《基础物理实验》实验报告

实验名称 实验一 杨氏模量与微小量的测量 指导教师 刘泽

姓 名 学号 分班分组及座号 (例：1-04-5 号)

实验日期 2023 年 11 月 30 日实验地点 710 调课/补课 □是 成绩评定

第一部分 拉伸法测定金属的杨氏模量

【实验目的】

1. 学习使用拉伸法测量杨氏模量；
2. 学会读数望远镜、读数显微镜的调节；
3. 学习用逐差法、作图法和最小二乘法处理数据；
4. 学会计算各物理量的不确定度，并用不确定度正确表达实验结果。

【实验仪器与用具】

CCD 杨氏弹性模量测量仪(LB-YM1 型、YMC-2 型)、螺旋测微器、钢卷尺

【实验原理】

1. 杨氏模量

长度为 L，截面积为 S 的柱状物体，沿长度方向受外力 F 作用后伸长（或缩短）量为 ΔL，单位横截面积上垂直作用力 F/S 称为正应力，物体的相对伸长量 ΔL/ L 称为线应变。虎克定律表明，在弹性范围内，正应力与线应变成正比，即

$$\frac{F}{S}=Y\frac{\Delta L}{L}\#(1)$$

式中，比例系数 Y 称为杨氏弹性模量。在国际单位制中，单位为N/m^2。杨氏弹性模量表征材料抗应变能力，完全由材料的性质决定，与材料的几何形状无关。

2. 测量原理

拉伸法测量杨氏模量，即将金属丝悬挂于支架上，上端固定，下端加砝码对金属丝施加力 F，测出金属丝相应的伸长量 ΔL，即可求出 Y。金属丝长度 L 由卷尺测量，金属丝的横截面积$S=\pi d^2/4$，直径 d 由螺旋测微器测出，力 F 由砝码质量求出，当盘中加上质量为 M 的砝码时，金属丝受力增加了$F=Mg$。由（1）式可得

$$Y=\frac{4MgL}{\pi d^2 \Delta L}\#(2)$$

【实验步骤】

1. 仪器调节

(1) 支架调节：调节螺旋底角使工作台水平，从而使金属丝处于铅直状态。

(2) 拉直金属丝：在钩码上放置 2 个 100g 砝码对金属丝拉直。

(3) 调整下横梁高度，保证叉丝组放置在下横梁的槽内。调节 CCD 摄像正对叉丝组分划板。

(4) CCD 摄像机的调节：将 CCD 摄像头放入固定座内，将 CCD 摄像头与分划板放置在同一水平面上，前后调节 CCD 摄像头观察监视器，知道可以观察到清晰的像。

2. 测量

(1) 记下待测细丝下的砝码盘未加砝码时屏幕上显示的毫米尺在横线上的读数$l_0=0$，以后在砝码盘上每增加一个$M=200g$的砝码，记下相应的叉丝读数l_i(1，2，……，8)。然后逐一减掉砝码，再从屏上读取$l_1',l_2',\ldots\ldots,l_8'$。

(2) 取同一负荷下叉丝读数的平均值$\overline{l_i}$，用逐差法求出钼丝荷重增减 4 个砝码时光标的平均偏移量 Δ L。

(3) 用钢卷尺测量上、下夹头间的金属丝长度 L。

(4) 用螺旋测微器测量金属丝直径 d，由于钼丝直径不均匀，按工程要求在上、中、下各部进行测量。每位置在相互垂直的方向各测一次。

(5) 根据原理中式（2）进行计算，得到杨氏模量。

【实验数据与处理】

1. 单次测钼丝长度 L 值：

已知允差$e = 2mm$，钢卷尺的分度值$d = 1mm$。由于 L 为单次测量值，故 L 的不确定度由测量不确定度$u_{B1}(x) = d/10 = 0.1mm$和仪器不确定度$u_{B2}(x) = \frac{e}{\sqrt{3}} = 2/\sqrt{3} = 1.15mm$合成得到，即

$$u(L) = \sqrt{u_{B1}(x_1)^2 + u_{B1}(x_2) + u_{B2}(x)^2} = \sqrt{2 * 0.1^2 + 1.15^2} = 2mm$$

因此，钼丝长度为

$$L = (804 \pm 2)mm$$

2. 测量金属丝直径记录表

Table 1

测量次数	1	2	3	4	5	6	平均值$\overline{d}$
d/mm	0.246	0.248	0.242	0.241	0.246	0.243	0.244

对直径 d 进行多次测量，测量量 d 的标准不确定度由 A 类不确定度和仪器不确定度合成而得：

$$u(d) = \sqrt{u_A(d)^2 + u_{B2}(d)^2}$$

A 类不确定度为

$$u_A(d) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \overline{d})^2}{n(n-1)}} = 0.002mm$$

仪器不确定度为

$$u_{B2}(d) = \frac{e}{\sqrt{3}} = 0.004/\sqrt{3} = 0.00231mm$$

故不确定度$u(d) = 0.003mm$

测量结果$d = (0.244 \pm 0.003)mm$

3. 测量金属丝的微小伸长量，记录表如下　叉丝初始示数$\boldsymbol{l_0 = 0mm}$

Table 2

序号 i	砝码质量 M/g	叉丝读数/mm			l_iM_i /(mm・g)	示数差值 $\Delta\overline{l_i} = \overline{l}_{i+4}$-$\overline{l_i}$	不确定度$\Delta(\Delta l)$
		加载l_i/mm	卸载$l_i^{'}$/mm	平均值$\overline{l_i}$/mm			
1	250	0.17	0.19	0.18	45	0.76	0.02
2	500	0.36	0.43	0.40	197.5	0.74	
3	750	0.57	0.57	0.57	427.5	0.73	
4	1000	0.75	0.79	0.77	770	0.70	
5	1250	0.92	0.95	0.94	1168.75		
6	1500	1.11	1.15	1.13	1695		

7	1750	1.29	1.31	1.30	2275		
8	2000	1.47	1.47	1.47	2940		
$\overline{M}$	1125		$\bar{\bar{l}}$	0.84			
$\sum M$	9000		$\sum\bar{l}$	6.75			

经计算，$\overline{\Delta\bar{l}} = 0.73mm$，其不确定度为

$$u(\Delta\bar{l}) = 0.02mm$$

4. **计算杨氏模量的结果值**

   a) **逐差法**

   将所得各量代入（2）式，计算出金属丝的杨氏弹性模量

$$Y = \frac{4MgL}{\pi d^2 \Delta l} = 2.31 \times 10^{11} N/m^2$$

   b) **最小二乘法**

   以质量 m 为横坐标，以$\bar{l_i}$ 为纵坐标，进行一次函数最小二乘拟合，计算出斜率为：

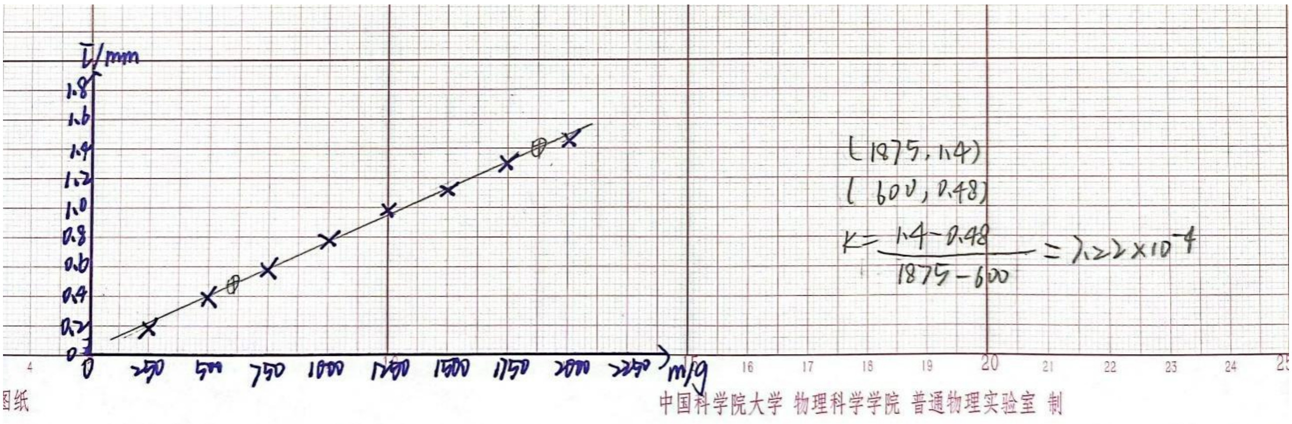
$$\mathrm{k} = \frac{\overline{\mathrm{m_i}\bar{\mathrm{l}}_\mathrm{i}} - \overline{\mathrm{m_i}} \cdot \bar{\mathrm{l}}_\mathrm{i}}{\overline{\mathrm{m_i^2}} - \overline{\mathrm{m_i}}^2} = 7.31 \times 10^{-4}$$

   又$k = \frac{4gL}{\pi d^2 Y}$，故杨氏模量为：

$$Y = \frac{4gL}{k\pi d^2} = 2.31 \times 10^{11} N/m^2$$

   c) **画图法**

   以 m 为横坐标，以$\bar{l_i}$为纵坐标画图，画一条直线，让点尽量在直线两侧均匀分布，在直线上找两点，计算斜率 k



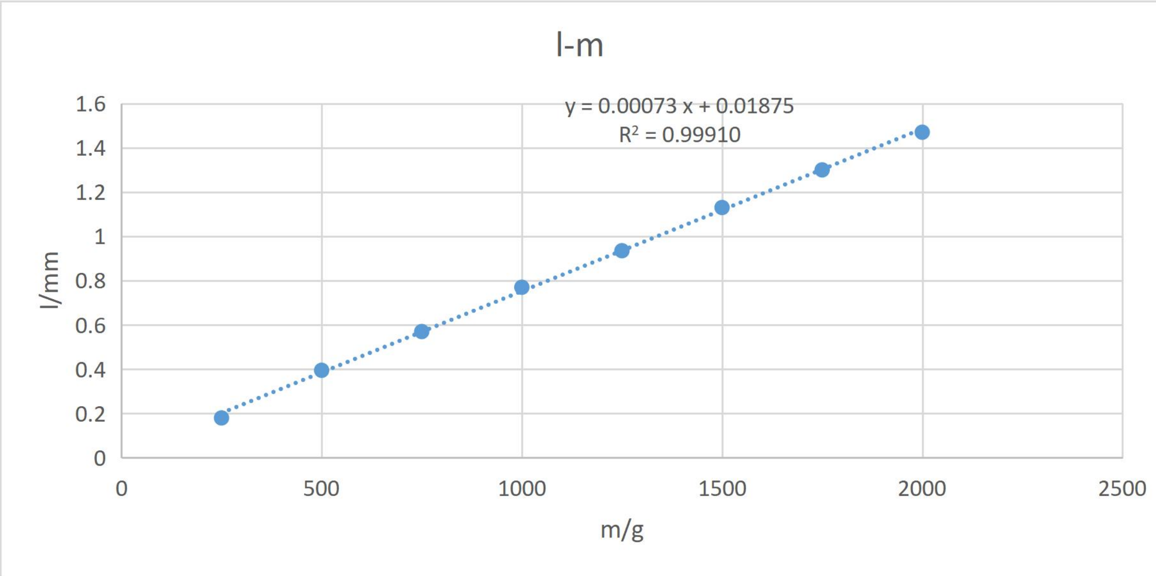
   选取点(1875，1.40)和点(600，0.48)进行计算，得到$k = 7.22 \times 10^{-4}$

   杨氏模量为：

$$Y = \frac{4gL}{k\pi d^2} = 2.34 N/m^2$$

   相对误差为 1.7%。

   为了得到更加精确的斜率值，在 excel 中进行拟合，得到如下图像：



可知，斜率$k = 7.3 \times 10^{-4} mm/g$

同样有$k = \frac{4gL}{\pi d^2 Y}$，故杨氏模量为：

$$Y = \frac{4gL}{k\pi d^2} = 2.31 \times 10^{11} N/m^2$$

5. **计算杨氏模量的不确定度**

三种方法得到的结果值几乎完全一致。理论值约为$Y_{理} = 2.3 \times 10^{11} N/m^2$

相对误差为$W = \frac{|Y - Y_{理}|}{Y_{理}} = 0.4\%$

由于$\Delta Y/Y = \sqrt{\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta \bar{l})}{\Delta \bar{l}}\right)^2 + \left(\frac{u(d)}{d}\right)^2} = 0.03$

故不确定度为$\Delta Y = 7 \times 10^9 N/m^2$

【思考题】

1. **杨氏模量测量数据 N 若不用逐差法而用作图法，如何处理？**
首先，基于实验数据的取值范围，合理标定坐标轴，并在坐标系中绘制数据点。通过分布情况，选定拟合直线，以使数据点均匀地分布在直线两侧。在拟合直线上选择两相距较远的点，读取坐标值并计算得到直线的斜率。最终，通过这一过程得到实验结果。

2. **两根材料相同但粗细不同的金属丝，它们的杨氏模量相同吗？为什么？**
相同。杨氏模量是描述固体材料本身抵抗形变能力的物理量，仅取决于材料的物理性质，而与其规格、形状均无关。

3. **本实验使用了哪些测量长度的量具？选择它们的依据是什么？它们的仪器误差各是多少？**
本实验使用了螺旋测微器、钢卷尺、游标卡尺和钢板尺。选择依据为量程满足对待测长度的测量，精度符合实验需要。仪器误差见下表。

仪器名称	量程	分度值d	允差e
钢板尺	150mm 300mm 500mm 1000mm	1mm 1mm 1mm 1mm	±0.10mm ±0.12mm ±0.15mm ±0.20mm
钢卷尺	1m 2m 3m	1mm 1mm 1mm	±0.8mm ±1.20mm ±2.0mm
游标卡尺	125mm	0.02mm 0.05mm	±0.02mm ±0.05mm
螺旋测微器	0~25mm	0.01mm	±0.004mm
拉伸法电子刻度线	4mm	0.05mm	±0.005mm
弯曲法电子刻度线	6mm	0.01mm	±0.002mm

4. **在 CCD 法测定金属丝杨氏模量实验中，为什么起始时要加一定数量的底码？**
利用底码将金属丝拉直，避免其产生轴向伸缩形变外的形变，同时使得测量长度结果更加精确。

5. **加砝码后标示横线在屏幕上可能上下颤动不停，不能够完全稳定时，如何判定正确读数？**
等待其振动幅度减小至一定程度，其振动可视为简谐振动时，取读数的极大值和极小值的平均值作为最终读数。

6. **金属丝存在折弯使测量结果如何变化？**
几何形状变化： 折弯会引起金属丝截面形状的变化，从而影响其有效截面积。由于杨氏模量是基于截面积计算的，几何形状变化可能导致模量计算的不准确性。
应变分布变化： 折弯可能导致金属丝上的应变分布发生变化。杨氏模量是应变和应力之比，如果应变分布不均匀，将导致对整个金属丝的平均杨氏模量的不准确估计。

7. **用螺旋测微器或游标卡尺测量时，如果初始状态都不在零位因此需要读出值减初值，对测量值的误差有何影响？**
零点漂移： 初始状态不在零位可能导致测量仪器存在零点漂移，即在零点处读数不为零。这会引入一个系统性误差，需要在测量中进行校正。
累积误差： 若多次测量，每次都需要减去初始值，可能会导致误差的累积。每次测量的初始值都会引入相同的误差，而这些误差在多次测量中可能叠加，影响最终测量结果的准确性。
读数不稳定： 需要减去初始值的读数可能更容易受到环境条件变化、仪器磨损等因素的影响，导致读数的不稳定性。

第二部分　霍尔法

【实验目的】

1. 熟悉霍尔位置传感器使用方法与的装置特性；
2. 利用弯曲法测量金属（黄铜、铸铁）条的杨氏模量；
3. 学习使用逐差法、作图法和最小二乘法处理实验数据；
4. 学习并运用不确定度的计算方法；

【实验仪器与用具】

杭州大华 DHY-A 霍尔位置传感器法杨氏模量测定仪（底座固定箱、读数显微镜及调节机构、SS495A 型集成霍尔位置传感器、测试仪、磁体、支架、加力机构等）。样品为黄铜条、铸铁条。

【实验原理】

根据公式$\Delta U_H = K\cdot I\cdot\frac{dB}{dZ}\cdot\Delta Z$（ΔZ 为偏移量）及其他公式的推导可得到，在横梁弯曲的情况下，杨氏模量 E 表达式为$E=\frac{d^3\cdot Mg}{4a^3\cdot b\cdot\Delta Z}$，其中 d 为两刀口之间的距离；M 为所加拉力对应的质量；a 为梁的厚度；b 为梁的宽度；ΔZ 为梁中心由于外力作用而下降的距离；g 为重力加速度。

【实验步骤】

1、 测量黄铜样品的杨氏模量和霍尔位置传感器的定标

（1）调节使集成霍尔位置传感器探测元件处于磁铁中间的位置。

（2）用水平泡观察平台是否处于水平位置，若偏离时调节水平调节机脚。

（3）对霍尔位置传感器毫伏电压表调零。通过磁体调节结构上下移动磁铁，当毫伏表读数值很小时，停止调节并固定螺丝，最后调节调零电位器使毫伏表读数为零。

（4）调节读数显微镜，使眼睛观察到清晰的十字线及分划板刻度线和数字。然后移动读数显微镜前后距离，直到清晰看到铜刀口上的黑色基线。使用适当的力锁紧加力旋钮旁边的锁紧螺钉，转动读数显微镜读数鼓轮使铜刀口上的基线与读数显微镜内十字刻度线吻合。

（5）在拉力绳不受力的情况下将电子称传感器加力系统进行调零。

（6）通过加力调节旋钮逐次增加拉力（每次增加 10g），相应从读数显微镜上读出梁的弯曲位移ΔZ_i及霍尔数字电压表相应的读数值Z_i（单位 mV）。以便计算杨氏模量和对霍尔位置传感器进行定标。

（7）实验完毕松开加力旋钮旁边的锁紧螺钉，松开加力旋钮，取下式样。

（8）多次测量并记录试样在两刀口间的长度 d、不同位置横梁宽度 b 以及横梁厚度 a。

（9）关闭电源，整理实验桌面，实验器材放置于实验初始位置。

（10）用逐差法求得黄铜材料的杨氏模量、计算黄铜杨氏模量的不确定度。并使用作图法、最小二乘法求出霍尔位置传感器的灵敏度$\Delta U_i/\Delta Z_i$。

（11）把测量结果与公认值进行比较。

2、用霍尔位置传感器测量可锻铸铁的杨氏模量

（1）通过加力系统逐次增加拉力(每次加力 20g)，相应读出霍尔数字电压表读数值。由霍尔传感器的灵敏度，计算出下降的距离ΔZ_i。

（2）多次测量不同位置横梁宽度 b 和横梁厚度 a，用逐差法计算可锻铸铁的杨氏模量。

【实验数据与处理】

本次实验选择黄铜样品。

1. 横梁的几何尺寸

Table 3 横梁的几何尺寸

测量次数	1	2	3	4	5	6	平均值

长度 d/mm	229.5	229.2	229.6	229.5	229.5	229.3	229.4
宽度 b/mm	23.02	23.00	23.00	23.02	23.02	23.00	23.01
厚度 a/mm	0.982	0.979	0.971	0.976	0.979	0.978	0.978

根据测量结果的平均值，选定 d=229.4mm，b=23.01mm，a=0.978mm。

各项的不确定度分别为

$$u_A(d)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i-\overline{d})^2}{n(n-1)}}=0.06325mm$$

$$u_{B2}(d)=\frac{e}{\sqrt{3}}=0.12/\sqrt{3}=0.069mm$$

$$u(d)=\sqrt{u_A(d)^2+u_{B2}(d)^2}=0.1mm$$

$$u_A(b)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(b_i-\overline{b})^2}{n(n-1)}}=0.00447mm$$

$$u_{B2}(b)=\frac{e}{\sqrt{3}}=0.02/\sqrt{3}=0.012mm$$

$$u(b)=\sqrt{u_A(b)^2+u_{B2}(b)^2}=0.2mm$$

$$u_A(a)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(a_i-\overline{a})^2}{n(n-1)}}=0.00152mm$$

$$u_{B2}(a)=\frac{e}{\sqrt{3}}=0.004/\sqrt{3}=0.00231mm$$

$$u(a)=\sqrt{u_A(a)^2+u_{B2}(a)^2}=0.003mm$$

2. 读数显微镜示数

显微镜初始读数Z_0= 2.851 mm

Table 4

序号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	平均值
M_i / g	10.2	29.2	39.0	49.5	69.3	88.5	108.5	128.7	65.4
Z_i / mm	2.929	3.136	3.308	3.463	3.740	4.023	4.322	4.588	3.689
U_i / mV	13.4	37.4	50.0	62.7	86.7	109.3	133.0	156.3	81.1
ΔZ_i / mm	0.811	0.887	1.014	1.125					0.959
ΔU_i / mV	73.3	71.9	83.0	93.6					80.5
U_i^2/ mV^2	180	1400	2500	3930	7520	11950	17690	24430	8700
Z_i^2/ mm^2	8.58	9.83	10.94	11.99	14.0	16.18	18.68	21.05	13.9
$Z_i\,U_i$/ (mm·mV)	39.2	117.3	165.4	217.1	324.3	439.7	574.8	717.1	324.4

根据测量结果的平均值，选定ΔZ=0.959mm。

各个变量的不确定度分别为为

$$u_A(\Delta Z)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(\Delta Z_i-\overline{\Delta Z})^2}{4\times(4-1)}}=0.0693mm$$

$$u_{B2}(\Delta Z)=\frac{e}{\sqrt{3}}=0.005/\sqrt{3}=0.0029mm$$

$$u(\Delta Z)=\sqrt{u_A(\Delta Z)^2+u_{B2}(\Delta Z)^2}=0.07mm$$

根据实验原理部分公式

$$E=\frac{d^3\cdot Mg}{4a^3\cdot b\cdot\Delta Z}=9.37\times10^{10}N/m^2$$

根据给定的黄铜杨氏模量的标准数据$Y=10.55\times10^{10}N/m^2$
不确定度为

$$u(Y)=E\sqrt{\frac{u(d)^2}{d^2}+\frac{u(a)^2}{a^2}+\frac{u(b)^2}{b^2}+\frac{u(\Delta Z)^2}{\Delta Z^2}}=0.7\times10^{10}N/m^2$$

相对误差为$W=\frac{|Y-E|}{Y}=11.2\%$

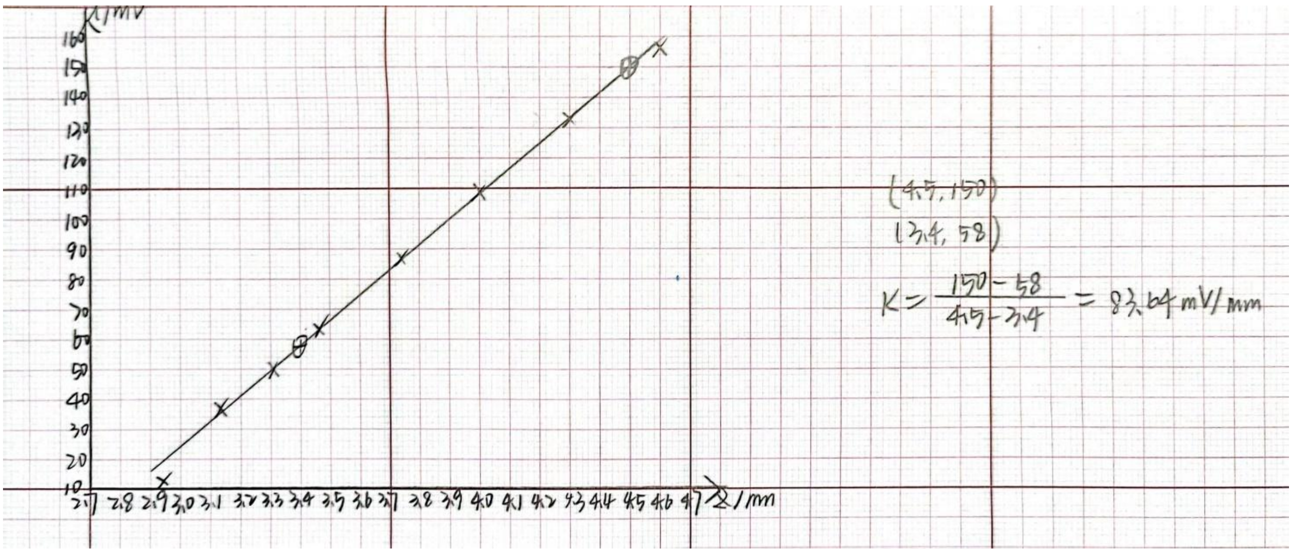
下面计算霍尔传感器的灵敏度。

1. **利用最小二乘法：**

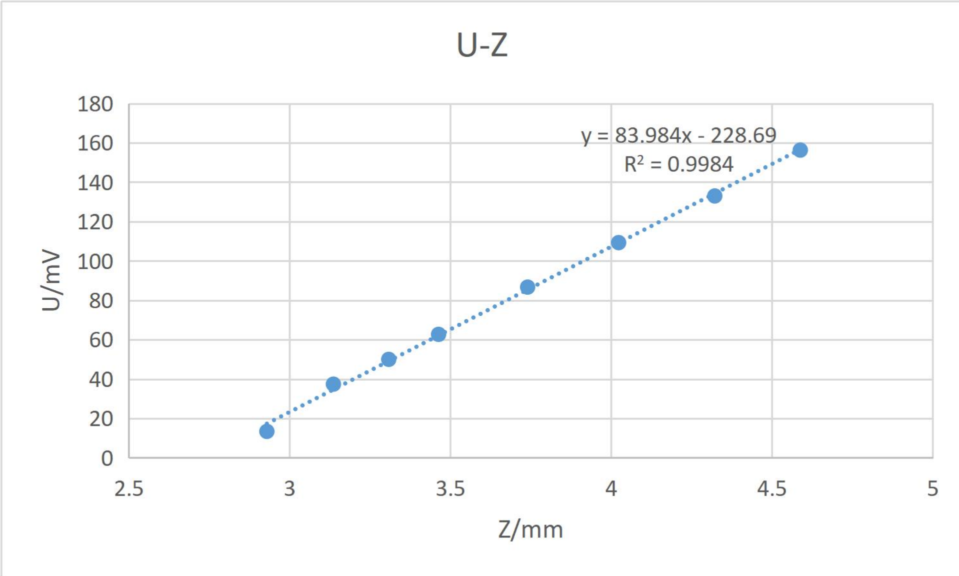
$$K=\frac{\Delta U}{\Delta Z}=\frac{\overline{ZU}-\overline{Z}\cdot\overline{U}}{\overline{Z^2}-(\overline{Z})^2}$$

计算可得，K=83.72mV/mm。

2. **利用作图法：**



选取点(4.5，150)和点(3.4，58)进行计算，得到K=83.64mV/mm。
用 excel 进行拟合得到如下图：



霍尔传感器的灵敏度为 83.98mV/mm。

【思考题】

1. 弯曲法测杨氏模量实验，主要测量误差有哪些？请估算各因素的不确定度。

(1) 测量中 d 为刀口之间的长度，而这个长度并不能完全反映金属片的固有属性；同时，由于刀口的位置及其附近装置对测量和读数有较大的影响，因此对刀口的测量会有较大误差。

(2) 测量金属片的几何尺寸时，由于使用和读数问题，也可能产生一定的误差；

(3) 金属片本身可能并不 均匀，或形状有所改变，如生锈，弯曲等。这对测量到的杨氏模量也会产生很大误差。

对于（2）中提到的几何尺寸测量的不确定度见【实验数据与处理】部分，其余误差目前难以计算。

2. 用霍尔位置传感器法测位移有什么优点？

霍尔位置传感器具有优越的线性近似性，可在非接触条件下测量微小位移，最小化对金属片的影响，保持高精度和稳定性，且功耗低，适用于对位移敏感的应用。

第三部分　动态悬挂法测杨氏模量

【实验目的】

1. 学会用动态悬挂法测量材料的杨氏模量；
2. 学习用外延法测量、处理实验数据；
3. 了解换能器的功能，熟悉测试仪器及示波器的使用；
4. 培养学生综合运用知识和使用常用实验仪器的能力。

【实验仪器与用具】

DHY-2A 动态杨氏模量测试台、DH0803 振动力学通用信号源，通用示波器、测试棒（铜、不锈钢）、悬线、专用连接导线、天平、游标卡尺、螺旋测微计等。

【实验原理】

根据棒的横振动方程$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\frac{-\rho S}{YJ}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0$，加入边界条件（自由端横向作用力为零，弯矩也为零$F=-\frac{\partial M}{\partial x}=-EJ\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}=0$）求解方程得到固有频率 f_1，再根据直径为 d，长为 L，质量为 m 的圆形棒的转动惯量$J=Sd^2/16$，

可以得到再基频 f_1 下共振时，得到棒的杨氏弹性模量 Y 为$Y=1.6067\frac{L^3mf_1^2}{d^4}$

由于在本实验中，共振频率与固有频率相差很小，所以用共振频率代替固有频率。

【实验步骤】

1. 测量测试棒的长度 L，直径 d，质量 m。
2. 测量测试棒在室温时的共振频率 f_1
   a) 安装测试棒，将其悬挂于两悬线之上，要求测试棒横向水平，悬线与测试棒轴向垂直，两悬线挂点到测试棒两端点的距离分别为 0.0365L 和 0.9635L 处，并处于静止状态。
   b) 连机：按图 2 将测试台、信号源、示波器之间用专用导线连接。
   c) 开机：分别打开示波器、信号源的电源开关，调整示波器处于正常工作状态。
   d) 鉴频与测量：待测试棒稳定后，调节信号频率和幅度，寻找测试棒的共振频率 f1。当示波器荧光屏上出现共振现象时（正弦波振幅突然变大），再十分缓慢的微调频率调节细调旋钮，使波形振幅达到极大值。
   在测量好 0.0365L 和 0.9635L 处后，再分别按 0.099L 和 0.901L 一组，0.1615L 和 0.8385L 一组，0.224L 和 0.776L 一组，0.2865L 和 0.7135L 一组，0.349L 和 0.651L 一组，0.415L 和 0.585L 一组进行测量，并记录在表 1 中。

【实验数据与处理】

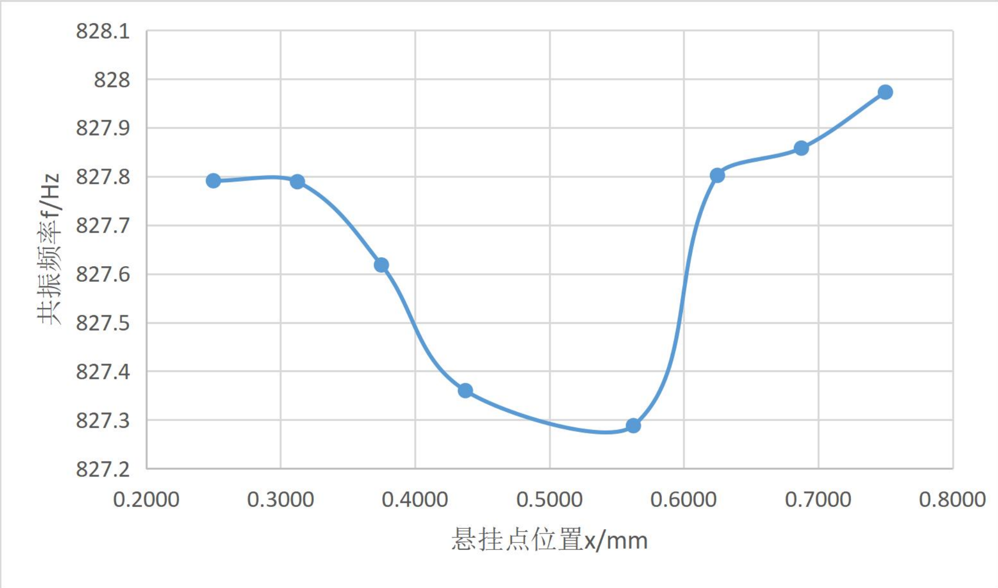
设备型号：DHY-2A

样品：不锈钢；长度 L=180.0mm；直径 d=5.976mm；样品质量 m= 39.83g。

Table 5

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
悬挂点位置 x（mm）	20	25	30	35	45	50	55	60
x/L	0.2500	0.3125	0.3750	0.4375	0.5625	0.6250	0.6875	0.7500
共振频率 f_1（Hz）	827.791	827.789	827.618	827.360	827.288	827.802	827.858	827.973

根据表格中数据，以悬挂点位置为横坐标，以相应的共振频率为纵坐标，可做出如下曲线。



利用外延法，从图中读出最低点（即节点）所对应的频率即为试棒的基频共振频率 f1 约为 827.27Hz。

根据公式$Y = 1.6067\frac{L^3mf_1^2}{d^4}$计算出不锈钢试棒的杨氏模量为 2.0×$10^{11}$ 牛顿/米 ^{2}，在给定范围 1.5-2.0×10^{11} 牛顿/米 ^{2} 内。

【思考题】

1. 外延测量法有什么特点？使用时应注意什么问题？

外延测量法得到的数据一般在测量数据范围之外，一般很难测量，为了求得这个值，我们可以采取作图外推求值的方法。即先使用已经测量的数据绘制出曲线，再将曲线按照原规律延长到带求值的范围，在延长线部分求出所需要的值。

使用时需要注意数据可靠性和趋势的稳定性，确保它在未知区域仍然有效。

2. 物体的固有频率和共振频率有什么不同？它们之间有何关系？

固有频率是物体在没有外部激励时自发振动的频率，取决于物体的质量、弹性模量和形状。共振频率是在外部激励频率与物体的固有频率相匹配时，物体发生共振的频率。它们之间的关系为：

$$f_{固} = f_{共}\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$$

式中，Q 为测试的机械品质因素。对于悬挂法测量，一般 Q 的最小值约为 50，共振频率和固有频率相比只偏低 0.005%，故通常认为共振频率等于固有频率。