Компьютерное моделирование патологических примеров из курса математического анализа

Computer simulation of pathological examples from the course of mathematical analysis

A. A. Никитин A. A. Nikitin

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия
Moscow State University, Moscow, Russia
e-mail: nikitin@cs.msu.su

А. Ю. Яковчук А. Yu. Yakovchuk

Высшая школа экономики, Москва, Россия Higher school of economics, Moscow, Russia e-mail: yakovchuck lesya@mail.ru

В настоящее время математический анализ как никакая другая область математики остро нуждается в красивых и наглядных компьютерных иллюстрациях. Это связано с тем, что данный учебный курс является очень требовательным к математической культуре и пространственному восприятию учащихся. К сожалению, у многих студентов данный тип мышления недостаточно развит, что сильно повышает потребность в иллюстрациях. Однако построение актуальных рисунков весьма затруднительно в аудиторных условиях. Отметим также, что большую ценность несут в себе различные примеры и контрпримеры к математическим понятиям и утверждениям.

В рассматриваемой работе предпринята попытка визуализировать некоторые из подобных объектов — разнообразных патологических примеров функций и множеств, как классических, так и современных. Перечислим в этом качестве сингулярную функцию Кантора, трёхмерную функцию Римана, кривую Пеано-Гильберта и фрактальное построение всюду непрерывной, но нигде не дифференцируемой функции. Детальное описание перечисленных примеров может быть найдено в книгах [1] - [3]. Компьютерная визуализация была реализована средствами системы MatLab. В заключение мы приведём несколько из получившихся иллюстраций.

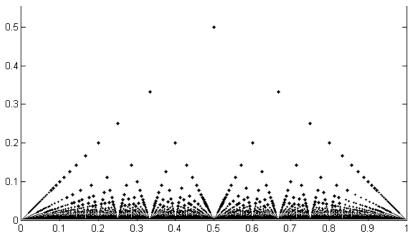


Рис. 1. Функция Римана

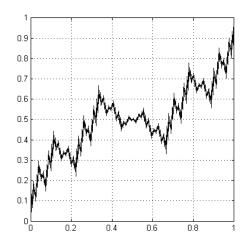


Рис. 2. Всюду непрерывная, но нигде не дифференцируемая функция

Авторы признательны своему коллеге Бодрову А.Г. за полезные обсуждения и помощь в работе.

- [1] $\it Makapos~B.~M.$ Избранные задачи по вещественному анализу. Санкт-Петербург, 2004.
- [2] Шибинский В. М. Примеры и контрпримеры из курса математического анализа М.: Высшая школа, 2007.
- [3] Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе М.: МИР, 1967.