

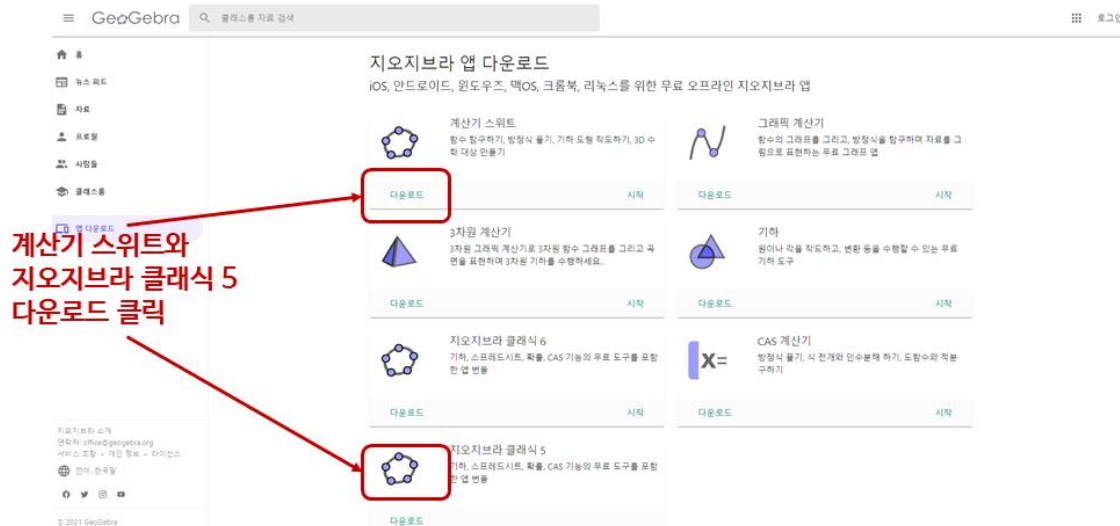
수업과 문제출제를 돕는 지오지브라 고급 기술

강사: 차형준

목차

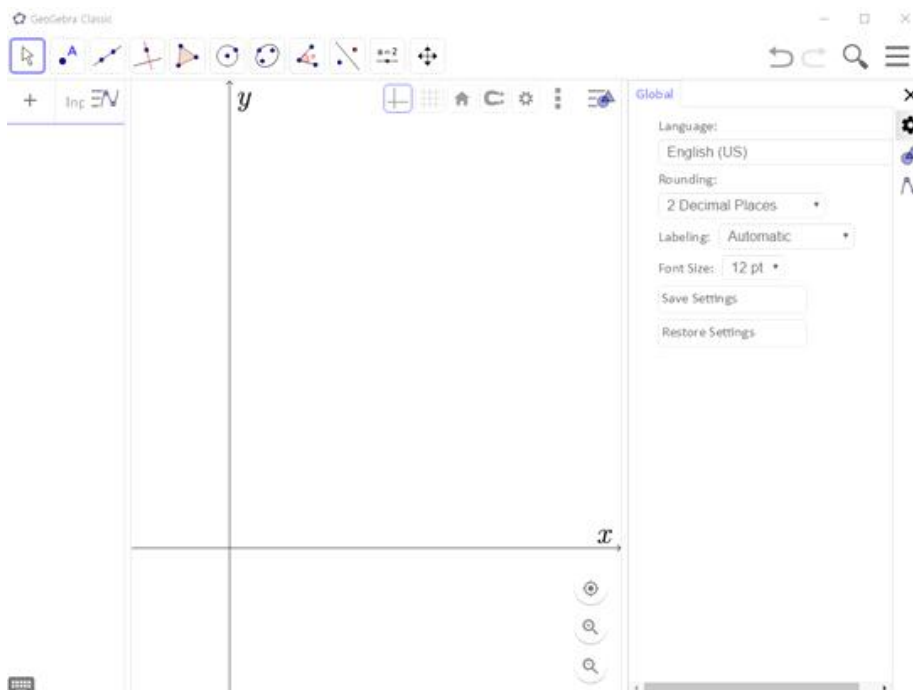
1. 지오지브라 설치
2. 지오지브라 설정 저장법
3. 지오지브라 기본 디자인 설정하기(출제를 위한 디자인)
4. 기본 툴 사용법
5. 텍스트 200%활용법 - LaTeX와 StartingPt
6. 3D모드 다루기 & 입체도형 그리기
7. 지오지브라 Algebra와 명령어 사용법
8. 도함수와 원시함수 그리기
- 9.ダイナ믹하게 함수로 둘러싸인 면적 그리기
10. 매개변수함수 그리기
11. 그래프로 수열/배열 만들기
12. 막대그래프 그리기
13. 배열을 만드는 다양한 방법
14. If문으로 그래프 그리기
15. 작도를 이용한 자취 그리기
16. 슬라이드바로 도형 움직이기
17. 움직인 자취를 트레이스 없이 나타내기
18. 다양한 도형의 사이클로이드 애니메이션
19. 지오지브라 스크립트와 버튼
20. 지오지브라 스크립트로 확률 실험 만들기
21. 출제용 이미지 다운받기
22. 마치며

1. 지오지브라 설치



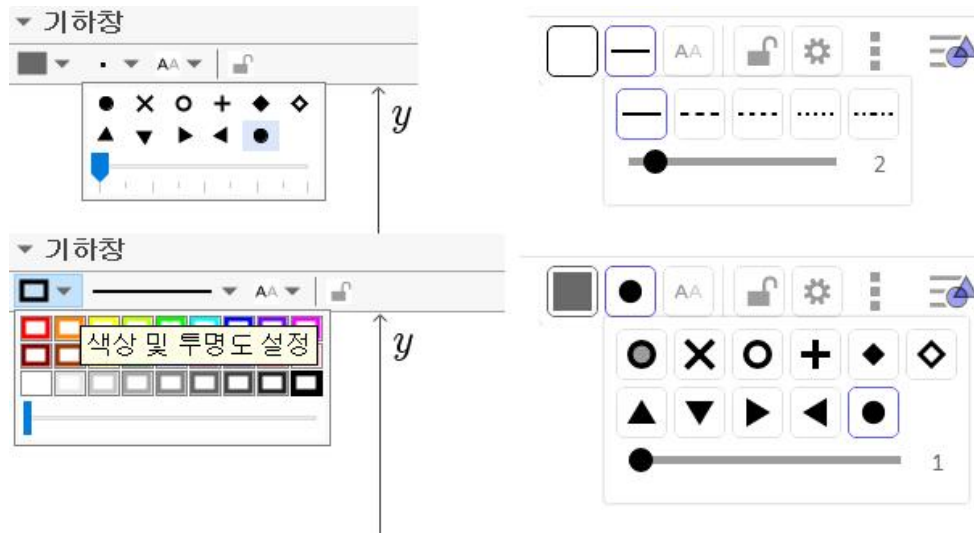
- 새로 출시된 계산기 스위트가 가장 다루기 편리합니다.
- 동시에 지오지브라 클래식을 설치하는 이유는 계산기 스위트에서는 기본 설정을 변경 할 수 없기 때문입니다.

2. 지오지브라 설정 저장법



- 지오지브라는 영어로 사용하는 것이 좋습니다. 한글은 버그가 많기 때문입니다.
- 설정 저장법: 우측 상단 메뉴 → Setting → Save Setting
- 설정을 초기화 하고 싶을 때는 동일메뉴에서 Restore Setting으로 초기화 가능합니다.
- 지오지브라 클래식 5, 6에서만 가능합니다.
- 이미 그려놓은 점, 직선 등에서 변경한 것은 적용되지 않습니다.

3. 지오지브라 기본 디자인 설정하기(출제를 위한 디자인)









지오지브라 클래식5(왼쪽), 지오지브라 클래식6(오른쪽)

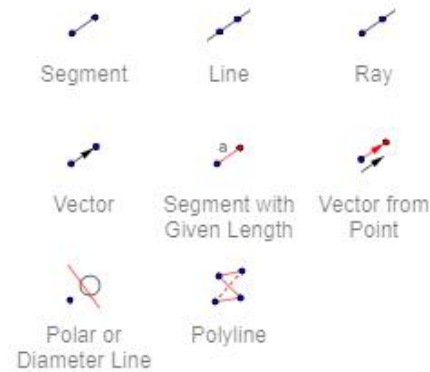
- 계산기 스위트에서는 점, 선, 면의 기본 형태를 바꿀 수 없습니다.
- 지오지브라 클래식 5나 6을 이용해 바꾼 뒤 설정을 저장한 뒤 계산기 스위트에서 불러와 바꾸는 방법을 사용합니다.
- 이미 그려진 오브젝트의 설정은 바꾸어도 기본 값이 바뀌지 않습니다.
- 반드시 기본 툴 선택만으로 뜨는 설정으로 바뀌어야 합니다.
- 문제 출제에 어울리는 디자인으로 바꾼 저장파일 링크: <https://www.geogebra.org/m/tc93jipgb>

4. 지오지브라 기본 툴 사용하기

- More 버튼을 누르면 더 많은 메뉴를 볼 수 있습니다.

툴 종류	설명
<p>Basic Tools</p>  Move  Point  Slider	<ul style="list-style-type: none"> • Move: 화면, 오브젝트 이동. 다른 도구를 사용한 뒤 이 버튼으로 돌아오는 것이 좋다. • Point: 점 생성 버튼 • Intersect: 직선 도형 등의 교차점 생성 • Extremum: 함수의 극값을 점으로 생성 • Roots: 함수의 근을 점으로 생성 • Best Fit Line: 선택한 점들의 회귀직선 생성
<p>Points</p>  Point  Intersect  Point on Object	<ul style="list-style-type: none"> • Point on Object: 곡선 위에 점을 생성합니다. 도형 위에서만 움직이게 됩니다. • Attach/Detach Point: 곡선에 점을 붙이거나 도형에서 점을 뗍니다. • 복소수 좌표 메뉴, 점으로 리스트를 생성하는 메뉴도 있습니다.

Lines



- Segment: 선분을 그립니다.
- Line: 직선을 그립니다.
- Ray: 반직선을 그립니다.
- Vector: 시점, 종점으로 벡터를 그립니다.
- Segment with Given Length: 길이가 정해 선분을 그립니다. 길이는 숫자 또는 기존의 선분에서 따올 수 있습니다. 이때 끝점의 자취는 원을 그리게 됩니다.
- Vector from Point: 점과 기존의 벡터를 선택해 평행하고 크기가 같은 벡터를 그립니다.
- Polar or Diameter Line: 2차곡선과 점을 선택하면 **극선**을 그립니다. 2차곡선과 직선 또는 벡터를 선택하면 **켈레지름**(원에 서는 수직이등분선)을 그립니다.
- Polyline: 꺾인 선분을 그립니다.

Polygons



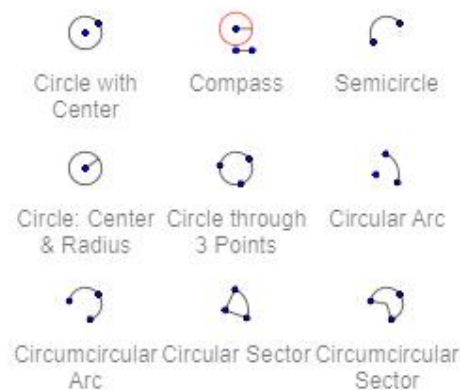
- Polygon: 다각형을 그립니다.
- Regular Polygon: 선분을 한 변으로 하는 정다각형을 그립니다. 그린 방향(시계, 반시계)을 따라 나머지 점이 찍힙니다.
- Vector Polygon: 처음에 찍은 점을 시점으로 이웃한 점을 종점으로 하는 벡터로 이루어진 다각형을 그립니다.
- Rigid Polygon: 처음에 찍은 점을 기준으로 도형 전체가 평행이동, 회전, 대칭 하는 다각형을 그립니다.

Conics

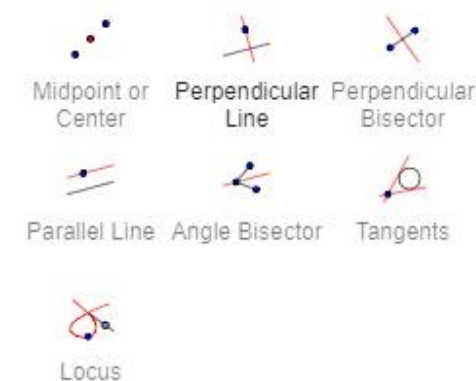


- Ellipse: 초점과 곡선 위 한 점으로 타원을 그립니다.
- Conic through 5 Point: 5개의 점으로 2차 곡선을 그립니다.
- Parabola : 준선과 초점으로 포물선을 그립니다.
- Hyperbola : 초점과 곡선 위 한 점으로 쌍곡선을 그립니다.

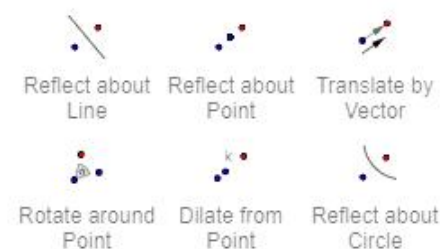
Circles








Construct



Transform



- Circle with Center: 중심과 한 점으로 원을 그립니다. 두 번째 점이 반지름을 결정합니다.
- Compass: 중심을 선택한 후 선택한 선분을 반지름으로 하는 원을 그립니다.
- Semi circle: 지름의 양끝 점을 찍어 반 원을 그립니다.
- Circle Center&Radius: 중심과 반지름의 길이가 있는 원을 그립니다.
- Circle trough 3 point: 3점을 지나는 원을 그립니다.
- Circular Arc: 중심과 양 끝점을 찍어 호를 그립니다.
- Circumcircular Arc: 세 점을 찍어 호를 그립니다. 길이표시를 할 때 유용합니다.
- Circular Sector: 중심 양 끝점을 찍어 부채꼴을 그립니다.
- Circumcircular Sector: 호 위의 세 점을 찍어 부채꼴을 그립니다.
- Midpoint or Center: 중점을 찾아 찍어 줍니다. 두 점 혹은 선분 등에 사용할 수 있습니다.
- Perpendicular Line: 한 점 그리고 직선 (또는 선분)을 선택해 수직선을 그립니다.
- Perpendicular Bisector: 선분 혹은 두 점의 수직 이등분선을 그립니다.
- Parallel Line: 평행선을 그립니다.
- Angle Bisector: 각의 이등분선을 그립니다.
- Tangents: 접선을 그립니다. 곡선 위, 곡선 밖 점에서 그은 접선 모두 가능합니다.
- Locus: 자취를 그립니다. 움직이는 점과 자취를 그리는 점을 클릭하면 됩니다.
- Reflect about Line: 선대칭
- Reflect about Point: 점대칭
- Translate by Vector: 벡터로 평행이동
- Rotate around Point: 점을 기준으로 회전
- Dilate from Point: 점을 기준으로 확대
- Reflect about Circle: 원에 대한 반전사상을 그립니다.

<p>Measure</p>  <p>Angle</p>  <p>Distance or Length</p>  <p>Area</p>  <p>Angle with Given Size</p>  <p>Slope</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Angle: 각을 그릴 때 씁니다. 반시계 방향으로 각이 생기며 시점, 중심, 종점 순으로 그립니다. • Distance or Length: 선분의 길이를 잽니다. • Area: 둘러싸인 면적의 넓이를 구해줍니다. • Angle with Given Size: 주어진 각도로 점을 찍어줍니다. • Slope: 기울기를 잽니다.
---	---

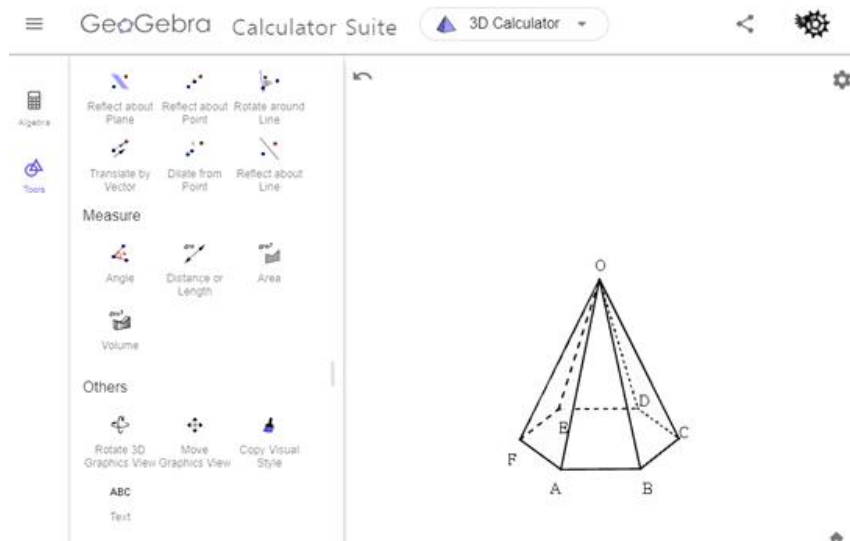
5. 텍스트 200%활용법 - LaTeX와 Starting Position

- 지오지브라는 모든 텍스트에 LaTeX 수식을 사용할 수 있습니다.
- \$\$ 사이에 값을 적으면 어디서나 적용됩니다. 캡션 등에도 적용 가능합니다.
- \로 명령어 시작합니다.
- 캡션 안에서 흔히 쓰는 기울임꼴 x, y 등으로 적용하고 싶다면 `\mathit{}` 안에 넣으면 된다.
- [LaTeX수식편집기 링크](#) : 원하는 수식 명령어를 모를 때 사용하면 좋습니다.
- 텍스트에서 Position탭에서 Starting Point를 지정하면 그 점을 따라다닙니다.

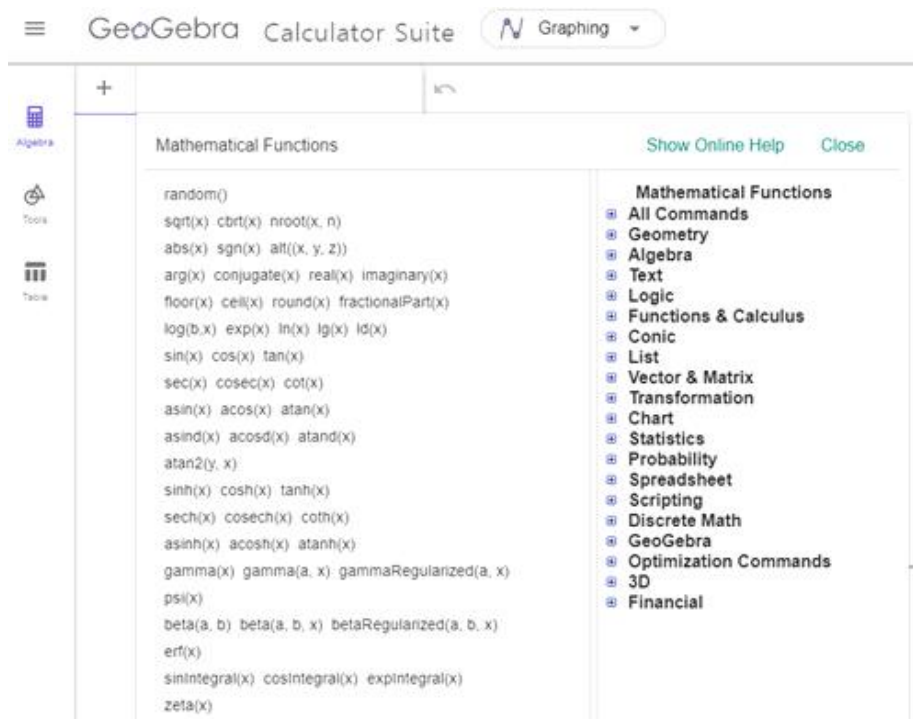


6. 3D모드 다루기 & 입체도형 그리기

- 도형을 그릴 때 클릭 후 드래그하면 Z축 이동 가능
- Tools > More > Others 를 이용하면 이동이 편리
- 실제 출제를 위해 그렸던 자료: <https://www.geogebra.org/m/kuypnkdy>
- 또다른 예제 링크: <https://www.geogebra.org/m/wpt84qby>

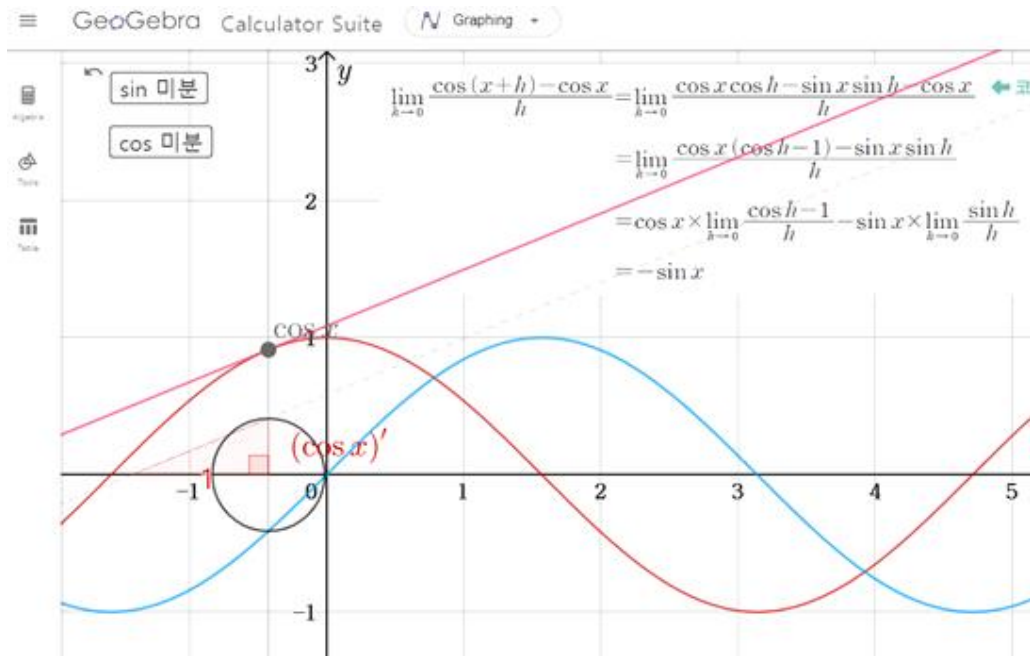


7. 지오지브라 Algebra와 명령어 사용법



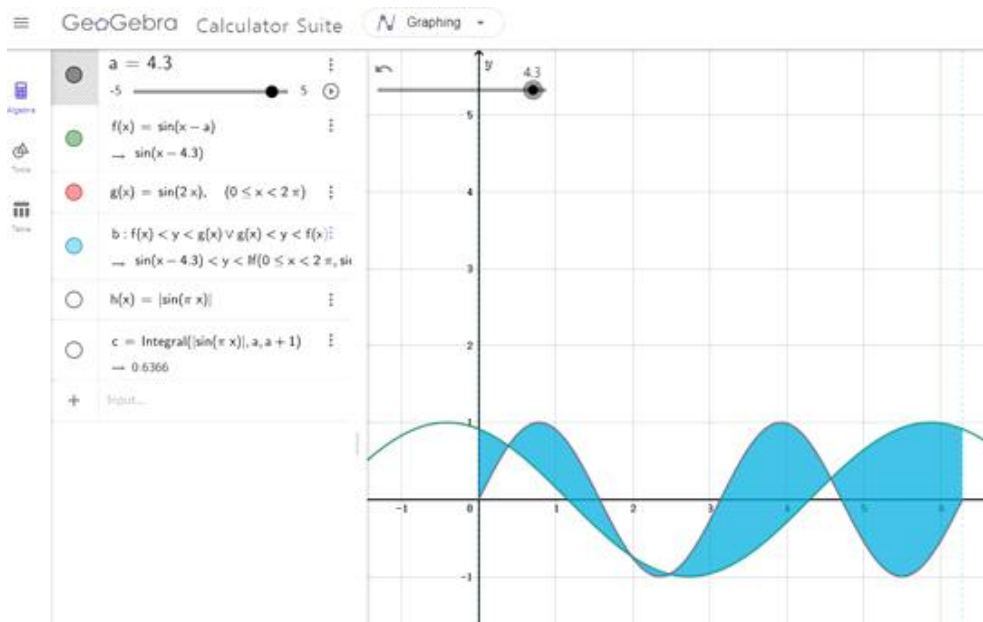
- Algebra > + > Help 를 이용하면 명령어들을 찾아서 쓸 수 있습니다.
- 영어로 된 수학 용어가 생각나지 않으실 땐: [대한수학회 수학 용어 사전](#)
- 기본적으로 명령어(오브젝트 or 변수) 꼴로 작성합니다.
- 강의에 추천해 드린 도서에 상세히 설명돼 있습니다.
- Algebra창에서 Ctrl이나 Shift키를 누르고 클릭하면 여러 개를 클릭 가능
- 여러 개 선택 시 Del이 아닌 Backspace로 지울 수 있습니다.

8. 도함수와 원시함수 그리기



- Help의 Function & Calculus를 모두 살펴보세요.
- 도함수 구하기: Derivative(함수)
- 부정적분 구하기: Integral(함수)
- Integral이 잘 작동하지 않는다면 Nintegral로 시도해보세요.
- 음함수를 제외한 모든 곡선에서 가능합니다. (매개변수 함수도 가능)

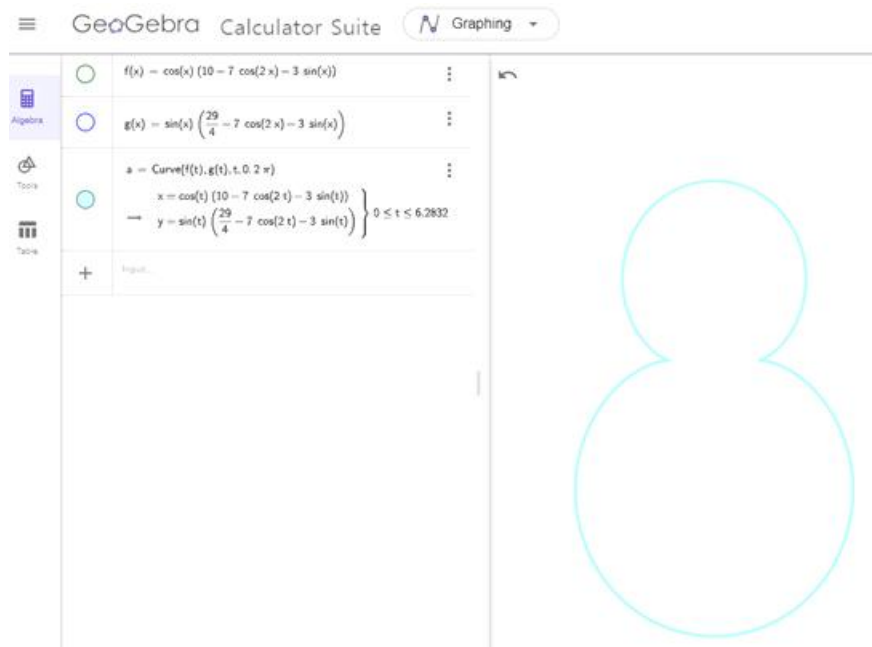
9. 다이내믹하게 함수로 둘러싸인 면적 그리기



- Integral(함수,구간시간,구간끝)을 이용하면 구간을 색칠해주고 값도 계산합니다.

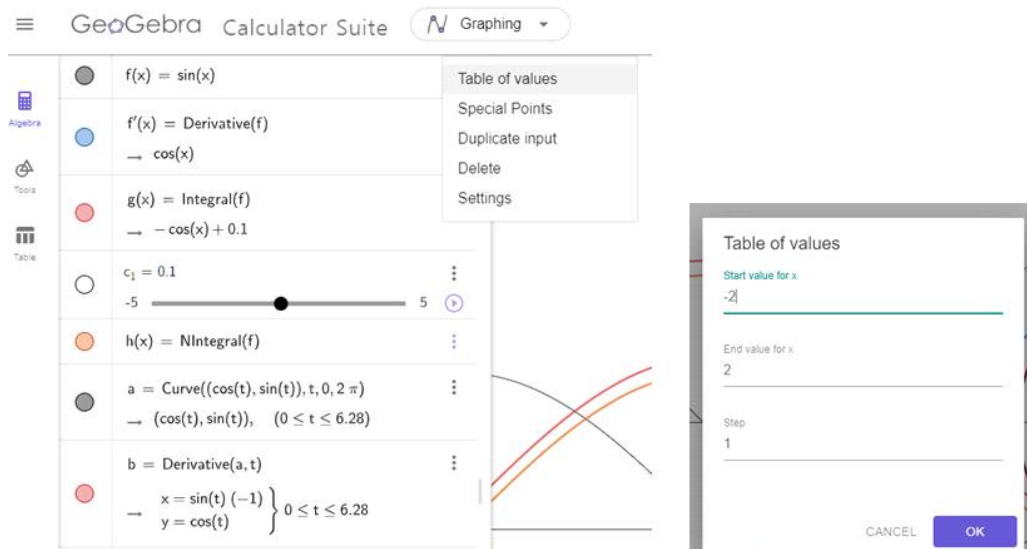
- 슬라이드 변수를 활용해 적분 값의 범위를 주면 특정 범위만 색칠할 수 있습니다.
- 부등식의 영역을 활용해 칠할 수도 있습니다.
- And 는 && Or는 ||로 작성 가능합니다.
- 예제 링크: <https://www.geogebra.org/m/c6hk5pyv>

10. 매개변수함수 그리기



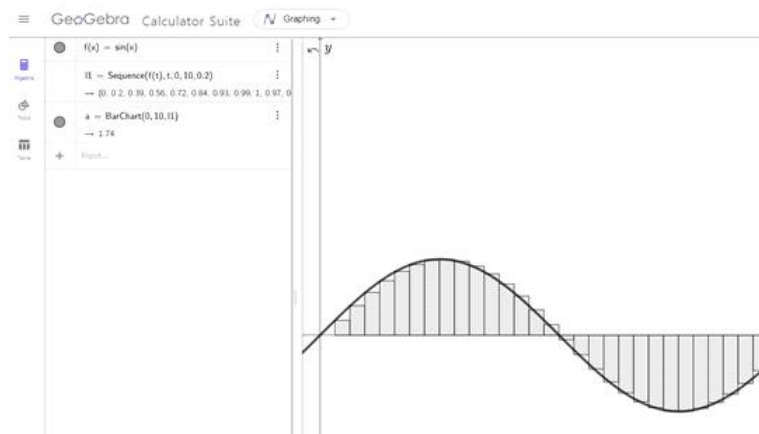
- Curve(식1, 식2, 매개변수, 시작범위, 끝범위) 꼴로 작성합니다.
- x, y 에 대한 함수를 따로 작성 후 매개변수를 대입해 넣어도 됩니다.
- 예제 링크1: <https://www.geogebra.org/m/nrbgmrwv>
- 예제 링크2: <https://www.geogebra.org/m/prpvnmcz>

11. 그래프로 수열/배열 만들기



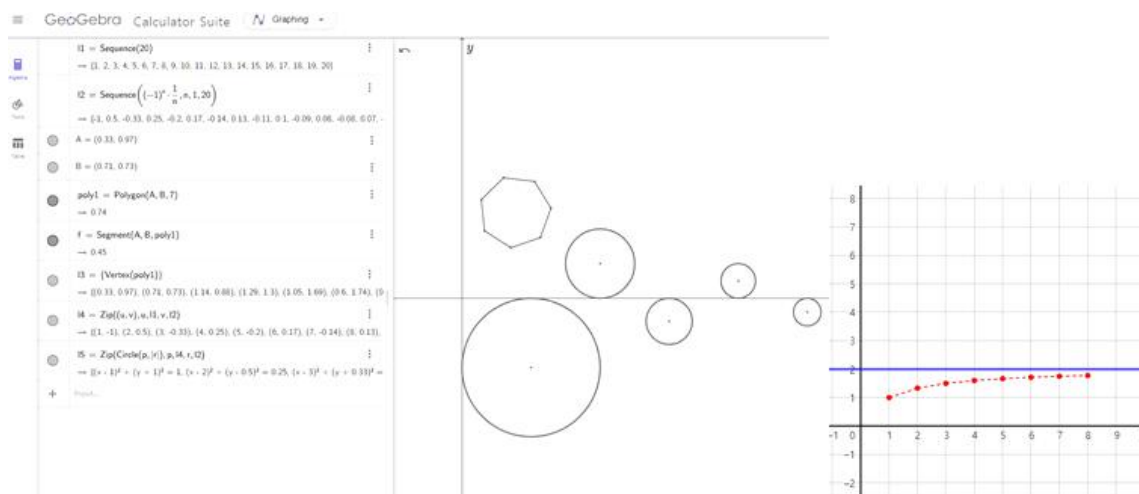
- 원하는 그래프 오른쪽의 ... 버튼 클릭 > Table of Values 선택
- 시작값, 끝값, 간격을 작성하면 수열을 이루는 점들이 나타납니다.
- Table에서 한 점 한 점 수정 가능합니다.
- Sequence(표현식, 변수, 시작, 끝) 이용하면 배열을 만들 수 있습니다.
- Sequence로 만들었을 때가 더 활용하기 더 좋습니다.
- Sequence의 끝 값을 슬라이더로 주면 순차적으로 그려지는 수열을 표현할 수 있습니다.

12. 막대그래프 그리기



- 정적분 정의를 위한 막대그래프 그리는 방법
- Sequence(함수, 변수, 시작 값, 끝 값, 간격) 이용 BarChart(시작 값, 끝 값, 높이 값 배열)에 생성한 배열을 넣습니다.
- 간격을 슬라이드 변수로 하면 간격을 좁힐 수 있습니다.
- 시작 값이나 끝 값을 슬라이드 변수로 하면 자유롭게 범위 변환이 가능합니다.
- RectangleSum(함수, 시작 값, 끝 값, 사각형의 개수, 사각형의 시작점)을 사용하면 더 쉽게 그릴 수 있습니다.
- Sequence를 사용하는 이유는 1변수 함수 형태가 아닐 때도 그릴 수 있기 때문입니다.

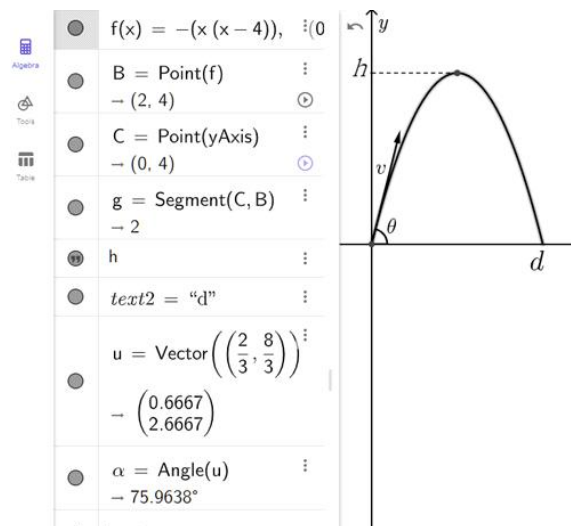
13. 배열을 만드는 다양한 방법



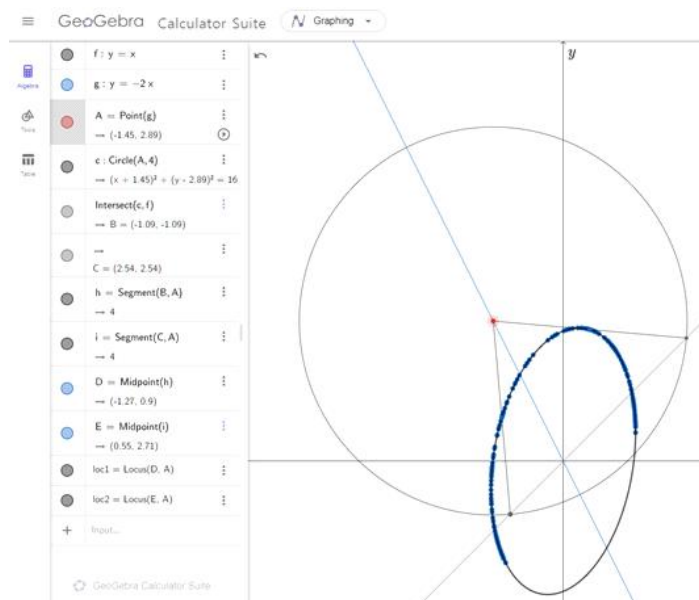
- 값이 여러 개 나오는 함수는 {}(중괄호)로 감싸면 배열이 됩니다.
- 예: {Vertex(도형)}
- Zip을 이용하면 여러 배열을 특정 명령어나 수식으로 합칠 수 있습니다.
- 예: Zip((u,v), u, l1, v, l2)
Zip(circle(p,r), p, l1, r, l2)
- Zip을 활용하면 수열을 점으로 나타내고 그 사이를 선분으로 잇는 것이 가능합니다.
- 예제 링크: <https://www.geogebra.org/m/cfdvn4a6>

14. If문으로 그래프 그리기

- If문으로 일부 구간에서만 그래프 나타내기가 가능합니다.
- If(조건, 참일때 값 [, 거짓일때 값]) 형태로 사용합니다.



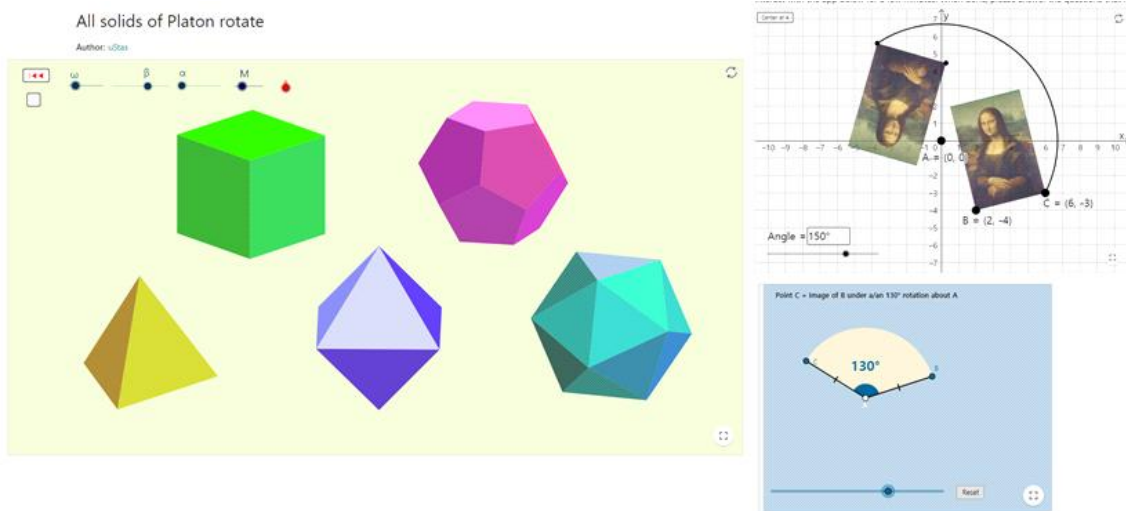
15. 작도를 이용한 자취 그리기



- 작도를 잘 이용하면 원하는 형태의 움직임을 만들 수 있습니다.

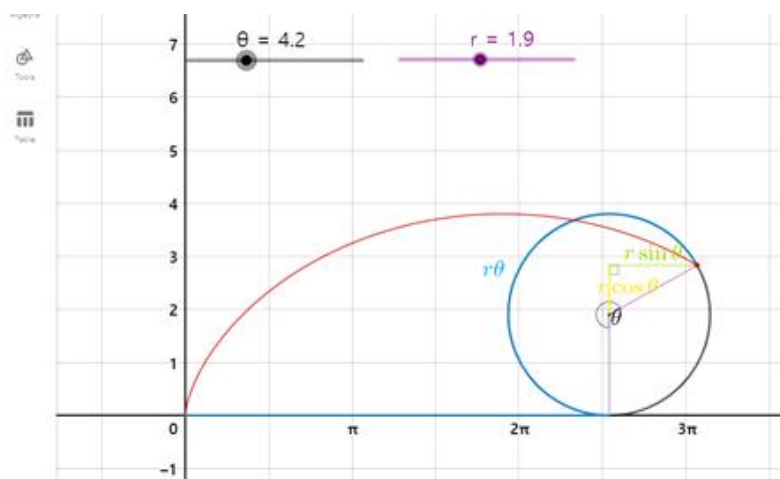
- 예를 들어 각도로 벽에 기댄 막대의 중점이 그리는 자취 등을 그릴 수 있습니다.
- Locus(자취를 그리는 점, 움직이는 점)으로 자취를 트레이스 없이 그려낼 수 있습니다.
- Locus는 각도로 그렸을 때만 잘 작동합니다.
- 예제 링크: <https://www.geogebra.org/m/hxu6gdtj>

16. 슬라이드바로 도형 움직이기



- 슬라이드 값을 매개변수로 점을 나타낸 뒤 수식을 직접 작성해서 움직일 수 있습니다.
- 슬라이드 값으로 폴리곤, 리지드 폴리곤, 원 등을 평행이동, 회전시킬 수도 있습니다.
- 회전: Rotate(도형, 각도, 기준점)
- 평행이동: Translate(도형, 벡터)
- 예제 링크1: <https://www.geogebra.org/m/qsphdvcv>
- 예제 링크2: <https://www.geogebra.org/m/xwubzdxs>

17. 움직인 자취를 트레이스 없이 나타내기

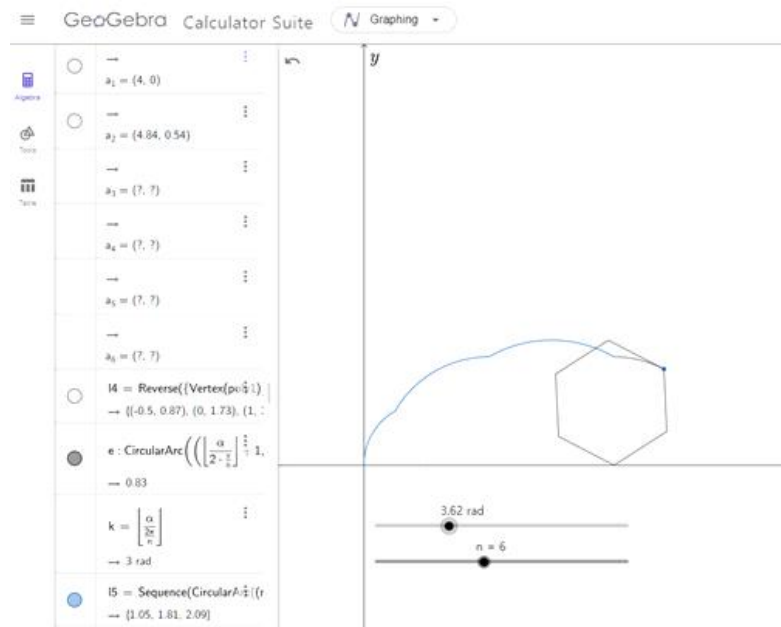


- 움직이면서 매끈하게 그려지게 하려면 자취의 방정식을 직접 구해야 합니다.
- If문으로 범위가 있는 함수 그리기
 - 범위 내에 슬라이드 값을 추가하기

→ 슬라이드를 움직여 움직인 만큼만 자취를 그리기

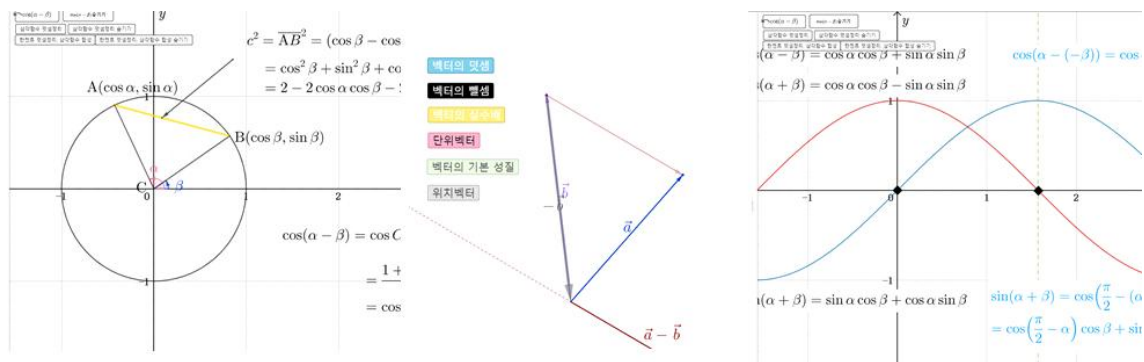
- 사이클로이드 예시 링크: <https://www.geogebra.org/m/da9buf68>

18. 함께 생각해보기: 다양한 도형의 사이클로이드 애니메이션



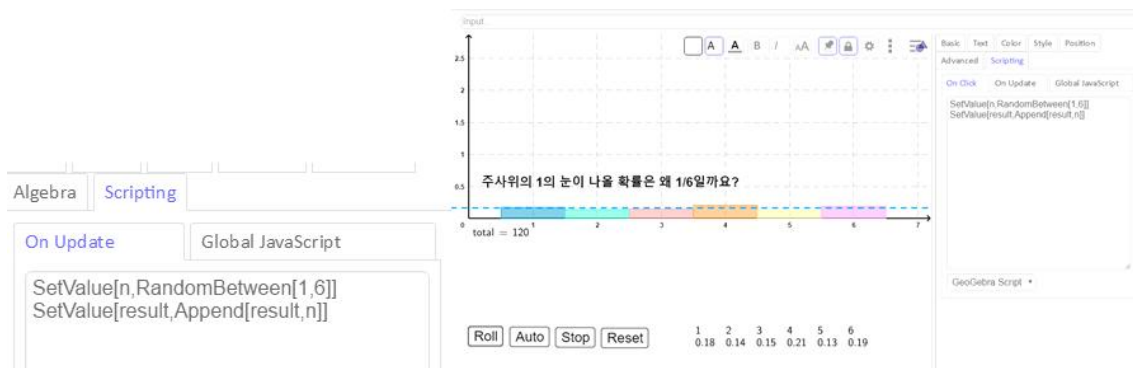
- 사각형으로 사이클로이드를 그려볼 수 있습니다.
- 정다각형 Polygon(점1, 점2, 변의 수)을 이용합니다.
- 원점의 궤적을 그리는 방법은 무엇일까요?
- N각형으로 확장해봅시다.
- 현재 방법의 문제점은 무엇일까요?
- 더 좋은 방법은 없을지 의견을 나누어봅시다.
- 완성 예제 링크: <https://www.geogebra.org/m/ky3htnvx>
- 학생들에게 지오지브라의 기능을 가르쳐 주시고 이런 것을 과제로 내주시면 그것이 바로 언플러그드 코딩 수학이 됩니다.

19. 지오지브라 스크립트와 버튼



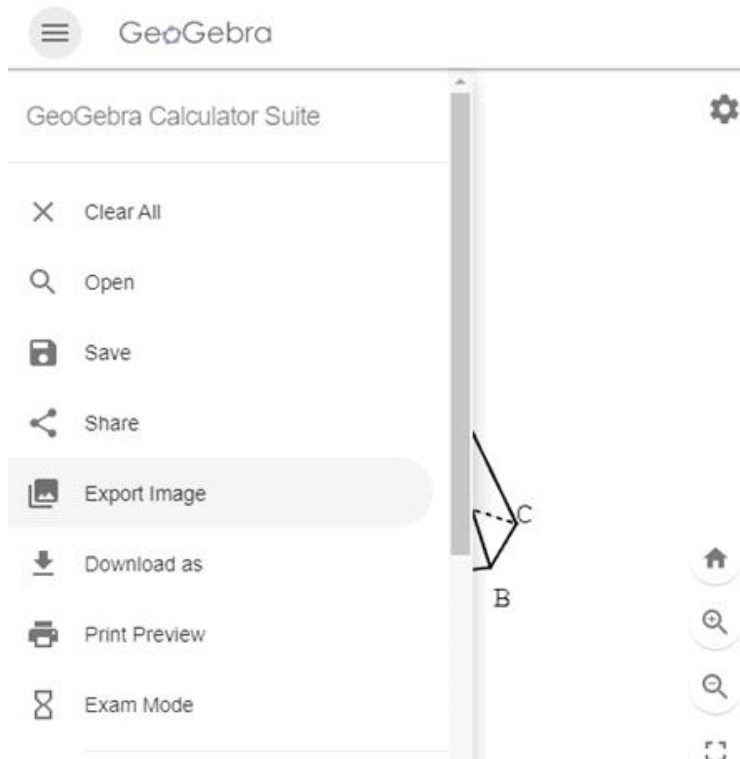
- Layer와 버튼으로 ShowLayer, HideLayer로 한 파일 안에 두 가지 내용 담을 수 있습니다.
 - 토글 버튼(bool)과 SetValue(대상,저장할 값)로 특정 내용을 끄고 켜는 버튼을 만들 수 있습니다.
 - 버튼 스크립트의 StartAnimation으로 애니메이션 동작할 수 있습니다.
-
- 예제 링크1: <https://www.geogebra.org/m/ez3sbpz3>
 - 예제 링크2: <https://www.geogebra.org/m/znjnsnk7>

20. 지오지브라 스크립트로 확률 실험 만들기



- 배열, 버튼 스크립트 사용해 만들 수 있습니다. 다음과 같은 것이 사용되었습니다.
- RandomBetween[시작 수, 끝 수] : 랜덤 수를 뽑아주는 함수입니다.
- Append[배열, 값] : 배열에 추가하는 함수입니다.
- Countif(조건, 배열) : 배열 내 조건에 맞는 값의 개수를 세줍니다.
- TextTable : 배열로 표를 만들어 띄워줍니다.
- 주사위 자동 굴리기는 슬라이드에 onUpdate를 응용하여 슬라이드가 움직일 때마다 동작하도록 하였습니다.

21. Tip 출제용 이미지 다운받기



- 메뉴 > Export Image > Download를 사용
- 또는 Copy to ClipBoard 후 한글에 붙여 넣어도 됩니다.
- 보이는 대로 이미지로 저장되므로 화면사이즈와 그래프의 위치를 적절히 조정합니다.
- 이미지 화질이 떨어진다고 느껴질 경우 창 크기를 늘리고 확대하여 큰 상태에서 이미지를 추출하면 됩니다.

22. 마치며

- 2~3가지 빼고 모든 지오지브라 자료는 직접 제작하였습니다.
- <https://www.geogebra.org/materials>에서 다양한 훌륭한 자료들을 찾을 수 있습니다. 이번 강의를 통해 기존의 잘 만들어진 자료들이 어떻게 만들어졌는지 뜯어볼 수 있는 기술을 얻으셨다면 성공이라고 생각합니다.
- 코딩도 결국은 도구이고 좋은 코드를 짜기 위해서는 사고하는 능력이 필요합니다. 따라서 코딩을 잘하는 법보다는 좋은 코드를 짤 수 있는 수학적 사고력을 키워 주는 것이 수학교사만 할 수 있는 일이 아닐까 싶습니다. 그런면에서 단순히 프로그래밍 언어를 잘하는 수학교사보다는 프로그래밍에 들어간 절차적 알고리즘이나 Discrete한 수학적 원리를 이해시켜줄 수 있는 언플러그드 수업을 개발해주시는 선생님이 더 많아졌으면 좋겠습니다.
- 다음 시간에 이어서 인공지능에 들어간 수학적 원리를 고등학교 수준에 맞는 언플러그드 수업으로 재연해보겠습니다.