

• (p_l, q_r) 搜索算法

Input: Y_L, Y_R, d

Output: *result*

1. 扫描 Y_L 得到 Q_L 中左临界区点, 保持 y 坐标排序, 得到 Z_L
2. 扫描 Y_R 得到 Q_R 中左临界区点, 保持 y 坐标排序, 得到 Z_R
3. *result*=null;

4. $top-R=0$;

5. **for** $top-L=0$ to $Z_L.length-1$

6. **while** $Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$

7. **if** $top-R=Z_R.length-1$

8. **return** *result*;

9. $top-R \leftarrow top-R+1$;

10. **if** $Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ **and** $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$

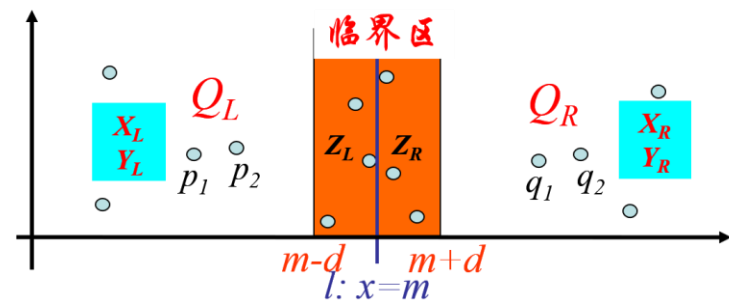
11. **for** $i=0$ to $\min\{5, Z_R.length - top-R - 1\}$

12. **if** $dist(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i]) < d$

13. $result = (Z_L[top-L], Z_R[top-R+i]);$

15. $d = dist(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i]);$

16. **return** *result*;



在R的d为半
径的圆里

缩小范围

$m=5, d=4$

top-L →

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

$Result=null$

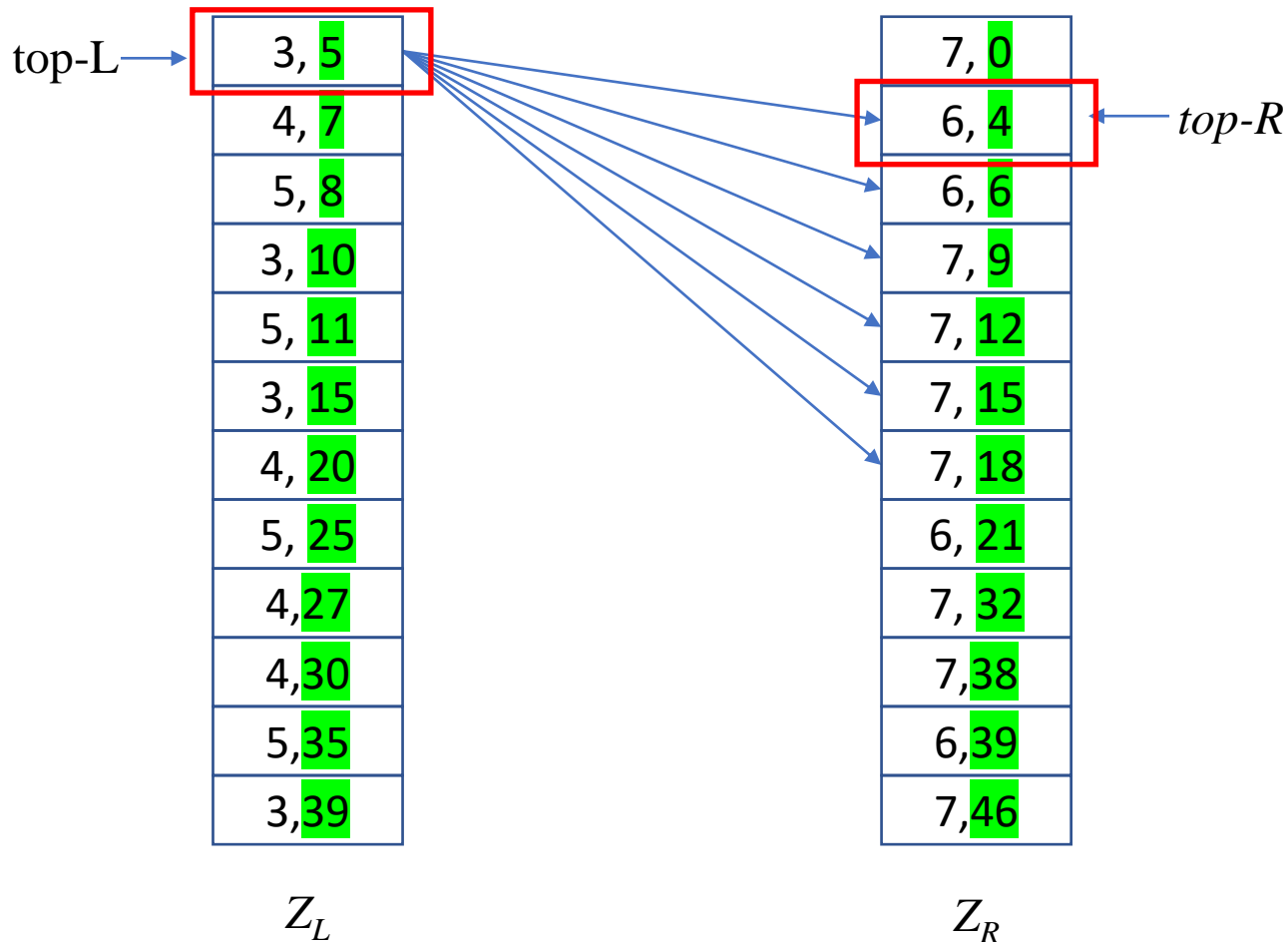
7, 0	← top-R
6, 4	
6, 6	
7, 9	
7, 12	
7, 15	
7, 18	
6, 21	
7, 32	
7, 38	
6, 39	
7, 46	

数组中只显示各个点的y坐标值

Z_R

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, 即 $5 > 0 + 4$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , $top-R$ 增加1

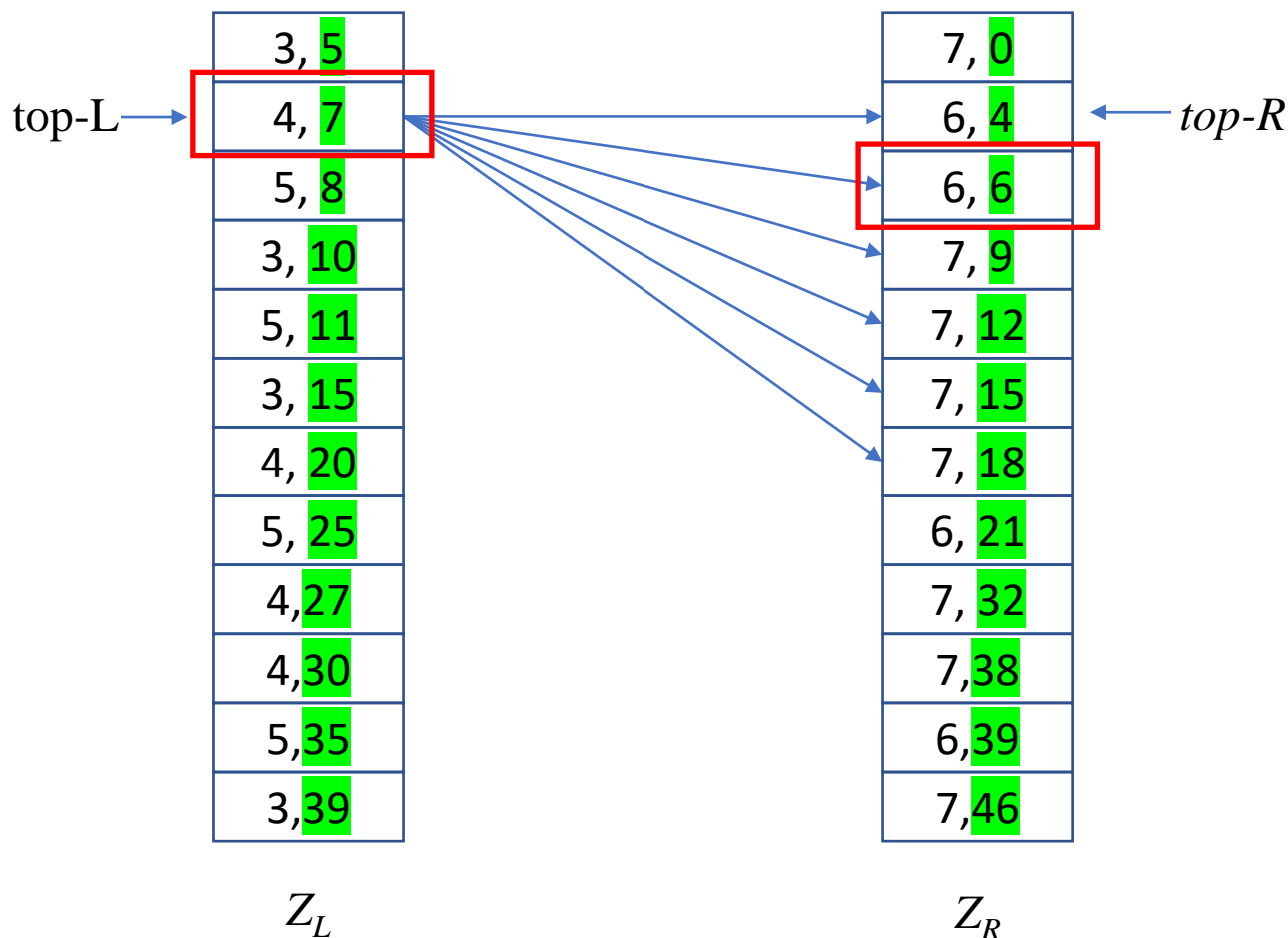
$m=5, d=4$ 更新为 $d = \sqrt{10}$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$m=5$, $d = \sqrt{10}$ 更新为 $d = \sqrt{5}$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$$m=5, d = \sqrt{5}$$

top-L →

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

← top-R

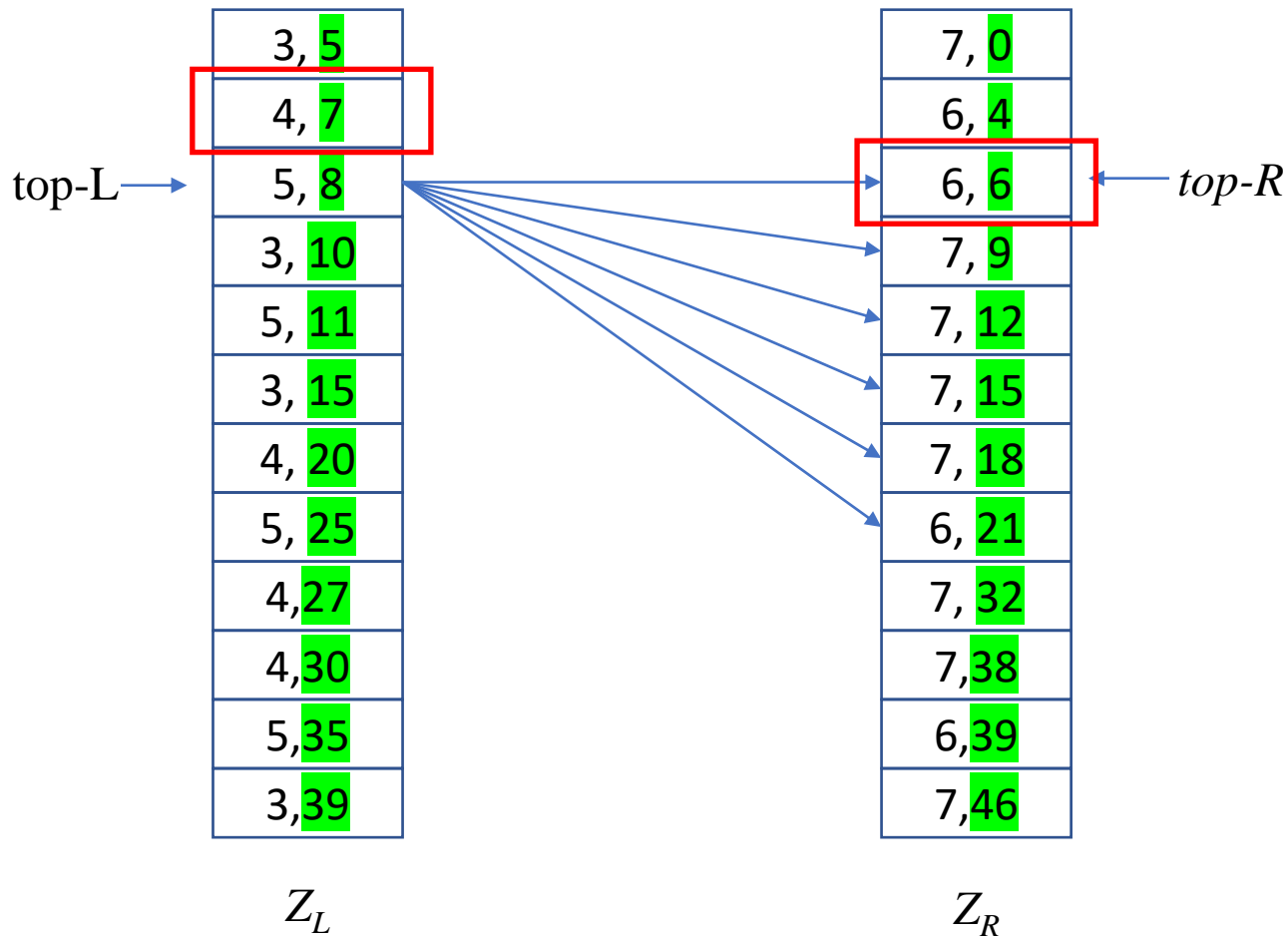
7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

Z_R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , $top-R$ 增加1

$$m=5, d = \sqrt{5}$$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$$m=5, d = \sqrt{5}$$

top-L →

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

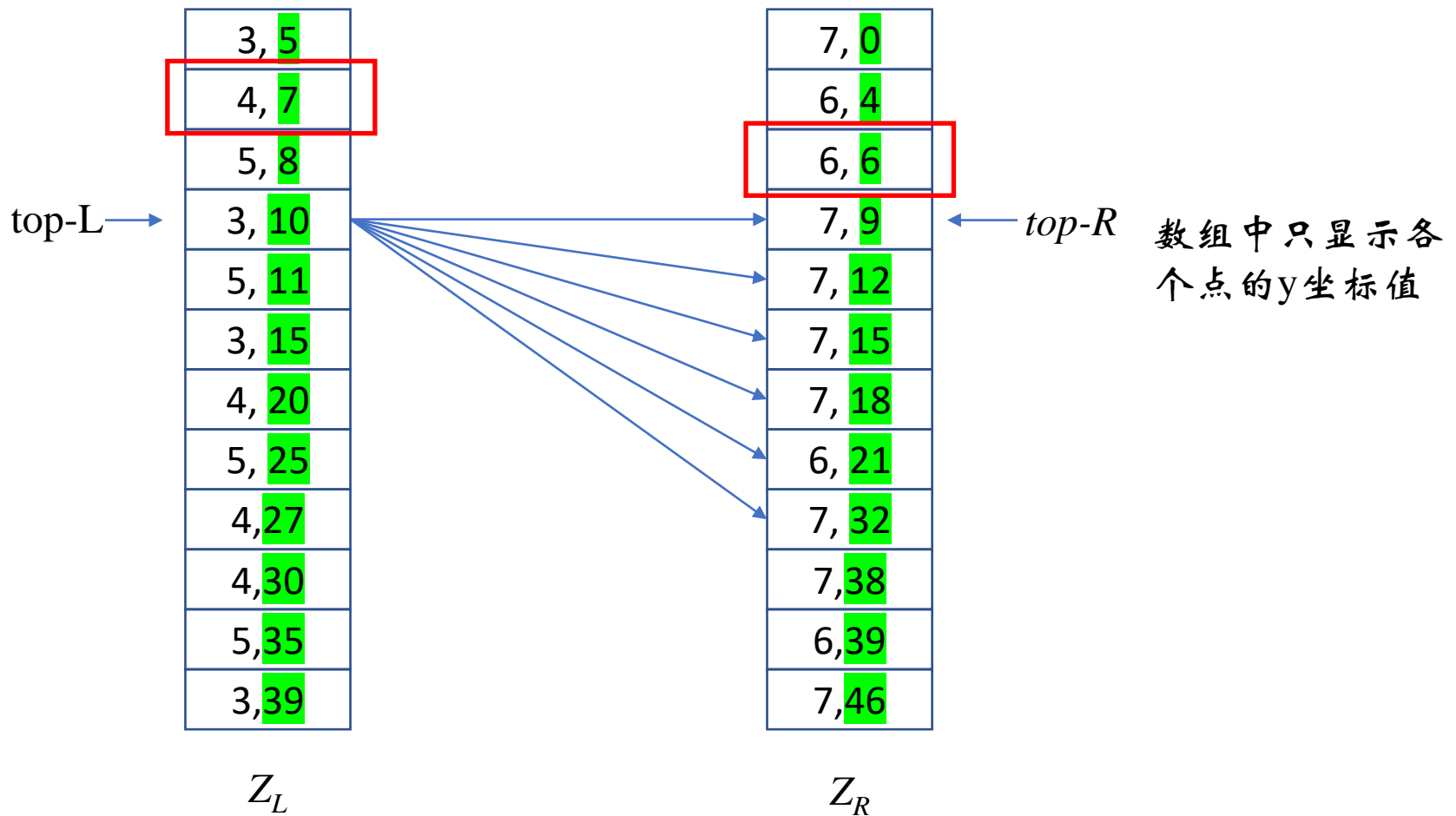
← top-R

Z_R

数组中只显示各个点的y坐标值

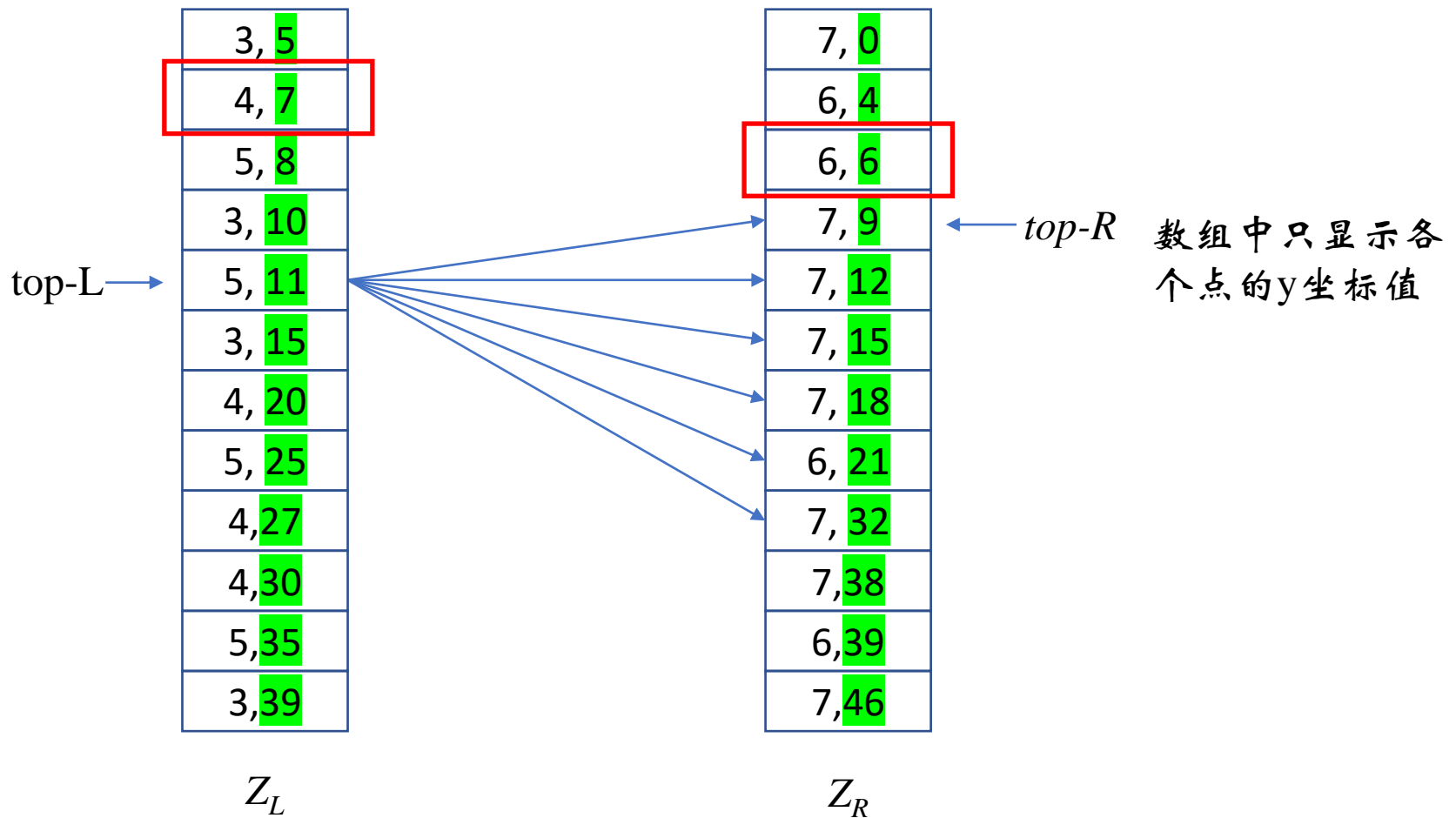
$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , $top-R$ 增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$



$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$$m=5, d=\sqrt{5}$$



$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

Z_R

top-L →

← top-R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , $top-R$ 增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

Z_R

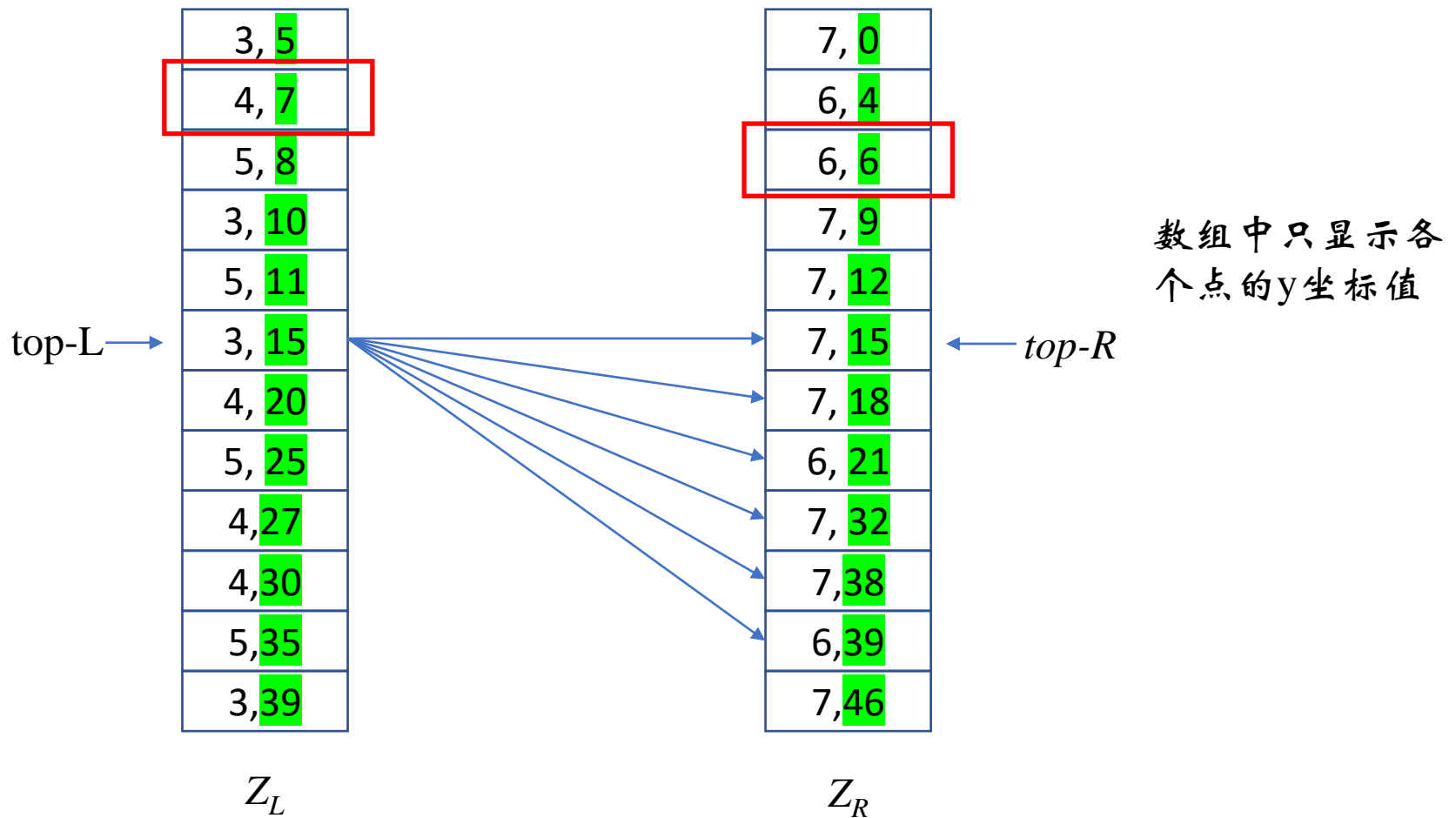
top-L →

← top-R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , $top-R$ 增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$



$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

top-L →

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

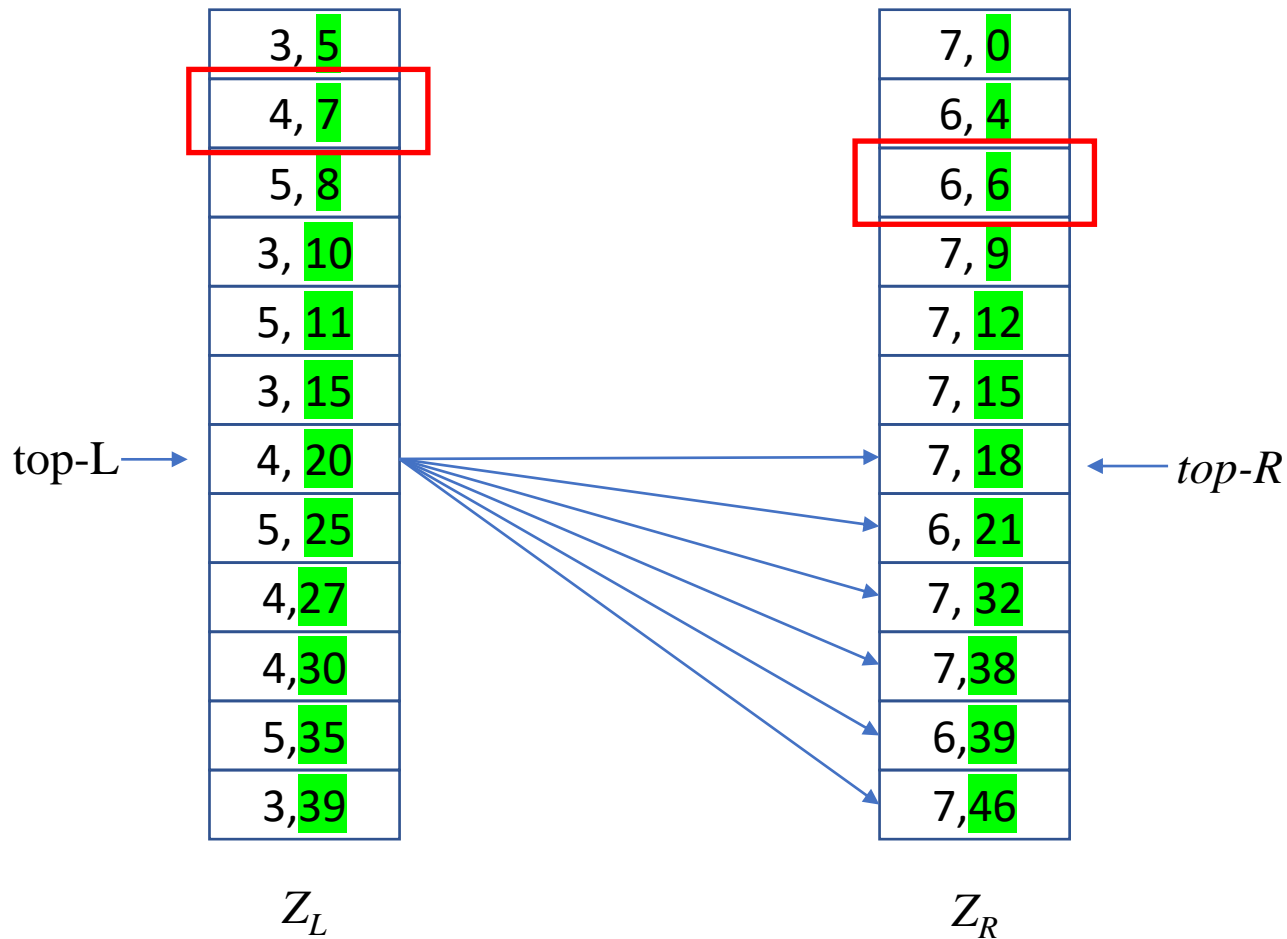
Z_R

← top-R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , top-R增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

top-L →

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

Z_R

← top-R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , top-R增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

top-L →

Z_L

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

← top-R

Z_R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , $top-R$ 增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

top-L →

Z_L

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

← top-R

Z_R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y < Z_R[top-R].y - d$, Z_R 中后续元素y值都不比 $Z_R[top-R].y$ 小, 因此它们与 $Z_L[top-L]$ 的距离必然大于 d , $top-L$ 增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

top-L →

Z_L

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

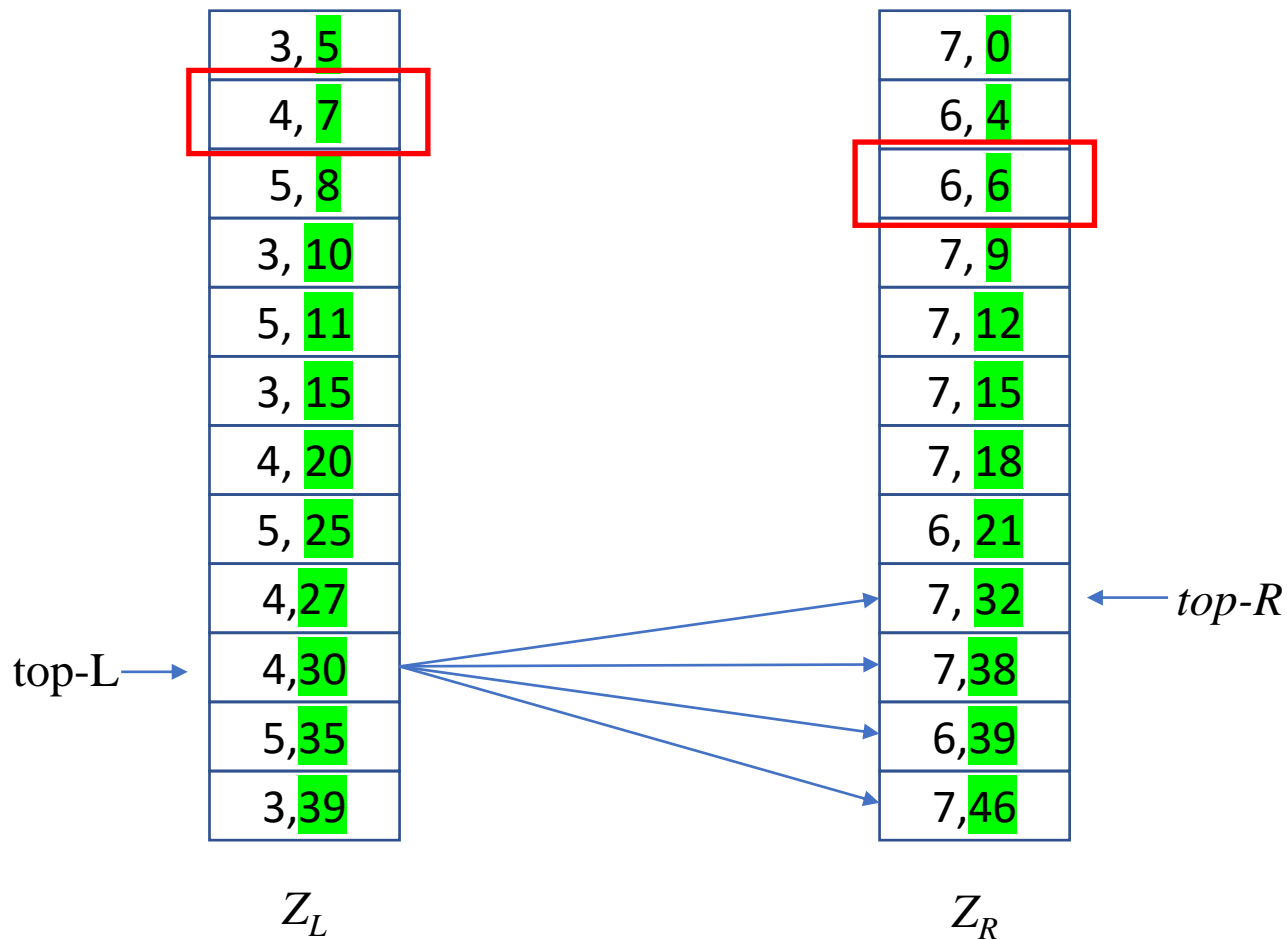
← top-R

Z_R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y < Z_R[top-R].y - d$, Z_R 中后续元素y值都不比 $Z_R[top-R].y$ 小, 因此它们与 $Z_L[top-L]$ 的距离必然大于 d , $top-L$ 增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

 Z_L

top-L →

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

 Z_R

← top-R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$, Z_L 中后续元素y值都不比 $Z_L[top-L].y$ 小, 因此它们与 $Z_R[top-R]$ 的距离必然大于 d , $top-R$ 增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$

3, 5
4, 7
5, 8
3, 10
5, 11
3, 15
4, 20
5, 25
4, 27
4, 30
5, 35
3, 39

Z_L

top-L →

7, 0
6, 4
6, 6
7, 9
7, 12
7, 15
7, 18
6, 21
7, 32
7, 38
6, 39
7, 46

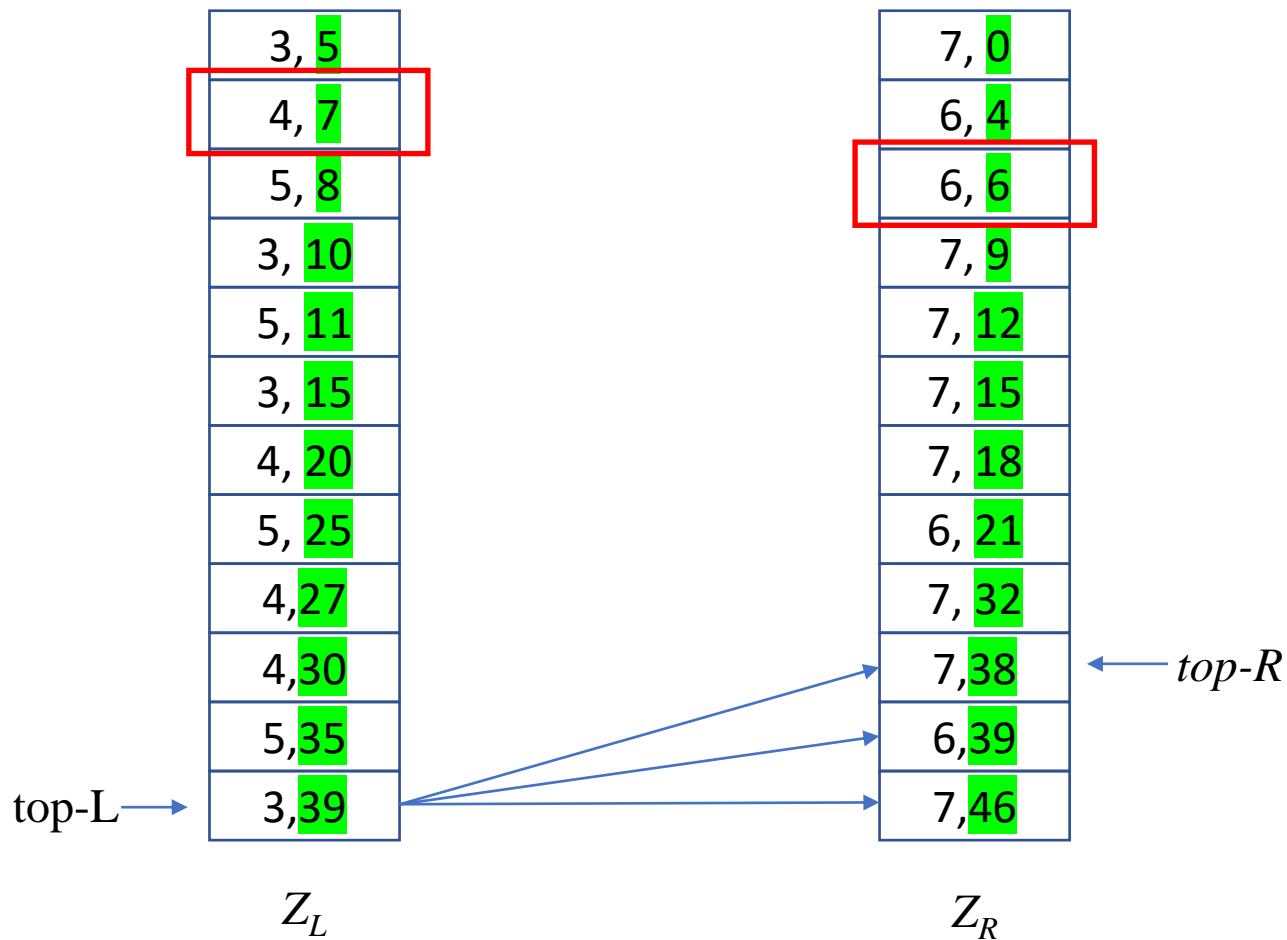
Z_R

← top-R

数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y < Z_R[top-R].y - d$, Z_R 中后续元素y值都不比 $Z_R[top-R].y$ 小, 因此它们与 $Z_L[top-L]$ 的距离必然大于 d , top-L增加1

$$m=5, d=\sqrt{5}$$



数组中只显示各个点的y坐标值

$Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ 并且 $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$, 为当前 $Z_L[top-L]$ 连续检验最多6个 Z_R 中的元素 (如果 Z_R 中有足够多的剩余元素), 随后 $top-L$ 增长1, $top-R$ 不变. 算法结束.

• (p_l, q_r) 搜索算法时间复杂性

- 获取 Z_L 和 Z_R 需要 $O(n)$ 时间
- 每次使得 $top-L$ 增加 1 或者 $top-R$ 增加 1 需要消耗常数时间
- 算法结束时, $top-L$ 和 $top-R$ 总共增长 $O(n)$, 外层 for 循环耗时 $O(n)$
- 算法时间复杂性为 $O(n)$

(p_l, q_r) 搜索算法

Input: Y_L, Y_R, d

Output: *result*

1. 扫描 Y_L 得到 Q_L 中左临界区点, 保持 y 坐标排序, 得到 Z_L
2. 扫描 Y_R 得到 Q_R 中左临界区点, 保持 y 坐标排序, 得到 Z_R
3. *result*=null;
4. $top-R=0$;
5. **for** $top-L=0$ to $Z_L.length-1$
6. **while** $Z_L[top-L].y > Z_R[top-R].y + d$
7. **if** $top-R=Z_R.length-1$
8. **return** *result*;
9. $top-R \leftarrow top-R+1$;
10. **if** $Z_L[top-L].y \geq Z_R[top-R].y - d$ **and** $Z_L[top-L].y \leq Z_R[top-R].y + d$
11. **for** $i=0$ to $\min\{5, Z_R.length-top-R-1\}$
12. **if** $dist(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i]) < d$
13. $result=(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i])$;
15. $d=dist(Z_L[top-L], Z_R[top-R+i])$;
16. **return** *result*;