

《基础物理实验》实验报告

实验名称 实验六 RLC 电路的谐振与暂态过程 指导教师 李梦朝
姓 名 学号 分班分组及座号 - - 号 (例: 1-04-5 号)
实验日期 2023 年 10 月 26 日 实验地点 709 调课/补课 ☐ 是 成绩评定

【警告：注意高电压危险！】

在串联谐振时，如果设置不当，电感和电容两端将出现有危险的高电压（超过 36V）。为避免发生危险，请实验者务必做到：

(1) 函数发生器输出总电压峰峰值不要超过 3V。

(2) 连接电路前，不要让函数发生器输出电压。电路连接好后，不要用手或身体其它部位触碰金属部分，尤其是电感或电容的两端。这是做电学实验的基本要求。

【实验目的】

1. 研究 RLC 电路的谐振现象；
2. 了解 RLC 电路的相频特性和幅频特性；
3. 用数字存储示波器观察 RLC 串联电路的暂态过程，理解阻尼振动规律。

【实验仪器】

标准电感，标准电容，100Ω 标准电阻，电阻箱，电感箱，电容箱，函数发生器，示波器，数字多用表，导线等。

【实验原理】

1. 串联谐振

RLC 串联电路如图 1 所示。其总阻抗 $|Z|$ 、电压 u 与电流 i 之间的相位差为 ϕ 、电流 i 分别满足：

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad \phi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad i = \frac{u}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad \text{其中 } \omega = 2\pi f. \text{ 根据上述各式可作出}$$

ϕ - f 曲线（相频特性曲线）和 i - f 曲线（幅频特性曲线），二者统称为频率响应曲线。

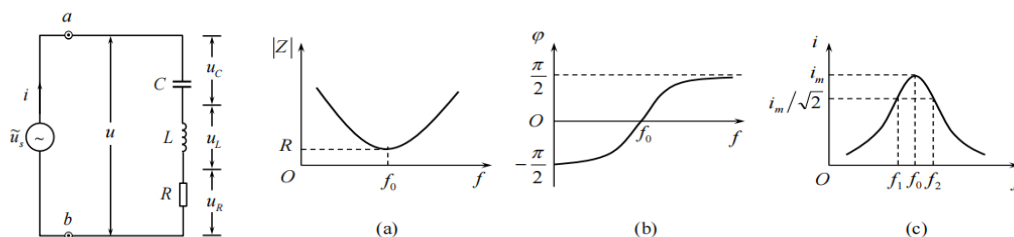


图 1 RLC 串联电路

图 2 RLC 串联电路的频率特性 (a) 阻抗特性；(b) 相频特性；(c) 幅频特性

其中，频率 f_0 称为谐振频率。此时 $\phi = \omega L - 1/\omega C = 0$ ，即 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 或 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

电路呈纯电阻性，总阻抗达到最小值 R ， i - f 曲线出现明显尖锐的峰。

谐振时，有 $u_L = i_m |Z_L| = \frac{\omega_0 L}{R} u$, $\frac{u_L}{u} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, $u_C = i_m |Z_C| = \frac{1}{R\omega_0 C} u$, $\frac{u_C}{u} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 。则谐振电

路的品质因数 Q （简称 Q 值）为

$$Q = \frac{u_L}{u} = \frac{u_C}{u} \quad \text{或} \quad Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} \quad \text{或} \quad Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (1)$$

Q 值由电路的固有特性决定，标志着电路的储耗能特性、电压分配特性和频率选择性。串联谐振时，

$u_L = u_C = Qu$ 。Q 值越大，储能效率越高，带宽 $\Delta f = f_2 - f_1$ 越窄，频率选择性越好。

2. 并联谐振

RLC 并联电路如图 3 所示。其总阻抗 $|Z_p|$ 、电压 u 与电流 i 之间的相位差为 ϕ 、电压 u (或电流 i) 分别满足： $|Z_p| = \sqrt{\frac{R^2 + (\omega L)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}}$ ， $\phi = \arctan \frac{\omega L - \omega C[R^2 + (\omega L)^2]}{R}$ ， $u = i |Z_p| = \frac{u}{R'} |Z_p|$ 。当 $\phi = 0$ 时，发生谐振，根据 (8) 求出并联谐振的角频率为 $\omega_p = 2\pi f_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}$ 。其中， $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$ ， $Q = \omega_0 L/R = \sqrt{L/C}/R$ 。当 $Q \gg 1$ 时， $\omega_p \approx \omega_0$ ， $f_p \approx f_0$ 。根据上述各式可作出 $\phi - f$ 曲线 (相频特性曲线) 和 $i - f$ 曲线 (幅频特性曲线)。

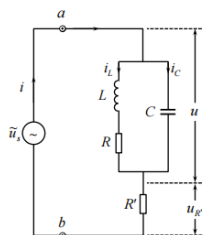


图 3 RLC 并联电路

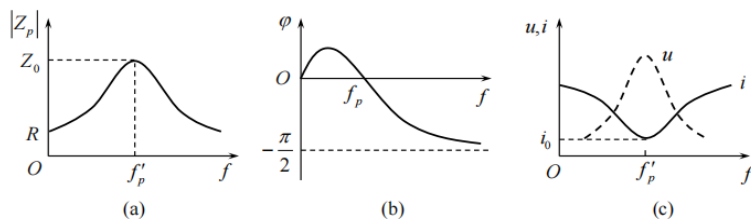


图 4 RLC 并联电路的频率特性 (a) 阻抗特性；(b) 相频特性；(c) 幅频特性

可以计算品质系数 Q 为 $Q_1 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C}$ ， $Q_2 = \frac{i_C}{i} \approx \frac{i_L}{i}$ ， $Q_3 = \frac{f_0}{\Delta f}$ 。并联谐振时， $i_L \approx i_C = iQ$ 。

3. RLC 电路的暂态过程

电路如图 5 所示。放电过程中，电路方程为 $L \frac{di}{dt} + Ri + u_C = 0$ ，代入 $i = C \frac{du_C}{dt}$ 得 $LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ 。

(1) $R^2 < 4L/C$ 时， $u_C = \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2 C}} E e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \phi)$ ，其中时间常量 $\tau = 2L/R$ ，衰减振动的角频率

为 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}$ 。如曲线 I 所示。当 $R^2 \ll 4L/C$ 时， $\omega \approx 1/\sqrt{LC} = \omega_0$ (ω_0 为 $R=0$ 时 LC 回路的固有频率)， $T = 2\pi/\omega \approx 2\pi\sqrt{LC}$ 。

(2) $R^2 > 4L/C$ 时，对应过阻尼状态， $u_C = \sqrt{\frac{4L}{R^2 C - 4L}} E e^{-\alpha t} \sinh(\beta t + \phi)$ ，其中 $\alpha = \frac{R}{2L}$ ， $\beta = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R^2 C}{4L} - 1}$ 。如曲线 II 所示。

(3) $R^2 = 4L/C$ 时，对应临界阻尼状态， $u_C = E(1 + \frac{t}{\tau}) e^{-t/\tau}$ ，其中时间常量 $\tau = 2L/R$ 。如曲线 III 所示。

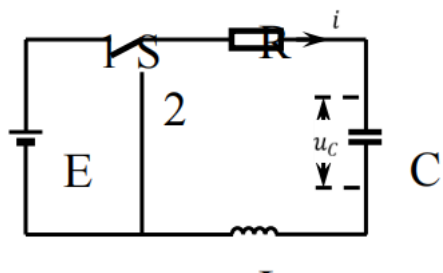


图 5 RLC 暂态电路

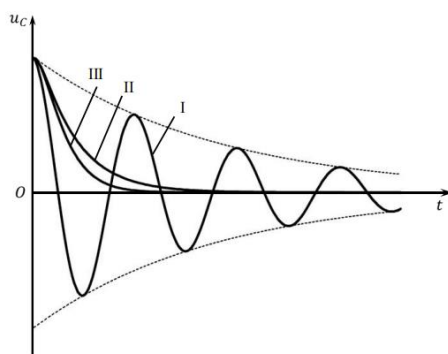


图 6 RLC 暂态过程中的三种阻尼曲线

充电过程与放电过程相似，只是最后趋向的平衡位置不同。

【实验步骤】

1. 测 RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

测量电路如图 1 所示。取 $L=0.1\text{H}$, $C=0.05\mu\text{F}$, $R=100\Omega$ 。

用示波器 CH1、CH2 通道分别观测 RLC 串联电路的总电压 u 和电阻两端电压 u_R , 两个通道的输入线的地端在 b 点共地。

(1) 改变函数发生器的输出频率, 找到谐振频率 f_0 。测得 u , u_L , u_C , 利用公式 1 计算 Q 值。

(2) 测相频特性曲线和幅频特性曲线

在总电压 $u_{pp}=2.0\text{V}$ 不变的条件下, 用示波器 (在双踪显示下) 测出电压、电流间的相位差 ϕ , 以及对应的 u_R 。信号频率在大约 $1.50\sim 3.30\text{kHz}$ 范围内, 选择相位差约 0° , $\pm 15^\circ$, $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 60^\circ$, $\pm 72^\circ$, $\pm 80^\circ$ 所对应的频率进行测量。

作出 RLC 串联电路的 $\phi-f$ 曲线和 $i-f$ 曲线。利用公式 1 中第三个方法估算出 Q 值。

注意利用示波器读取电压时, 可读取“幅度值”或“顶端值”, 不要读取“峰峰值” (其中包含了高频噪音, 系统误差大)。

2. 测 RLC 并联电路的相频特性和幅频特性曲线

测量电路如图所示。取 $L=0.1\text{H}$, $C=0.05\mu\text{F}$, $R'=5\text{k}\Omega$ 。

用示波器 CH1 测量总电压, 用 CH2 测量 R' 两端电压 (共地点在 b 点), 则 CH1-CH2 即为并联部分电压 u 。

(1) 改变函数发生器的输出频率, 观测并联部分的电压 u (CH1-CH2) 与总电流 (CH2) 的幅度和相位的变化。找到谐振频率 f_p 。

(2) 测相频特性曲线和幅频特性曲线

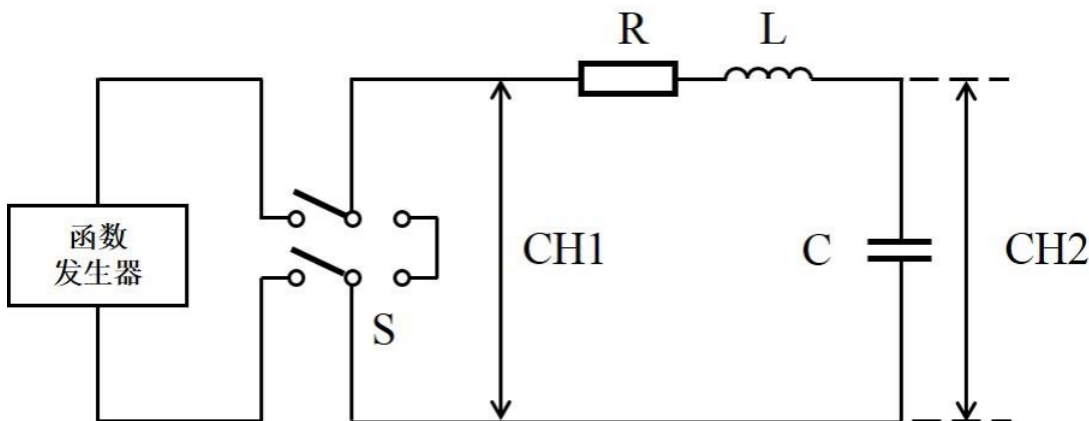
在总电压 $u+u_{R'}=2.0\text{V}$ 不变的条件下, 用示波器测出并联部分电压 u (CH1-CH2) 与总电流 (CH2) 的相位差 ϕ , 以及二者的幅度值。频率范围大约在 $1.70\sim 2.80\text{kHz}$ 。

作出 RLC 并联电路的 $\phi-f$ 曲线和 $i-f$ 曲线。

3. 观察 RLC 串联电路的暂态过程

实验电路如图所示。由函数发生器产生方波, 使方波的低电平调整与示波器的扫描基线一致。函数发生器各参数设置为: 频率 50Hz , 电压峰峰值 $V_{pp}=2.0\text{V}$, 偏移 1V 。

利用示波器 CH1 通道测量总电压, CH2 通道测量电容两端电压 u_C 。实验中, $L=0.1\text{H}$, $C=0.2\mu\text{F}$ 。



(1) $R=0$, 测量 u_C 波形;

(2) 调节 R 测得临界电阻 R_c , 并与理论值比较;

(3) 记录 $R=2\text{k}\Omega$, $20\text{k}\Omega$ 的 u_C 波形。函数发生器频率可分别选为 250Hz ($R=2\text{k}\Omega$), 和 20Hz ($R=20\text{k}\Omega$)。

【实验数据、处理与结论】

1. 测 RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

取 $L=0.1\text{H}$, $C=0.05\mu\text{F}$, $R=100\Omega$ 。

- (1) 改变函数发生器的频率，调谐振，得到串联电路谐振频率 $f=2.252\text{kHz}$ ；利用万用表，测得 $u=522\text{mV}$, $u_C=6.20\text{V}$, $u_L=6.21\text{V}$ 。

根据以上数据以及公式 $Q = \frac{u_L}{u} = \frac{u_C}{u}$ ，计算出 Q 值约为 11.9。根据 $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 以及数据 $L=0.1\text{H}$, $C=0.05\mu\text{F}$, $R=100\Omega$ 可计算出， Q 的理论值约为 14.1。测量结果的相对误差约为 15.6%。

- (2) 绘制 RLC 串联电路的相频曲线和幅频曲线

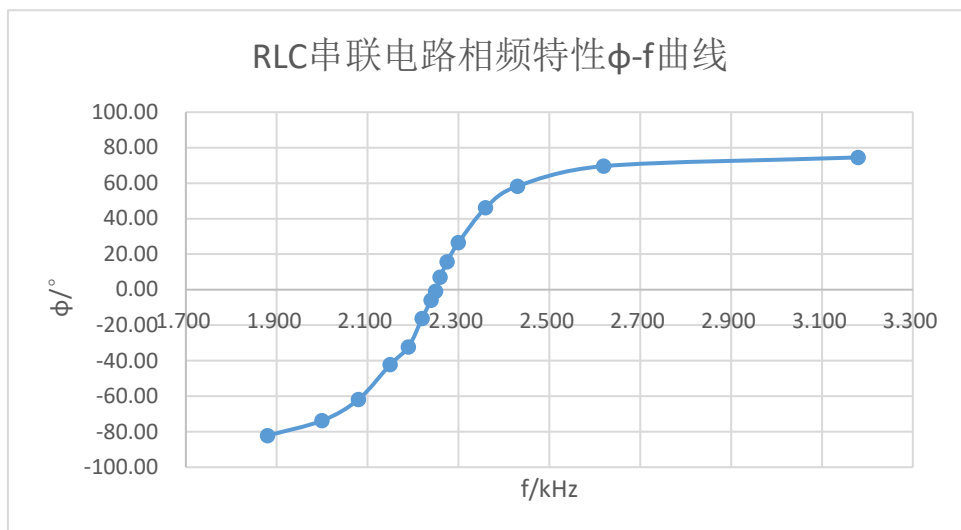
保持示波器 CH1 为 $2\text{V}(\text{Vpp})$ 不变，按照建议的频率测量点测量 CH1 和 CH2 的相位差与 CH2 的幅度值。
数据如下：

表 1 串联电路测试数据

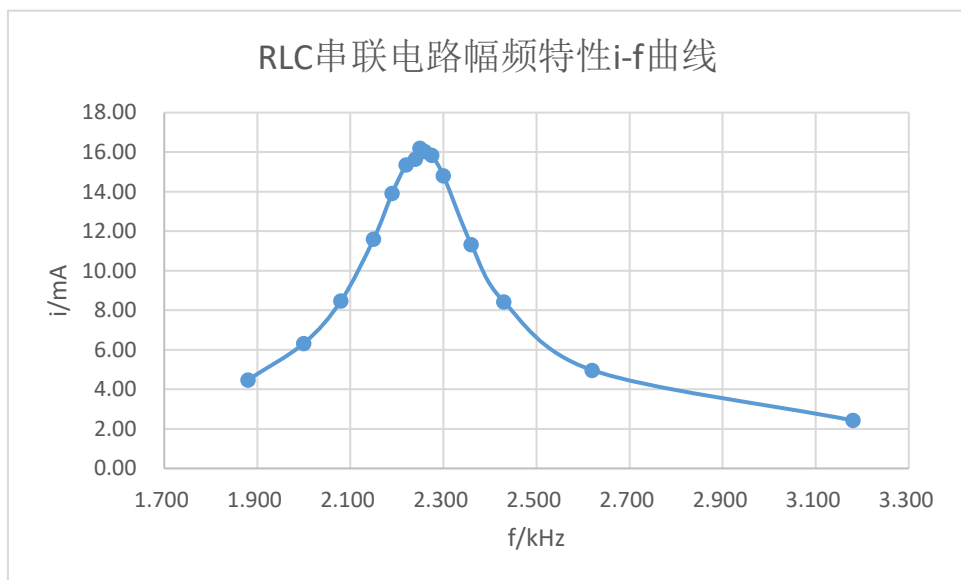
f/kHz	U(Vpp)/V	(CH1-CH2) $\phi / ^\circ$	$u_R(\text{Vamp})/\text{V}$	I_{max}/mA
1.880	2.00	-82.18	0.448	4.48
2.000	2.00	-73.75	0.633	6.33
2.080	2.00	-61.80	0.848	8.48
2.150	2.00	-42.12	1.160	11.60
2.190	2.00	-32.19	1.392	13.92
2.220	2.00	-16.15	1.535	15.35
2.240	2.00	-5.89	1.565	15.65
2.250	2.00	-0.80	1.620	16.20
2.260	2.00	7.05	1.603	16.03
2.275	2.00	15.83	1.584	15.84
2.300	2.00	26.49	1.481	14.81
2.360	2.00	46.20	1.132	11.32
2.430	2.00	58.30	0.843	8.43
2.620	2.00	69.61	0.497	4.97
3.180	2.00	74.49	0.243	2.43

根据实验数据，得到以下特性曲线。

相频特性曲线：



幅频特性曲线：



分析讨论：

I. 从得到的相频特性曲线可以看出，曲线与 x 轴的交点对应频率约等于谐振频率 2.25kHz，当频率小于谐振频率时，相位差为负，且随着频率的降低趋近于 $-\pi/2$ ；当频率大于谐振频率时，相位差为正，趋于 $\pi/2$ 。在误差允许范围内，图像与理论计算所得头像接近。

II. 从幅频特性曲线可以看出，曲线在谐振频率附近达到峰值，符合理论计算结果。通过作图得到 i_m 的值约为 16.2mA，则 $i_m/\sqrt{2}$ 对应的频率分别为 2.36kHz，2.15kHz。故可求出 $\Delta f=2.36-2.15=0.21\text{kHz}$ ， $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 10.7$ ，与第一步中测得的 Q 值相比，相对偏差为 10%。

由此可见理论的正确性。

III. 误差产生的原因：

- Q 值的测量值偏小，我认为可能的原因包括但不限于：a. 电感与电容元件存在内阻，同时线路可能也存在电阻，电路并非理想状态；b. 仪器精确度不足；c. 受到外界干扰。
- 利用示波器读取数据时，等待时间不足，数据并未稳定便读数，可能会导致数据的波动较大，产生一定的误差。
- 实验过程中，Vpp 会有一定程度的改变，虽然改变函数发生器的幅值以使其尽量稳定在 2V 左右，但并不完全等于 2V，可能会导致一定的误差。
- 测量的数据点有限，曲线拟合时不够精确。

2. 测 RLC 并联电路的相频特性和幅频特性曲线

取 $L=0.1\text{H}$, $C=0.05\mu\text{F}$, $R=5\text{k}\Omega$,

(1) 调谐振, 改变函数发生器的频率, 得到谐振频率为 $f=2.25\text{kHz}$;

(2) 测量并联电路的相频特性曲线和幅频特性曲线:

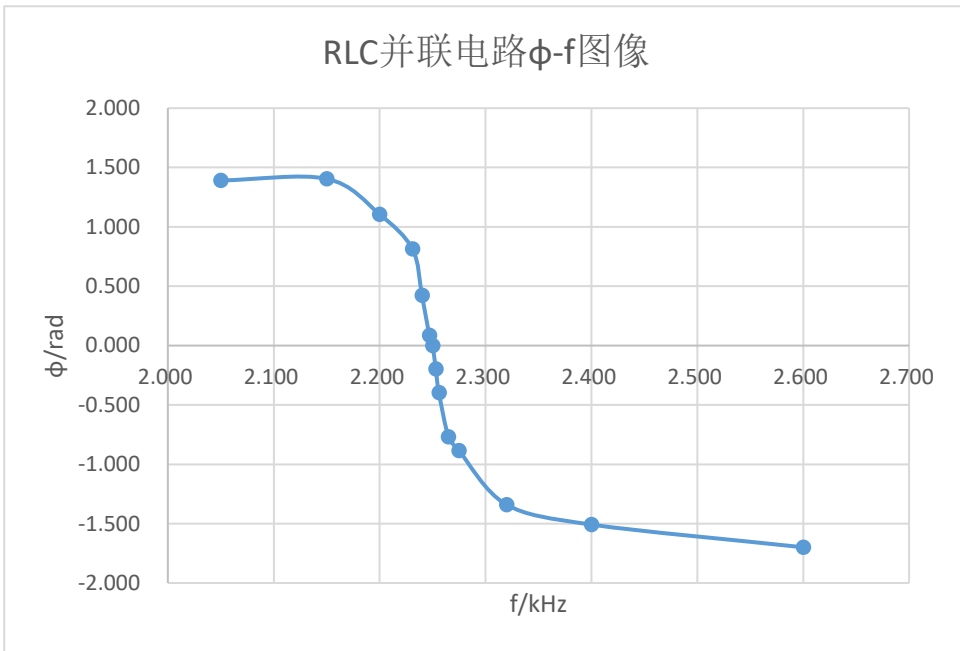
实验数据如下:

表 2 并联电路测试数据

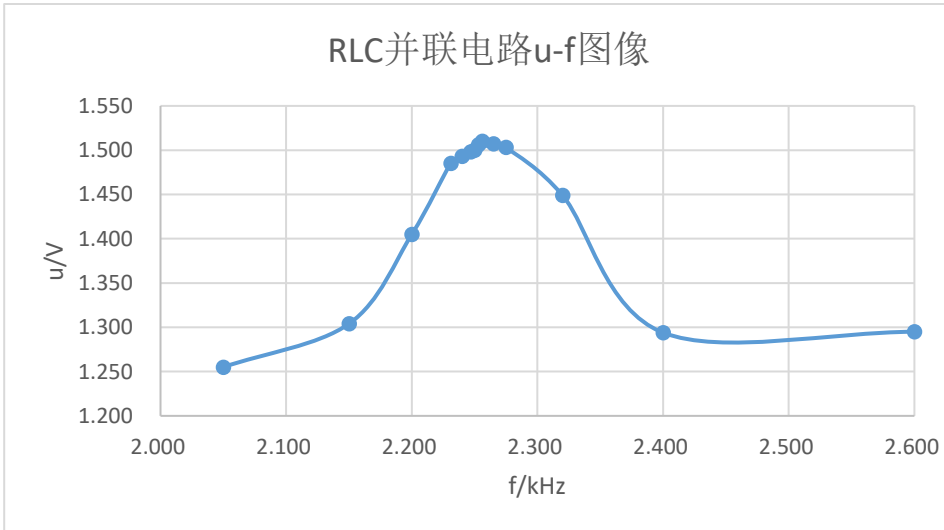
f/kHz	$U(V_{pp})/\text{V}$	$\Delta t/\mu\text{s}$	ϕ/rad	$u(V_{amp})/\text{V}(\text{CH1-CH2})$	$u_R(V_{amp})/\text{mV}$	I_{max}/mA
2.050	2.00	108	1.391	1.255	895.2	0.17904
2.150	2.00	104	1.405	1.304	455.8	0.09116
2.200	2.00	80	1.106	1.405	290.5	0.05810
2.231	2.00	58	0.813	1.485	148.0	0.02960
2.240	2.00	30	0.422	1.493	131.5	0.02630
2.247	2.00	6	0.085	1.498	124.7	0.02494
2.250	2.00	0	0.000	1.500	128.7	0.02574
2.253	2.00	-14	-0.198	1.506	136.3	0.02726
2.256	2.00	-28	-0.397	1.510	140.6	0.02812
2.265	2.00	-54	-0.768	1.507	151.2	0.03024
2.275	2.00	-62	-0.886	1.503	188.5	0.03770
2.320	2.00	-92	-1.341	1.449	392.7	0.07854
2.400	2.00	-100	-1.508	1.294	741.7	0.14834
2.600	2.00	-104	-1.699	1.295	998.0	0.19960

根据实验数据, 绘制出以下曲线。

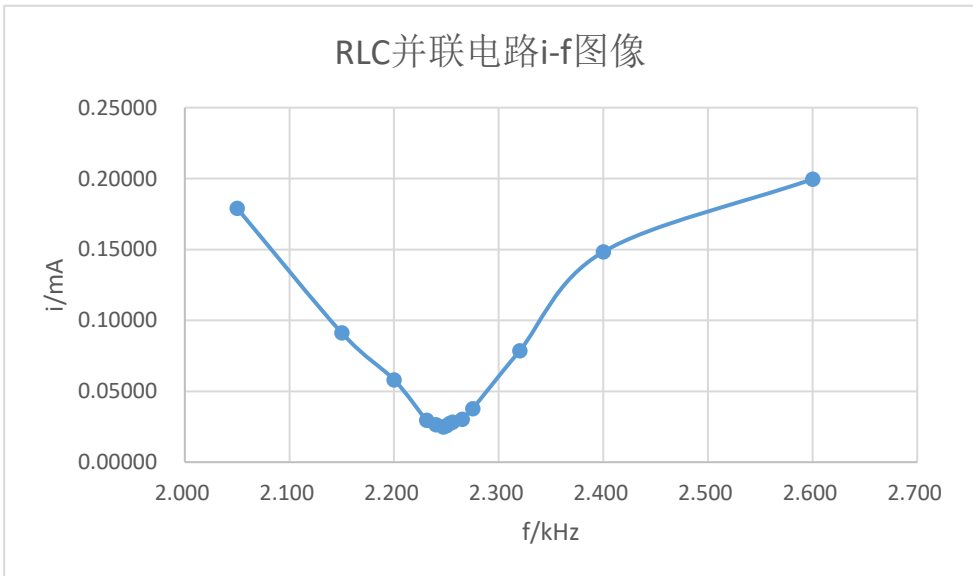
ϕ -f 曲线:



u-f 曲线:

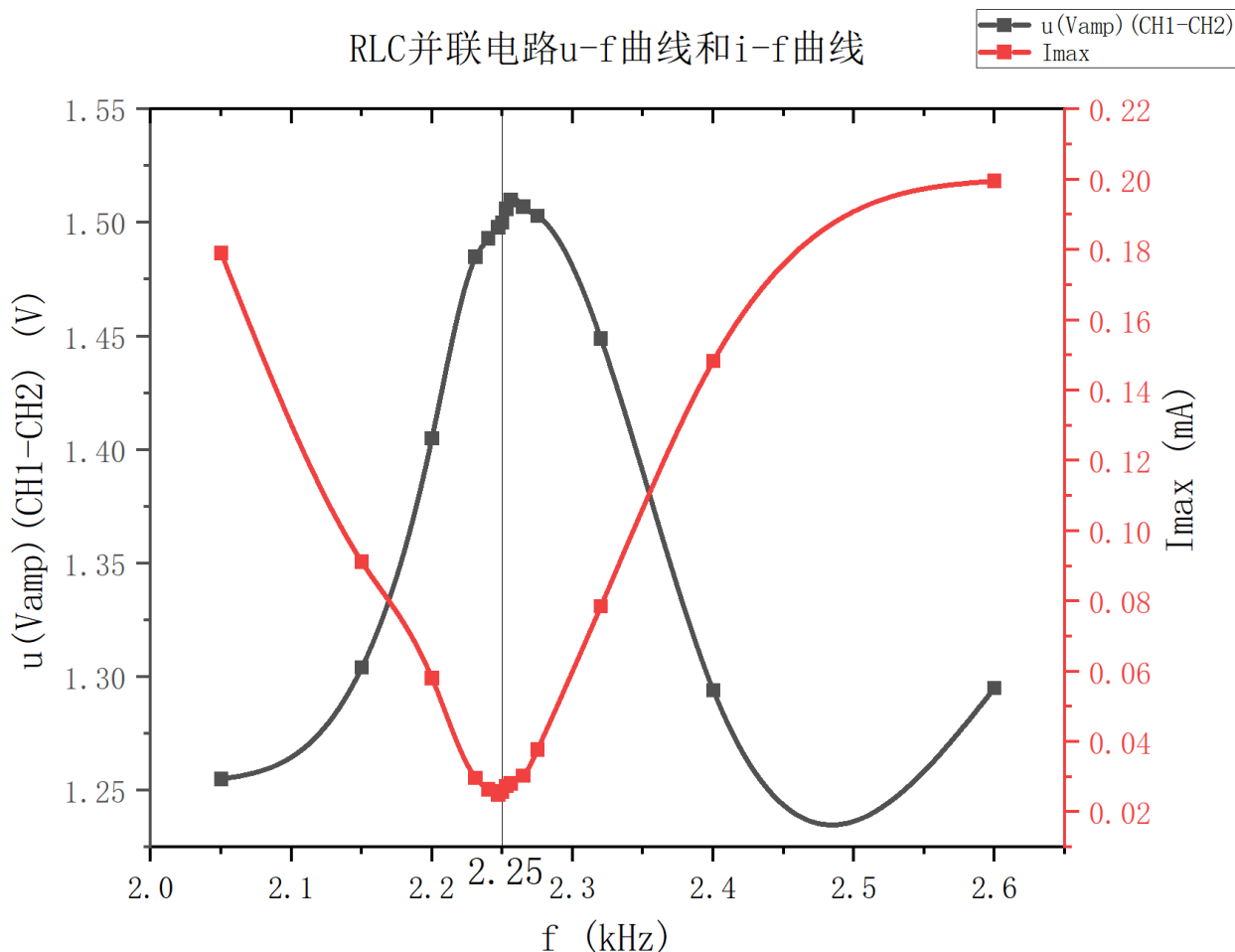


i-f 曲线:



分析讨论：

I. 利用 origin 将 u-f 曲线与 i-f 曲线合并，如下图所示：



可见 u-f 曲线与 i-f 曲线均在谐振频率附近达到峰值。二者随频率的变化趋势恰好相反，符合理论计算结果。

II. 观察相频特性曲线可以看到，图像与水平轴的交点值约等于谐振频率值，与理论计算值相符。当频率小于谐振频率时，相位差为正值；频率大于谐振频率时，相位差为负值，趋近于 $-\pi/2$ 。由于低频部分测量数据较少，故在图中并未显示出趋于 0 的特点。

III. 误差产生的原因：

- 测量电压 u 过程中，CH1-CH2 的噪声较大，可能会存在误差；
- 在读数过程中，读取相位差需要利用光标对齐的方法进行计算，肉眼对齐峰值可能会存在较大的误差；
- 仪器与测量环境的影响。

3. 观察 RLC 串联电路的暂态过程

(1) $R=0\Omega$ ，测量 u_C 波形，如下图：



(2) 调节 R 测得临界电阻，并与理论值比较：



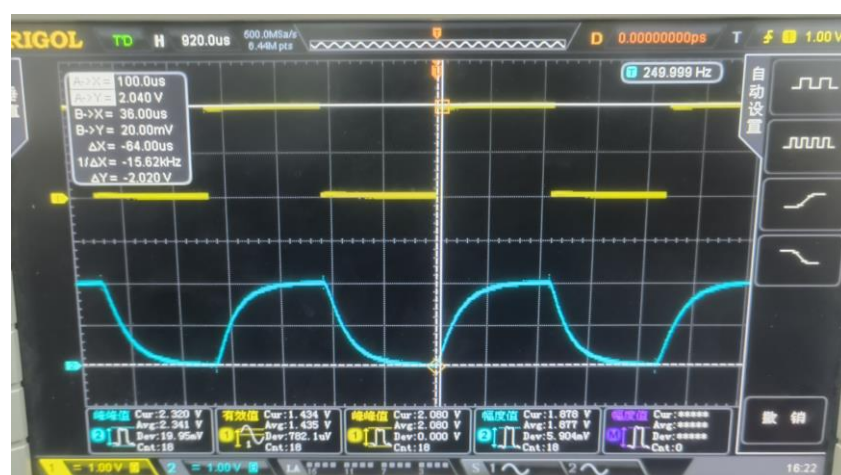
观察波形可知，此时的阻值约为临界电阻的阻值。

根据电阻箱显示可得，临界电阻约为 1400Ω 。

根据 $R^2 = 4L/C$ ，可得临界电阻的理论值约为 1414Ω 。相对误差为 0.99%，实验结果与理论符合较好。

(3) 记录 $R=2k\Omega$ ， $20k\Omega$ 的 u_C 波形。函数发生器频率可分别选为 250Hz ($R=2k\Omega$)，和 20Hz ($R=20k\Omega$)。

a) $R=2k\Omega$ ， $f=250\text{Hz}$ 时的波形如图：



b) $R=20k\Omega$, $f=20Hz$ 时的波形如图:



这里应该对示波器进行调节,使其周期显示出来。根据公式可知,此时时间常数将减小。

【实验总结与思考】

本次实验通过三大部分(RLC 串联电路相频与幅频特性曲线、RLC 并联电路相频与幅频特性曲线、RLC 串联电路的暂态过程)让我们了解了 RLC 电路的谐振现象,认识到 RLC 电路的相频特性和幅频特性,直观地体会了暂态过程与暂态特性,理解了阻尼振动规律。

在实验过程中,要充分考虑到可能带来误差的因素。比如及时调整好函数发生器的幅频确保 V_{pp} 值的稳定,意识到电路线路和元件可能存在的电阻导致的误差,读数时等待一段时间并读取平均值以减少偶然误差对实验结果的影响。

其中,我对临界电阻进行了进一步思考。临界电阻作为电路中的一个重要参数,对电路的暂态响应及其响应速度都具有很显著的影响。我们可以通过选择不同的临界电阻值实现不同的电路响应时间。

总之,我从本次实验中学到了很多,感谢老师与同学们的帮助。