

**Бюджетное учреждение высшего
образования Ханты-Мансийского
автономного округа – Югры**

**«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Политехнический институт

Кафедра прикладной математики

Бондаренко Анна Андреевна

**Параметрически заданные кривые.
Производная, дифференциал.**

Дисциплина «Математический анализ»

направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

направленность (профиль): «Технологии программирования и анализ данных»

Преподаватель:

Ряховский Алексей Васильевич, доцент

Студент гр. № 601-31

Бондаренко Анна Андреевна

Сургут 2023 г.

Лабораторная работа №3.

Задание

1. Используя графические пакеты Python построить параметрически заданную кривую.
2. Для заданной функции $f(x)$ аналитически найти уравнения касательной прямой и нормальной прямой в указанной точке x_0 . Используя графические пакеты Python построить на одном рисунке график функции $f(x)$, касательную прямую, нормальную прямую и отметить точку касания.

Задача 1

Используя графические пакеты Python построить параметрически заданную кривую.

$$x = \frac{1+t^2}{4(1-t)}$$

$$y = \frac{t}{1+t}$$

Программное решение

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

t = np.linspace(-10,10,500)
x = (1+t*t)/(4*(1-t))
y = t/(1+t)

fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(x,y)
ax.set_title('График параметрически заданной кривой')
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.grid(True)
plt.ylim(-2,3)
```

```
plt.show()
```

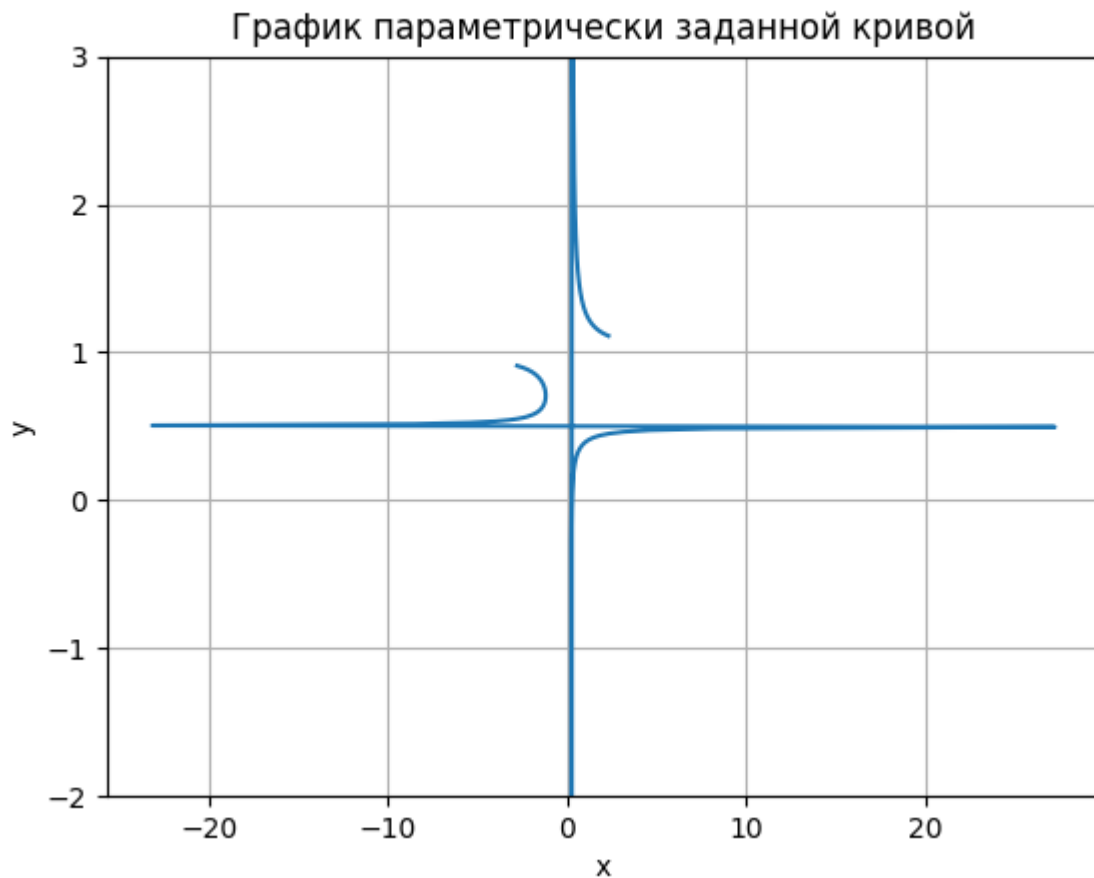


Рис. 1.

Задача 2

Для заданной функции $f(x)$ аналитически найти уравнения касательной прямой и нормальной прямой в указанной точке x_0 . Используя графические пакеты Python построить на одном рисунке график функции $f(x)$, касательную прямую, нормальную прямую и отметить точку касания.

$$f(x) = x \sin x$$

$$x_0 = \pi$$

Аналитическое решение

Найдем производную данной функции:

$$(x \sin x)' = x' \sin x + x(\sin x)' = \sin x + x \cos x$$

Найдем значение производной в точке $x_0 = \pi$:

$$f'(x_0) = f'(\pi) = \sin\pi + \pi\cos\pi = -\pi$$

Найдем значение функции в точке x_0 :

$$f(x_0) = \pi\sin\pi = 0$$

Следовательно, уравнение касательной принимает вид:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = -\pi(x - \pi)$$

Уравнение нормальной прямой будет перпендикулярным касательной прямой и проходящим через точку касания.

Уравнение нормальной прямой:

$$y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) = \frac{1}{\pi}(x - \pi)$$

Программное решение

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def f(x):
    return x * np.sin(x)

def kasat(x):
    return -np.pi*(x-np.pi)

def normal(x):
    return 1/np.pi*(x-np.pi)

x = np.linspace(-7,7,70)
y = f(x)

plt.plot(x,y, label = 'f(x)')
plt.plot(x,kasat(x), label = 'Касательная')
plt.plot(x,normal(x), label = 'Нормальная прямая')
plt.plot(np.pi, f(np.pi), 'ro', label = 'Точка касания')
plt.gca().set_aspect('equal')
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```



Рис. 2.