

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОБРАЗОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ: «ТРОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ»

Visualization of Images which Appear in Solving Problems on the Topic: “Triple Integrals”

Лукашова М. А

НИУ ВШЭ, отделение Прикладной Математики и Информатики., Москва, Россия
Higher School of Economics, Moscow, Russia
e-mail: ma.lukashova@yandex.ru

Visibility of solutions plays an important role in modern mathematical education. Visualization is one of the ways to achieve this purpose. The topic of the paper is the usage of Matlab and JavaScript tools to visualize the solution of difficult problems related to calculation of triple integrals.

Всем известно, насколько важным является пространственное мышление при решении многих математических задач. Но, к сожалению, современная школьная подготовка недостаточно обеспечивает развитие геометрической интуиции обучающихся, ученикам сложно представлять что-либо в пространстве. В связи с этим, перед высшей школой встает проблема необходимости визуализации некоторых математических объектов.

Темой данной работы являются задачи на тройные интегралы, которые условно можно разделить на три основные группы:

- Перестановка порядка интегрирования
- Вычисление тройных интегралов
- Геометрические приложения тройного интеграла

Для выбранных примеров построены наглядные трехмерные области интегрирования и их проекции на координатные плоскости. В результате такой визуализации решение задач становится ясным, кроме того появляется возможность проанализировать различные пути решения и выбрать наиболее простой.

Ниже приведены этапы решения поставленных задач:

- Построить каждую из поверхностей, заданных в условии задачи
- Объединить полученные поверхности в единое целое и выделить в построенной фигуре саму область интегрирования
- Построить сечения, перпендикулярные каждой из осей
- В случае, если сечения имеют сложную форму, необходимо подумать о разумности использования замены переменных (цилиндрической, сферической или иной) для решения задачи и применить ее, если это облегчит решение
- Если же с этим не возникает трудностей, выбрать наиболее удобное в плане вычислений сечение, определить для него границы интегрирования и перейти к повторному интегралу

Таким образом, благодаря полученным иллюстрациям, любой студент, даже имеющий плохо развитое пространственное мышление, сможет решить поставленную перед ним задачу по вычислению тройных интегралов, перестановке порядка интегрирования или же вычисления объема заданного тела.

В качестве примеров рассмотрены примеры из широко известных сборников задач по математическому анализу [1]-[3]. Для построения графиков используется система *Matlab*, средства *JavaScript* [4]-[5] и различные алгоритмы компьютерной графики.

Ниже приведено несколько примеров визуализации трехмерных областей интегрирования с помощью *Matlab* и *JavaScript*.

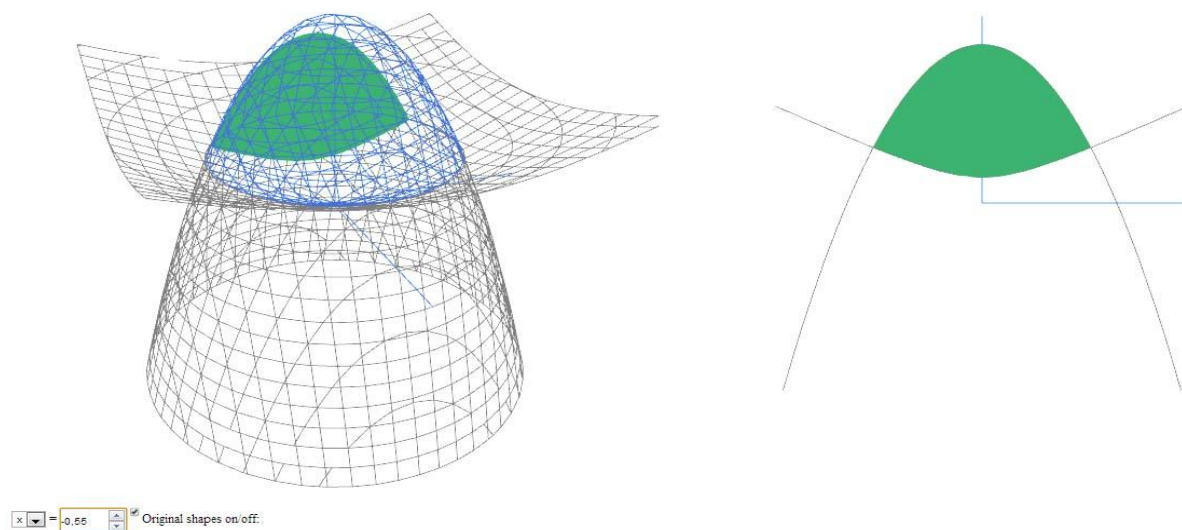


Рис.1. Тело, ограниченное поверхностями $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, и сечение, перпендикулярное оси Ox , построенные в среде JavaScript

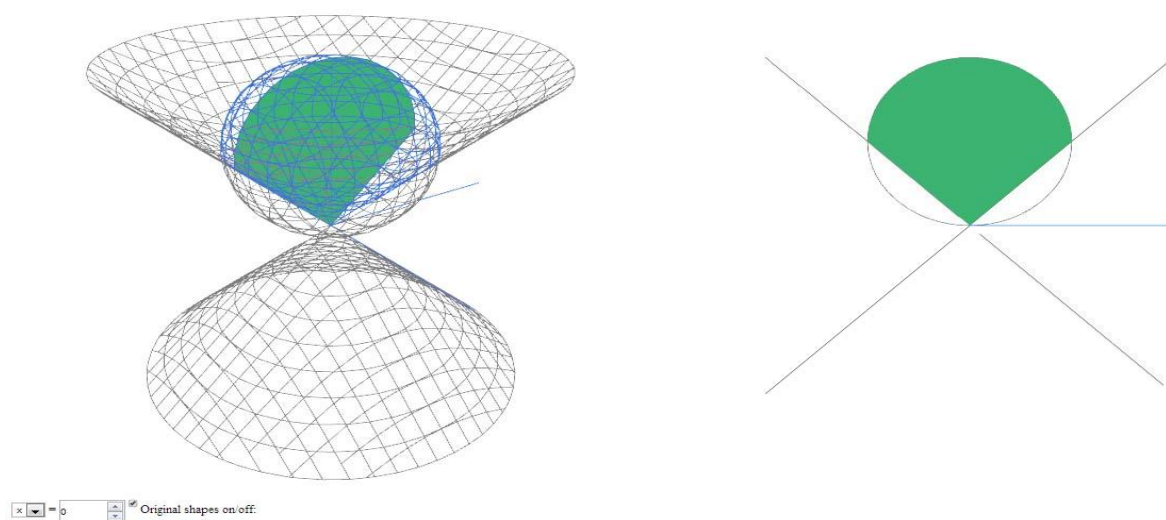


Рис.2. Тело, ограниченное поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$, $x^2 + y^2 \leq z^2$, и сечение, перпендикулярное оси Ox , построенные в среде JavaScript

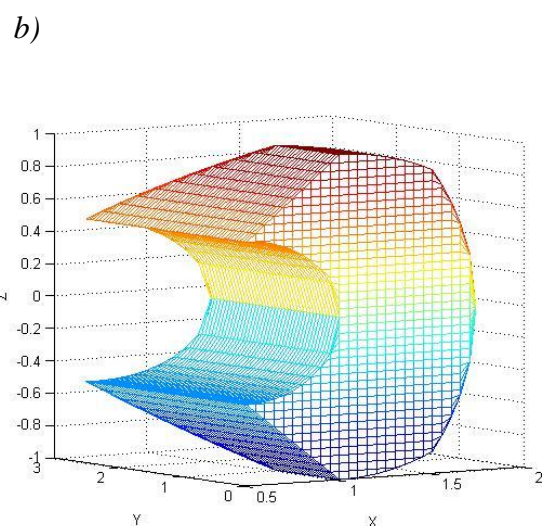
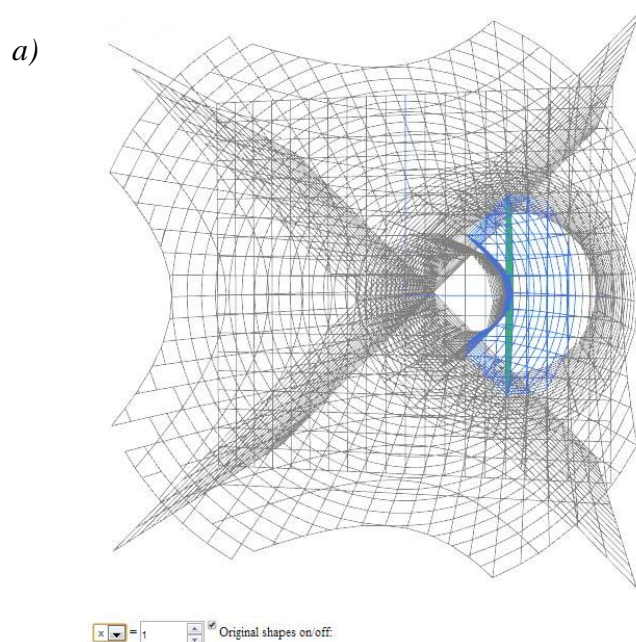


Рис.3. Тело, ограниченное поверхностями $x = z^2 + x^2$, $2x = z^2 + x^2$, $x \geq |z|$, $0 \leq y \leq 3 - z^2 - x^2$, построенное в среде JavaScript (a) и Matlab (b)

ЛИТЕРАТУРА

- 1) Б. П. Демидович, Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Изд-во Моск. Ун-та ЧеРо, 1997;
- 2) Л. Д. Кудрявцев, Сборник задач по математическому анализу. В 3 томах. – 2-е изд., перераб. – М.: Физматлит, 2003;
- 3) А. Я. Дороговцев, Математический анализ. Сборник задач. – Изд-во "Вища школа", 1987
- 4) Three.js <http://threejs.org/>
- 5) WebGL <http://www.khronos.org/webgl/>

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПАКЕТОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Пушкарь Е.А., Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Берков Н.А.

ФГБОУ ВПО Московский государственный индустриальный университет,
Россия, 115280, Москва, Автозаводская ул., д. 16, тел. +7-495-675-37-32,
e-mail: pushkar@msiu.ru

In the present stage of the development of computers and software oriented to solution of mathematical problems, teaching mathematics in a technical university, in particular, that aimed to students of engineering professions, cannot be implemented without using computer mathematics. In our opinion, graduates of technological higher schools must be able to carry the solution to a real number; however, in complex cases this is impossible to be made without using modern numerical methods and software packages. The students must begin actively to make the acquaintance of these questions already in the mathematics course.

Recently, powerful computer algebra software appear. They are very simple in use and oriented to preparing interactive documents with calculations and visual maintenance of various mathematical problems. Among these software, we can mention Mathcad, Mathematica, Maple, Matlab, Maxima, etc. Evidently, in after years the use of these software by students will be extended when studying various sections of mathematics together with the development of hardware and Internet. To struggle against this trend is not reasonable since the graduate students of engineering professions will have to use similar software in their further training and professional activity.

В 2013 году издательством "Лань" выпущены учебные пособия под редакцией В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря "Курс математики для технических высших учебных заведений" (в 4-х частях) [1 – 4] и "Сборник индивидуальных заданий по математике для технических высших учебных заведений" (в 2 частях) [5 – 6]. Изданные книги допущены НМС по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим специальностям, и являются Лауреатом второго Всероссийского конкурса НМС по математике Министерства образования и науки РФ "Лучшее учебное издание по математике в номинации "Математика в технических вузах".