

지오지브라로 푸는 수능 문제

강사: 차형준

지오지브라를 이용해 문제를 풀면?

- 기하에 대한 감각이 생긴다. (보조선 긋기, 합동 찾기, 닮음 찾기 등)
 - 작도를 하면서 도형에 대한 이해가 높아짐
- 함수 개형에 대한 직관이 생긴다.
 - 함수의 계수들의 변화가 어떤 영향을 주는지 관찰할 수 있음
- 수학적 사고력
 1. 현실의 문제를 수학 문제로 바꿀 수 있는 능력 – 모든 것은 수학이다.
 2. 수학으로 바꾼 문제 상황을 해결할 방법을 찾는 능력
 3. 직관을 엄격한 논리로 바꿔 정당화(증명)할 수 있는 능력
 4. 엄격한 논리로 정당화한 문제의 답을 설득력 있게 전달하는 능력

고3 6월 모의고사 10번

• 작도를 이용해 풀어보기

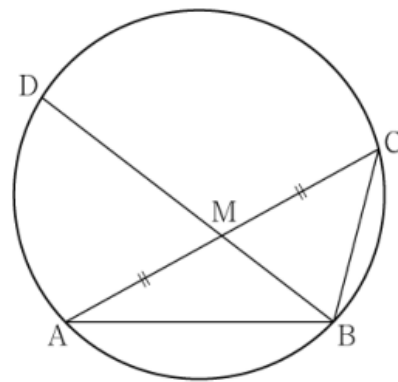
1. 두 변의 길이만 고정된 삼각형

2. \cos 은 어떻게 작도할까?

- 눈금 없는 자로는 작도할 수 있는 각이 한정
- \cos 작도와 각을 작도하는 것은 서로 필요충분 관계
- 지오지브라에서는 길이 지정 가능
→ 모든 \cos 및 각 작도 가능

10. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$ 이고

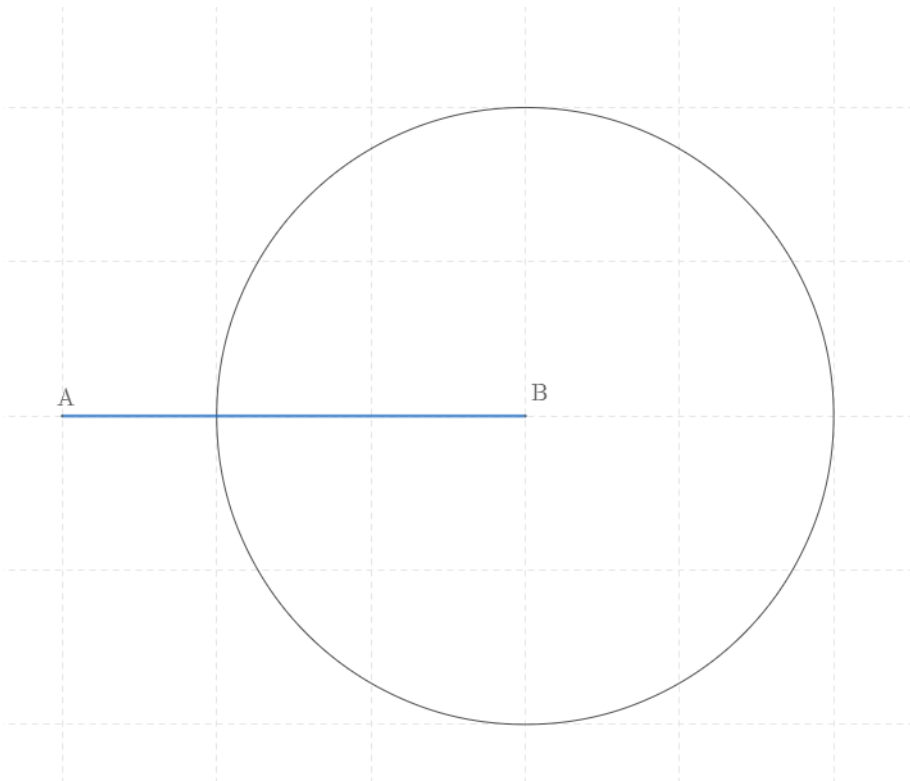
$\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



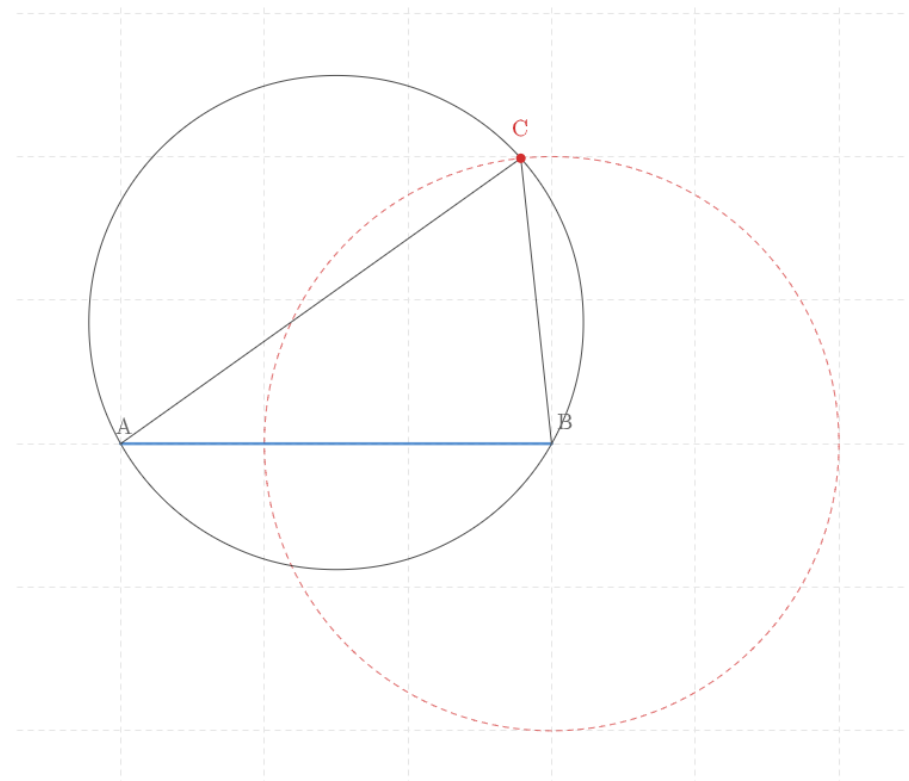
- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

고3 6월 모의고사 10번

선분 AB와
중점 B에서 반지름 길이가 2인 원 그리기

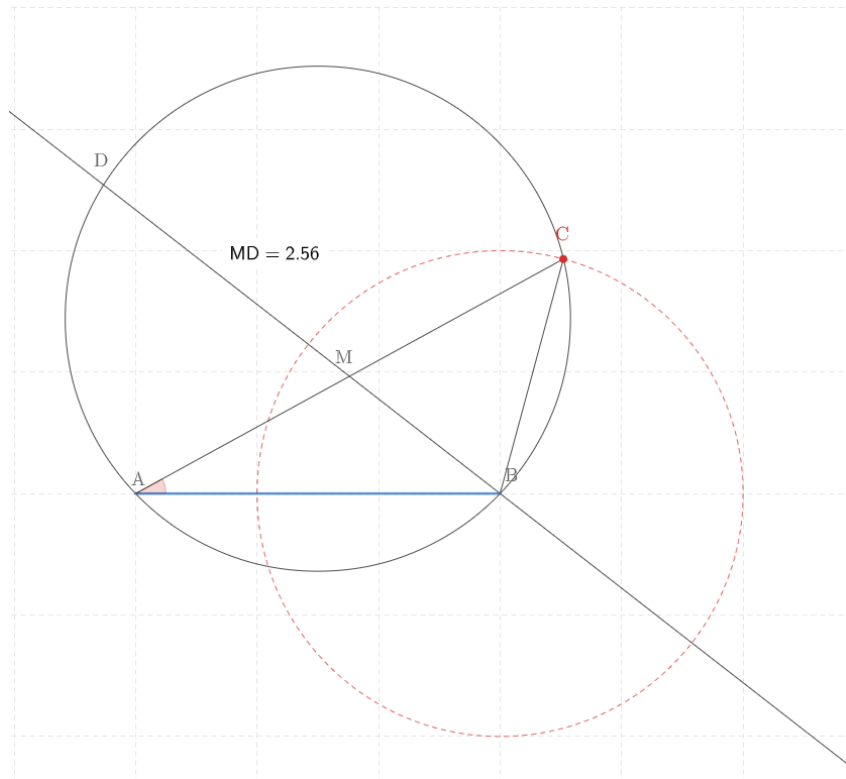


움직이는 점 C와 선분 BC, 선분 AC
세 점을 지나는 원 그리기



고3 6월 모의고사 10번

중점 M을 찍고 직선 BM을 그린 후
점 D를 표시, MD의 길이 구하기

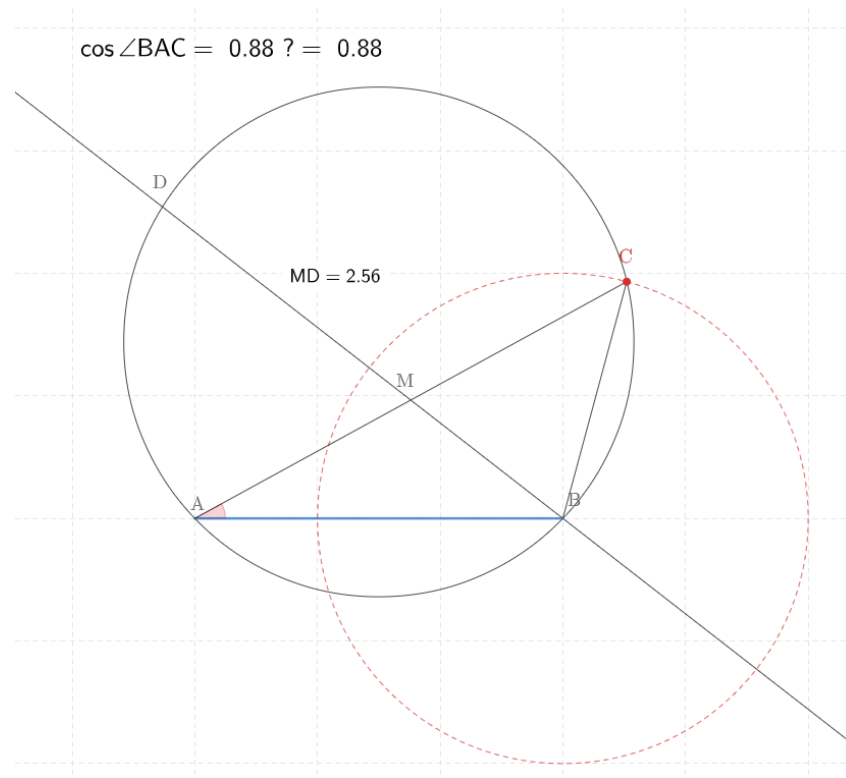


각 BAC 표시 및 \cos 값 구하기

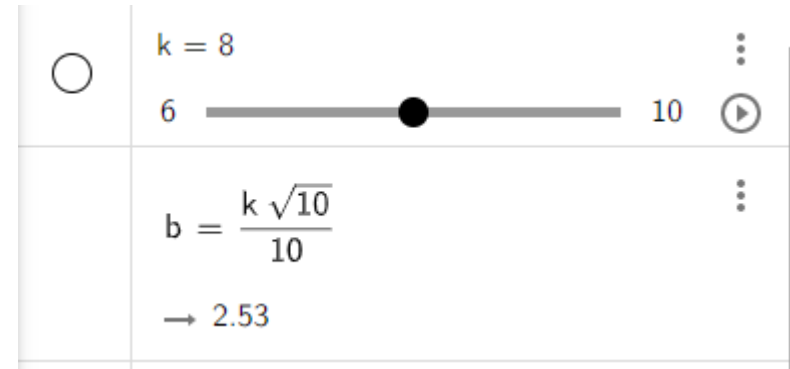
●	$\alpha = \text{Angle}(B, A, C)$ $\rightarrow 28.07^\circ$	⋮
	$a = \cos(\alpha)$ $\rightarrow 0.88$	⋮

고3 6월 모의고사 10번

점C를 움직여가며 근삿값 비교해보기



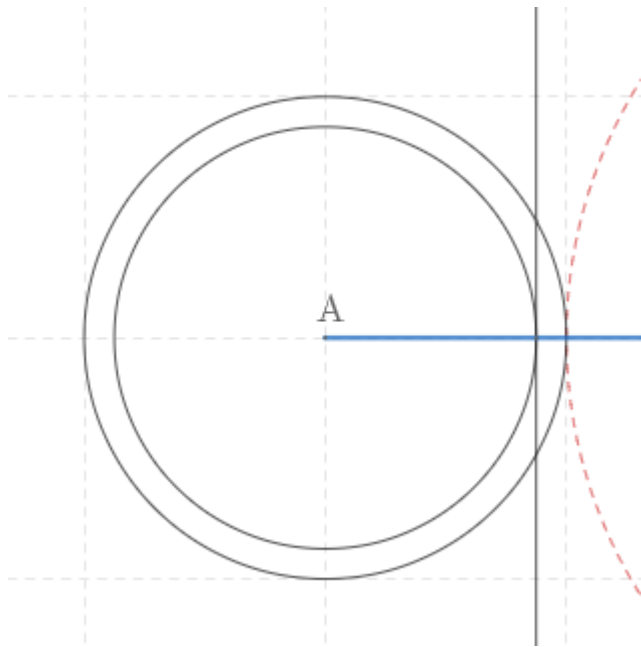
답지에서 유사한 값 구하기



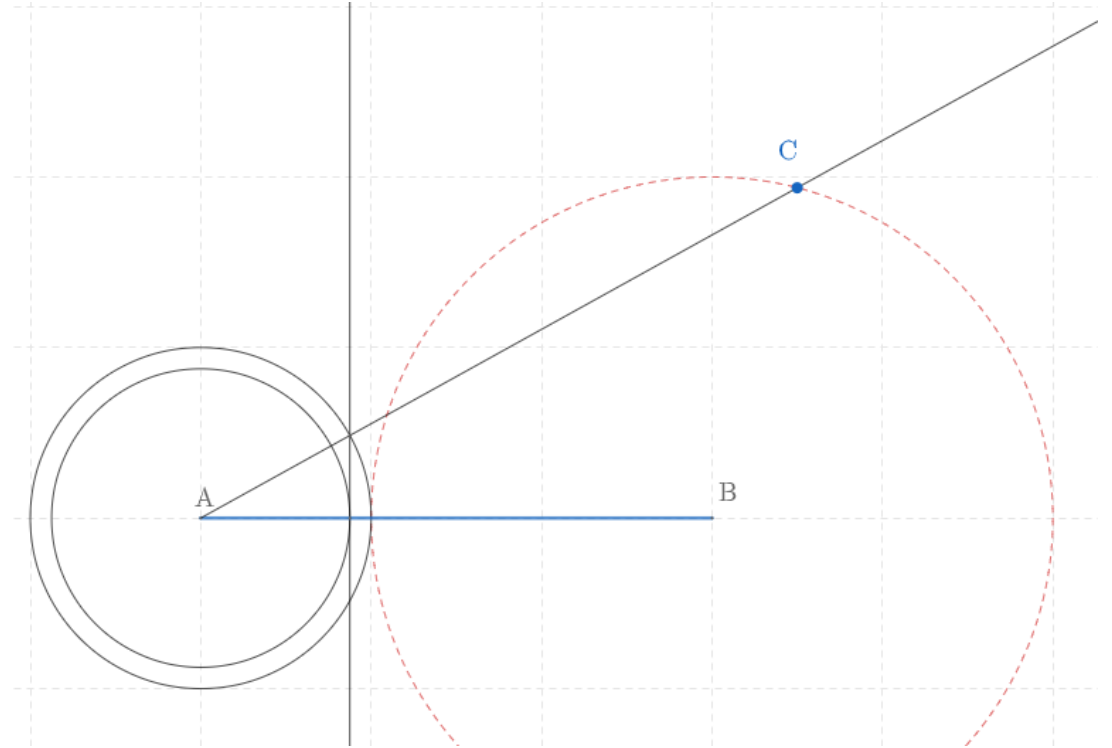
- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

cos 값에 해당하는 각을 정확히 그려보기

반지름이 1, $\frac{7}{8}$ 인 두 원을 이용

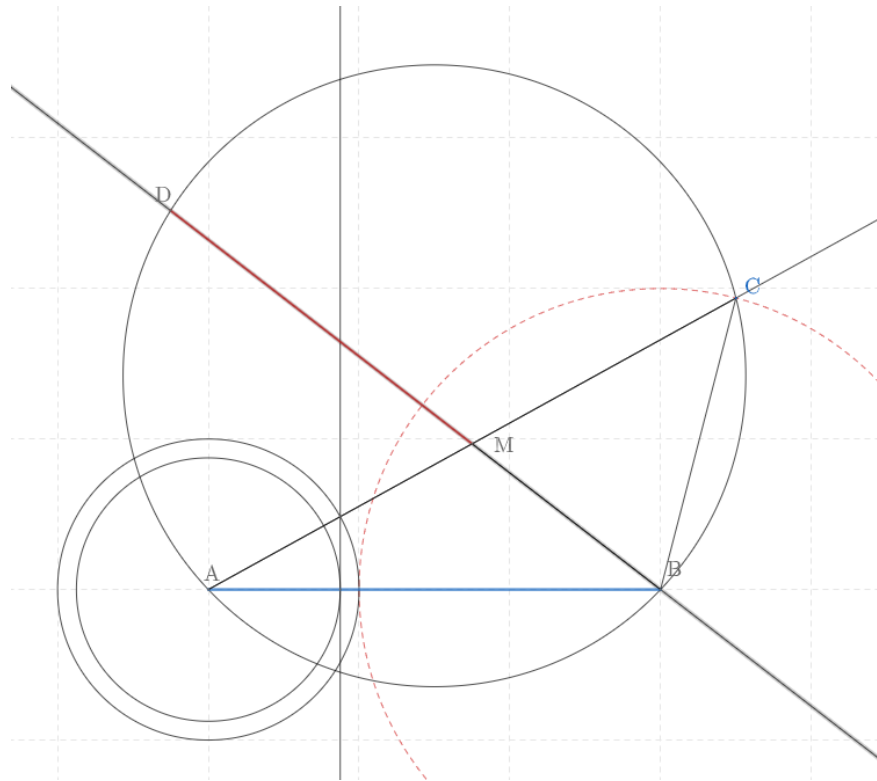


직선을 그어 점 C 찾기



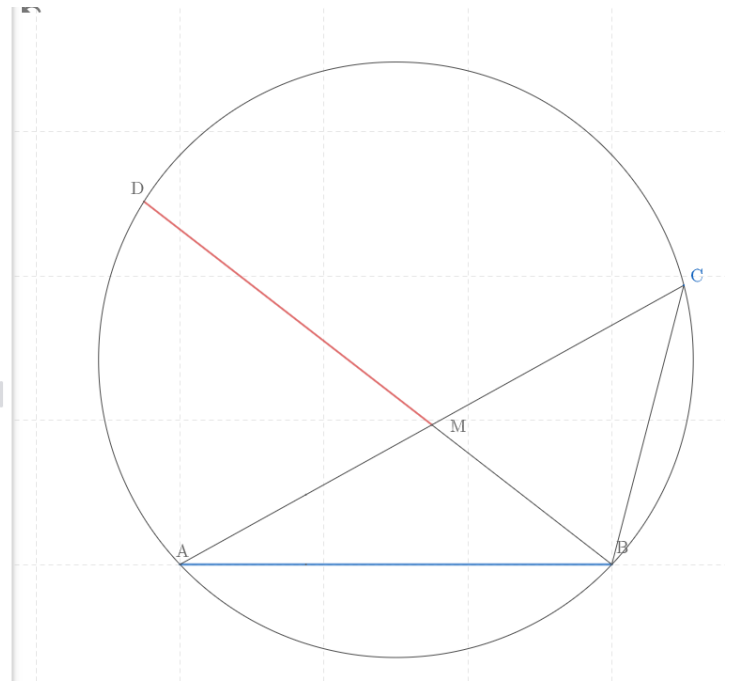
cos 값에 해당하는 각을 정확히 그려보기

삼각형 ABC를 그리고 중점, D점 찍기
DM길이 확인하기



실제 답과 비교하기

●	$i = \text{Segment}(C, B)$	⋮
	→ 2	
●	$k : \text{Circle}(C, B, A)$	⋮
	→ $(x - 0.5)^2 + (y - 1.42)^2 = 4.27$	
●	$M = \text{Midpoint}(A, C)$	⋮
	→ (0.75, 0.97)	
○	$j : \text{Line}(B, M)$	⋮
	→ $y = -0.77x + 1.55$	
●	$D = \text{Intersect}(k, j, 2)$	⋮
	→ (-1.25, 2.52)	
●	$l = \text{Segment}(D, M)$	⋮
	→ 2.53	
●	$m = \text{Segment}(M, B)$	⋮
	→ 1.58	
●	$n = \text{Segment}(A, C)$	⋮
	→ 4	



고3 6월 모의고사 14번

- 계수가 변하는 함수 그리기
- 함수의 적분
- 조건문을 활용한 함수 그리기

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $f(0) = 0$



ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

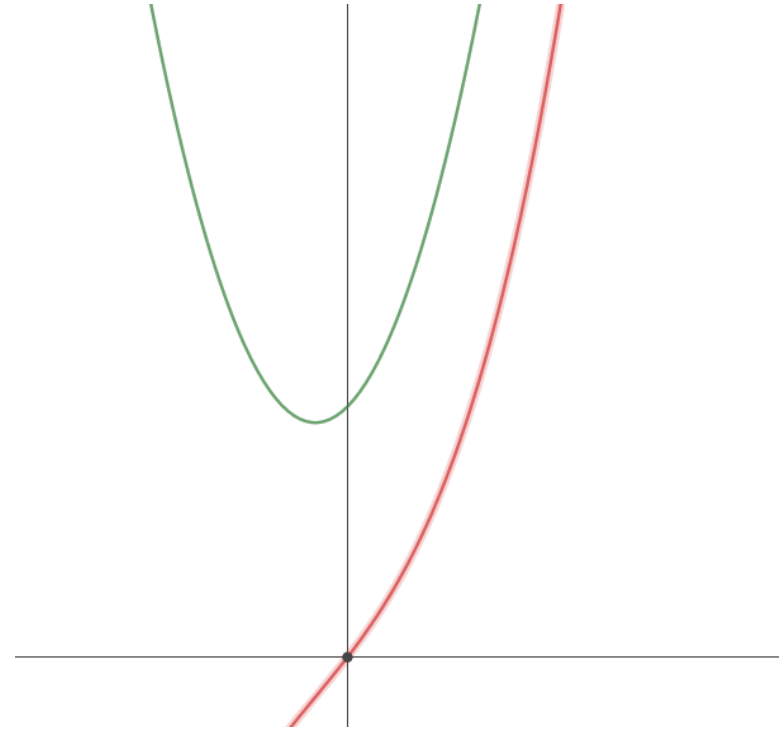
고3 6월 모의고사 14번

- 삼차함수 $g(x)$ 의 최고차항이 1
→ $f(x)$ 의 최고차항의 계수가 3인
이차함수
- $3x^2 + ax + b$ 을 입력하면 a, b
슬라이드가 자동 생성

<input type="radio"/>	$a = 1$	⋮
	-5  5	▶
<input type="radio"/>	$b = 1$	⋮
	-5  5	▶
<input checked="" type="radio"/>	$f(x) = 3x^2 + ax + b$	⋮
	→ $3x^2 + 1x + 1$	

고3 6월 모의고사 14번

- 적분하기
- Integral(함수이름) 으로 적분
- 적분상수 C는 0이 기본값
- 문제에서 적분상수가 없으므로 그대로 진행



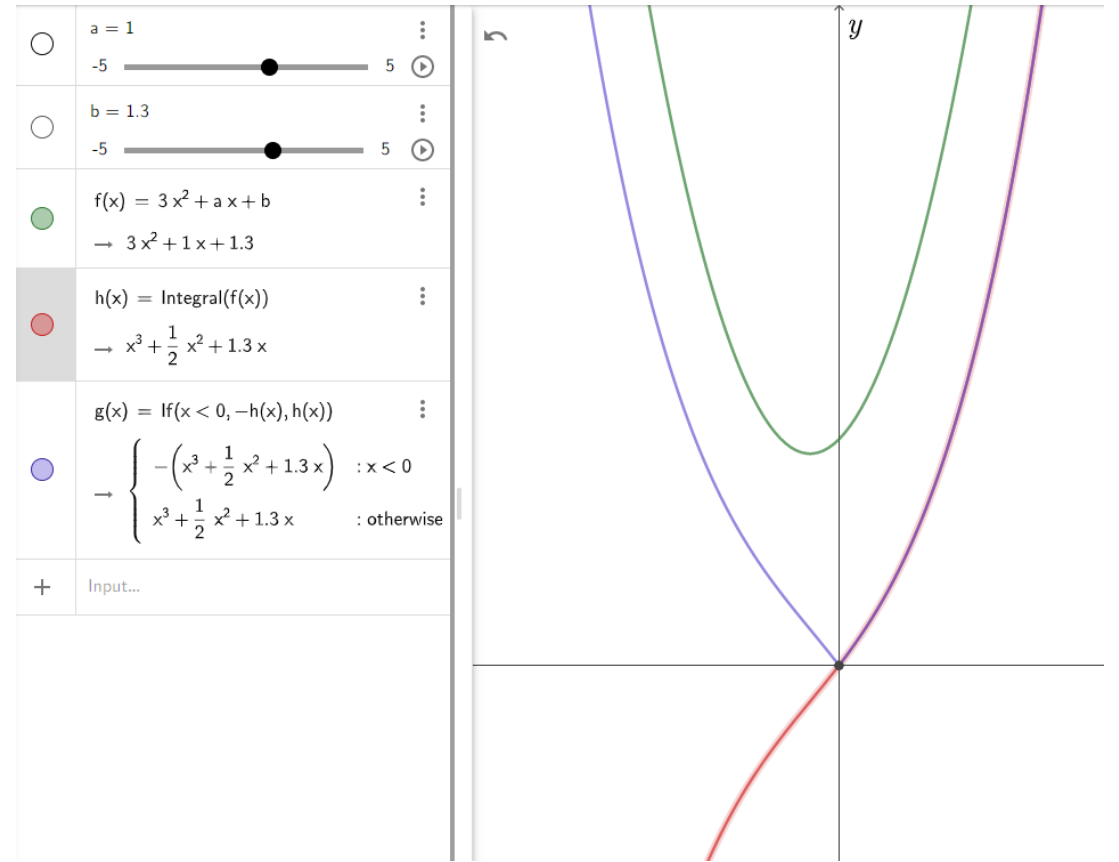
$$h(x) = \text{Integral}(f(x))$$

⋮

$$\rightarrow x^3 + \frac{1}{2} x^2 + 1.3 x$$

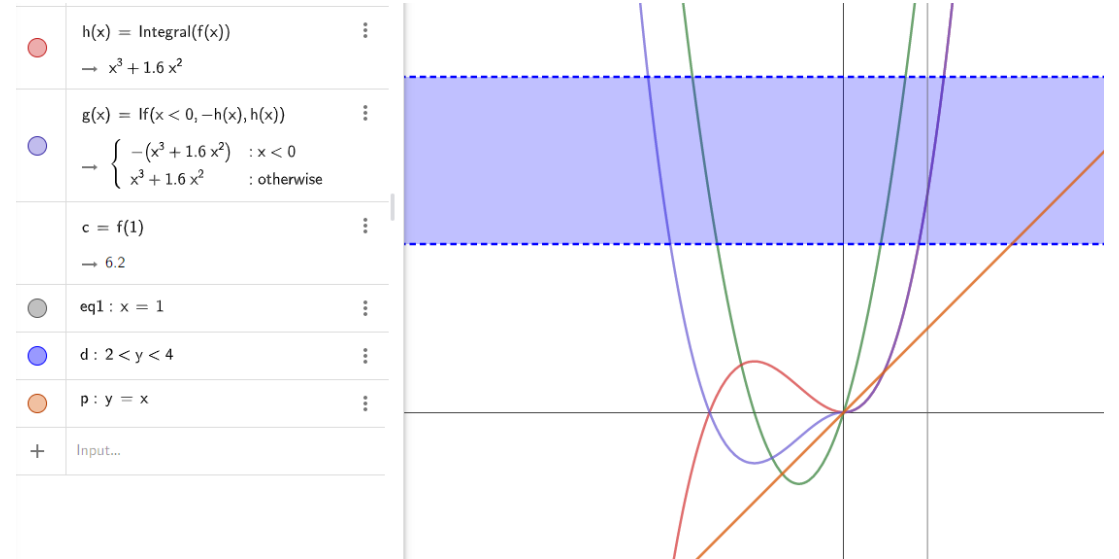
고3 6월 모의고사 14번

- if(조건, 조건이 참일 때 함수, 거짓일 때 함수)
- $g(x)$ 는 삼차함수이므로 보라색 그래프의 뾰족점이 없어야 한다.
- 뾰족점을 없애려면 a, b 가 어떤 조건을 만족해야 하는지 슬라이더를 움직이면서 찾아보자.



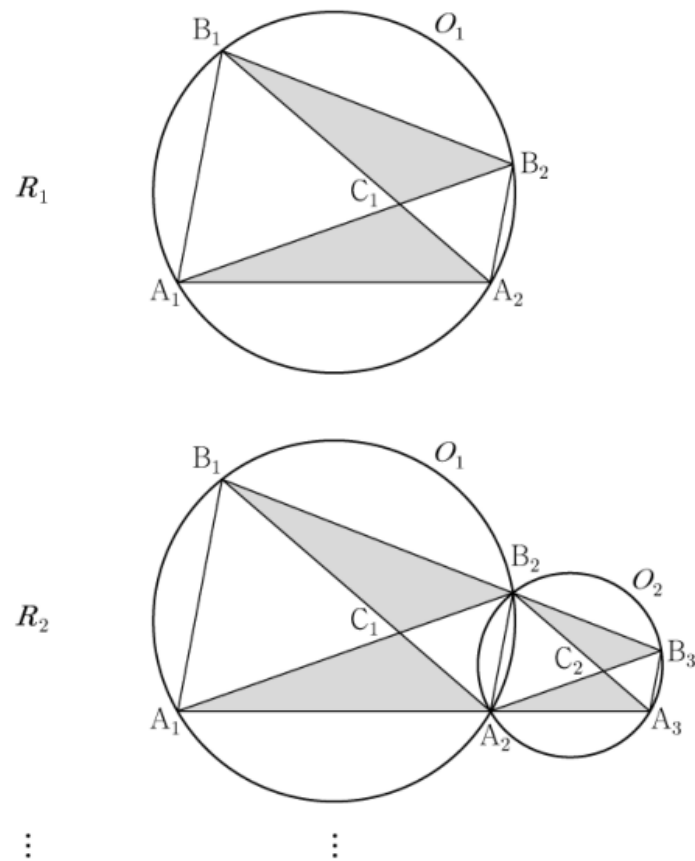
고3 6월 모의고사 14번

- 문제의 조건을 만족할 때의 그래프로 \neg, \perp 의 참 거짓을 판별해보자.
- $y = x$ 그래프를 그리고 $f(1)$ 의 값을 확인하면서 \perp 이 항상 만족되는지 확인해보자.



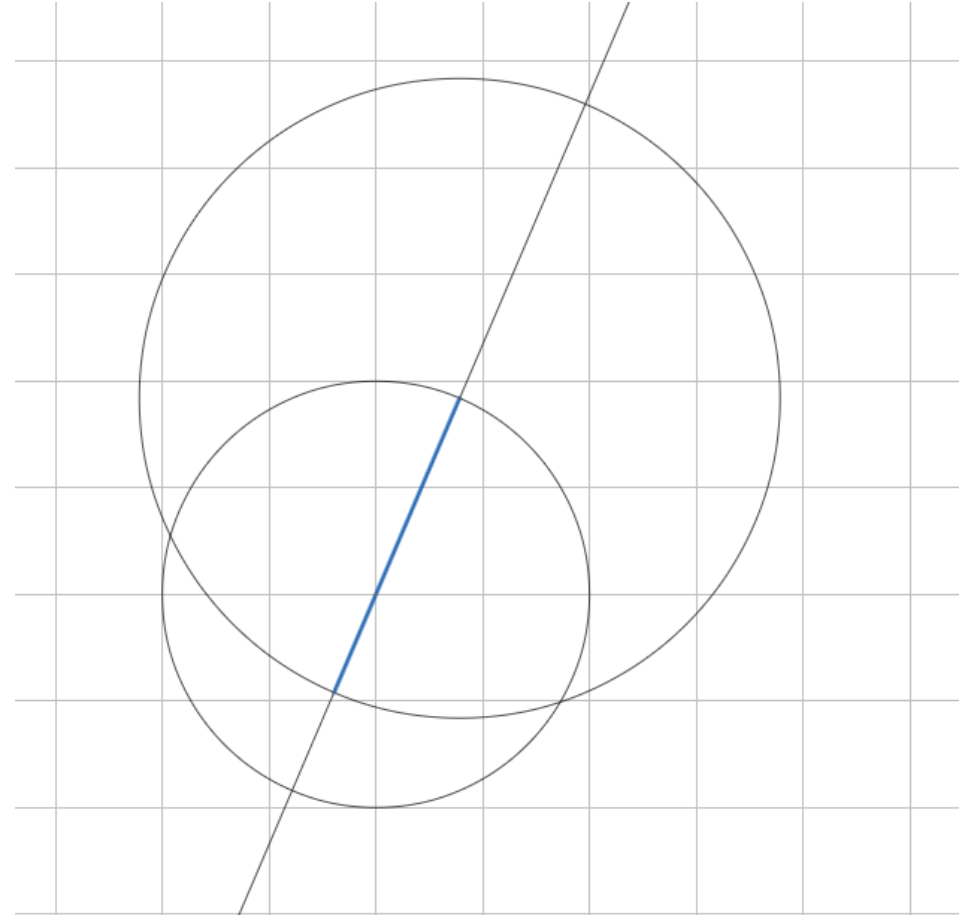
고3 6월 모의고사 26번

- 무한등비급수 문제 그려보기
- 거의 꼭 나오는 유형
- 문제의 그림을 그리기 위해 필요한 보조 도형들이 있는지 생각하면서
- 글에서 설명된 방법 그대로 그려보자.



고3 6월 모의고사 26번

- 두 변의 길이가 2, 3이고 끼인각이 60° 인 삼각형
- 반지름의 길이가 2인 원을 그리기
- 원 위의 점에서 반지름의 길이가 3인 원 그리기
- 두 원의 중심을 지나는 직선 그리고 선분 그리기

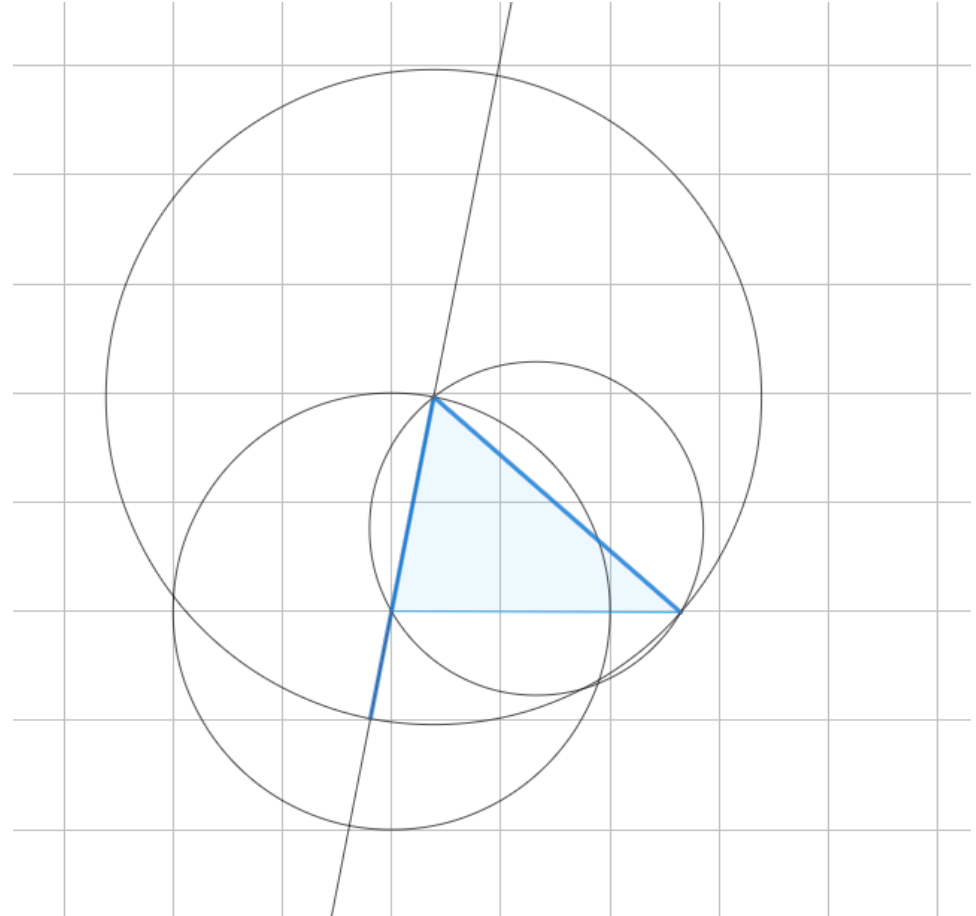
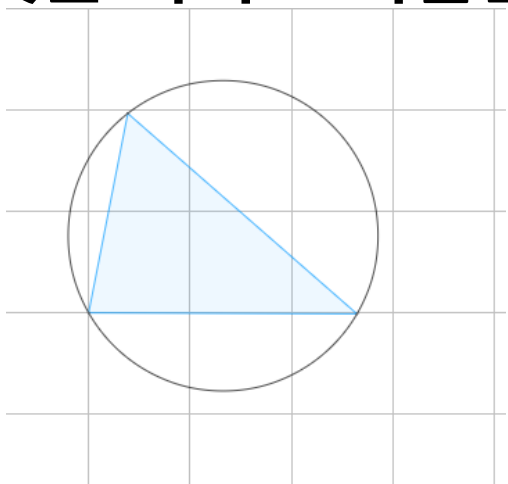


고3 6월 모의고사 26번

- 파란색 선분을 반시계방향으로 60도 회전하여 삼각형 완성하기
 - 회전시킬 도형, 회전 중심 순으로 클릭해야 한다.
- 대상 보이기/지우기로 삼각형 외의 다른 것은 가리고 외접원을 그리자



Rotate around
Point

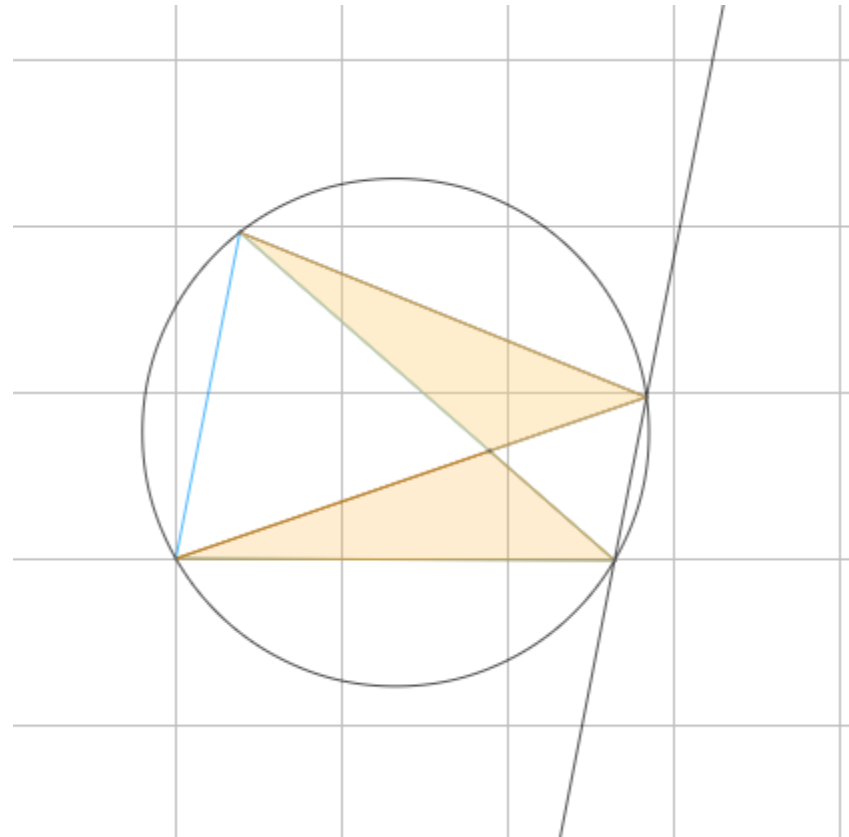


고3 6월 모의고사 26번

- 문제에서 요구하는 대로 평행선을 그리고 도형을 완성시켜주자
- 이때, 각각 위 아래의 삼각형을 따로 그려준다.
- 두 삼각형의 넓이의 합은 이름+이름으로 구할 수 있다.
- $\sqrt{3} \approx 1.73$ 이라고 한다면 대략 얼마의 값과 같은가?

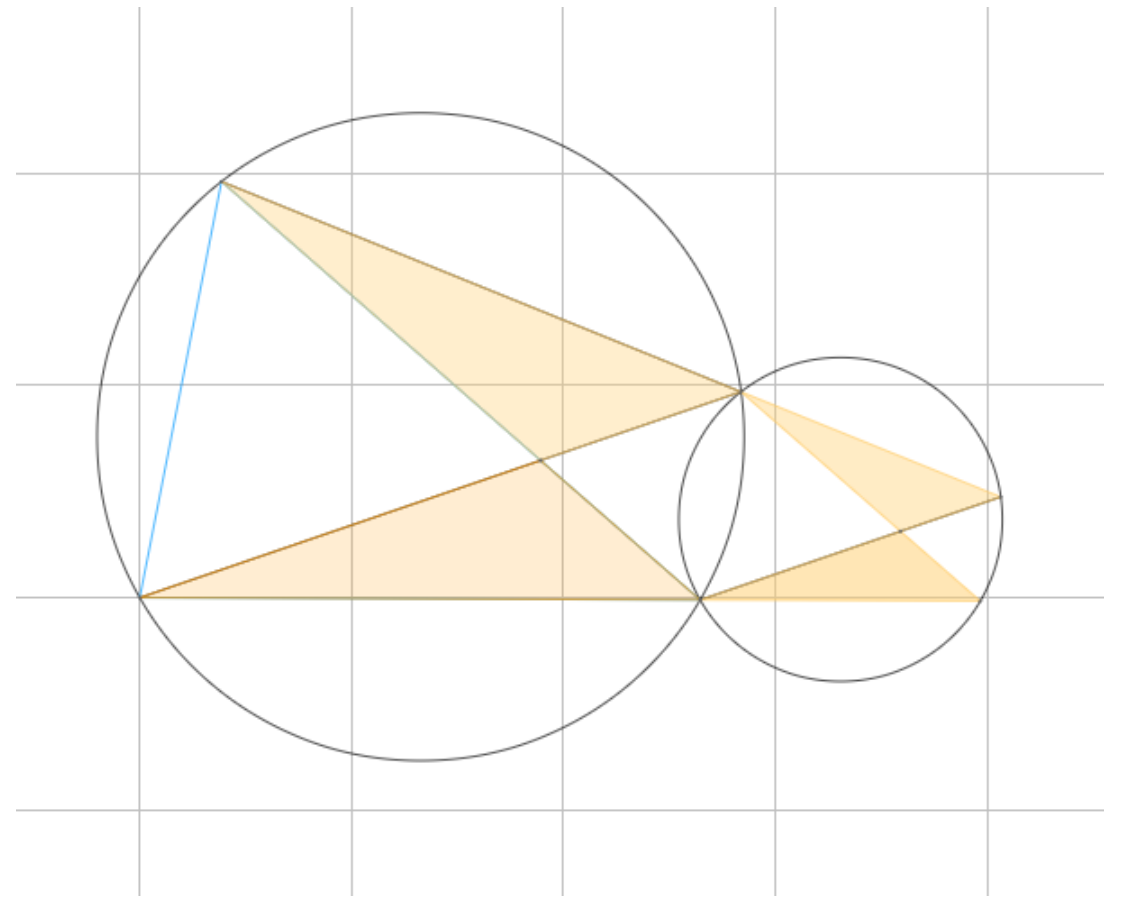
$$k = t_2 + t_3$$

$$\rightarrow 1.73$$



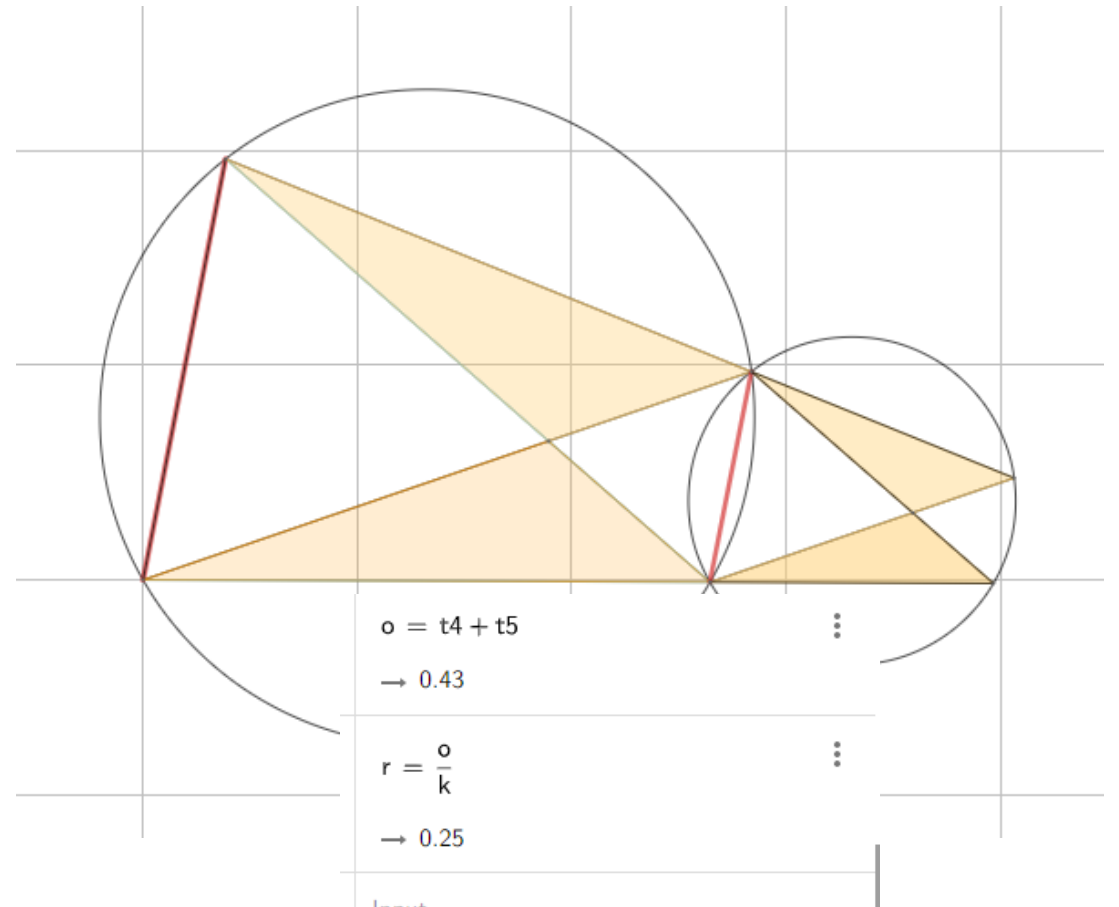
고3 6월 모의고사 26번

- 두 번째 도형은 직선만을 이용해 그려보자.
- 어떤 직선을 이용하면 그릴 때 편리할까?
- 닮음인 도형들은 무엇이 있을까?



고3 6월 모의고사 26번

- 두 번째 도형의 넓이를 구하고 첫 번째와 두 번째 도형의 넓이의 비는 어떻게 되는지 구해보자
- 두 번째 도형과 첫 번째 도형을 대표할 수 있는 길이는 무엇일까? 그 두 길이의 비를 구하고 비교해보자.
- 등비급수의 합 공식으로 최종 답도 구해보자. 몇 번째까지 반복해서 그리면 비슷해지는가?

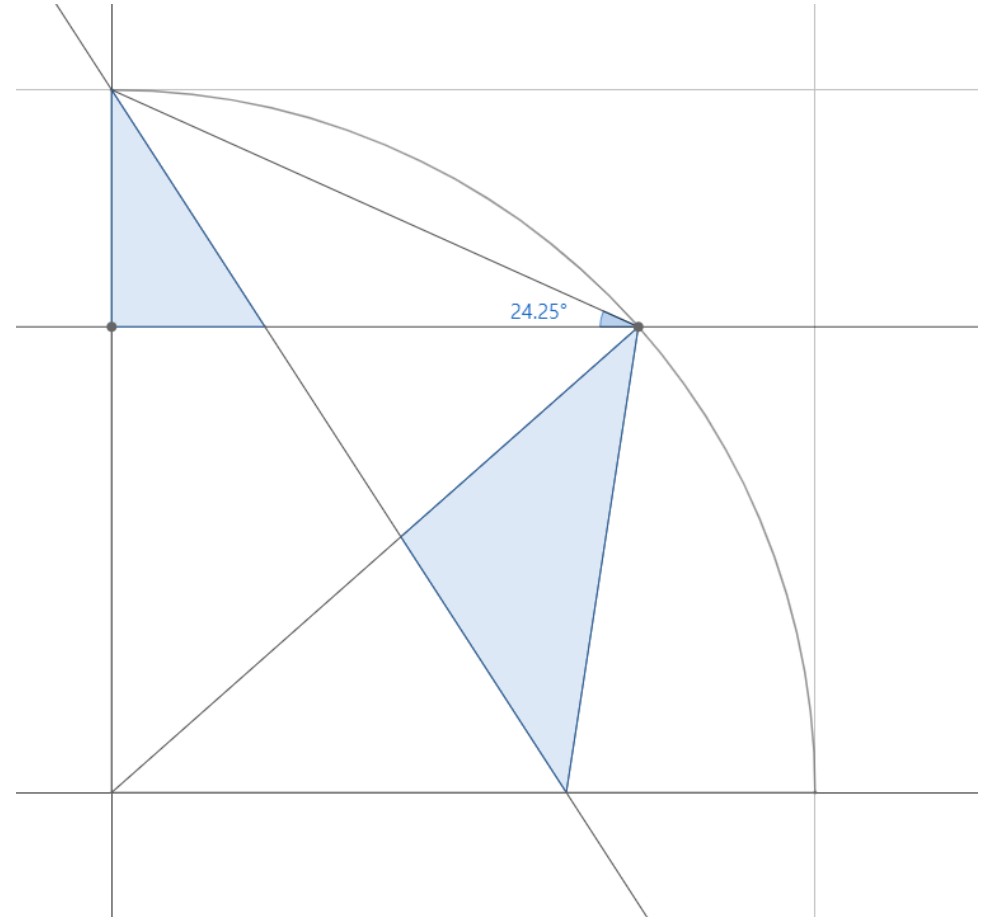


- 문제에서 준 조건대로 작도 후 극한 값을 유추해보자.
- $\frac{0}{0}$ 꼴 이므로 최대한 0에 가깝게 하여 근삿값을 구해야 한다.

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

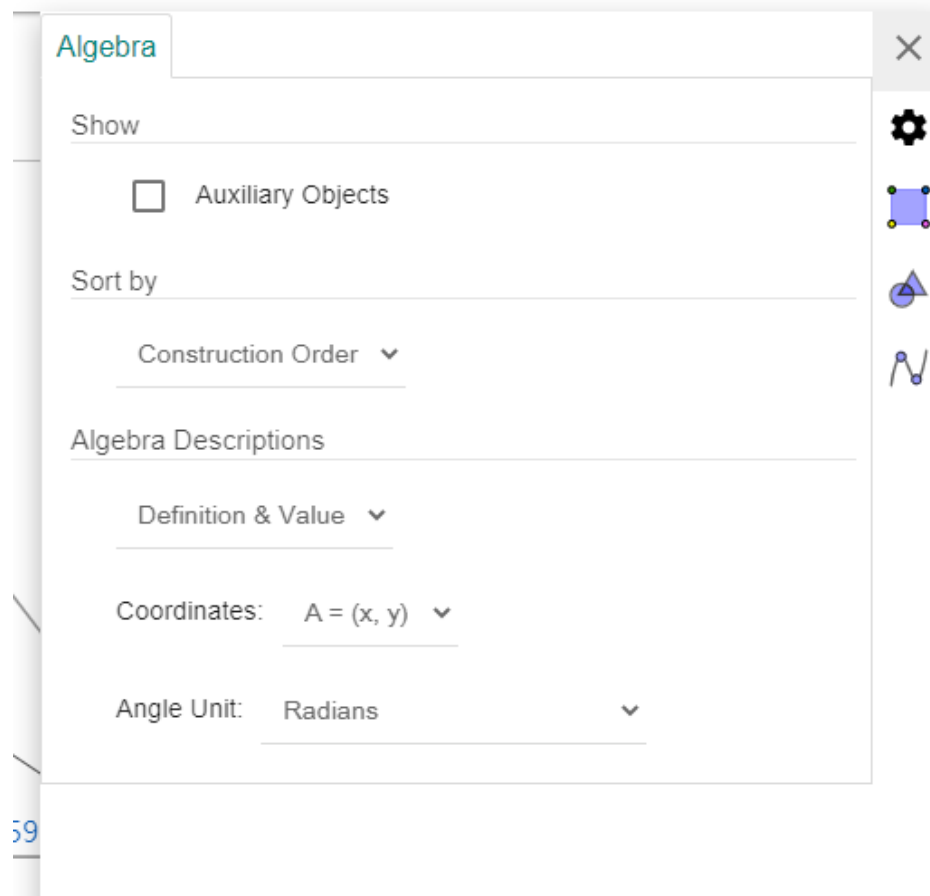
고3 6월 모의고사 29번

- 문제에서 주어진 대로 그려보자.
- P점을 움직여서 제대로 동작하는 지도 확인



고3 6월 모의고사 29번

- 라디안 각도로 변경하여 올바른 결과 나오도록 함.



고3 6월 모의고사 29번

- 점 P의 설정에 들어가서
- Algebra(대수) 탭에서 애니메이션 속도를 매우 작게 설정
- 반복을 Decreasing으로 설정
- 이렇게 하게 되면 점P를 매우 서서히 움직여 근사값을 확인할 수 있습니다.

Basic	Color	Style	Advanced	Algebra	Scripting
-------	-------	-------	----------	---------	-----------

Coordinates: Cartesian Coordinates ▼

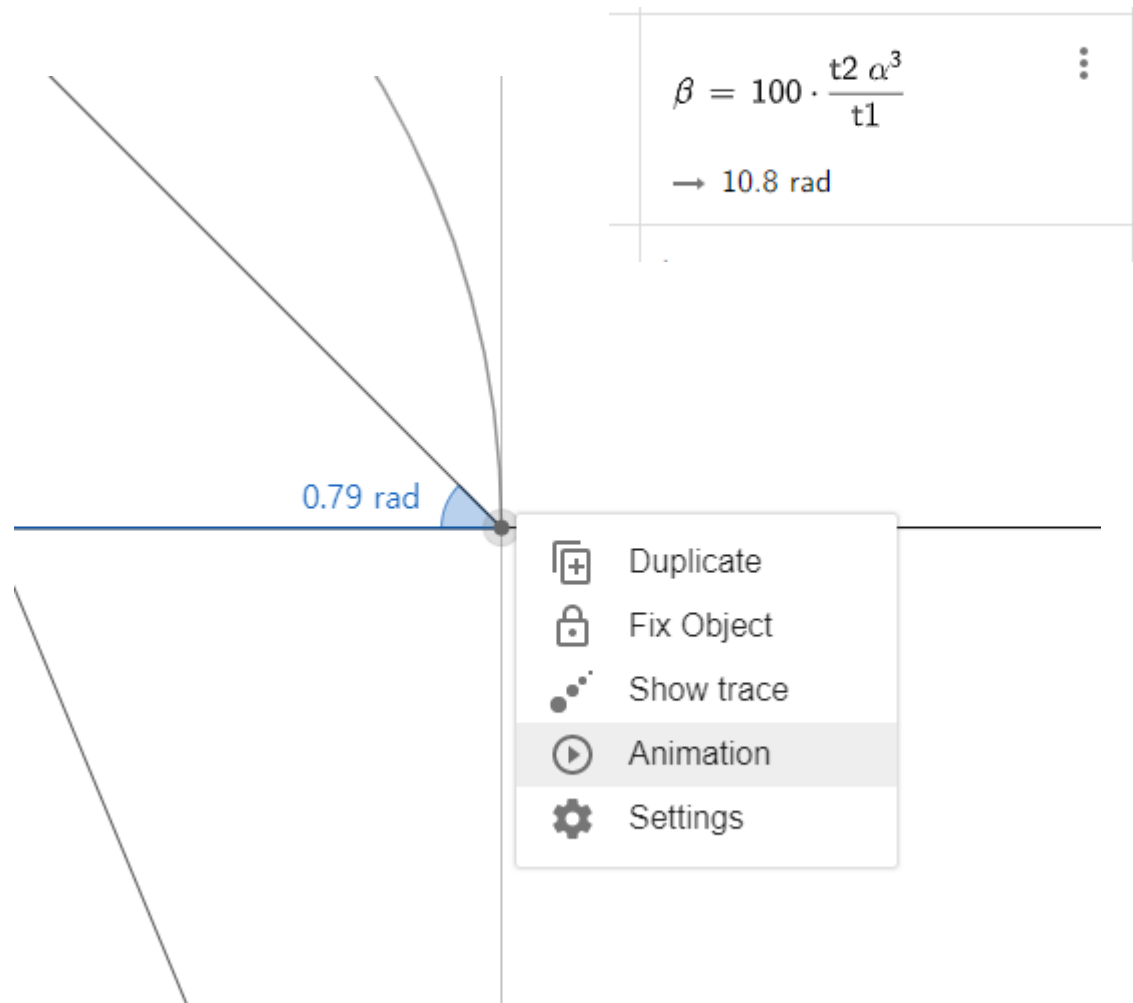
Speed
0.00001

Repeat
↔ Decreasing ▼

Increment
1

고3 6월 모의고사 29번

- 문제에서 요구하는 식을 만들고
- 점 P를 맨 아래로 둔 뒤 점 P에 애니메이션을 걸면 맨 위로 넘어가면서 근사값을 바로 확인 할 수 있습니다.



마치면서

- 직접적으로 답이 나오게 할 수 없는 경우가 더 많음
 - 답을 구하는 것보다 답을 구하는 과정을 관찰하고 시뮬레이션 해보자
 - 손으로 직접 만들고 눈으로 볼 수록 수학적 사고력이 늘어난다
 - 어려운 문제들을 직접 그래프, 그림을 그려보면서 생각하고 연습하자
-
- 다양한 공학적 도구(SageMath, Matlab, R, Spss 등)은 실제 현장에서 이미 많이 사용되고 있다.
 - 수학적으로 풀어나가는 방법을 안다면 계산은 직접 도구가 해주는 것이 현장. '무엇으로 어떻게 풀까?' 가 더 중요