

지오지브라로 만드는 수학

〈지오지브라 고급 기술과 자취 그리기〉

차형준

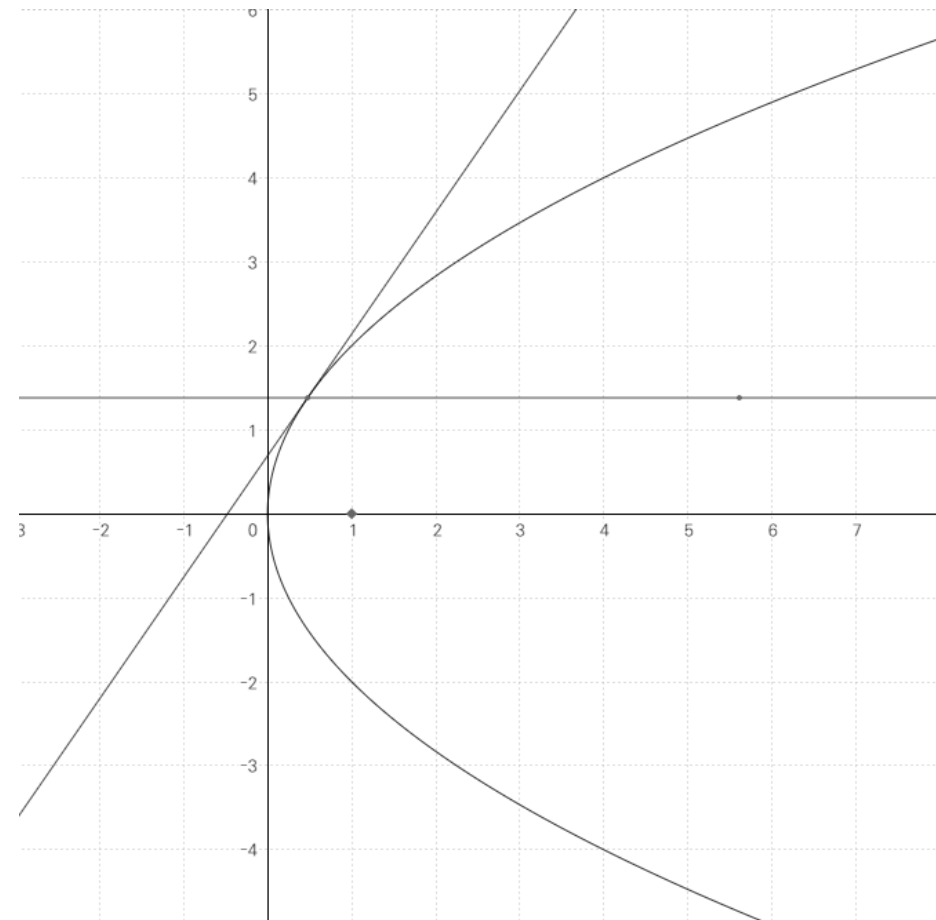
목차

1. 포물선의 준선과 수직인 직선의 반사
2. 매개변수 함수 그리기
- 3.ダイナ믹하게 둘러싸인 면적 그리기
4. 수열
5. 조건
6. 작도를 이용한 자취 그리기
7. 벽에 세운 막대기가 그리는 자취
8. 움직인 만큼만 그려지는 자취
9. 종이끈으로 그리는 타원
10. 이미지 다운 받기
11. 고급기술: 지오지브라 버튼과 스크립트

- 지오지브라로 다양한 작도에 도전!

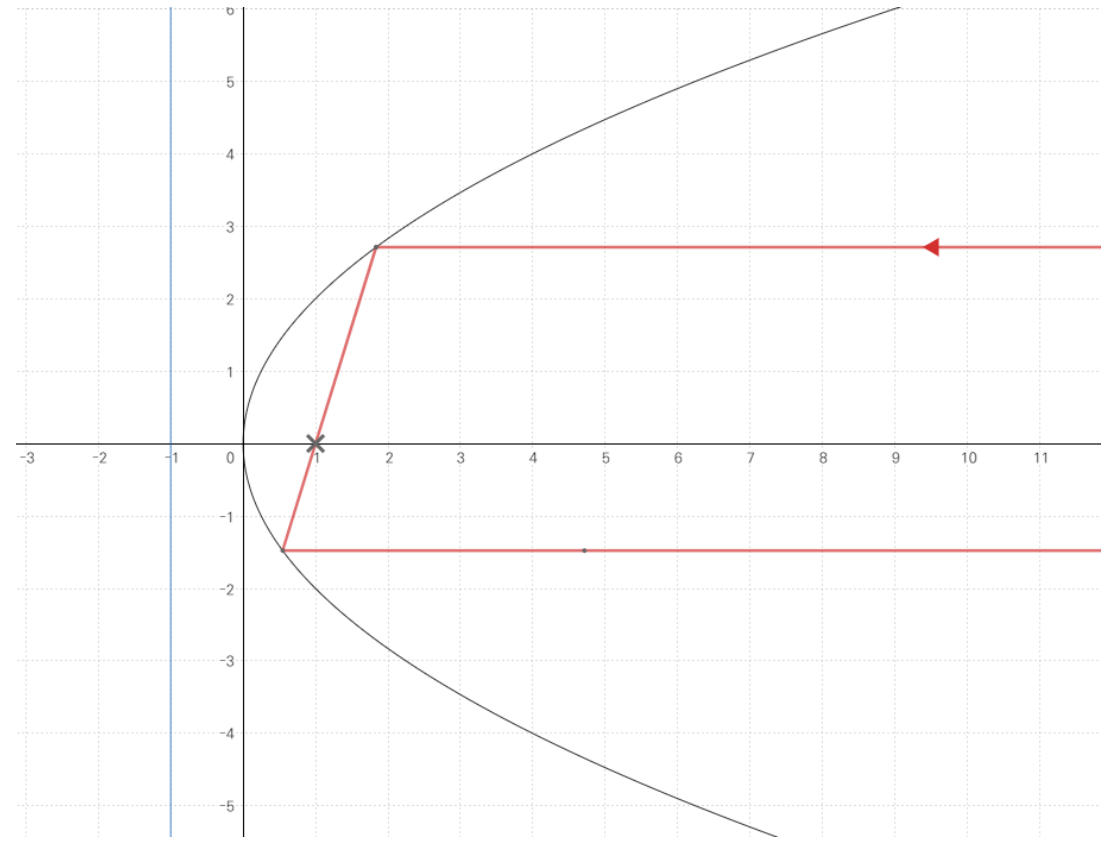
도전1. 포물선의 준선과 수직한 직선의 반사

1. p 를 슬라이드로 하는 $y^2 = 4px$ 꼴의 포물선 그리기
2. 준선과 초점 그리기
3. 준선과 수직인 직선을 그리기
(이때 직선은 x 축과 평행하게 움직여야된다.)
4. 직선을 그린 점을 크게 해서 움직이기 편하게 하기
5. 직선과 포물선이 만나는 교점 찍기.
6. 교점에서 접선 그리기



도전1. 포물선의 준선과 수직한 직선의 반사

7. 접선에 대해 직선을 대칭시키기
8. 같은 방법으로 한 번 더 대칭시키기
9. 교점으로부터 선분, 반직선 그리기
10. 선분, 반직선은 남기고 직선 숨기기
11. 움직여보기
12. 꾸미기

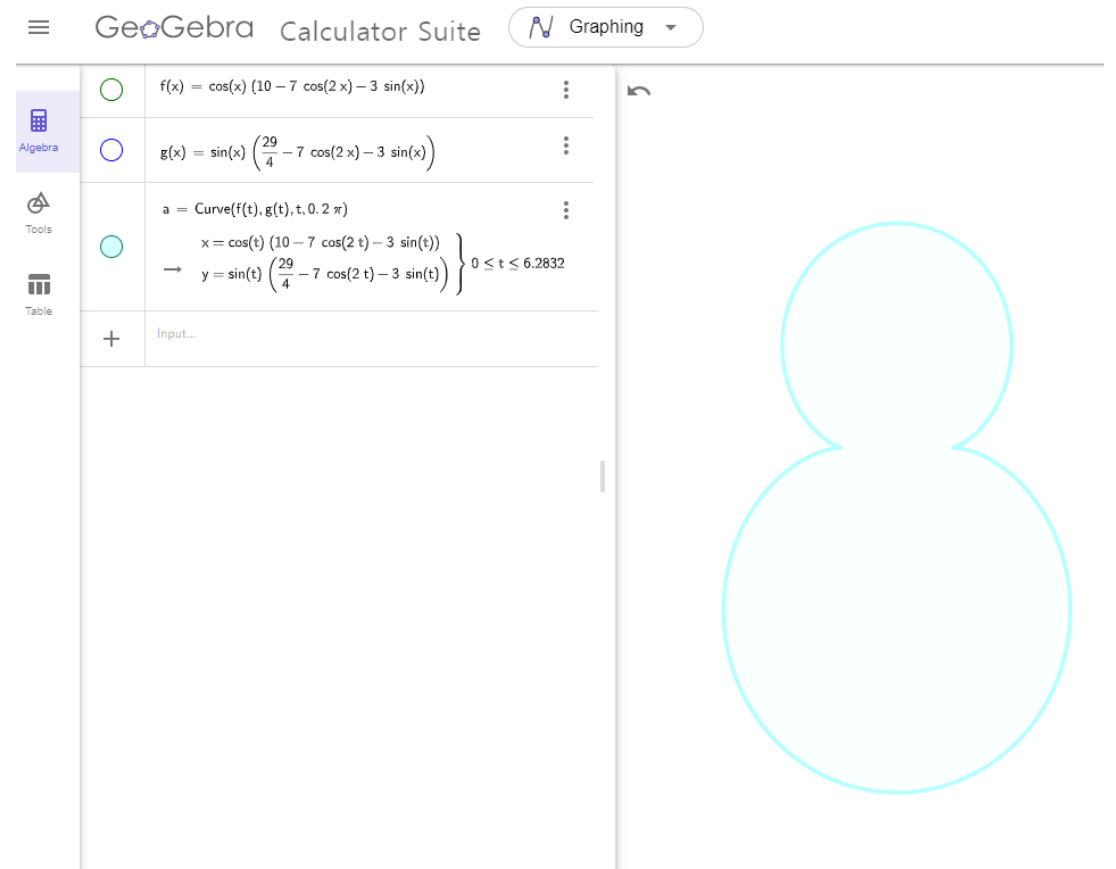


매개변수함수 그리기

- Curve(식1,식2,변수,시작범위,끝범위)
- x,y에 대한 함수를 각각 작성 후 넣어도 됩니다.

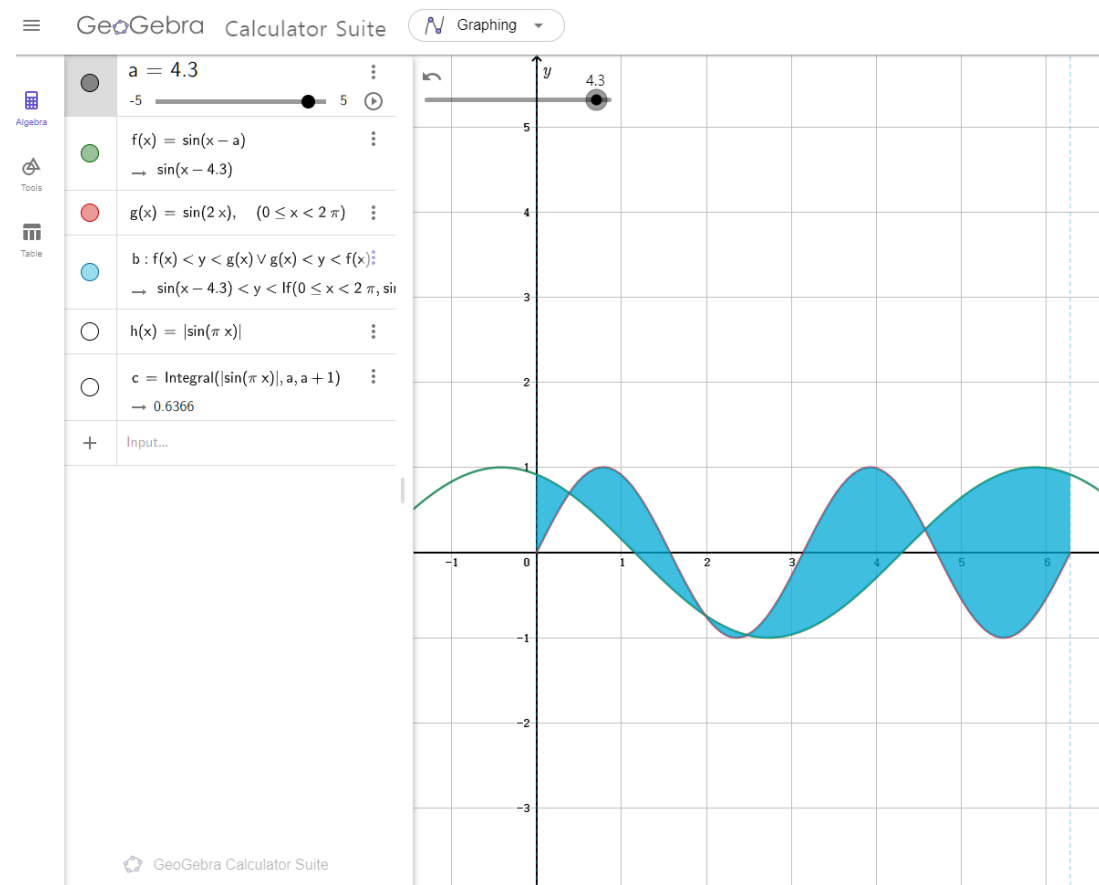
- [예제링크1](#)

- [예제링크2](#)



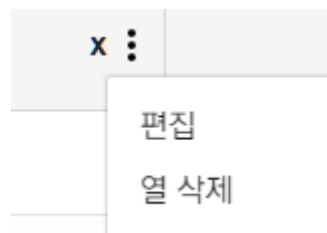
다이나믹하게 함수로 둘러싸인 면적 그리기

- [예제 링크](#)
- 적분(함수이름, 구간시간, 구간끝)을 이용하면 구간을 색칠해주고 값도 계산합니다.
- 슬라이드 변수를 활용해 적분 값의 범위를 주면 특정 범위만 색칠할 수 있습니다.
- 부등식의 영역을 활용
- And 는 && Or는 ||로 씁니다.



수열 만들기 - 표 활용하기

- 표 메뉴에서 ... 클릭



- 편집을 눌러 x의 간격을 정해 생성
- 대수에서 함수를 만들고 대응표 선택



대응표

x의 시작값
-2.0

x의 끝값
2.0

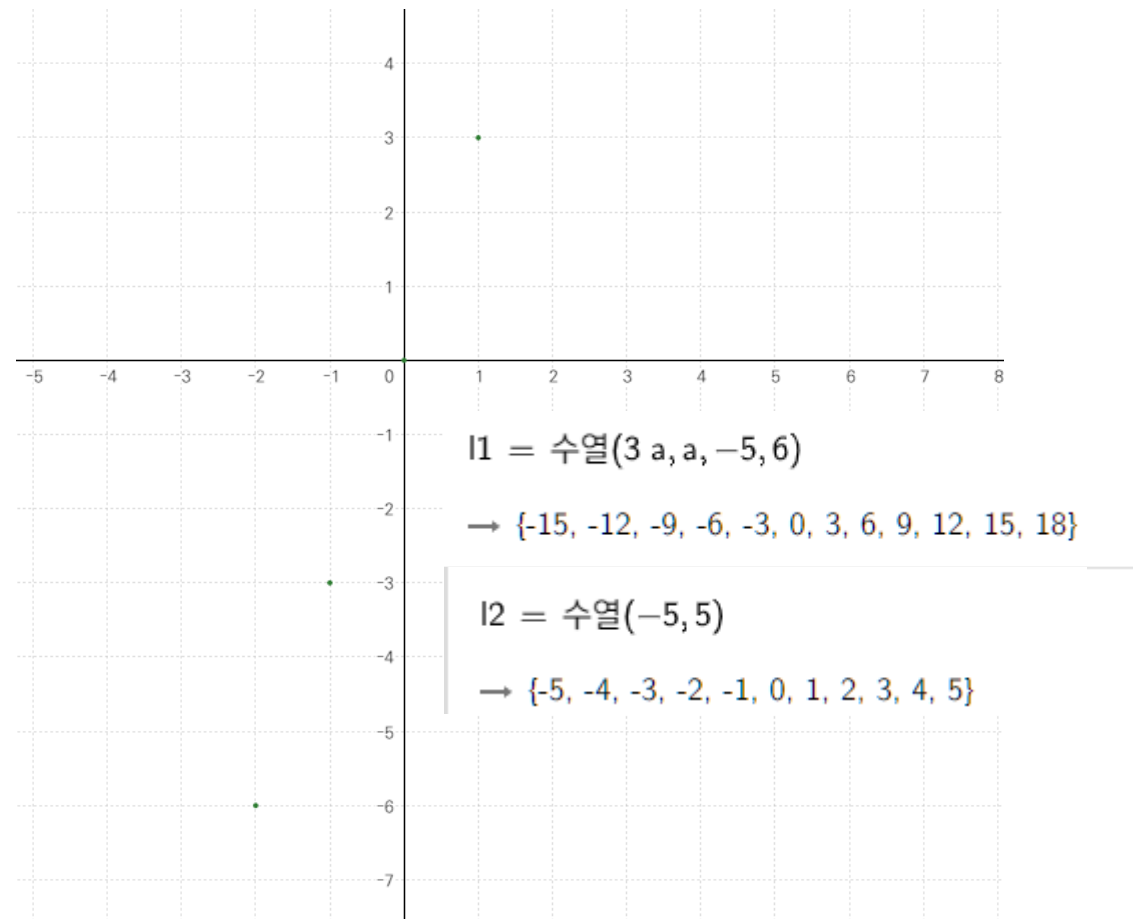
간격
1.0

취소 확인

x ::	f(x) ::	
-5	-15	
-4	-12	
-3	-9	
-2	-6	
-1	-3	
0	0	
1	3	
2	6	
3	9	
4	12	
5	15	

수열 만들기 - 대수 활용하기

- 그래프를 숨기면 점들이 나타납니다.
- 수열(표현식, 변수, 시작, 끝)
- 수열(시작, 끝)
- 수열(Sequence)이 표 보다 활용하기 더 좋습니다.
- 두 수열로 점으로 만들 때는
사상((u,v), u, 수열1, v, 수열2)



수열을 만드는 다양한 방법

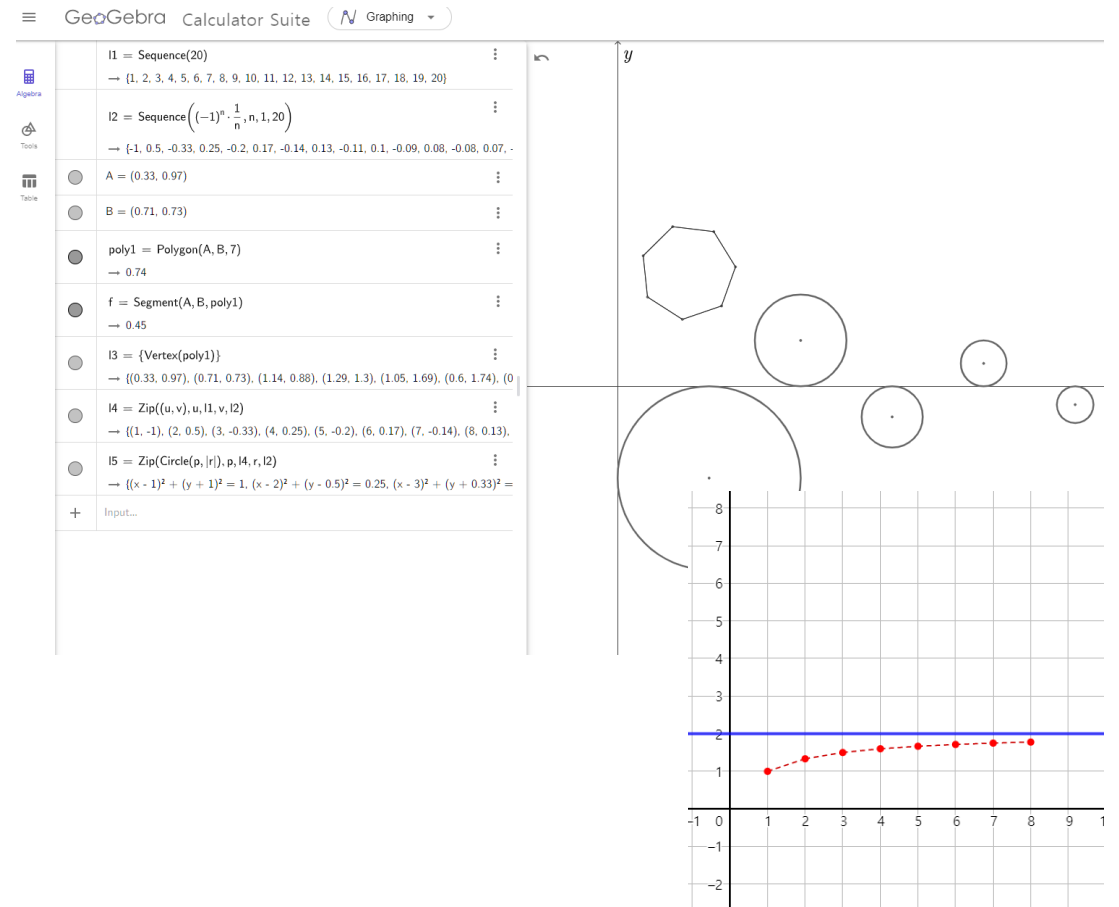
- 값이 여러 개 나오는 함수는 {}(중괄호)로 감싸면 배열이 됩니다.

- 예: {Vertex(도형)}

- 사상(Zip)을 이용하면 여러 수열을 특정 명령어나 수식으로 합칠 수 있습니다.

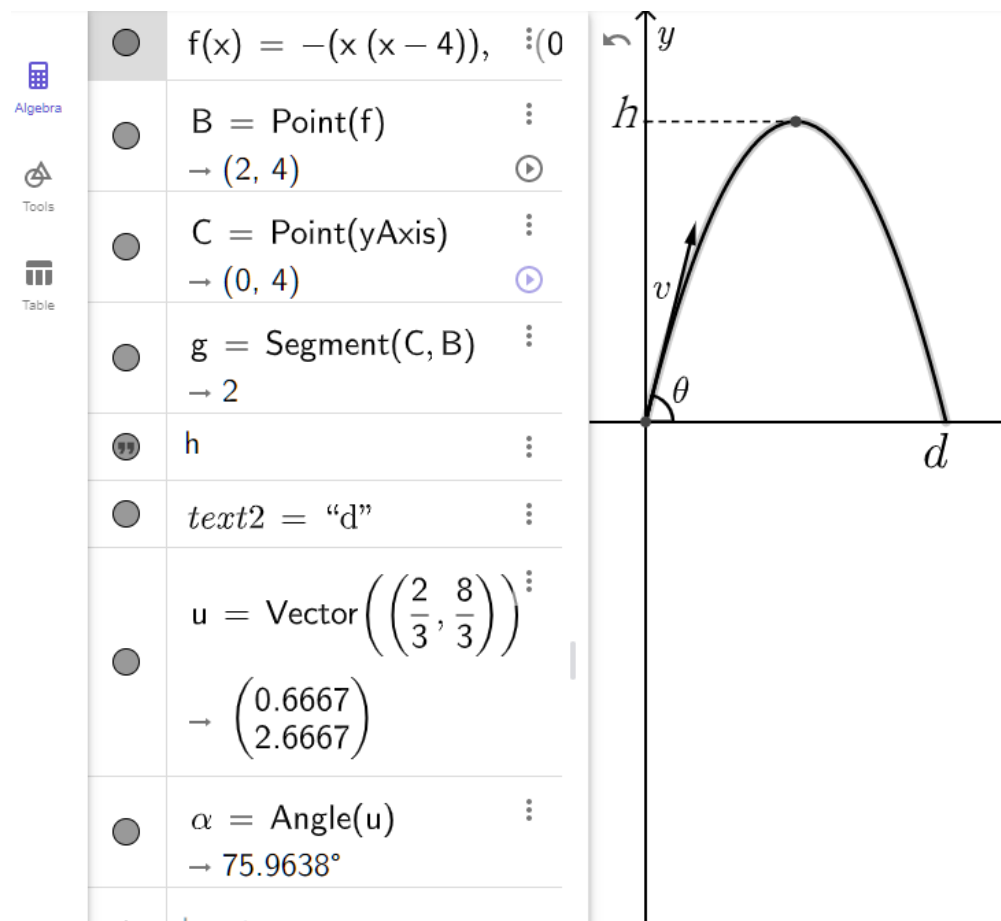
예:

- $\text{Zip}((u,v),u,l1,v,l2)$
- $\text{Zip}(\text{circle}(p,r),p,l1,r,l2)$
- Zip을 활용하면 수열을 점으로 나타내고 그 사이를 선분으로 잇는 것이 가능합니다.



조건으로 그래프 그리기

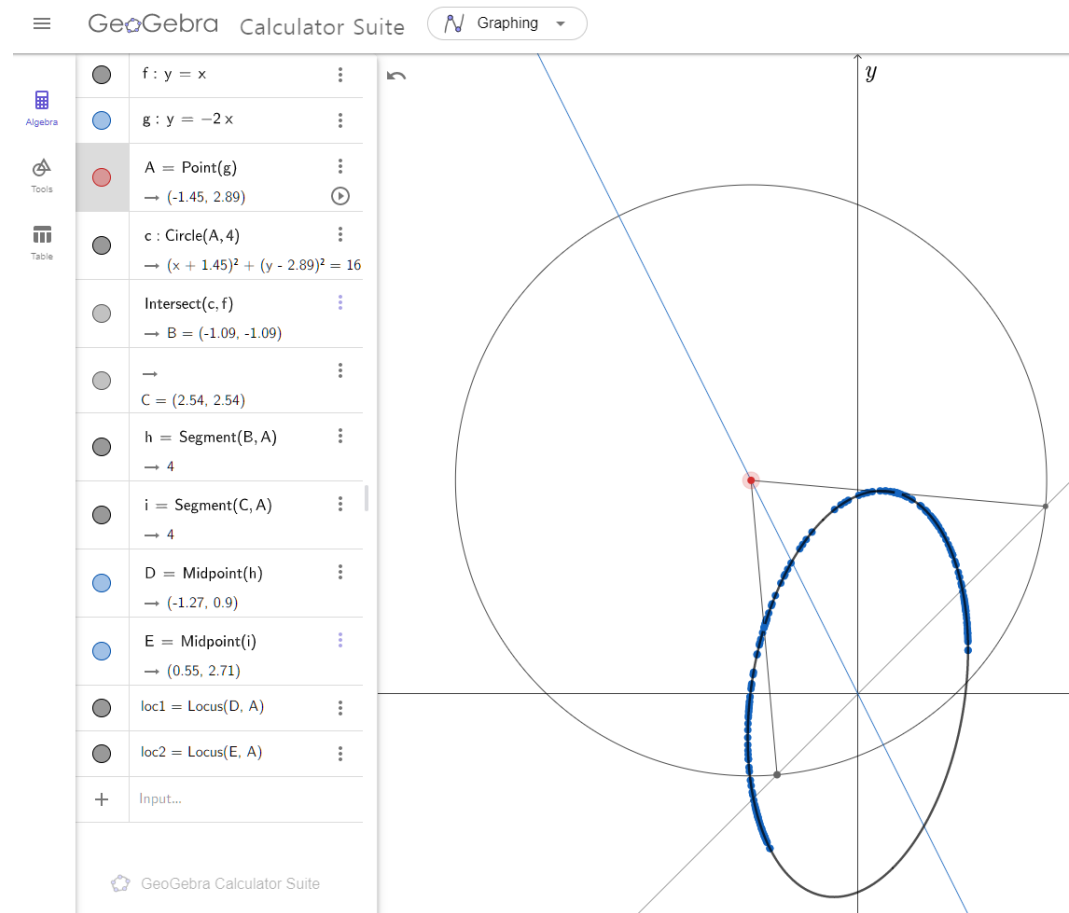
- 조건(If)로 일부 구간만 그래프 나타내기
- 조건(조건,참일때 값 [,거짓일때 값])



작도를 이용한 자취 그리기

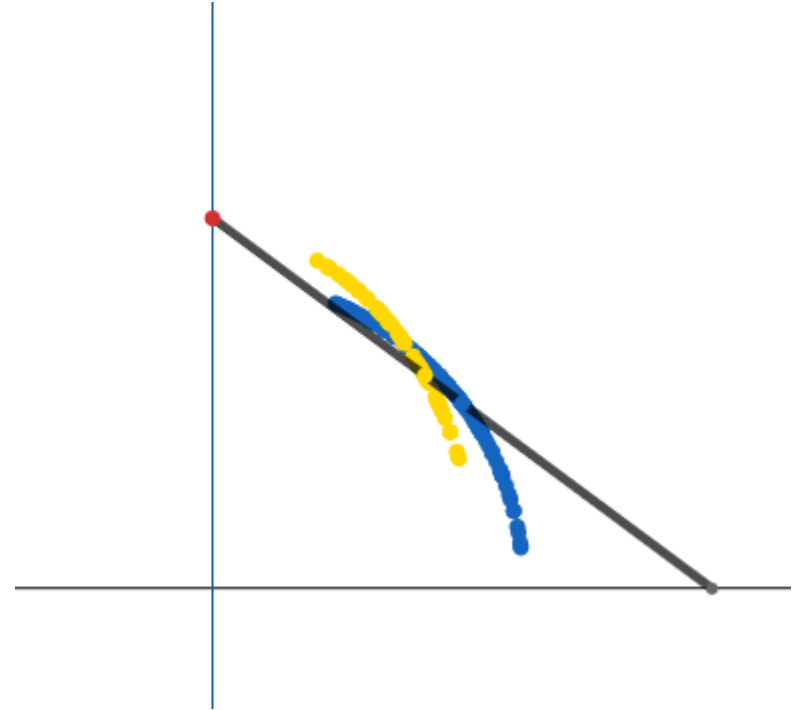
- 작도를 잘 이용하면 원하는 형태의 움직임을 만들 수 있습니다.
- 자취그리기(자취를 그리는 점, 움직이는 점)
- 자취그리기(Locus)는 작도로 그렸을 때 가장 잘 작동합니다. (모든 점들이 작도가 되어있는 확실한 점이어야 함)

- [예제링크](#)



도전1. 벽에 세운 막대기 위의 한 점이 그리는 도형

- 막대기의 길이가 일정
→ 반지름이 정해진 원을 이용
- 질문: 원의 중심은 어디에?
- 막대기 위의 점 찍기
- 자취 보이기 켜고 막대를 움직여보기
- 자취그리기(점, 점) 사용해보기
- 안되는 이유는? 해결 방법은 벡터나 원!



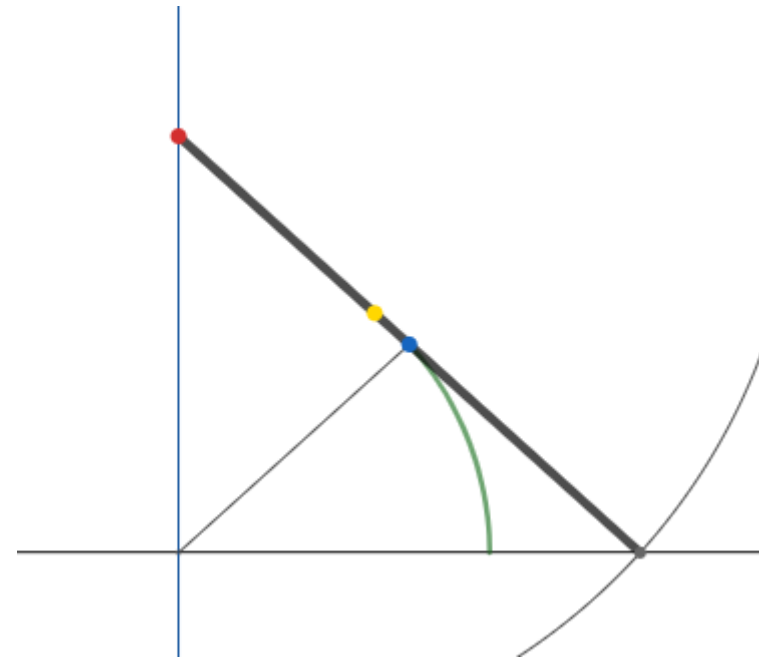
움직인 자취를 움직인 만큼 그리기

- 사이클로이드 예시
- 자취의 방정식을 직접 구해야 합니다.
 1. If문으로 범위가 있는 함수 그리기
 2. 범위 내에 슬라이드 값을 추가하기
 3. 슬라이드를 움직여 움직인 만큼만 자취를 그리기
- [예제링크](#)



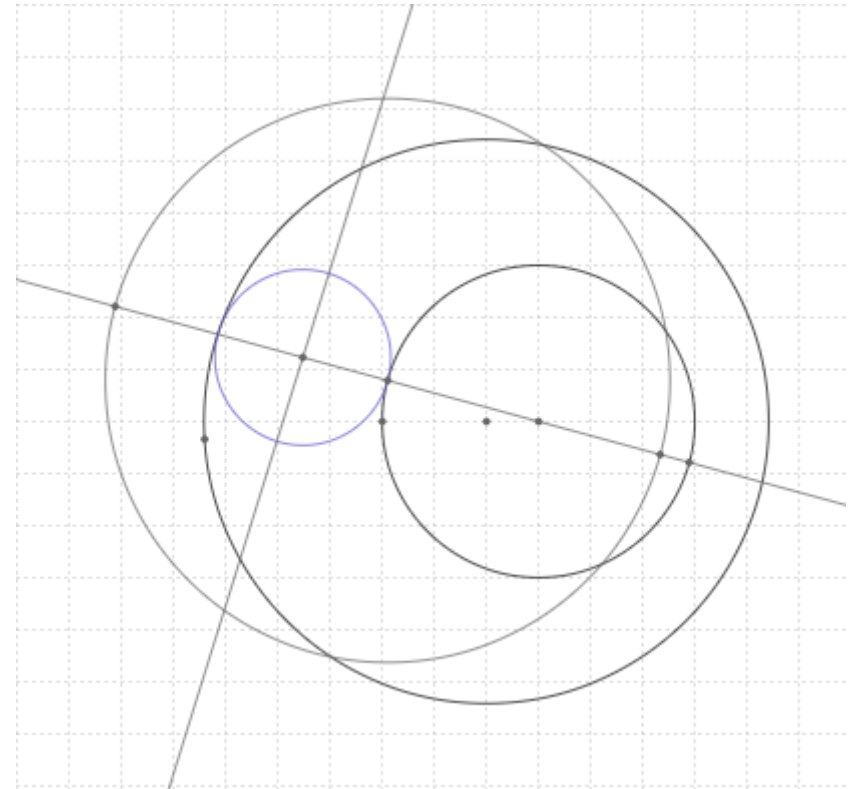
도전2. 움직인 만큼만 자취 그리기

- 중점인 경우만 식을 구해보자
- 힌트
 - 막대의 길이를 절반을 반지름으로 하는 원
 - $x(\text{점})$: 점의 x 좌표
 - $y(\text{점})$: 점의 y 좌표
 - 원의 방정식을 $y=f(x)$ 꼴로 표현해보면?
- 업그레이드 과제: 타원도 도전해보기



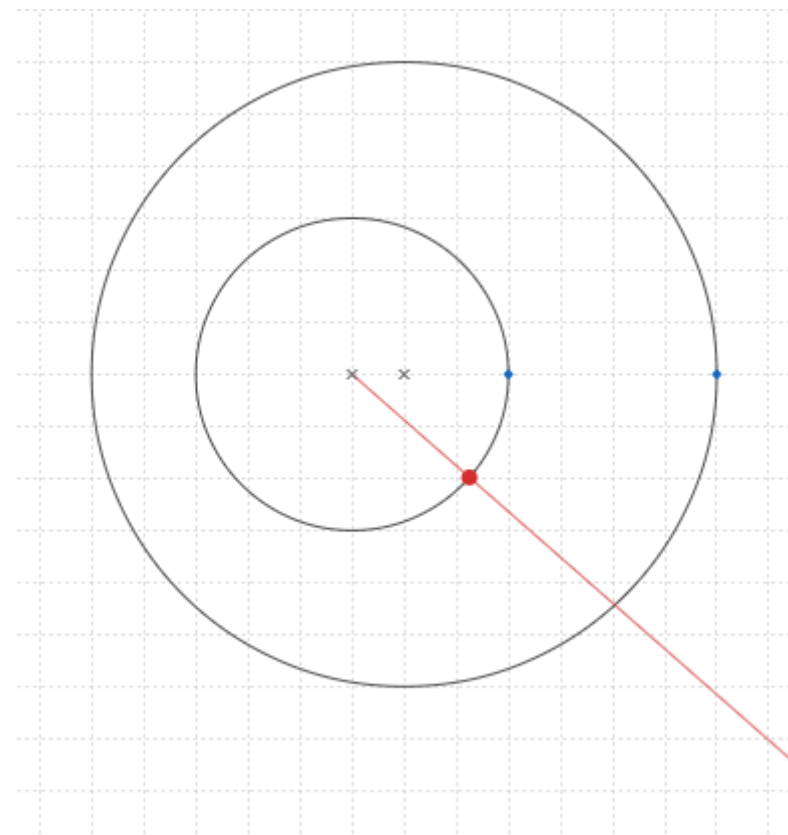
도전2. 두 원으로 그리는 이차곡선 - 타원

- 벽에 기댄 막대였다면 이제는 원과 원사이를 꽉 채우는 원의 중심이 그리는 자취를 그려보자
- 조금 어려우니 잘 따라와야 합니다.
- 중간 중간 색깔도 맞춰주세요.
- 목표: 두 원에 동시에 접하는 원 작도



도전2. 두 원으로 그리는 이차곡선 - 타원

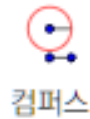
1. 한 원이 안에 포함 되도록
두 원 그리기
2. 안쪽 원의 중심과 원 위의 점을 잇는
반직선 그리기



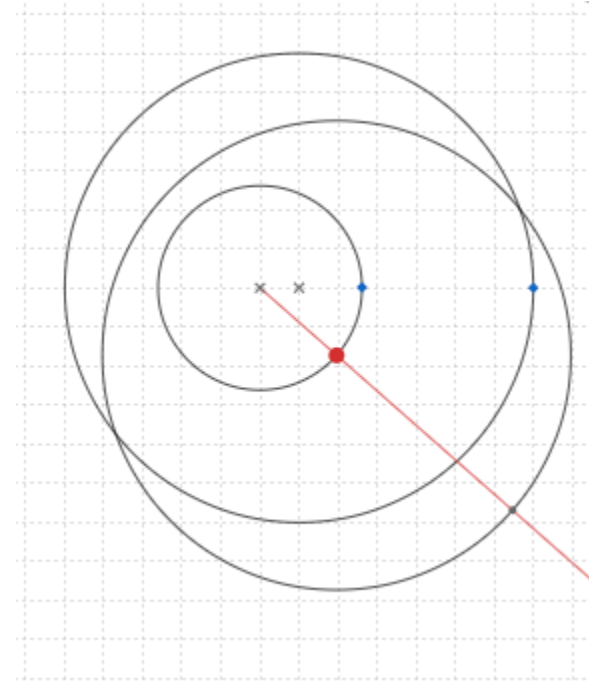
도전2. 두 원으로 그리는 이차곡선 - 타원

3. 아래 조건으로 원을 그리기

- 중심: 안 쪽 원 위의 점
- 반지름: 바깥 원의 반지름
- 도구의 컴퍼스를 활용

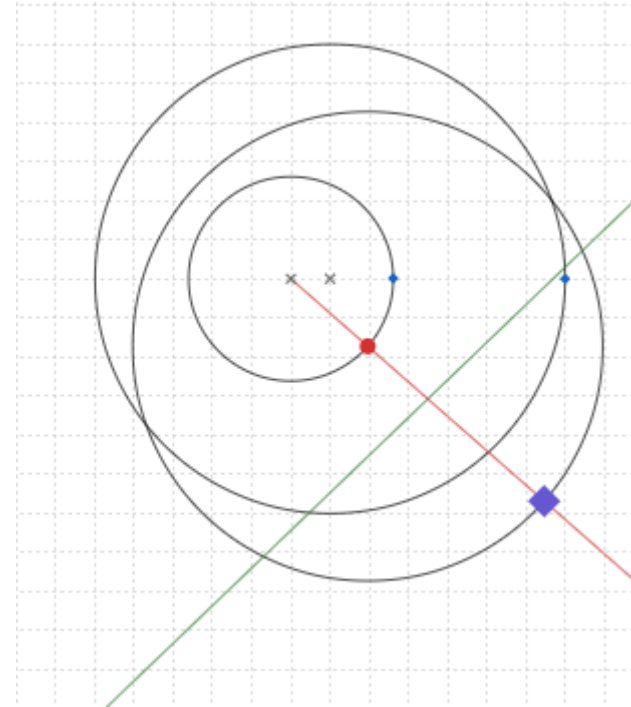


4. 반직선과 새로 그린 원의 교점 구하기



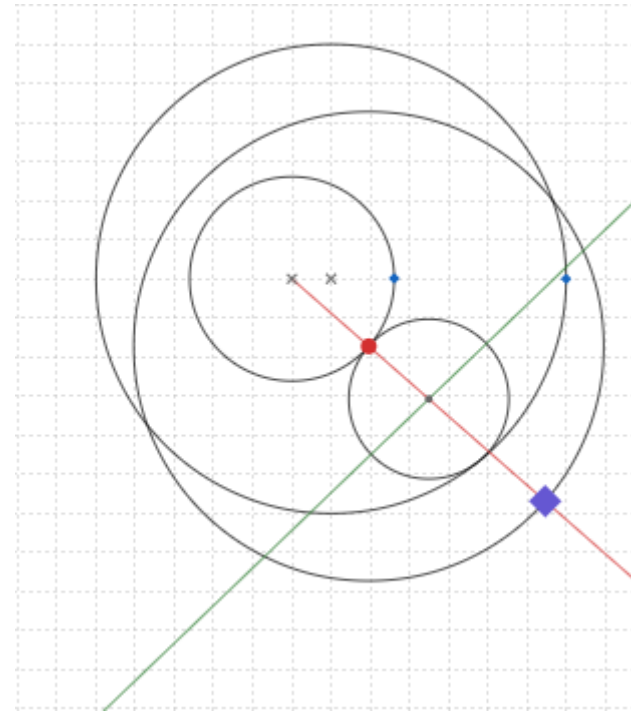
도전2. 두 원으로 그리는 이차곡선 - 타원

5. 방금 구한 교점(보라색)과
큰 원의 중심의 수직 이등분선 그리기
6. 수직 이등분 선과
반직선이 만나는 교점 구하기



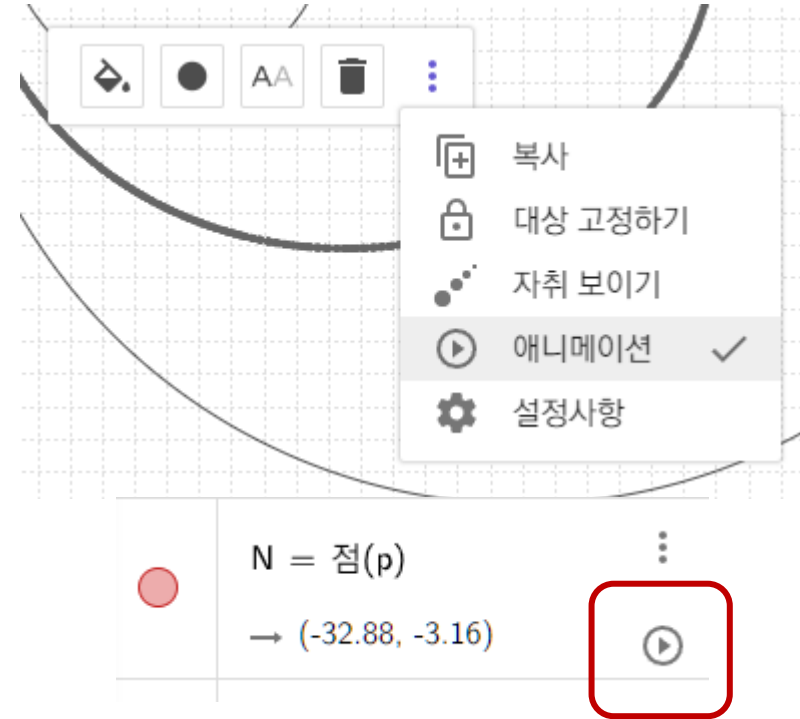
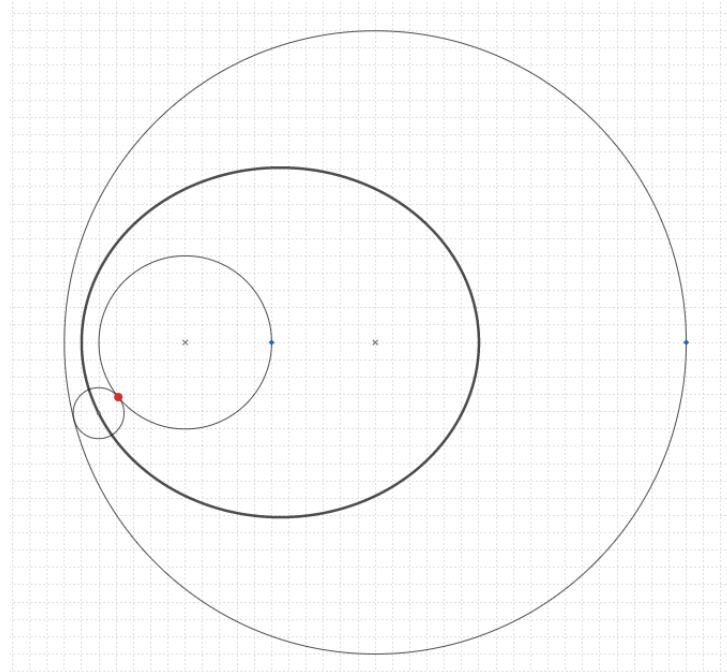
도전2. 두 원으로 그리는 이차곡선 - 타원

7. 그 교점을 중심으로 하고
작은 원 위 반직선과 만나는 점(빨간색)
을 지나는 원을 그리면 완성
8. 원을 제외한 나머지 선들을 모두
대상 숨기기 도구로 숨기기
9. 동시에 접하는 원의 중심
설정 사항에서 자취 보이기 체크
10. 안쪽 원의 빨간색 점을 움직여보자.



도전2. 두 원으로 그리는 이차곡선 - 타원

1. 빨간점에 애니메이션을 적용해보자
2. 대수에서
자취그리기(빨간점,중점)을
적용해보자

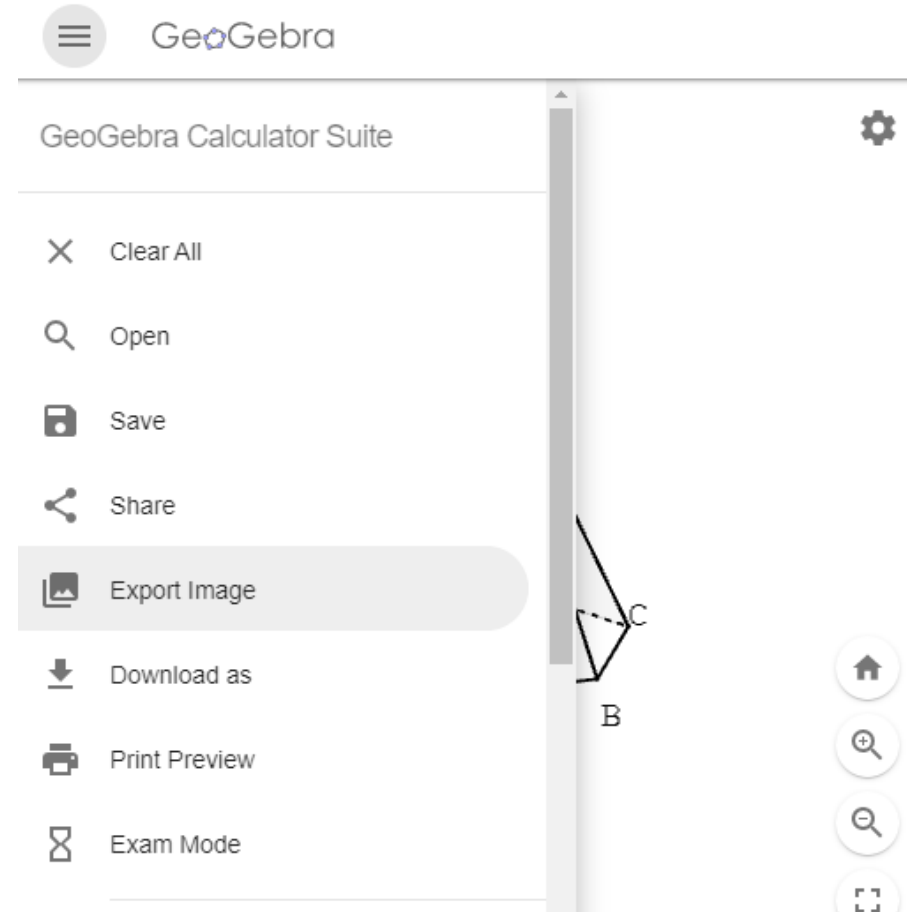


연구 주제

- 도전2에서 두 원에 내접, 외접하는 원이 작도되는 원리는 무엇일까?
- 다른 이차곡선은 원이나 직선으로 어떻게 작도 할 수 있을까?
- 다양한 작도방법을 영어 위키나 construction(작도) 등으로 검색해보자.
- 참고하면 좋은 사이트
 - <https://www.cut-the-knot.org/proofs/conics.shtml>
 - https://en.wikipedia.org/wiki/Conic_section

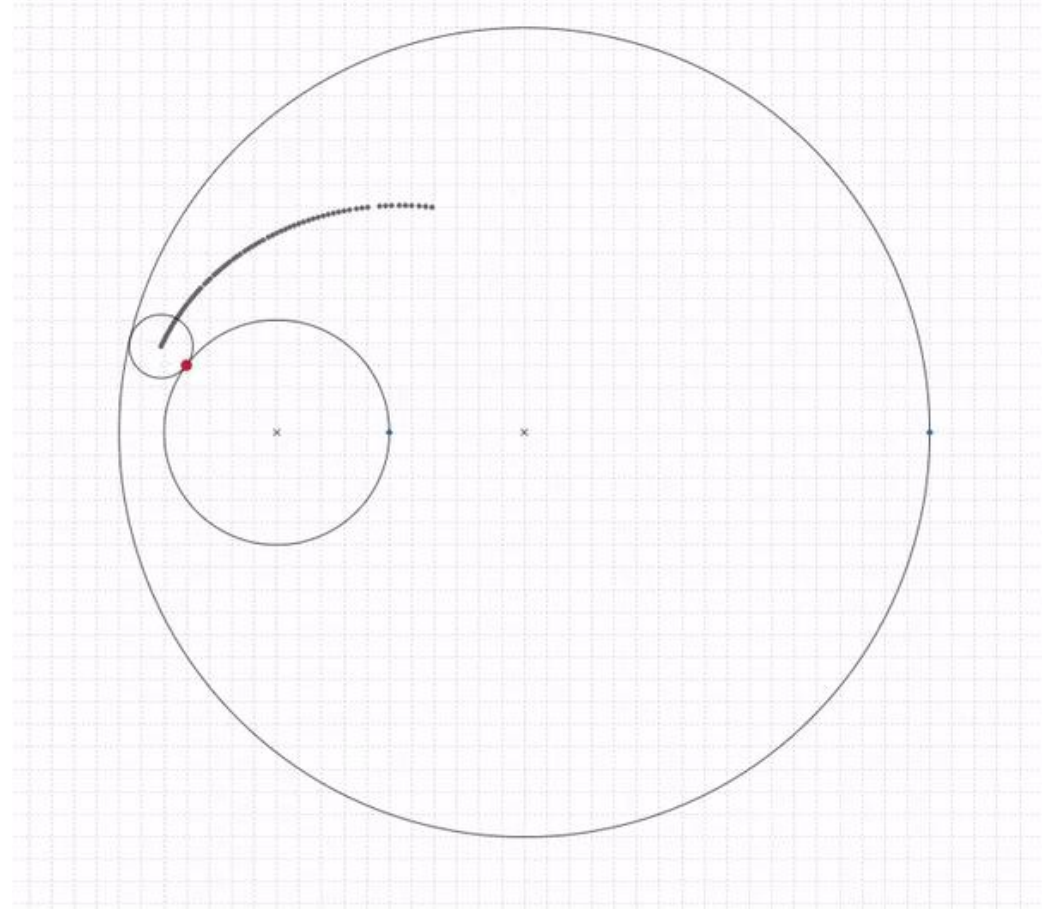
이미지 다운받기

- 메뉴 > Export Image > Download
- 혹은 Copy to ClipBoard 후 붙여넣어도 됩니다.
- 보이는 대로 이미지로 저장되므로 화면 사이즈와 그래프의 위치를 적절히 조정합니다.
- 이미지 화질이 떨어진다고 느껴질 경우 창크기를 늘리고 확대하여 큰 상태에서 이미지를 추출하면 됩니다.



움직이는 이미지로 만들기

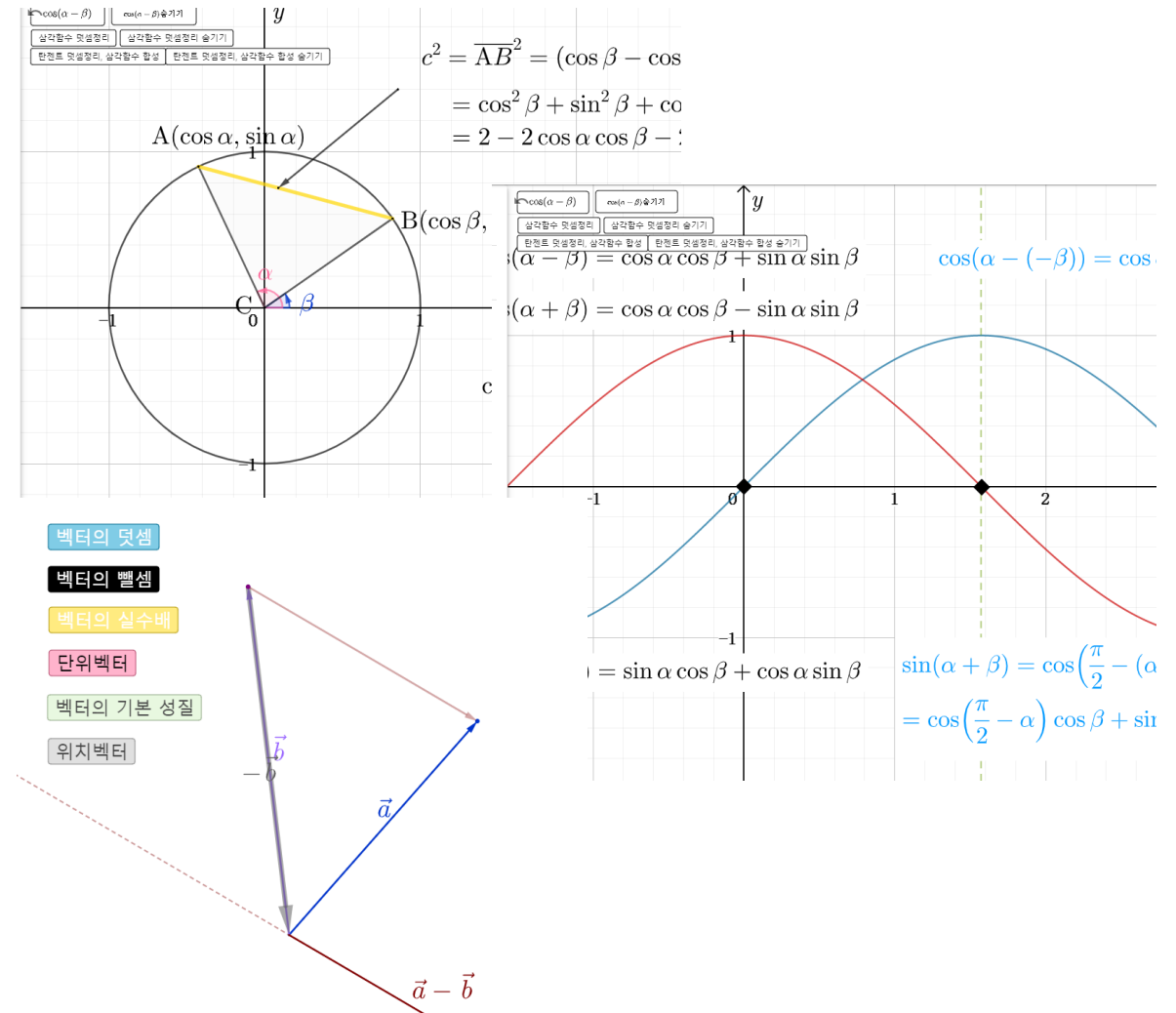
- Window+G 버튼으로 녹화 가능
(혹은 OBS, 반디캠 등을 활용)
- 녹화한 것을
<https://ezgif.com/video-to-gif>
에서 변환하여 gif로 바꿀 수 있습니다.



고급: 지오지브라 스크립트와 버튼

- Layer와 버튼으로 ShowLayer, HideLayer로 한 파일 안에 두 가지 내용 담기
- 토글 버튼(bool)과 SetValue(대상,저장할 값)로 버튼 만들기
- 버튼 스크립트의 StartAnimation으로 애니메이션 동작하기

- 예제링크1
- [예제링크2](#)
- [예제링크3](#)



마치며

- <https://www.geogebra.org/materials> 에서 다양한 훌륭한 자료들을 찾을 수 있습니다.
- 이번 강의를 통해 기존의 잘 만들어진 자료들이 어떻게 만들어졌는지 뜯어볼 수 있는 기술을 얻으셨길 바랍니다.
- 그리고 재미있는 자료들을 많이 만들어보세요.
- 감사합니다.