数\$H_{MD5}\$处理。
- \$H_{MD5}\$包括4轮处理，每轮对ABCD进行16次迭代。4轮的流程图如下：



- 每轮的输入为当前处理的消息分组和缓冲区的当前值A、B、C、D，输出仍放在缓冲区中以产生新的A、B、C、D。
- 每轮处理过程还需加上常数表T中四分之一一个元素，分别为 $T[1..16]$, $T[17..32]$, $T[33..48]$, $T[49..64]$ 。
- 第4轮的输出再与第1轮的输入按字模 2^{32} 相加，结果即为压缩函数的输出。 $CV_0=IV$
 $CV_{q+1}=CV_q+RF_I[Y_q,RF_G[Y_q,RF_g[Y_q,RF_F[Y_q,CV_q]]]$ MD=CV_L\$

3.2 压缩函数

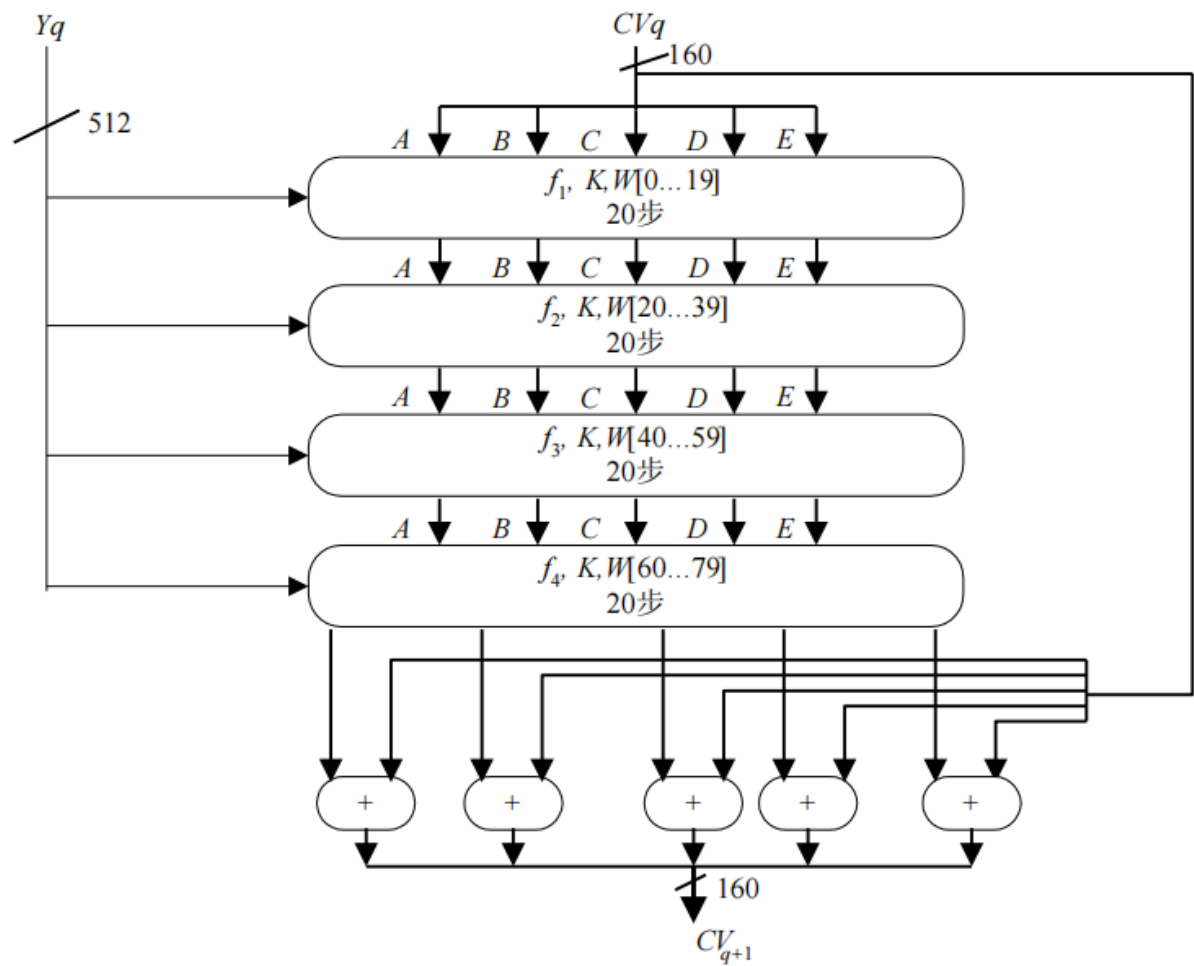


图6.9 SHA的分组处理框图

4.2 压缩函数

$$A, B, C, D, E \leftarrow (E + f_t(B, C, D) + CLS_5(A) + W_t + K_t, A, CLS_{30}(B), C, D)$$

其中， t 为迭代步数 $0 \leq t \leq 79$ ， CLS_s 为循环左移 s 位， W_t 是由当前分组导出的一个32比特长的字。

8 / 12

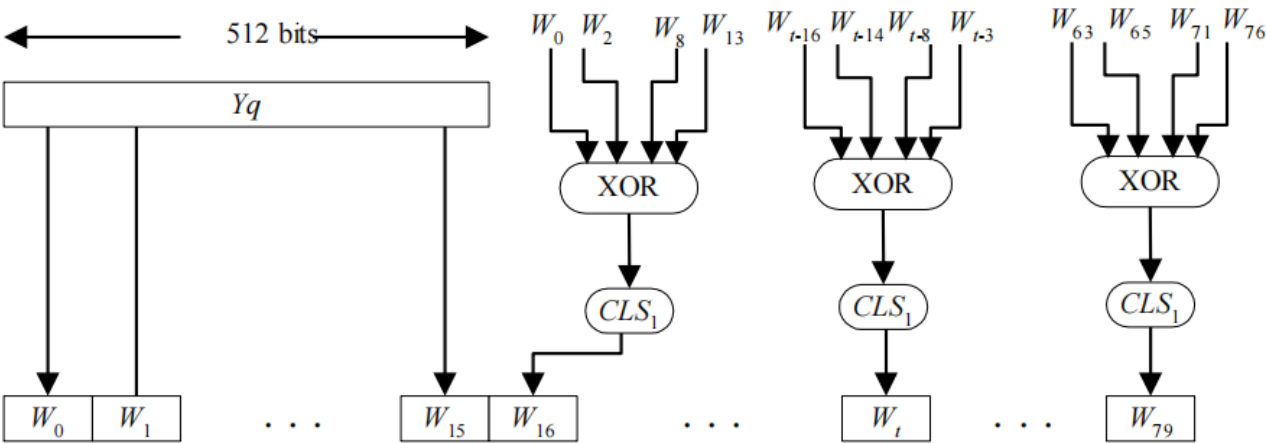


图6-11 SHA分组处理所需的80个字的产生过程

相较于MD5直接用一个消息分组的16个字作为每步迭代的输入，SHA将消息分组的16个字**扩展为80个字**以供压缩函数使用，使得寻找具有相同压缩值的不同消息更加困难。

4.3 SHA与MD5比较

抗穷搜索攻击的强度：MD5<SHA

攻击类型	MD5	SHA
寻找具有给定消息摘要的消息	2^{128}	2^{160}
找出具有相同消息摘要的两个不同消息	2^{64}	2^{80}

速度：MD5>SHA

5 HMAC

使用带密钥的哈希函数生成MAC

5.1 算法描述

- 分组：b比特
- 分组数：L
- 输出：n比特
- 密钥：K
- 如果密钥长度大于b，则将密钥输入哈希函数产生一个n比特的密钥
- K^+ 是左边经填充0后的K，长度为b
- ipad为b/8个00110110，opad为b/8个01011010

算法框图：

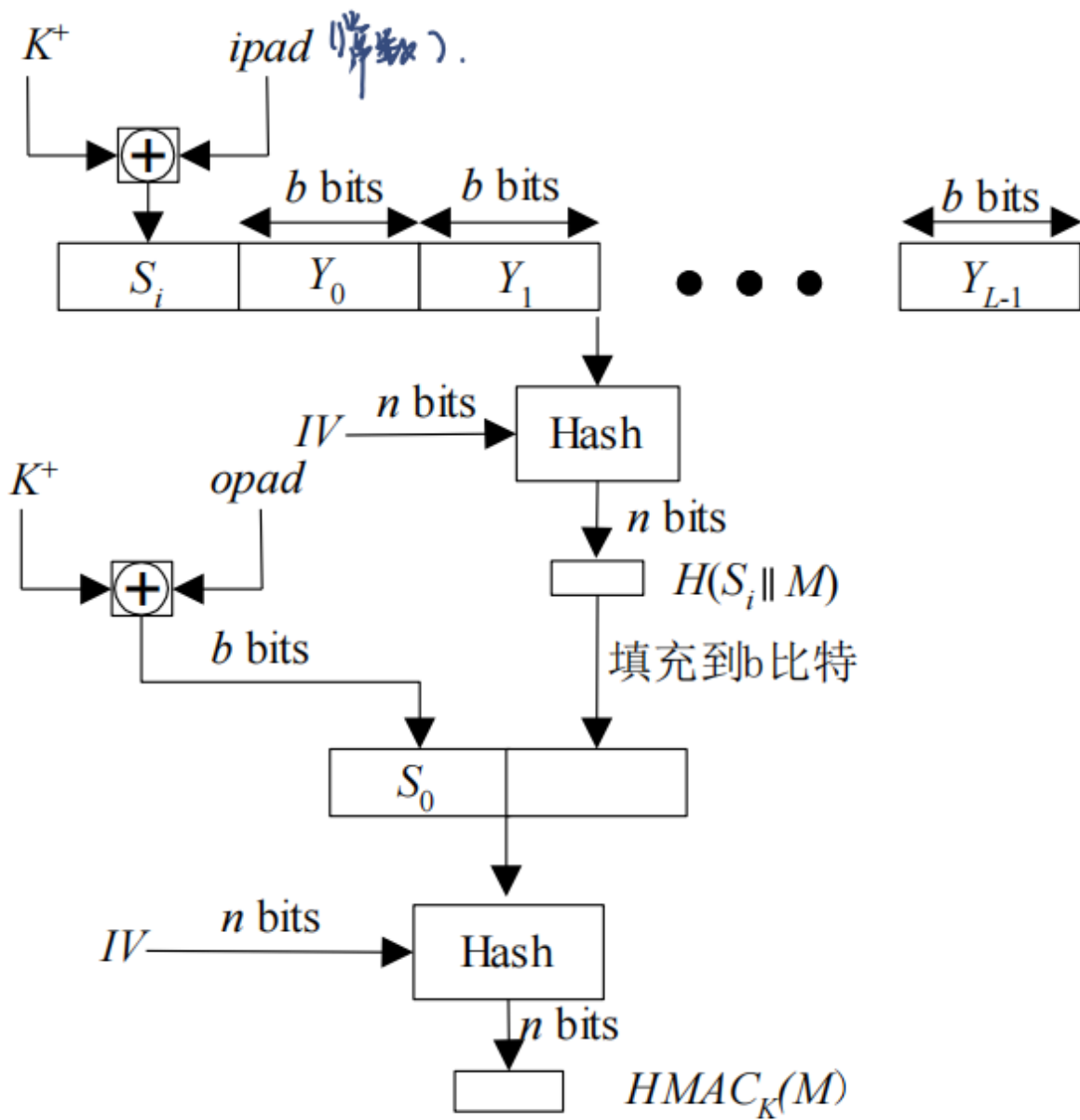


图6-12 HMAC的算法框图

表达式： $HMAC_k = H[(K^+ \oplus opad) \parallel H[(K^+ \oplus ipad) \parallel M]]$
在实现HMAC时，可以预先求出以下两个量 $f(IV, (K^+ \oplus ipad))$ 和 $f(IV, (K^+ \oplus opad))$
 $f(cv, block)$ 为压缩函数，输入 n 比特链接变量、 b 比特分组，输出 n 比特链接变量。

上述两个值仅在更换密钥时进行修改，用于作为哈希函数的初值IV。

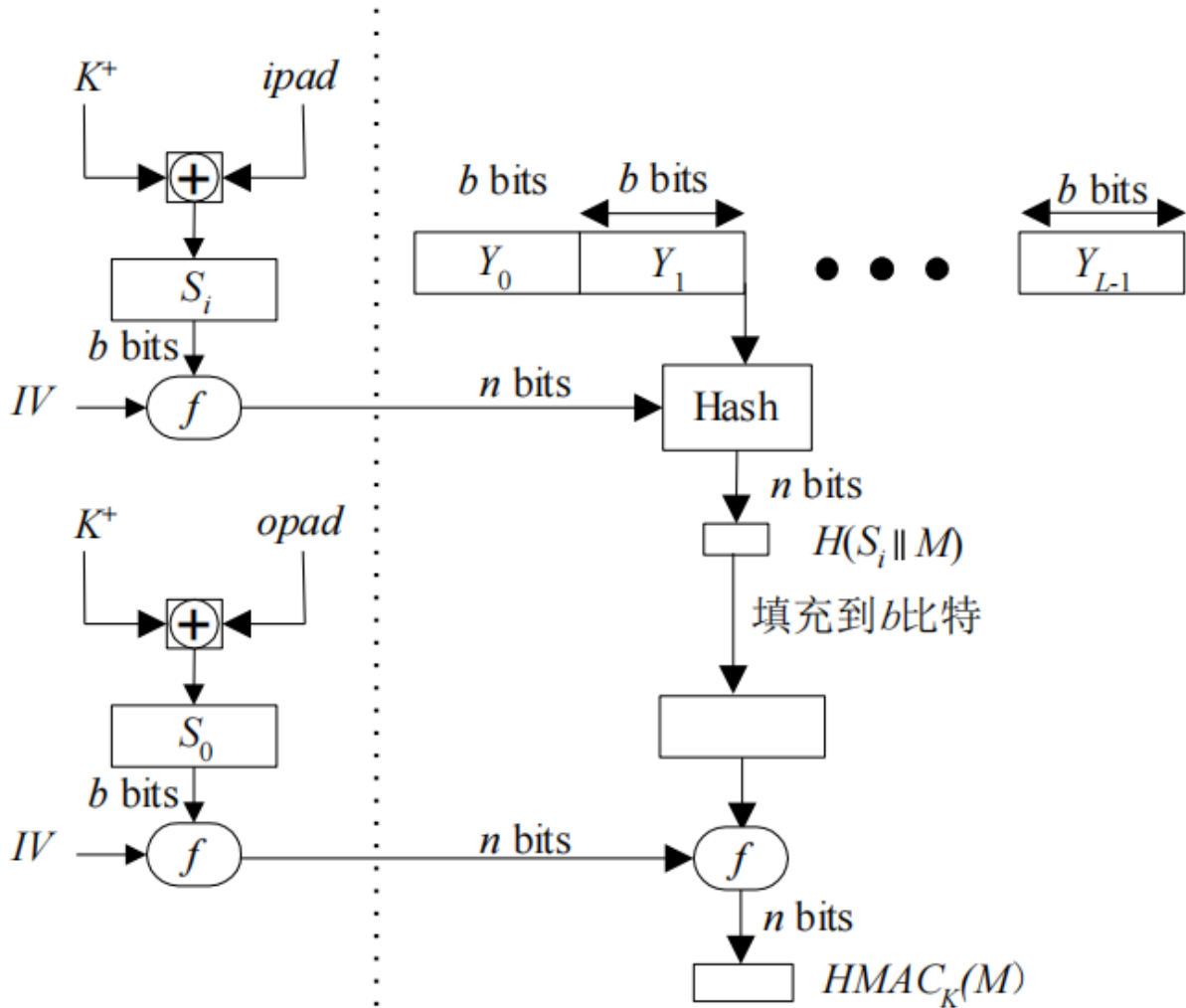


图6-13 HMAC的有效实现

5.2 HMAC的安全性

安全性取决于镶嵌的哈希函数的安全性

已证明对HMAC的攻击等价于对内嵌哈希函数的攻击：

- 攻击者能够计算压缩函数的一个输出，即使IV是随机的和秘密的
- 攻击者能够找出哈希函数的碰撞，即使IV是随机的和秘密的

第一种攻击中， n 比特长的IV可视为密钥，即对密钥的穷搜索攻击，攻击的复杂度为 $O(2^n)$

第二种攻击中，生日攻击，攻击复杂度为 $O(2^{\{n/2\}})$ ，但前提是得到HMAC在**同一密钥下**产生的一系列消息。

6 SM3哈希算法

输出256比特

过程与上述两个算法并无大区别

填充消息、附加消息长度、迭代压缩、消息扩展、压缩函数

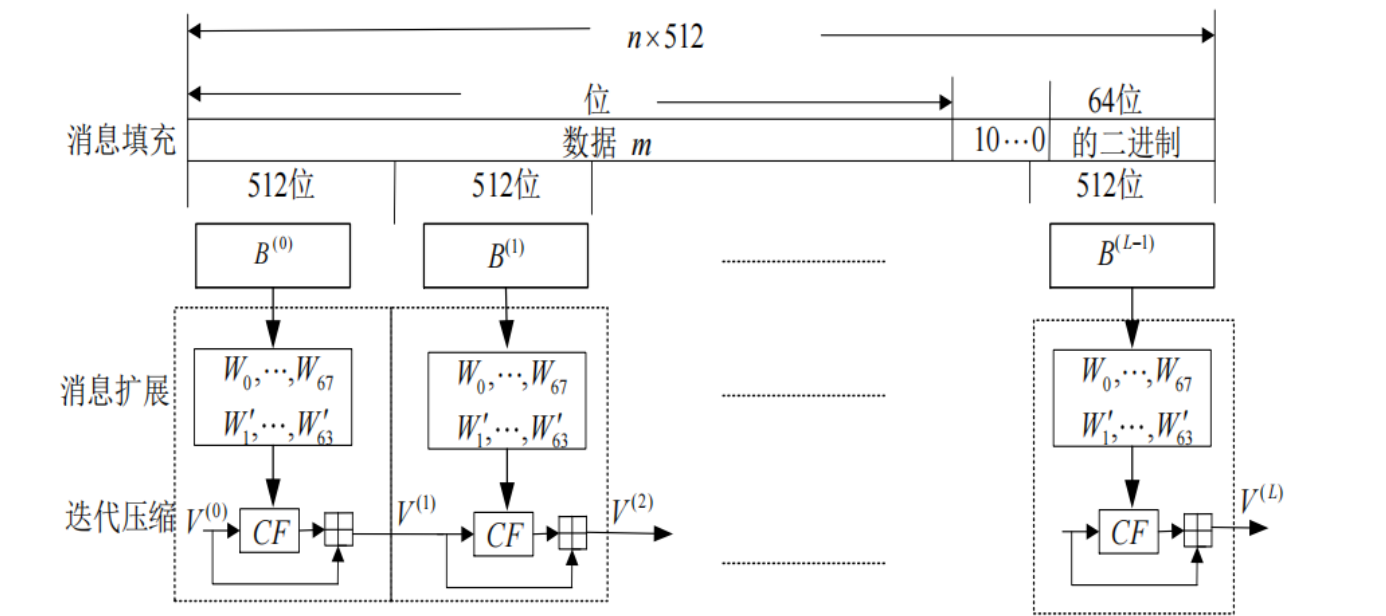


图6-14 SM3 产生消息哈希值的处理过程

迭代过程

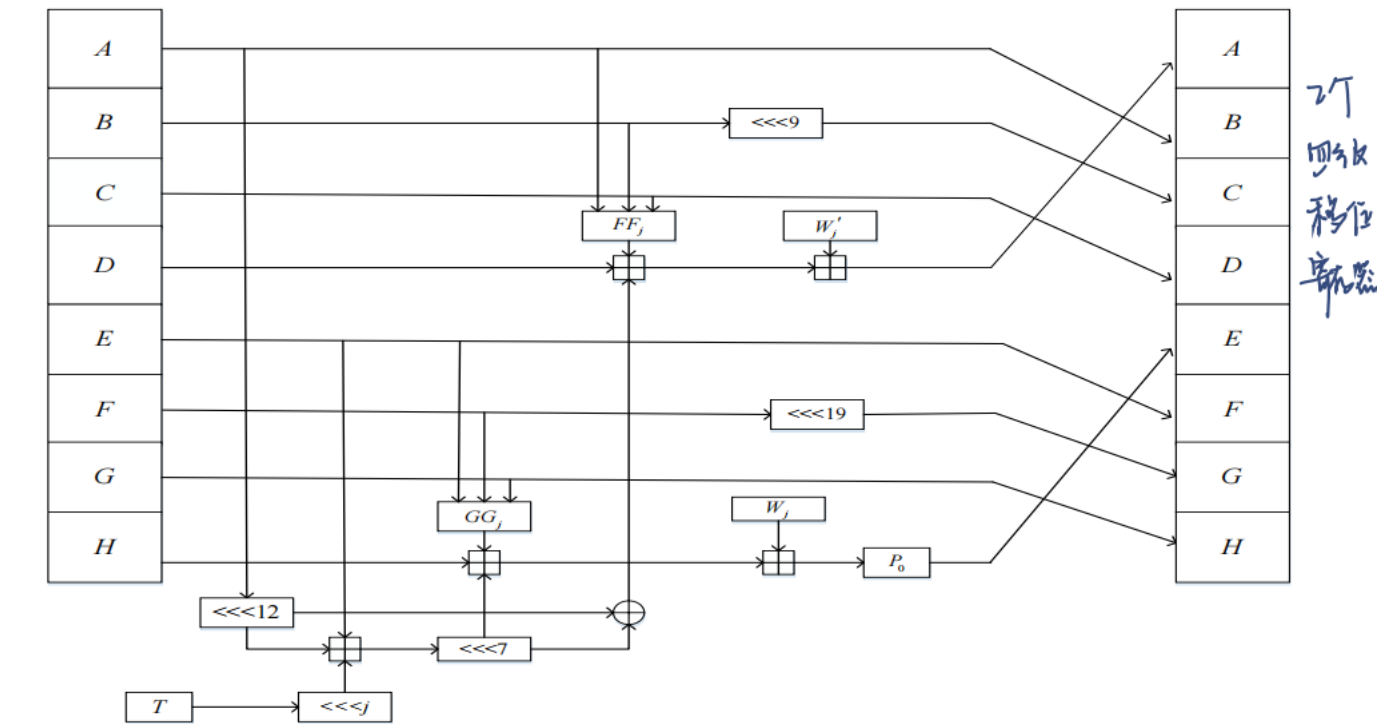


图6-13 SM3压缩函数中一步迭代示意图。

$GG_j(X,Y,Z)$ 非线性——混淆
置换函数 $P_0(X), P_1(X)$ 线性——扩散