

Binary Search



- 정답을 구할 수 없지만
- X가 가능한지 아닌지 알아내는 것은 가능한 문제들이 있다

シ) (砂沙)

双端型型型型机,切时从码头时处于下至时 0/24) Yes/No 321, 1001 AFRON 0/2

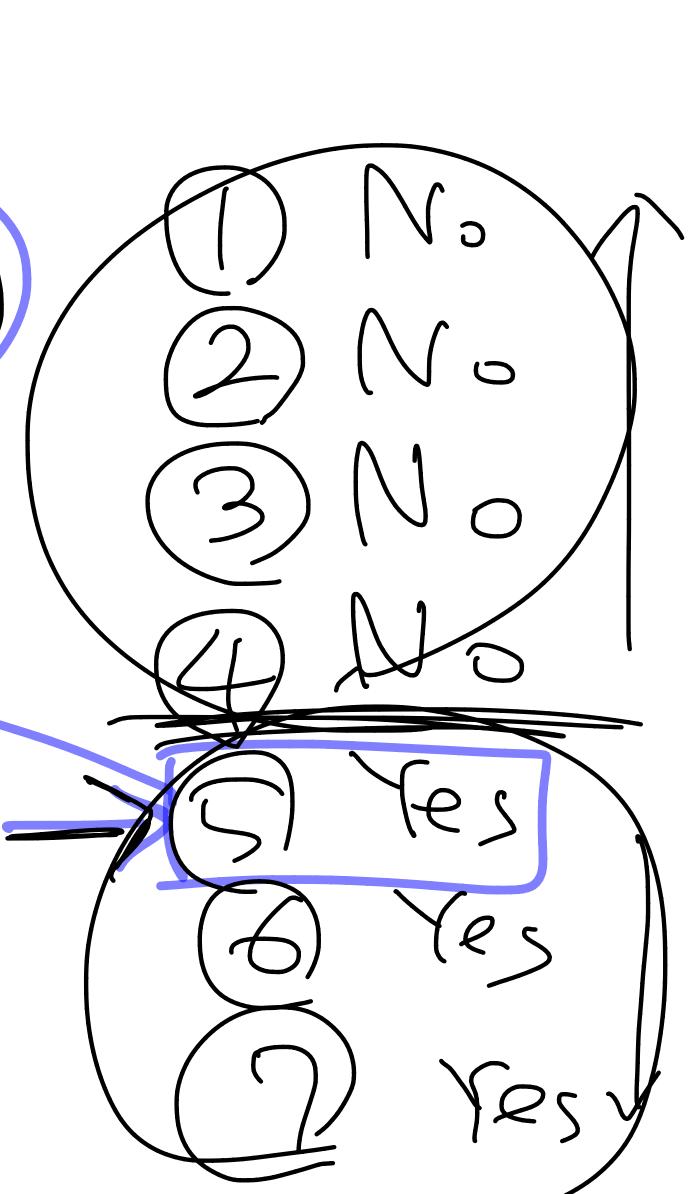
0/3247

Binary Search 2 경상 정답을 구하는 문제 (14)

- A에서 B까지 가는 가장 빠른 시간을 구하는 것
- 가능한지 살펴보는 문제

A에서 B까지 X라는 시간으로 이동할 수 있나?

X (MO) X > M (Yes)



Binary Search

- 정답을 구하는 문제는 가능여부를 판별하는 문제로 바꿀 수 있다.
- A에서 B까지 가는 가장 빠른 시간이 M인 경우에
 - M보다 빠른 시간은 모두 불가능
 - M보다 큰 시간은 모두 가능

Binary Search

- 가능한지 아닌지를 알아보는 문제도 정답을 구하는 문제로 바꿀 수 있다
- A에서 B까지 1라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 2라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 3라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 4라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 5라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 6라는 시간으로 이동할 수 있나?
- A에서 B까지 7라는 시간으로 이동할 수 있나?

• • • •

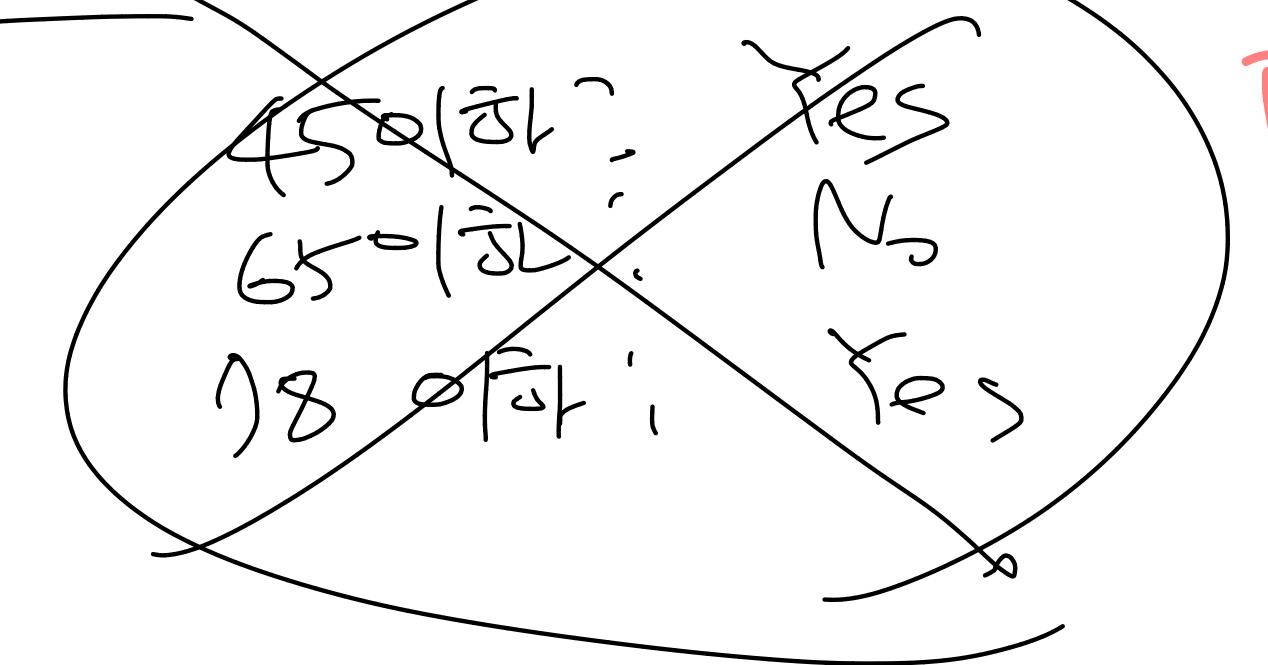
Binary Search

- 가능한지 아닌지를 알아보는 문제도 정답을 구하는 문제로 바꿀 수 있다
- A에서 B까지 1라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오
- A에서 B까지 2라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오
- A에서 B까지 3라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오
- A에서 B까지 4라는 시간으로 이동할 수 있나? 아니오
- A에서 B까지 5라는 시간으로 이동할 수 있나? 예
- A에서 B까지 6라는 시간으로 이동할 수 있나? 예
- A에서 B까지 7라는 시간으로 이동할 수 있나? 예
- A에서 B로 이동하는 가장 빠른 시간은 5이다.

Moles

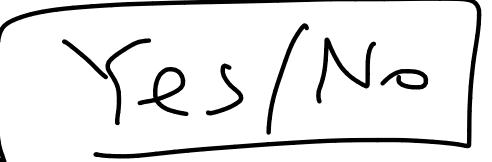
Binary Search

어떤 기준 X를 가지고 Yes/No로 나누어지는 것만 정답을 찾을 수 있다



Binary Search

- 이분 탐색을 이용하는 방법이기 때문에 다음을 모두 정해야 한다.
- 1. 가능한 정답의 최솟값 (left)
- 2. 가능한 정답의 최댓값 (right)



정답을 하나 결정했을 때, 이것이 문제의 조건에 맞는지 검사하는 방법 (go 함수)

check

조건에 맞는 경우 정답을 더 크게 해야 하는지 작게 해야 하는지 결정

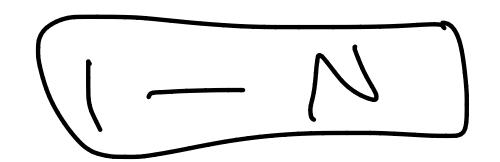
https://www.acmicpc.net/problem/1790

- 1부터 N까지 수를 이어서 쓰면 아래와같은 새로운 수를 만들 수 있다. $(1 \le N \le 100,000,000)$
- 123456789101112131415**1**617····

이 때 (K번째 수가 무엇인지 찾는 문제 ($1 \le K \le 1,000,000,000$)









https://www.acmicpc.net/problem/1790

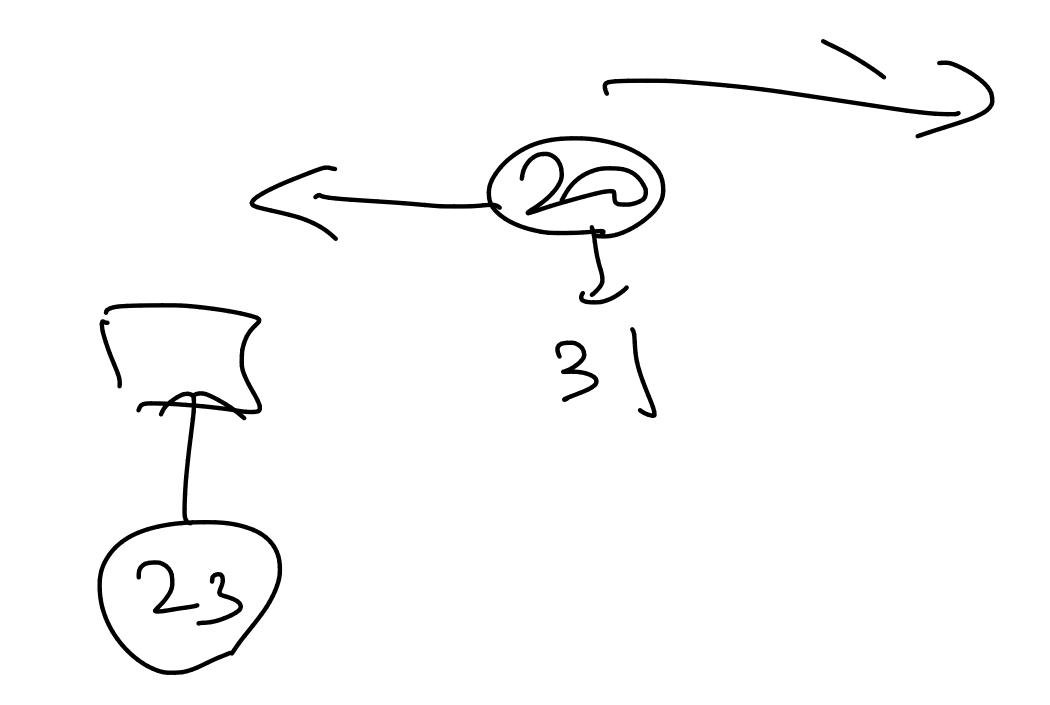
• 실제로 수를 만드는 것은 시간이 너무 오래 걸려서 불가능하다.



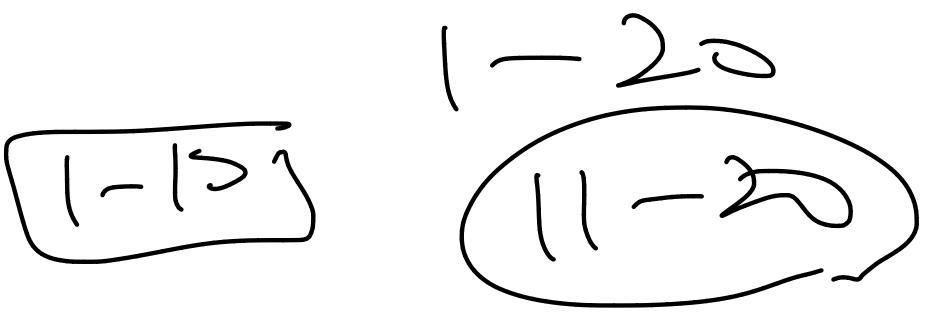
- N번째 수의 길이는 자리수 별로 길이를 계산하는 방식으로 알 수 있다.
- N = 120
- $1 \sim 9 \rightarrow (9-1+1) \times 1$
- $10\sim99 \to (99-10+1) \times 2$
- $100 \sim 120 \rightarrow (120 100 + 1) \times 3$

- 이 점을 이용해서 이분 탐색으로 N을 결정하고
- 그 때마다 수의 길이를 재보고
- K보다 작거나 같은지 비교해본다.

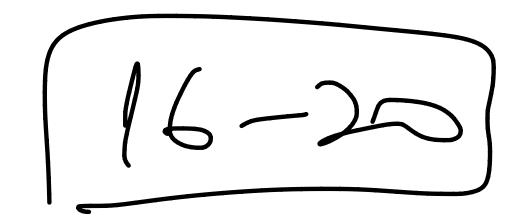
- N = 20, K = 23인 경우
- 1부터 20까지 이어 붙인 수의 길이: 31
- K가 길이보다 작기 때문에
- N이 20보다 작아져도 등장한다는 것을 알 수 있다



- N = 20, K # 23인 경우
- 현재 가능한 정답의 범위: 1~20
- 1부터 10까지 이어 붙인 수의 길이: 11
- K가 길이보다 크기 때문에
- N이 10보다 작아지면 절대 K번째 수가 없다는 것을 알 수 있다
- 하지만, 10보다 커지면 등장할 수도 있다
- 따라서, 오른쪽을 택한다.



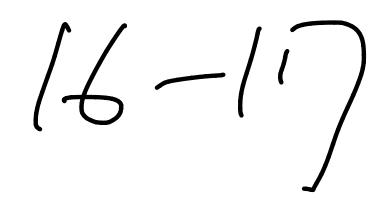
- N = 20 K = 23인 경우
- (5)
- 현재 가능한 정답의 범위: 11~20
- 1부터 15까지 이어 붙인 수의 길이 21
- K가 길이보다 크기 때문에
- N이 15보다 작아지면 절대 K번째 수가 없다는 것을 알 수 있다
- 하지만, 15보다 커지면 등장할 수도 있다
- 따라서, 오른쪽을 택한다.



https://www.acmicpc.net/problem/1790

- N = 20, K = 23일 경우 [경
- 현재 가능한 정답의 범위: 16~20
- 1부터(18까지 이어 붙인 수의 길이: 27
- K가 길이보다 작기 때문에
- N이 18보다 커지면 항상 K번째 수가 등장한다.
- 하지만, K번째 수가 등장하는 순간 N은 작아져야 하기 때문에

왼쪽을 택한다.



- N = 20, K = 23인 경우 (人
- 현재 가능한 정답의 범위: 16~17
- 1부터 16까지 이어 붙인 수의 길이: 23
- K가 이어 붙인 수의 길이와 같기 때문에, K번째 수는 6이라는 사실을 알 수 있다

- left = 1
- right = N

https://www.acmicpc.net/problem/1790

• 소스: http://codeplus.codes/165d76d38e824cd1871b1c6fdbd90109

https://www.acmicpc.net/problem/1654

• 랜선 K개가 있다



• 300cm를 140cm로 자르면, 140cm 2개, 남는 20cm는 버린다

• 자른 것을 붙일 수 없다

https://www.acmicpc.net/problem/1654

• 예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개불 만들어야 하는 경우

802, 743, 457, 539 인 경우

- 200으로 자르면 11개를 만들 수 있다
- 802/200 **€** 4
- 743/200 € 3
- 457/200 €2
- 539/200 = 2
- 4+3+2+2 = 11

- 2009로 자르맨 11개를 만들 수 있다는 것은
- 199으로 자르면 11개 이상을
- 198로 자르면 11개 이상을
- • •
- 1로 자르면 11개 이상을
- 만들 수 있다는 것을 의미한다.
- 따라서, 200이하의 값으로는 N개 이상이 나오는지 구해볼 필요가 없다.

- 만약, 길이 X로 잘랐을 때, N개 이상을 만들 수 있으면, X를 크게 만들어 봐야 한다
- N개 이상을 만들 수 없다면 X 화작게 만들어야 한다

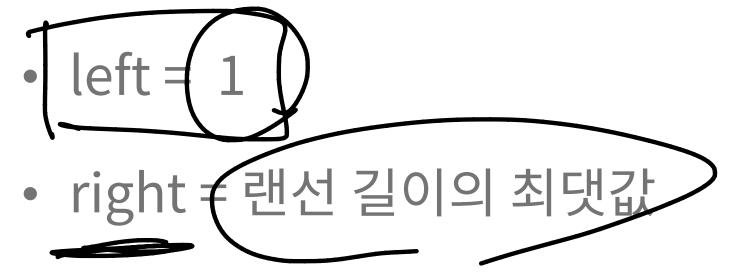
- 예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개를 만들어야 하는 경우
- 802, 743, 457, 539 인 경우

- 802/201 = 3
- 743/201 = 3
- 457/201 = 2
- 539/201 = 2
- 3+3+2+2 = 10

- 예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개를 만들어야 하는 경우
- 802, 743, 457, 539 인 경우
- 199로 자르는 경우
- 802/199 = 4
- 743/199 = 3
- 457/199 = 2
- 539/199 = 2
- 4+3+2+2 (11)

- 예를 들어, 랜선이 4개가 있고, 11개를 만들어야 하는 경우
- 802, 743, 457, 539 인 경우
- 100으로 자르는 경우
- 802/199 = 8
- 743/199 = 7
- 457/199 = 4
- 539/199 = 5
- 8+7+4+5 (24)

725



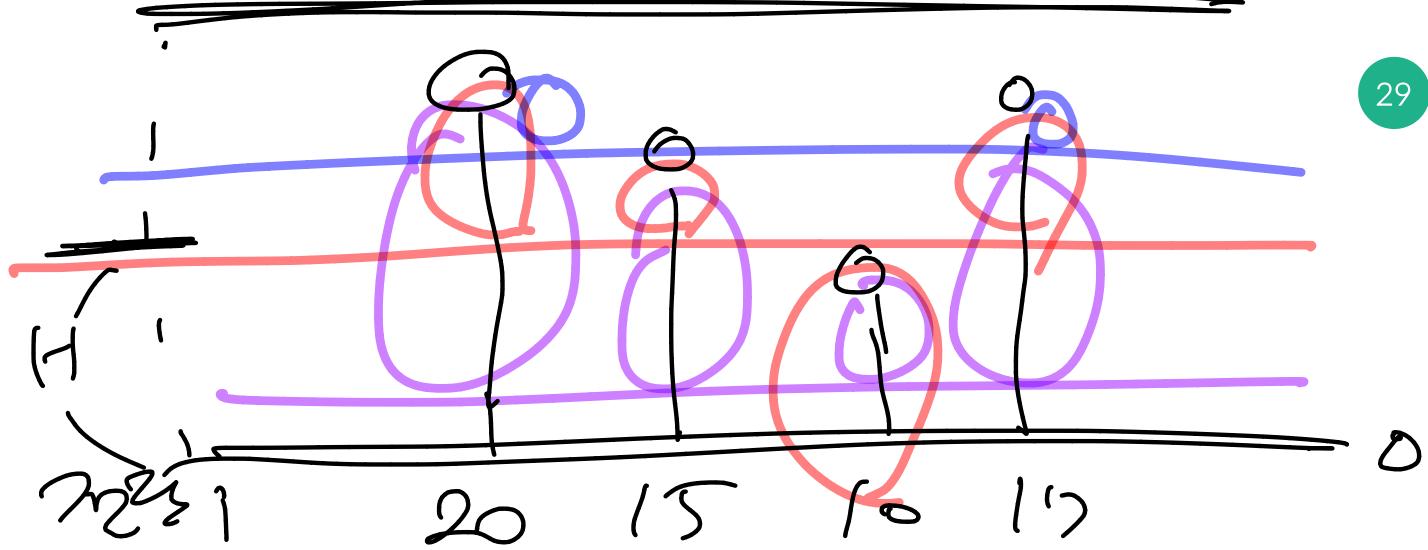
- 1. X라는 길이로 랜선을 만들어본다
- 2. N개 이상 만들 수 있으면, X를 크게 바꾼다.
- 3. 만들수 없으면 X를 작게 바꾼다.



https://www.acmicpc.net/problem/1654

• 소스: http://codeplus.codes/4afa49d3a24f46b5a5fd91dad69c509f

- 상근이는 나<mark>뷰</mark> M미터가 필요하다
- 절단기에 높이 H를 지정해야 한다



- 높이를 지정하면 톱날이 땅으로부터 H미터 위로 올라간다
- 한 줄에 연속해있는 나무를 모두 절단해버린다
- 높이가 H보다 큰 나무는 H 위의 부분이 잘릴 것이고, 낮은 나무는 잘리지 않을 것이다
- 적어도 M미터의 나무를 집에 가져가기 위해서 절단기에 설정할 수 있는 높이의 최대값

나무자르기

- 예를 들어 나무가 20, 15, 10, 17인 경우
- 절단기의 높이를 15로 하면
- 15, 15, 10, 15 가 되어 버리고
- 길이가 5인 나무와 2인 나무를 집에 들고 갈 수 있다

나무자르기

- left = 0
- right = 나무 높이의 최댓값
- 1. X라는 높이로 잘라본다. 나온 길이의 합 = C
- 2. C가 M보다 크거나 같으면 X를 작게
- 3. 아니면 X를 크게

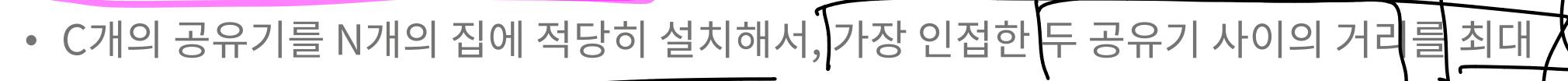
나무자르기

https://www.acmicpc.net/problem/2805

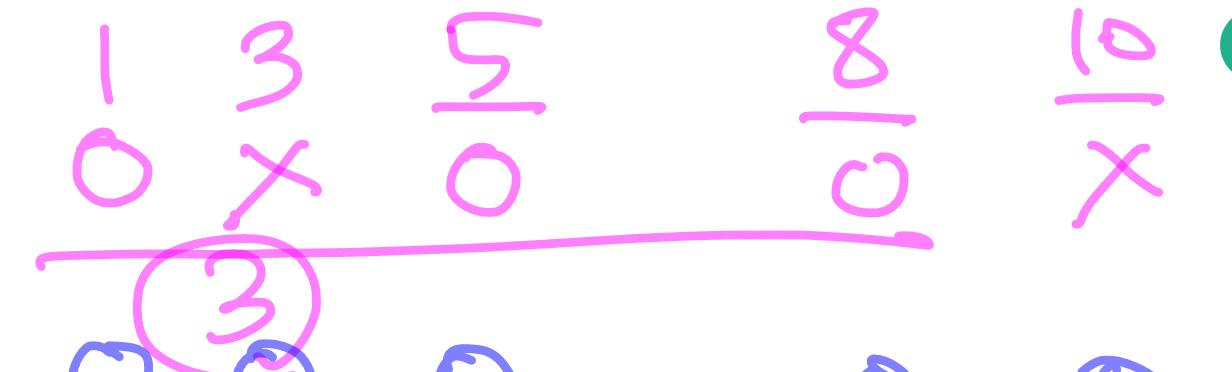
• 소스: http://codeplus.codes/c7bac0b5830f414abba5149324479cad

https://www.acmicpc.net/problem/2110

- 집 N개, 위치 = X₁, ··(, X_N)
- 공유기 C개를 설치
- 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 가능한 크게



• $2 \le C \le N \le 200,000, 1 \le x_i \le 1,000,000,000$



공유기설치

- 집 N개, 위치 = X_1, \dots, X_N
- 공유기 C개를 설치
- 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 가능한 크게
- C개의 공유기를 N개의 집에 적당히 설치해서, 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 최대
- $2 \le C \le N \le 200,000, 1 \le x_i \le 1,000,000,000$

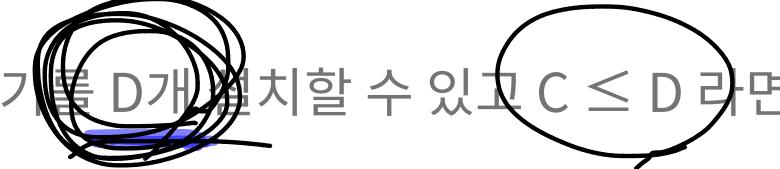
공유기 설치

- 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 k로 결정
- 이 때, 공유기를 설치했을 때, C개 이상 설치할 수 있으면 가능하다.
- 가능한 경우면 k를 크게
- 불가능하면 작게한다.

공유기 설치

https://www.acmicpc.net/problem/2110

• 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리를 k로 결정했을 때, 공유기 餐 D개 準치할 수 있고 $C \le D$ 라면

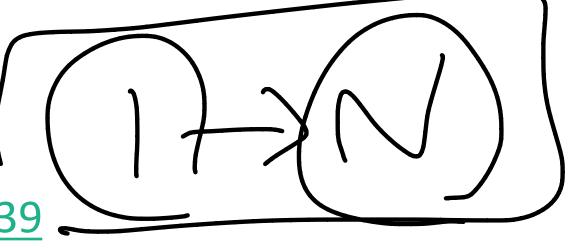


- 공유기를 C개 설치할 수 있는 것과 같다.
- 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리가 k가 되게 유지하면서 D-C개를 제거하면 되기 때문이다.
- 제거한 후에 가장 인접한 두 공유기 사이의 거리가 k가 아닐 수도 있지만, 사실 이는 별 문제가되지 않는다.
- 제거하는 모든 방법이 변한 경우라면 정답보다 큰 값이라는 것을 의미하기 때문이다.

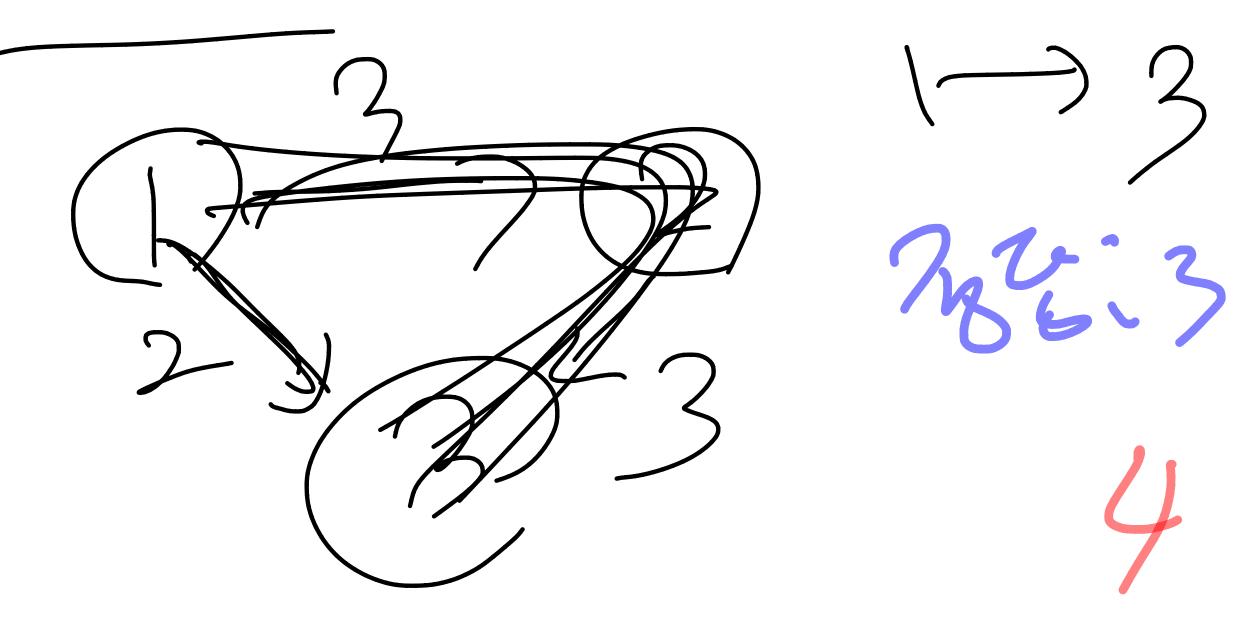
공유기설치

https://www.acmicpc.net/problem/2110

• 소스: http://codeplus.codes/ccb587d5197a498daeafcf68fd0a13d3

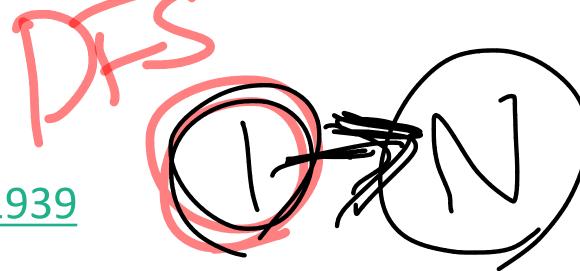


- N개의 섬과 M개의 다리로 이루어진 나라가 있다.
- 각 다리에는 중량제한이 있고, 중량제한을 초과하면 다리가 무너지게 된다
- 한 번의 이동에서 옮길 수 있는 물품들의 중량의 최대값을 구하는 문제



https://www.acmicpc.net/problem/1939

• 무엇을 결정해야 할까?



- 최대 무게를 결정하고, 그 무게로 갈 수 있는지를 검사해본다
- 검사는 어떤 알고리즘을 이용하면 될까?



- 최대 무게를 결정하고, 그 무게로 갈 수 있는지를 검사해본다
- 검사는 어떤 알고리즘을 이용하면 될까? DFS나 BFS를 이용하면 된다.

https://www.acmicpc.net/problem/1939

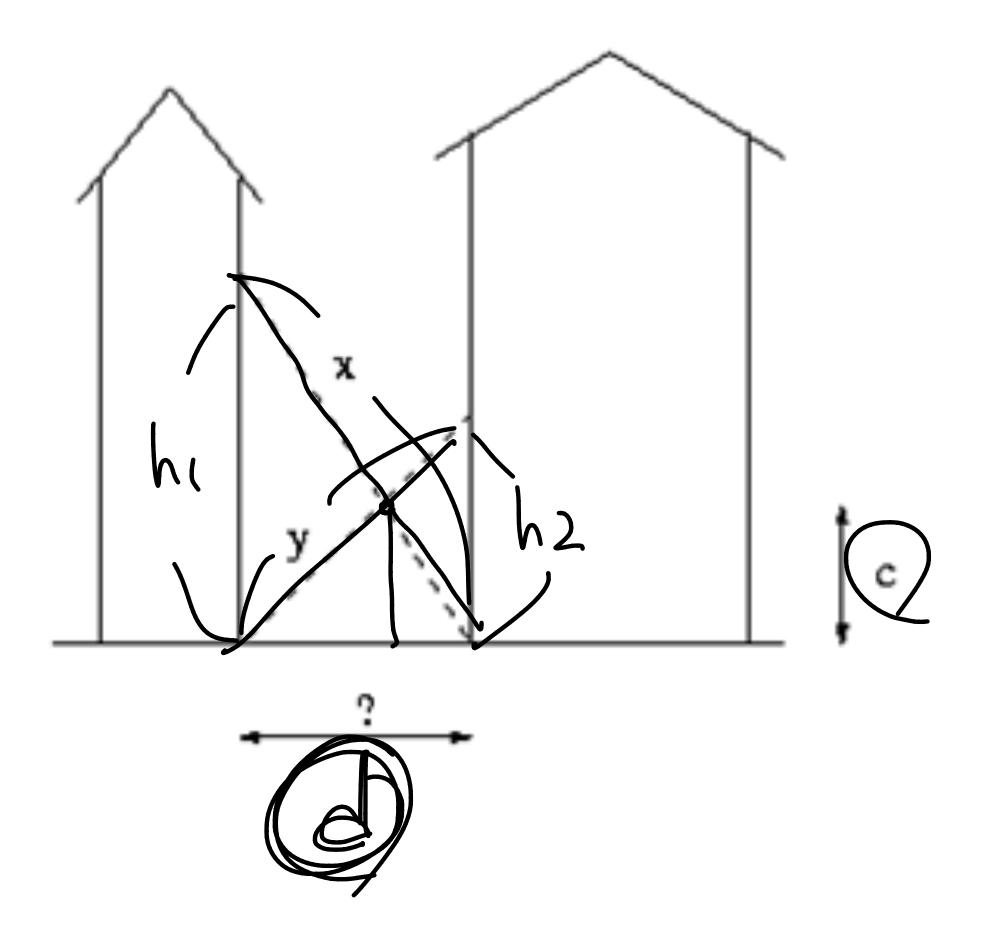
• 소스: http://codeplus.codes/0befebde85444facab51a9eba0e8693c

从上已



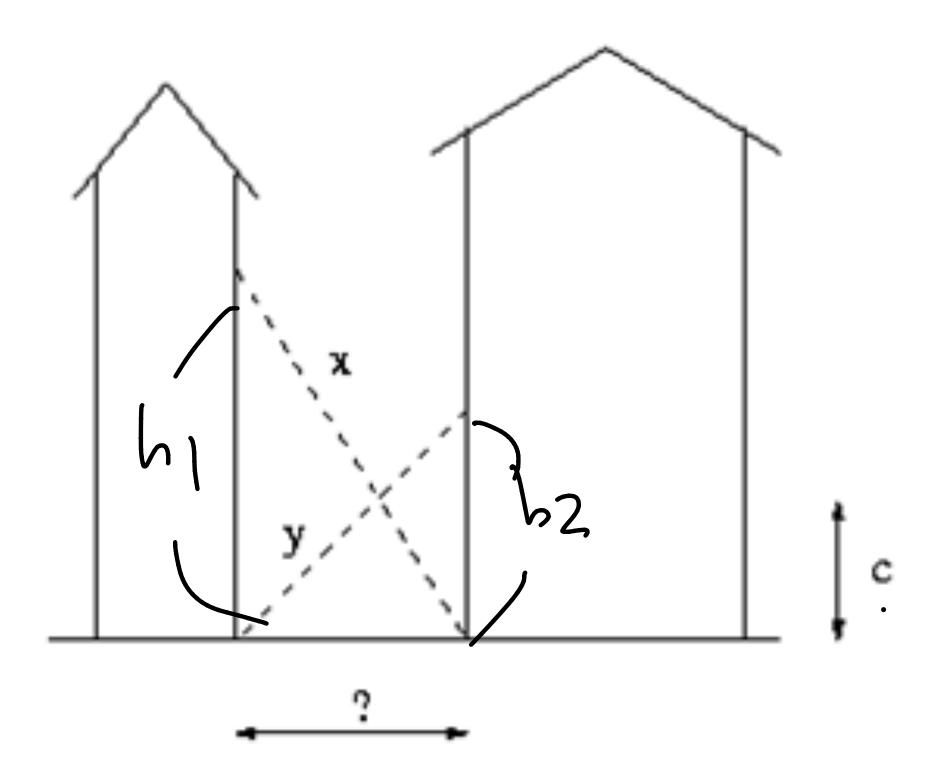
https://www.acmicpc.net/problem/2022

• x, y, c가 주어졌을 때, 두 빌딩 사이의 떨어진 거리를 구하는 문제



从门

- $h1 = sqrt(x^2-d^2)$
- $h2 = sqrt(y^2 d^2)$



https://www.acmicpc.net/problem/2022

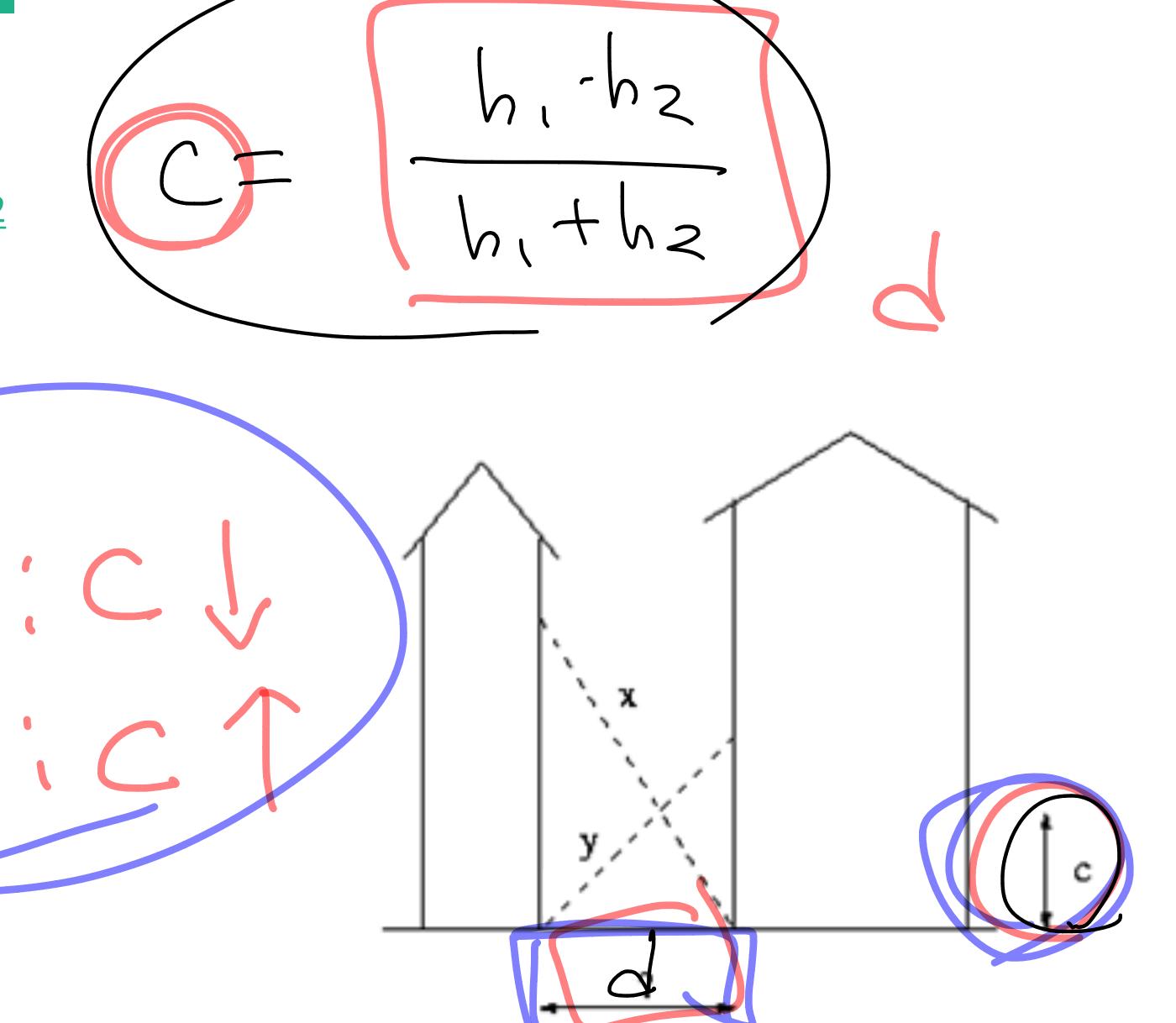
• 삼각형의 닮음을 이용하면

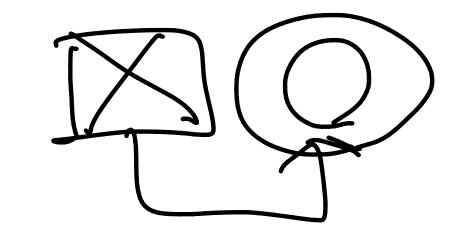
• h2/d = c/d1

• h1/d = c/d2

• d = d1 + d2

- 1/h1 + 1/h2 = 1/c
- $c = h1 \times h2/(h1+h2)$





https://www.acmicpc.net/problem/2022

• 실수에서 이분 탐색을 수행하는 것이기 때문에, 변경해야 하는 부분이 있다.

• while (left <= right) 와 같은 표현의 사용이 불가능하다

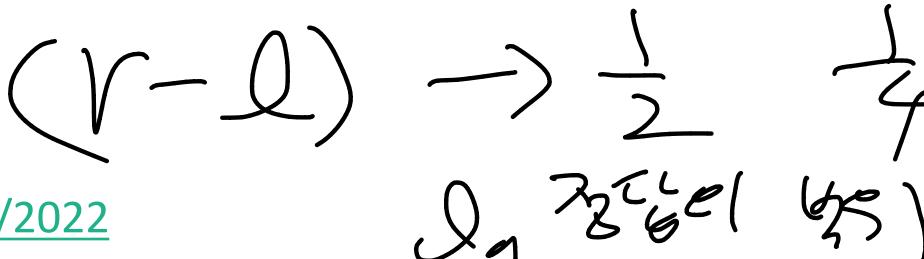
• left = mid + 1불가능(mid 와 mid + 1 카이에 정답이 있을 수 있기 때문)

• right = mid - 1불가능 (mid - 1 와 mid 사이에 정답이 있을 수 있기 때문)

https://www.acmicpc.net/problem/2022

• 실수에서 이분 탐색을 수행하는 것이기 때문에, 달라져야 하는 부분이 있다.

```
• while (left <= right)와 같은 표현의 사용이 불가능하다
• left = mid + 1=> left = mid
• right = mid - 1=> right= mid
```

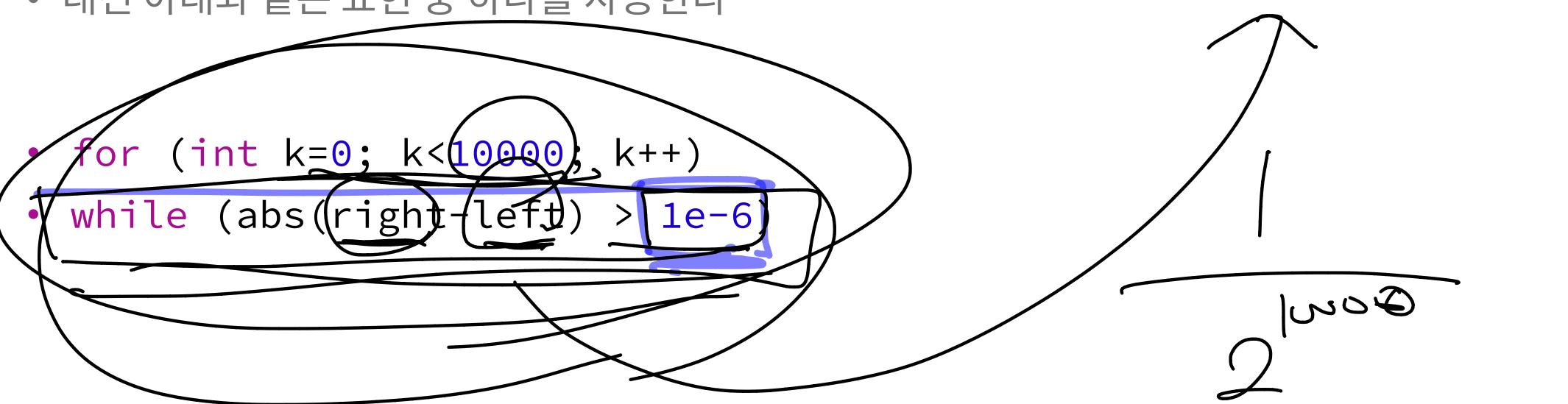


https://www.acmicpc.net/problem/2022

• while (left <= right) 와 같은 표현의 사용이 불가능하다

43/2 (22M242)

• 대신 아래와 같은 표현 중 하나를 사용한다



- 소스: http://codeplus.codes/8a805fc5bbcc485db171e33c207f32a9
- 소스: http://codeplus.codes/f1555a61aea14749ba097543bfc75709

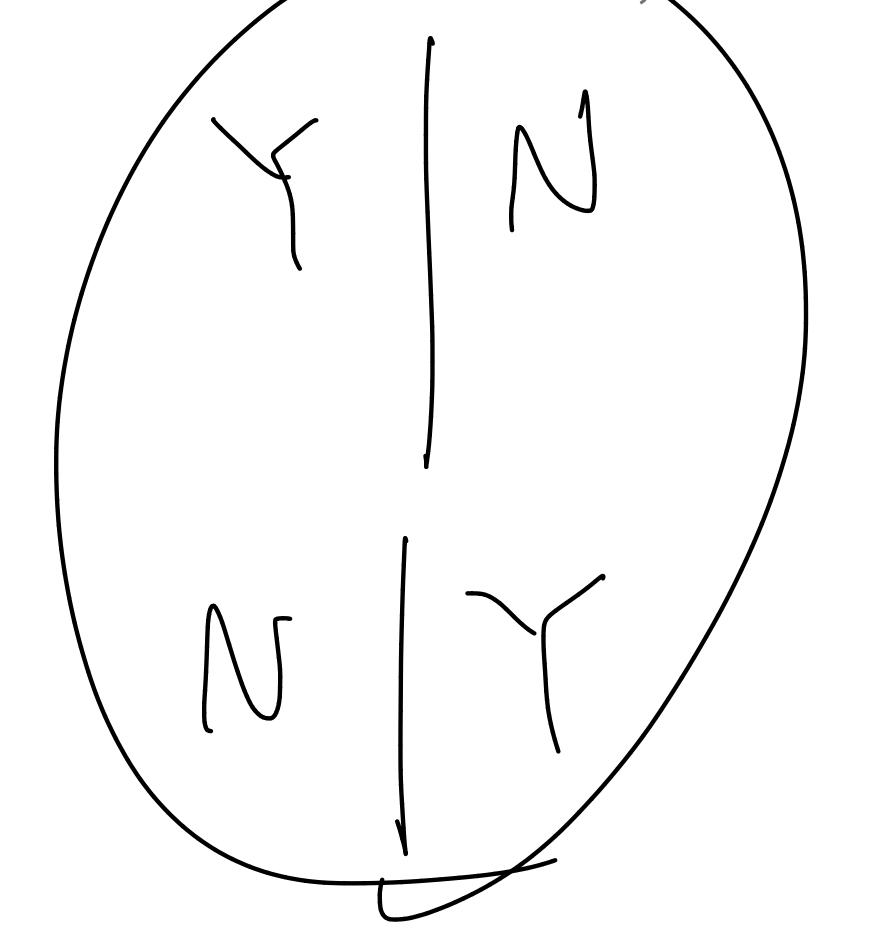
삼분 탐색

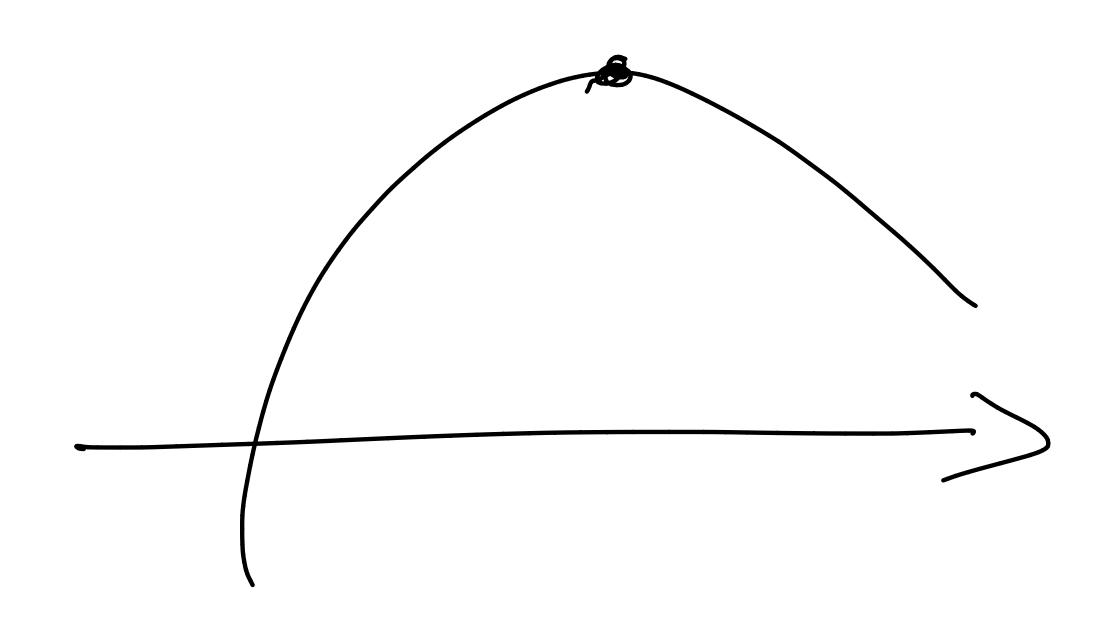
삼분 탐색

Ternary Search



• 이분 탐색과 비슷하지만, 삼등분을 한다.





삼분탐색

left = m1;

right = m2;

Ternary Search

• 최대값을 찾는 경우 아래와 같이 동작한다.

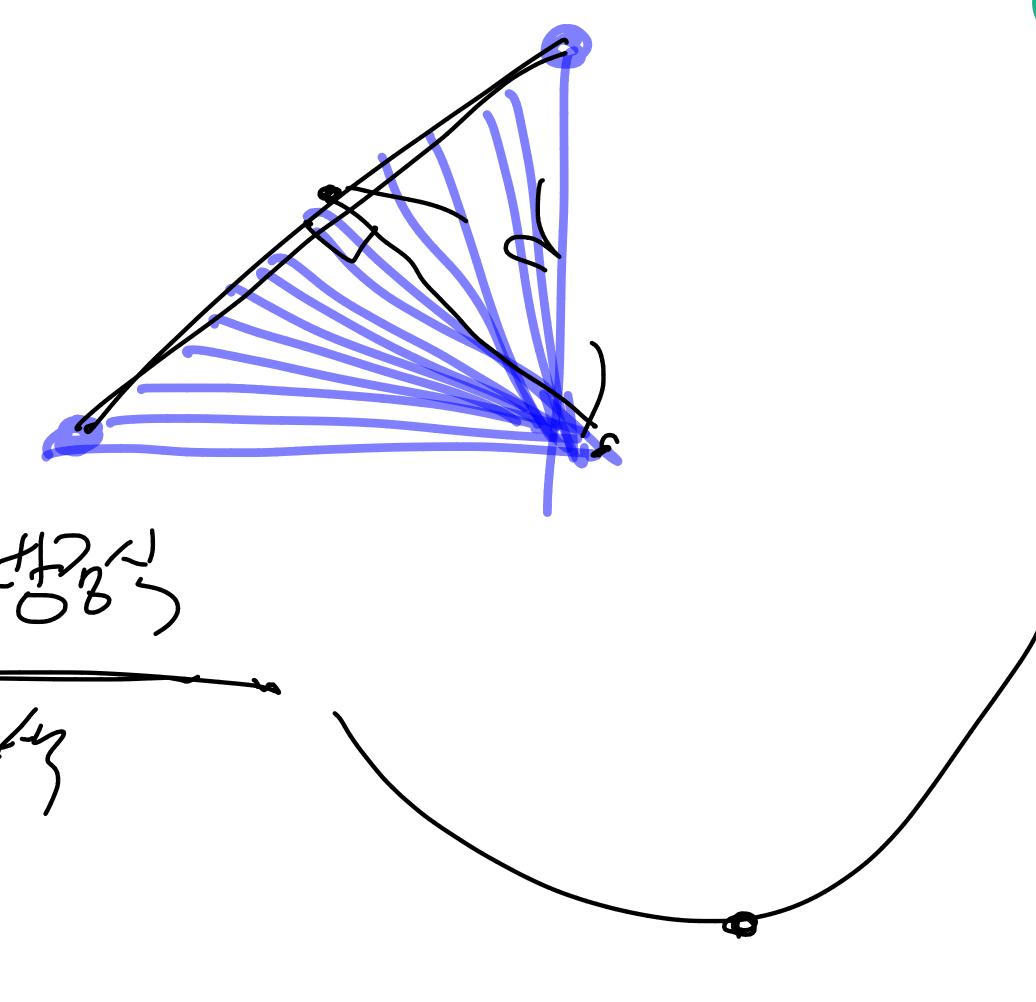
while (true) {
 if (abs(right-left) < 1e-9) return (left+right)/2;
 double m1 = left + (right-left)/3;
 double m2 = right - (right-left)/3;
 if (f(m1) < f(m2)) {

선분과점

https://www.acmicpc.net/problem/11664

• 3차원 좌표 평면 위에 선분 하나와 점 하나가 있을 때

• 선분과 점 사이의 거리의 최소값을 구하는 문제

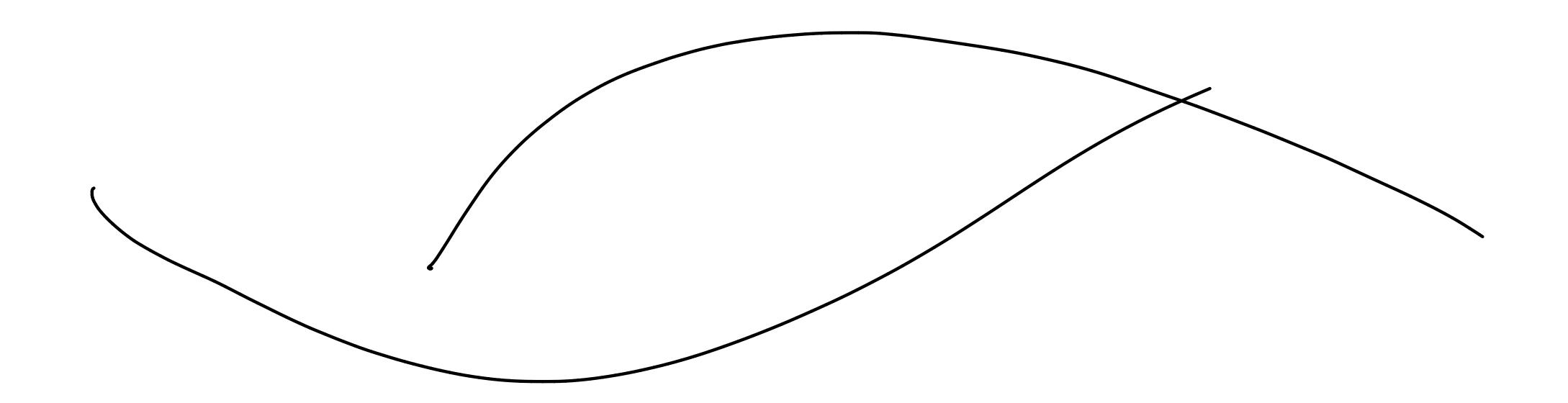


27/24

(1) 25 (4385) (2) LUBERY (2) WENN

선분과점

- 선분과 점 사이의 거리는 가까워졌다가 멀어진다.
- 즉, 삼분 탐색을 이용해 최소값을 구하는 문제이다.



선분과점

https://www.acmicpc.net/problem/11664

• 소스: http://codeplus.codes/f91362ecfceb4b9daebf3f3c2fbce47c