

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
БУРЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт математики и информатики

Кафедра прикладной математики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Кросплатформенное приложение для
3D-визуализации
2D-модели плана помещения
методом бросания лучей

Выполнил : студент 4 курса группы 05230
Шорников Александр Евгеньевич

Научный руководитель: к.ф.-м.н., ст. преп.
Трунин Дмитрий Олегович

Научный консультант: асс. каф. ИТ
Брагин Александр Фёдорович

Улан-Удэ

2017

Оглавление

Стр.

Введение	3
1 Постановка задачи	5
2 Математическая модель	6
2.1 Способ представления карты	6
2.2 Рейкастинг как алгоритм отрисовки	10
2.3 Алгоритм текстурирования	14
2.4 Паттерн для интерактивного взаимодействия	16
3 Реализация	19
3.1 Инструментарий	19
3.2 Организация работы над проектом	22
3.3 Структура проекта (UML)	26
3.4 Реализация на целевых платформах	27
3.5 Производительность	29
3.6 Внедрение ссылки на сайт ИМИ БГУ	34
Заключение	37
Список литературы	39
Приложение 1	44

ВВЕДЕНИЕ

Интерактивные планы помещений - доступный и современный способ разобраться в незнакомом здании. Сегодня интерактивная карта в отличие от обычной плоской в виде изображения отличается тем, что ее элементами можно управлять. Пользователь, находясь на странице, может свободно перемещаться по карте, находить объекты, схему прохода и просматривать информацию. При необходимости элементы карты могут включать в себя помимо реальных физических объектов (дома, улицы, парки, дороги и т.д.) дополнительно текстовую информацию, видеозаписи и ссылки на сайты.

К таким интерактивным планам предъявляются весьма суровые системные требования: поскольку они предназначены для самых разных платформ, и должны запускаться не только на мощных десктопах, но и на мобильных устройствах, слабых нодах типа Raspberry Pi, встраиваемых системах типа Arduino, а так же крутиться на сайтах. Не на всех из вышеперечисленных платформ может запускаться стандартная для современных 3D-визуализаций библиотека OpenGL(или WebGL в случае сайтов).

Для построения трехмерной визуализации выбран метод бросания лучей. Данный метод, являясь одним из простейших для трехмерной отрисовки, имеет ряд свойств согласующихся с задачами проекта: малую вычислительную сложность и простую реализацию без использования готовых библиотек трехмерной графики. Плюсами данного метода также является то, что метод работает с плоской двумерной моделью помещения. То есть для визуализации помещения не надо строить полностью трёхмерную карту для рендеринга - достаточно дать плоскую карту.

Метод бросания лучей (англ. Raycasting, рейкастинг) - это один из ме-

тодов рендеринга в компьютерной графике, при котором изображение строится на основе замеров пересечения лучей с визуализируемой поверхностью. Грубо говоря, из точки обзора бросается множество лучей, каждый из которых пересекает какой-нибудь отрезок на карте или вообще ничего не пересекает. На экране эти точки пересечения отображаются как вертикальные отрезки, рассчитанные от расстояния до визуализируемой поверхности. Если точки пересечения нет, то длина вертикального отрезка равна нулю, то есть вырисовывается горизонт.

Цель: создание кроссплатформенного псевдотрёхмерного движка для 3D визуализации здания по 2D плану.

Задачи:

- Модификация алгоритма рейкастинга для вещественных координат;
- Разработка математической модели для рейкастового рендерера;
- Изучение и освоение технологии кросс-компиляции Cheerp;

Объектом исследования является задача построения псевдотрёхмерной картинки.

Предметом исследования является изучение основных принципов построения псевдотрёхмерной картинки методом бросания лучей.

Глава 1

Постановка задачи

В самом нача

Глава 2

Математическая модель

2.1. Способ представления карты

Поскольку метод бросания лучей работает с двумерной моделью помещения, необходимо было придумать способ представления карты для его адекватного считывания подпрограммой считывания уровня и представления функцией обработки. Для классического рейкастинга уровень представляет собой двумерный массив, где значение каждого элемента массива является квадратом мира. Если значение ячейки равно 0, то квадрат оказывается пустым, и через него можно пройти. Если же значение больше 0, квадрат представляет собой стену определённого цвета или текстуры.

Для нашего проекта мы изменили алгоритм метода бросания лучей для работы в вещественных координатах. Благодаря этому мы избавились от ограничений старого задания уровней. Все графические примитивы на карте мы стали обозначать отрезками задаваемыми двумя вещественными точками, благодаря чему размер карты стал ограничиваться только ресурсами платформ, а так же увеличилась точность самого рендеринга карты.

Для того что бы представить карту каждого этажа в уровне нашего движка необходимо составить модель этого этажа. Как уже говорилось выше, каждый из графических примитивов в карте задаётся отрезком. И для представления карты внутри программы мы можем создать $C +$ -класс, описывающий тип данных отрезков в качестве совокупности координат $(x_1, y_1) - (x_2, y_2)$, а так же флага принадлежности текстуры к данному отрезку. Таким образом мы полностью описываем программно

уровень карты.

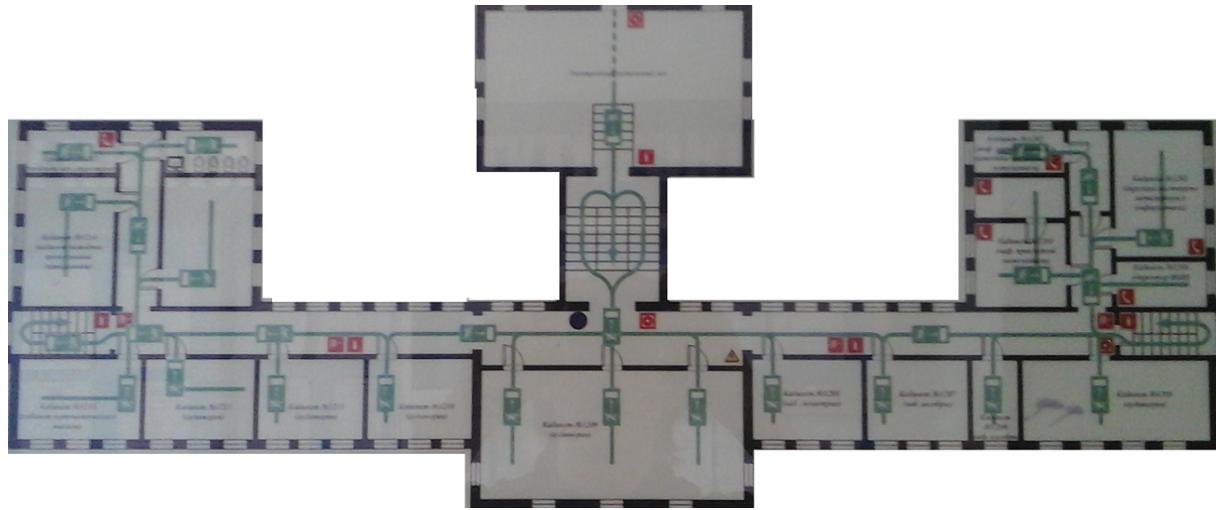


Рис. 2.1: Обработанное изображение 2 этажа 1 корпуса БГУ

Теперь для задания необходимого изображения этажа в карту можно представить её в векторном формате *SVG*. *SVG* (от англ. Scalable Vector Graphics — масштабируемая векторная графика) — язык разметки масштабируемой векторной графики, предназначенный для описания двумерной векторной и смешанной векторно/растровой графики в формате *XML*. Выбор пал именно на этот формат, поскольку внутрене формат *SVG* представляет собой *XML*-документ, содержащий помимо встроенной разметки координаты точек котрэзков. Необходимо было только написать парсер для фильтрации полезной информации из *SVG*. Пример внутренего содержания *SVG*:

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<!— 2017-04-04 23:45:02 Generated by QCAD SVG Exporter —>
<svg width="460mm" height="191mm" viewBox="0 0 460 191"
version="1.1" xmlns="http://www.w3.org/2000/svg"
style="stroke-linecap:round; stroke-linejoin:round; fill:none">
<g transform="scale(1,-1)">
```

```

<!-- Line -->
<path d="M208,-65 L208,-112 "
style="stroke:#000000;stroke-width:0.25;" />
<!-- Line -->
<path d="M212,-112 L212,-65 "
style="stroke:#000000;stroke-width:0.25;" />
<!-- Line -->
<path d="M180,-2 L278,-2 "
style="stroke:#000000;stroke-width:0.25;" />
<!-- Line -->
<path d="M278,-2 L278,-61 "
style="stroke:#000000;stroke-width:0.25;" />
<!-- Line -->
<path d="M236,-61 L236,-65 "
style="stroke:#000000;stroke-width:0.25;" />
</g>
</svg>

```

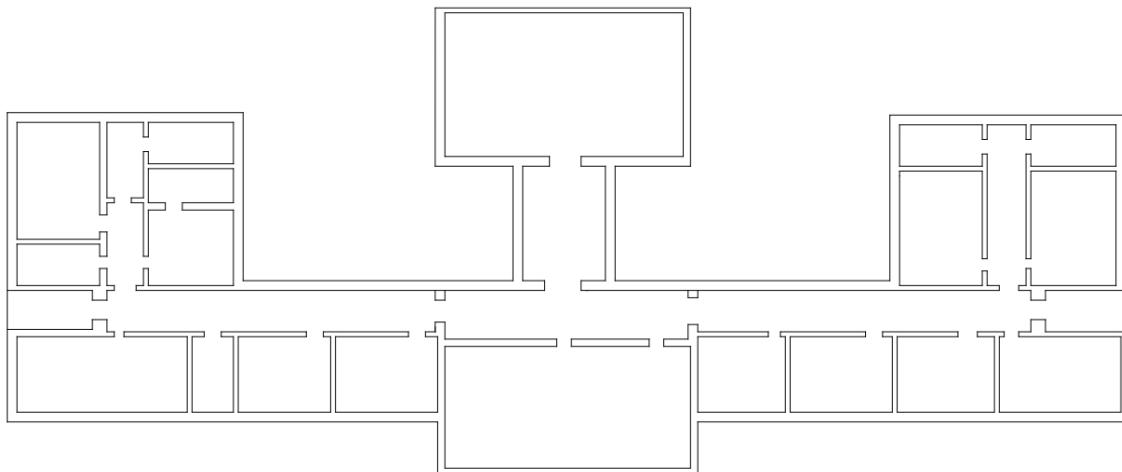


Рис. 2.2: Векторное представление изображения карты

В итоге, общая задача оцифрования уровня карты сводится к сканированию или простому фотографированию пожарного плана помеще-

ния, перевод данного изображения в векторный формат *SVG*, редактирование получившегося изображения при необходимости и "скармливание" получившегося файла программе считывания уровня. Получение векторное изображение представляет собой уже размеченный *xml*-документ, который подпрограмма считывания уровня просто парсит, вычленяя необходимую информацию в виде координат точек отрезков.

Для удобства редактирования готовых *SVG* - файлов мы освоили систему автоматизированного проектирования(САПР, англ. CAD) *QCad*. *QCad* – 2-мерная САПР с открытым исходным кодом, предназначенная для создания чертежей. Работает под операционными системами *Windows*, *Mac OS X* и на **nix* системах. *QCad* предоставляет различные инструменты для черчения. Многие концепции интерфейса и приемы работы схожи с *AutoCAD*. *QCad* использует формат *DXF* для сохранения и импорта чертежей по умолчанию, однако в профессиональной версии имеет также поддержку *DWG* и импорт/экспорт в *SVG*.

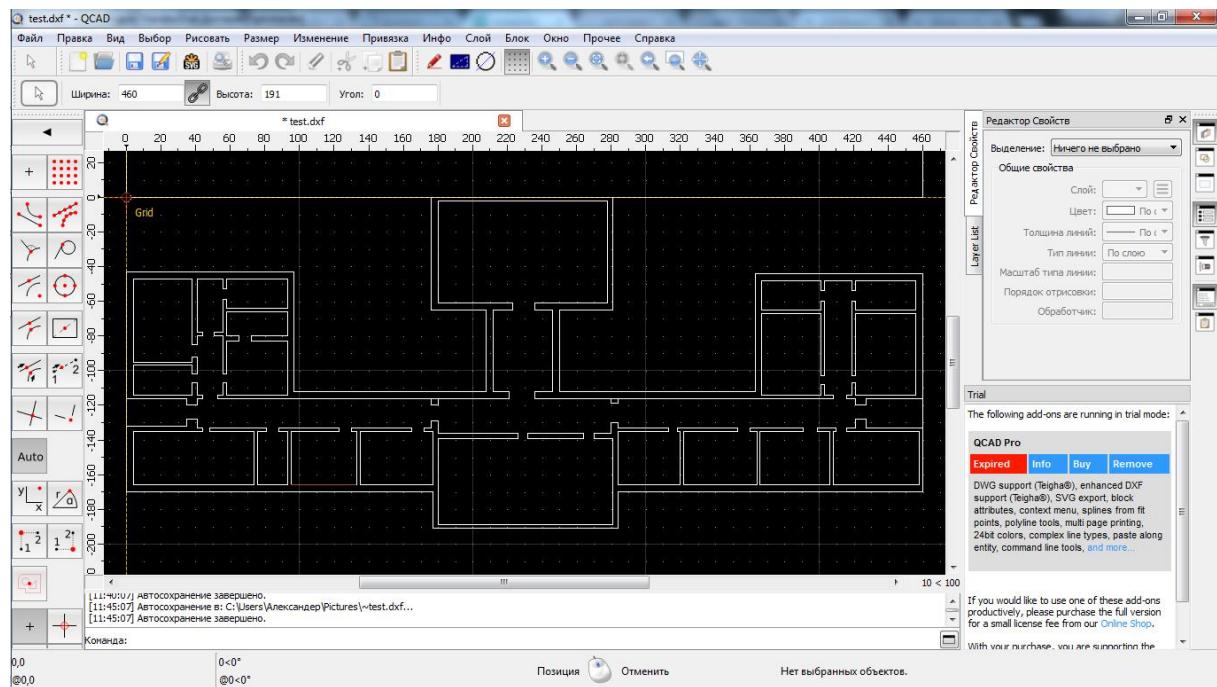


Рис. 2.3: План 2 этажа ИМИ БГУ в QCad

2.2. Рейкастинг как алгоритм отрисовки

Итак, в общем случае у нас на карте задан уровень в виде множества отрезков, а также задана точка, интерпретирующая положение камеры на карте. Также задан угол обзора, показывающий какие сегменты попали в наблюдение камеры.

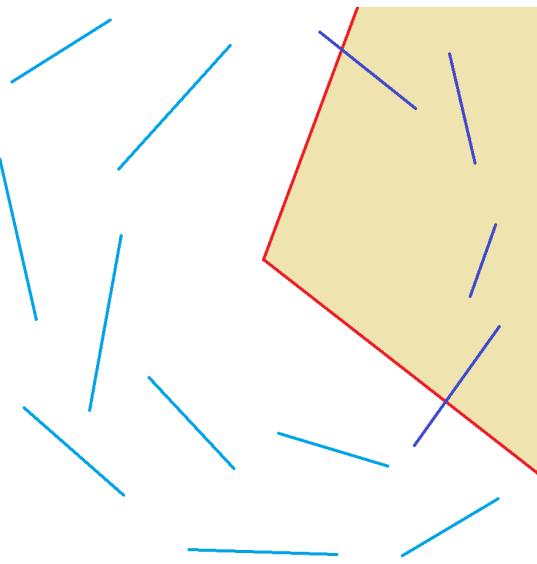


Рис. 2.4: Общий случай описания карты

Вектор описывающий положение камеры назовём \overrightarrow{pos} , а вектором \overrightarrow{dir} назовем направление угла обзора. Длина этого вектора не будет влиять на угол обзора.

При помощи оценивания знака векторного произведения определяется принадлежность сегмента к углу обзора. Из местоположения наблюдателя (вектор \overrightarrow{pos}) через каждую точку отрезка экрана, представляющую собой одну колонку пикселей на мониторе, проводятся лучи. Их количество равно горизонтальному разрешению экрана. Расстояние между точками на отрезке равно полутора длинам вектора \overrightarrow{dir} деленное на го-

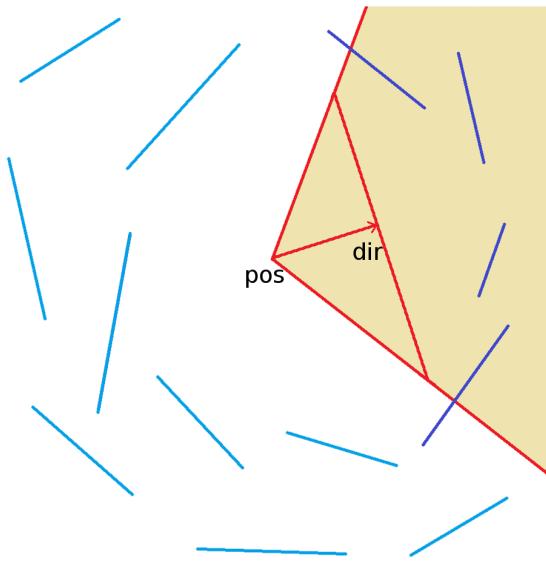


Рис. 2.5: Задание векторов

ризонталь разрешения экрана.

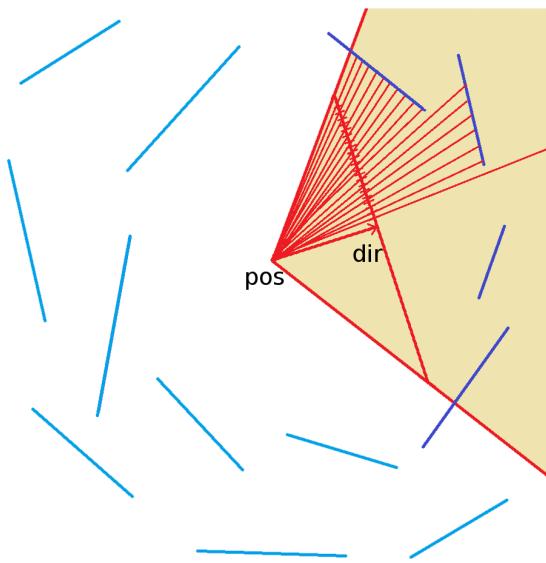


Рис. 2.6: Бросание лучей

Далее для каждой точки рассчитывается присутствие пересечения луча с сегментами по формуле Краммера и рассчитывается расстояние по

лучу до препятствия. В соответствии с полученным расстоянием отображаются линии которые формируют стены. Длина линии обратно пропорциональна найденному расстоянию. Т.е. чем дальше от нас объект, тем он меньше. Эти линии формируют стены.

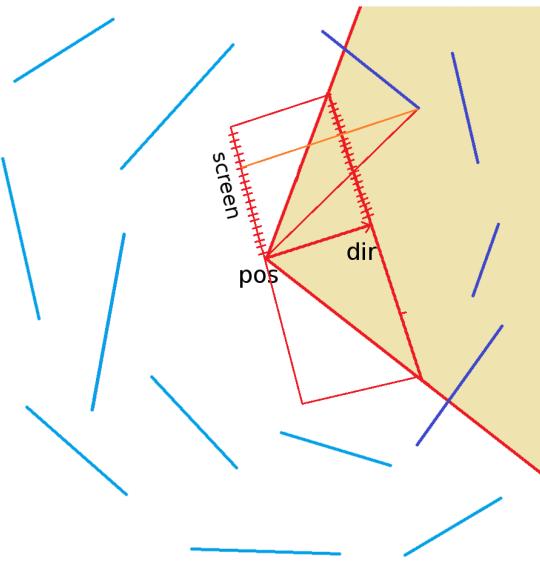


Рис. 2.7: Формирование изображения

К сожалению, при бросании луча из одной точки (точки где находится наблюдатель) возникает так называемый “эффект рыбьего глаза”, или широкоугольного объектива. Это происходит потому что расстояние пройденное по лучу, когда один конец луча неподвижен, а другой скользит вдоль прямой линии, изменяется по квадратичному закону относительно расстояния пройденного вдоль экрана. В результате этого границы стен на изображении описываются кривой второго порядка. Если мы хотим избежать этого эффекта, то нам нужно добиться того, чтобы расстояние пройденной лучом изменилось линейно от расстояния пройденного вдоль экрана. Для этого достаточно пускать лучи перпендикулярно экрану. Этого можно добиться минимальными изменениями в алгоритме, всего лишь изменив параметры передаваемые подпрограм-

ме по расчету расстояния - всего лишь умножив получение расстояние до пересечения на косинус угла между лучом и логическим экраном.

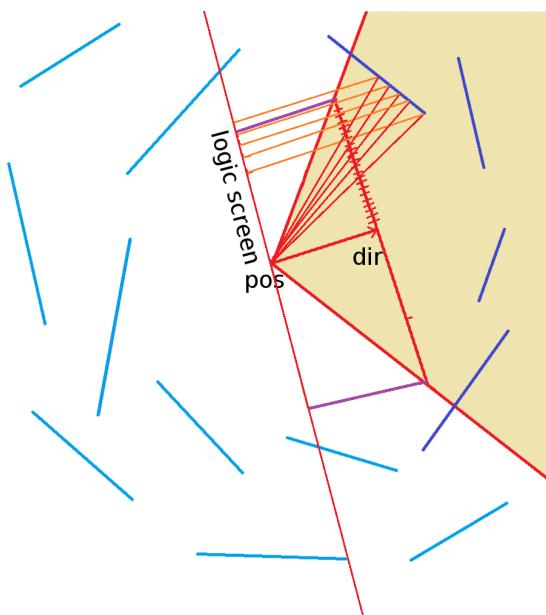


Рис. 2.8: Избавление от "эффекта рыбьего глаза"

2.3. Алгоритм текстурирования

При нанесении текстур алгоритм рейкастинга работает практически такая же, но в конце необходимо произвести несколько дополнительных вычислений текстуры; кроме того, петля в направлении у должна пройти через каждый пиксель для определения того, какой тексель (пиксель текстуры) данной текстуры необходимо использовать в этот раз.

Вертикальные полосы на этот раз нельзя нарисовать с помощью вертикальной командной линии. Вместо этого, каждый пиксель необходимо рисовать отдельно. Лучший способ - использовать в этот раз карту 2D в качестве буфера экрана, и сразу же копировать ее на экран.

Конечно же, нам необходим собственно, сам набор текстур, и поскольку функция *makeColumn*, которая наносит текстуры, работает с отдельными целыми значениями для цветов (вместо 3-х отдельных байтов для R, G и B), текстуры хранятся также в формате *RGB*.

Ширина и высота экрана для текстур определяется в самом начале, поскольку нам нужна одна и та же величина для функции экрана и для создания буфера экрана. Кроме того, новыми являются текстура ширины и высоты, определяемые здесь. Очевидно, это - ширина и высота в текселях (элементах) текстур.

Буфер экрана и наборы текстур - это набор динамических массивов-векторов *STD* (*std :: vectors*). Каждая из текстур обладает определенными показателями ширины и высоты (в пикселях). В придуманномами механизме рейкастинга текстуры могут иметь неограниченный размер, и ограничиваются только весом, ограничением времени и скоростью взаимодействия с ними. Наиболее оптимальным размером текстур оказался 512x512 пикселей, поскольку такое разрешение даёт достаточное

качество картинки без замедления FPS(частоты смены кадров).

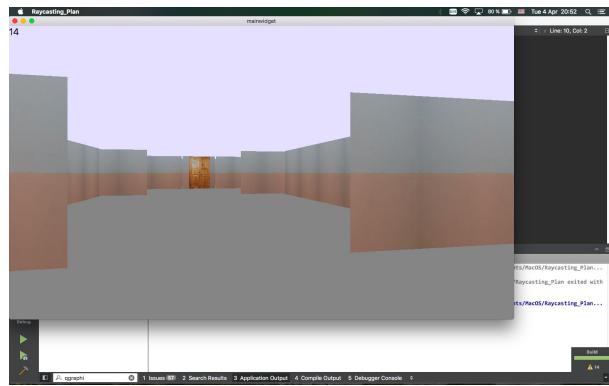


Рис. 2.9: Неоптимизированное текстурирование

Обычно сами текстуры отрисовываются в виде горизонтальных строк пикселей, но в случае рейкастинга, текстуры изображаются в виде вертикальных линий. Таким образом, чтобы оптимально использовать кэш центрального процессора, а также избежать пропусков страниц (avoid page misses), более эффективным может оказаться хранение текстур в памяти в виде набора вертикальных полос вместо горизонтальных строк пикселей. Для этого после генерирования текстур необходимо поменять их значения x и y .

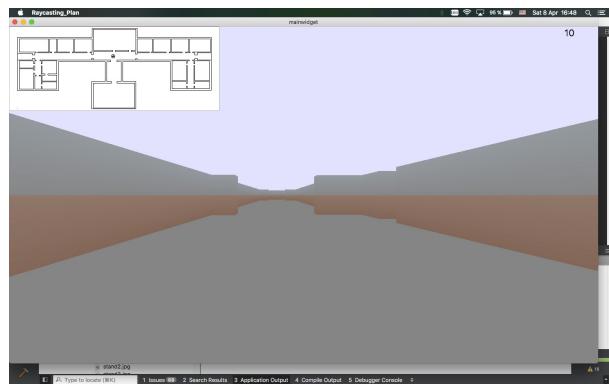


Рис. 2.10: Оптимизированное текстурирование

2.4. Паттерн для интерактивного взаимодействия

Для передвижения в среде полученного движка используется метод сдвига координат. Его суть банальна и сводится к следующим геометрическим манипуляциям: изменению координат x и y камеры на карте, изменения угла поворота камеры, замеры скорости перемещения камеры по пространству уровня для спидрана(англ. Speed Run - скоростное перемещение). Скорость перемещения камеры, а равно и игрока изменяется на константную величину, регулируя которую в файле конфигурации меняем скорость перемещения по карте.

Для передвижения по карте необходимо определить угол обзора относительно координатной оси, и, в зависимости от него изменить на соответствующий коэффициент координаты x и y . В нашем движке это определяется так: заранее в классе игрока Player определяется точка местоположения игрока *pos* и угол *dir*, задающийся нулём, что будет означать что камера смотрит точно по направлению оси Y . Так же задаются переменные *dx* и *dy*, определяющие изменение координат камеры, а так же переменную *ddir*, которая определяет изменение угла, математический смысл которой Δdir .

Функция описывающая изменение координат называется *Update*. При вызове этой функции, которая получает новые координаты в зависимости от времени изменения картров, движения или отсутствия движения камеры, определяются изменения *dx* и *dy* и добавляются с определённой задержкой к основным координатам камеры, для получения плавного передвижения, а так же прибавляется изменение угла в зависимости от времени. После вышеперечисленых манипуляций переменные *dx*, *dy* и *ddir* обнуляются. В коде это определяется так:

```

void Player::update(double &time) {
    pos.setX(pos.x() + dx*time*0.1);
    pos.setY(pos.y() + dy*time*0.1);
    dir += (ddir*time*(-0.00001));
    ddir=0;
    dx=0;
    dy=0;
    time = 0;
}

```

Переменные dx и dy изменяются в части кода, отвечающей за интерактивное воздействие через нажатие клавиш и повороты мышью. Изменение угла зависит от поворота вектора \overline{dir} , который можно описать следующим шаблоном:

$$\begin{vmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

Развёртка клавиатурных сочетаний была выбрана стандартная игровая расстановка *WASD*, для лучшей адаптации. При нажатии клавиши *W* камера должна двинуться вперёд. Изменение координат dx и dy фиксируется следующим образом:

```

if (event->key() == Qt::Key_W) {
    RP->player->setDX( cos(RP->player->getDir()));
    RP->player->setDY( sin(RP->player->getDir()));
}

```

При нажатии клавиши *S* камера должна двинуться назад. Изменение координат dx и dy фиксируется следующим образом:

```

if (event->key() == Qt::Key_S) {

```

```

RP->player->setDX(-cos(RP->player->getDir()));
RP->player->setDY(-sin(RP->player->getDir()));
}

```

При нажатии клавиши *D* камера должна повернуться направо, и широта угла поворота определяется длительностью нажатия. Изменение координат *dx* и *dy* фиксируется следующим образом:

```

if (event->key() == Qt::Key_D) {
    RP->player->setDX(sin(RP->player->getDir()));
    RP->player->setDY(-cos(RP->player->getDir()));
}

```

При нажатии клавиши *A* камера должна двинуться повернуться направо, и широта угла поворота определяется длительностью нажатия. Изменение координат *dx* и *dy* фиксируется следующим образом:

```

if (event->key() == Qt::Key_A) {
    RP->player->setDX(-sin(RP->player->getDir()));
    RP->player->setDY(cos(RP->player->getDir()));
}

```

При отпускании клавиш изменения прекращаются, и координаты не меняются. Всё это проделывается каждый раз для каждого фрейма(кадра).

Глава 3

Реализация

3.1. Инструментарий

Для создания проекта был выбран язык программирования *C++*'14 с фреймворком *Qt* 5.8. *Qt* это кроссплатформенный инструментарий для разработки ПО на языке *C++*, в данной редакции используется язык *C++* в редакции *ISO/IEC JTC1* (полное название: *International Standard ISO/IEC 14882 : 2014(E) Programming Language C ++*).

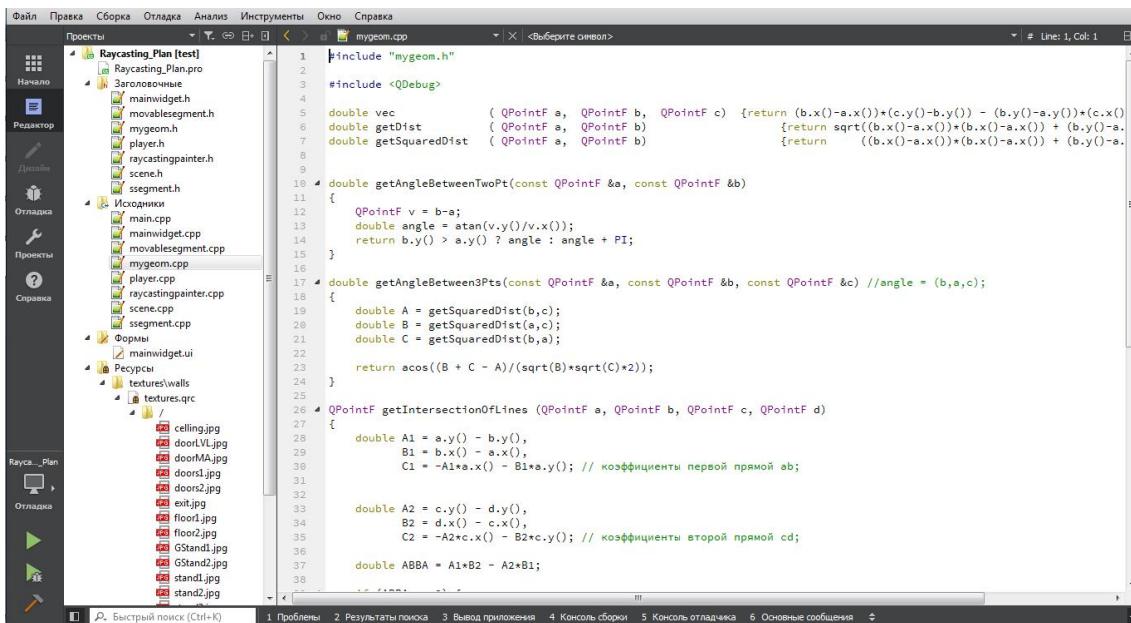


Рис. 3.1: Написание кода в *Qt*

Qt позволяет запускать написанное с его помощью ПО в большинстве современных операционных систем путём простой компиляции программы для каждой ос без изменения исходного кода. Включает в себя все основные классы, которые могут потребоваться при разработке прикладного программного обеспечения, начиная от элементов графического интерфейса и заканчивая классами для работы с сетью, базами данных и

XML. *Qt* является полностью объектно-ориентированным, легко расширяемым и поддерживающим технику компонентного программирования. Отличительная особенность *Qt* от других библиотек - использование *Meta Object Compiler (MOC)*. *MOC* - компилятор - это предварительная система обработки исходного кода. *MOC* позволяет во много раз увеличить мощь библиотек, вводя такие понятия, как слоты и сигналы. Кроме того, это позволяет сделать код более лаконичным. Утилита *MOC* ищет в заголовочных файлах на C++ описания классов, содержащие макрос *Q_OBJECT*, и создаёт дополнительный исходный файл на C++, содержащий метаобъектный код.

Для переноса общей части на *JavaScript* был использован кросс-компилятор C++ в *JavaScript* под названием *Emscripten*. *Emscripten* — компилятор из *LLVM* байт-кода в *JavaScript*. C/C++ код может быть скомпилирован в *LLVM* байт-код с помощью компилятора *Clang*. Некоторые другие языки так же имеют компиляторы в *LLVM* байт-код. *Emscripten* на основе байт-кода генерирует соответствующий *JavaScript*-код, который может быть выполнен любым интерпретатором *JavaScript*, например современным браузером. *Emscripten* предоставляет: *emconfigure* — утилита настройки окружения и последующего запуска *./configure*; *emmake* — утилита для настройки окружения и последующего запуска *make*; *emcc* — компилятор *LLVM* в *JavaScript*.

Сам код на *Qt* был написан максимально неплатформозависимым, следующим стандартам языка и не использующим нестандартные библиотеки, для того что бы написанный код был без проблем перенесён на *JavaScript*. Для достижения такого эффекта даже была перенесена и в ручную доделана библиотека из *Boost*, использующаяся в геометрии для просчёта расстояния, пройденого лучём, а так же для работы с сегментами. Новые библиотеки получили имя *ssegment.h* и *tgeom.h*.

Для автоматической сборки проекта и компиляции использована утилита *CMake*. *CMake* - это универсальная кроссплатформенная утилита для автоматической сборки программы из исходных кодов. При этом сама *CMake* непосредственно сборкой кода не занимается, а выступает в качестве front-end'a для back-end компилятора. И в итоге для общей сборки проекта необходим скрипт сборки для *CMake*, который выглядит следующим образом:

```
cmake -G"MinGW Makefiles" -DCMAKE_TOOLCHAIN_FILE=
C:\cheerp\share\cmake\Modules\CheerpToolchain.cmake
.. / segments && mingw32-make
```

```
cmd <1> cmd
C:\cheerp\share\cmake\Modules\CheerpToolchain.cmake:12 (CMAKE_FORCE_CXX_COMPILER)
C:/Program Files/CMake/share/cmake-3.8/Modules/CMakeDetermineSystem.cmake:88 (include)
CMakeLists.txt:3 (project)

CMake Deprecation Warning at C:/Program Files/CMake/share/cmake-3.8/Modules/CMakeForceCompiler.cmake:69 (message):
The CMAKE_FORCE_C_COMPILER macro is deprecated. Instead just set
CMAKE_C_COMPILER and allow CMake to identify the compiler.
Call Stack (most recent call first):
C:\cheerp\share\cmake\Modules\CheerpToolchain.cmake:11 (CMAKE_FORCE_C_COMPILER)
D:/Project/agarb/test/CMakeFiles/3.8.0-rc2/CMakeSystem.cmake:6 (include)
CMakeLists.txt:3 (project)

CMake Deprecation Warning at C:/Program Files/CMake/share/cmake-3.8/Modules/CMakeForceCompiler.cmake:83 (message):
The CMAKE_FORCE_CXX_COMPILER macro is deprecated. Instead just set
CMAKE_CXX_COMPILER and allow CMake to identify the compiler.
Call Stack (most recent call first):
C:\cheerp\share\cmake\Modules\CheerpToolchain.cmake:12 (CMAKE_FORCE_CXX_COMPILER)
D:/Project/agarb/test/CMakeFiles/3.8.0-rc2/CMakeSystem.cmake:6 (include)
CMakeLists.txt:3 (project)

-- Configuring done
-- Generating done
-- Build files have been written to: D:/Project/agarb/test
Scanning dependencies of target segments
[ 1%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cheerapplication/webmain.cpp.obj
[ 2%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cheerimplementation/canvas.cpp.obj
[ 3%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cheerimplementation/imagebuffer.cpp.obj
[ 4%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/mock/inputbuffer.cpp.obj
[ 5%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cone/canvas.cpp.obj
[ 6%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cone/color.cpp.obj
[ 7%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cone/imagebuffer.cpp.obj
[ 8%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cone/inputbuffer.cpp.obj
[ 9%] Building CXX object Chakelites/segments.dir/cone/scene.cpp.obj
[100%] Linking CXX executable segments.js
[100%] Built target segments

Александр@ALEKSANDER-PC D:\Project\agarb\test
> |
cmd.exe[64]:5312 +160904[64] 1/1 [+/-] NUM PRI: 170x41 (3.94) 25V 6032 100% //
```

Рис. 3.2: Пример компиляции при помощи CMake

Подобного рода скрипты позволяют скомпилировать проект и сразу в нативную версию, и в версию для web-приложения с условием готового платформозависимого канваса и буфера кадров для странички *HTML*. Выходной *JavaScript*-файл встраивается на заранее установленную страничку автоматически.

3.2. Организация работы над проектом

Для организации работы над проектом была использована электронная доска *Trello* для упрощённой организации и управления проектом между всеми участниками проекта. *Trello* - это интерактивное веб-приложение, выглядящее как смесь электронной доски для стикеров и календаря. *Trello* использует парадигму для управления проектами, известную как канбан - "точно-в-срок".

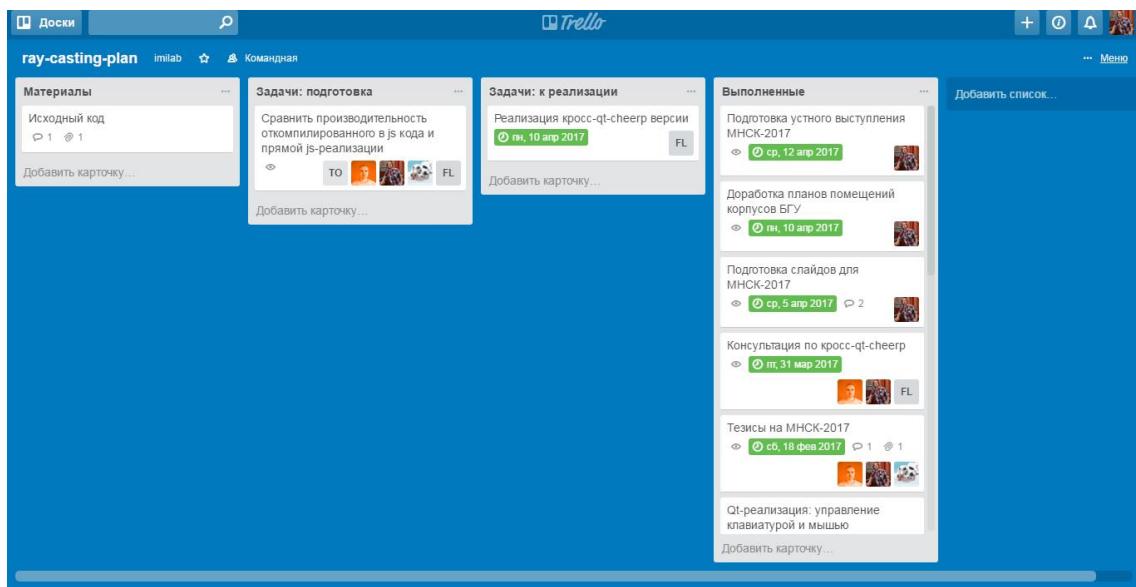


Рис. 3.3: Интерфейс электронной доски Trello

Суть *Trello* в том, что условной доске в виде сообщений висят задачи, которые необходимо реализовать обязательно в срок до заданной на карточке дате. При организации работы над проектом, в котором участвуют несколько человек, это приложение очень сильно облегчает организационные моменты.

Для упрощения организации при написании исходных кодов использовался *Git* - распределённая система управления версиями в виде централизованных репозиториев. Репозиторий *Git* представляет собой каталог файловой системы, в котором находятся файлы конфигурации репо-

зитория, файлы журналов, хранящие операции, выполняемые над репозиторием, индекс, описывающий расположение файлов и хранилище, содержащее собственно файлы. структура хранилища файлов не отражает реальную структуру хранящегося в репозитории файлового дерева, она ориентирована на повышение скорости выполнения операций с репозиторием. Когда ядро обрабатывает команду изменения (неважно, при локальных изменениях или при получении патча от другого узла), оно создаёт в хранилище новые файлы, соответствующие новым состояниям изменённых файлов. существенно, что никакие операции не изменяют содержимого уже существующих в хранилище файлов. По умолчанию репозиторий хранится в подкаталоге с названием `".git"` в корневом каталоге рабочей копии дерева файлов, хранящегося в репозитории. Любое файловое дерево в системе можно превратить в репозиторий git, отдав команду создания репозитория из корневого каталога этого дерева (или указав корневой каталог в параметрах программы). репозиторий может быть импортирован с другого узла, доступного по сети. При импорте нового репозитория автоматически создаётся рабочая копия, соответствующая последнему зафиксированному состоянию импортируемого репозитория (то есть не копируются изменения в рабочей копии исходного узла, для которых на том узле не была выполнена команда `commit`).

Для упрощения работы над функционалом программы использовалась модель работы с ветками в *Git* под названием *Git Flow*. *Git Flow* - это модель, которая показывает, как можно проводить разработку в команде, используя возможности *Git*. Разработчики могут работать над задачами как индивидуально, так и в группах, не мешая друг другу. При этом в течение всего жизненного цикла разработки существуют только две основные ветки: *master* и *develop*, поэтому в репозитории поддерживается постоянный порядок, поскольку все другие ветки являются лишь временными. Данная модель проста и понятна, а применение расширения автоматизации делает ее очень удобной в использовании.

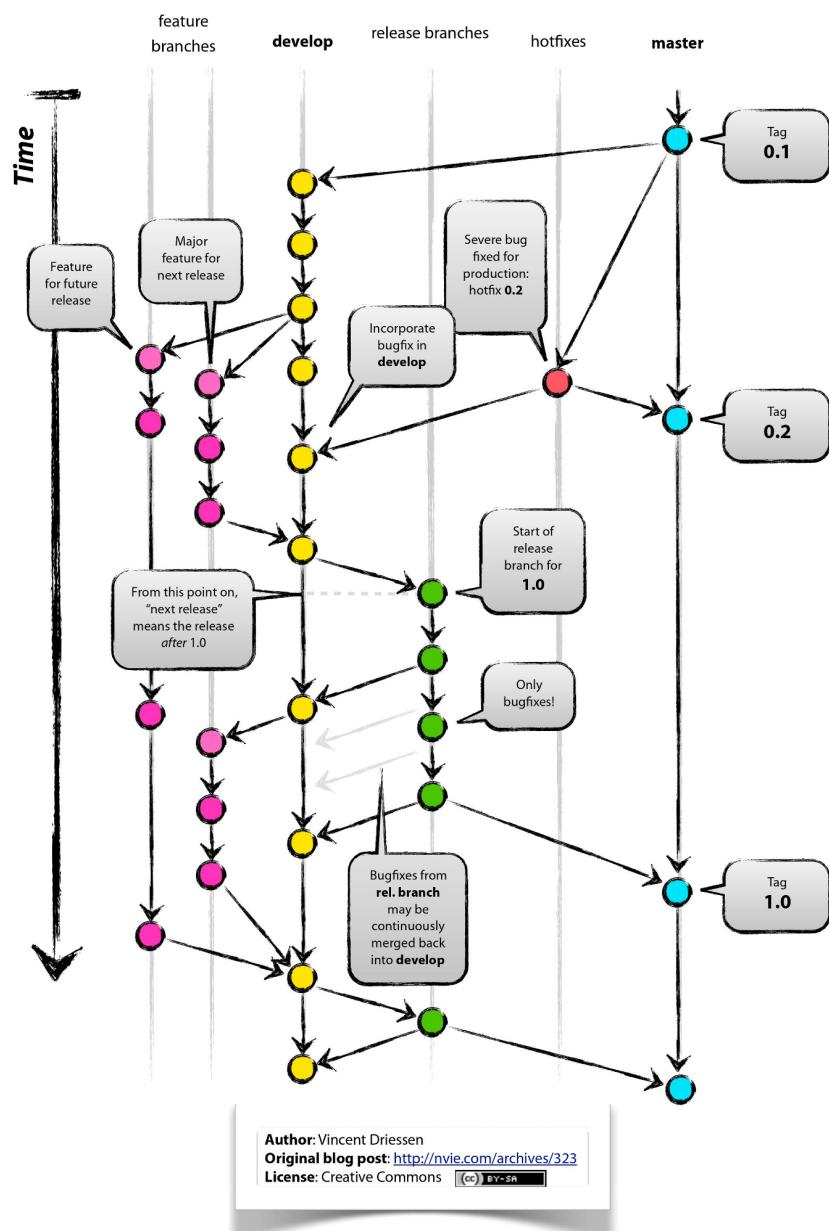


Рис. 3.4: Визуализация GitFlow

Центральный репозиторий содержит две главные ветви, существующие всё время - ветвь *master* и ветвь *develop*. Ветвь *master* создаётся при инициализации репозитория, что должно быть знакомо каждому пользователю *Git*. Параллельно ей также мы создаём ветку для разработки под названием *develop*. Мы считаем ветку *origin/master* главной. То есть, исходный код в ней должен находиться в состоянии *production* –

ready в любой произвольный момент времени. Ветвь *origin/develop* мы считаем главной ветвью для разработки. Хранящийся в ней код в любой момент времени должен содержать самые последние изданные изменения, необходимые для следующего релиза. Эту ветку также можно назвать "интеграционной". Когда исходный код в ветви разработки (*develop*) достигает стабильного состояния и готов к релизу, все изменения должны быть определённым способом влиты в главную ветвь (*master*) и помечены тегом с номером релиза. Следовательно, каждый раз, когда изменения вливаются в главную ветвь (*master*), мы по определению получаем новый релиз. Мы стараемся относиться к этому правилу очень строго, так что, в принципе, мы могли бы использовать хуки *Git*, чтобы автоматически собирать наши продукты и выкладывать их на рабочие сервера при каждом коммите в главную ветвь (*master*).

Помимо главных ветвей *master* и *develop*, наша модель разработки содержит некоторое количество типов вспомогательных ветвей, которые используются для распараллеливания разработки между членами команды, для упрощения внедрения нового функционала (*features*), для подготовки релизов и для быстрого исправления проблем в производственной версии приложения. В отличие от главных ветвей, эти ветви всегда имеют ограниченный срок жизни, и каждая из них в конечном итоге рано или поздно удаляется.

В итоге, мы используем следующие типы ветвей:

- Ветви функциональностей (*Feature branches*);
- Ветви релизов (*Release branches*);
- Ветви исправлений (*Hotfix branches*).

У каждого типа ветвей есть своё специфическое назначение и строгий набор правил, от каких ветвей они могут порождаться, и в какие должны влияться.

3.3. Структура проекта (UML)

3.4. Реализация на целевых платформах

Поскольку современный человек предпочитает универсальные механизмы для любых платформ, мы так же озадачили себя кроссплатформенностью одного и того же кода, причём на таких казалось бы несовместимых платформах как *web* и нативная платформа(десктоп и мобильное приложение). Для достижения кроссплатформы на любой десктопной операционной системы, в разработке был применён язык *C++*'14 с фреймворком *Qt* 5.8.0. Использование именно этой среды и языка обеспечило полную совместимость как в **nix* системах (в частности, в *MacOS X*, системах на основе ядра *Linux*, *BSD* - системах и тд), так и в среде *Windows*. Так же фреймворк *Qt* позволяет с лёгкостью перекомпилировать тот же самый код без особых изменений на любое *Android* - устройство и устройство с *iOs*, например *iPhone*, что весьма актуально ввиду всеобщей распространённости таких гаджетов.

Однако, с платформой *Web* для встраивания на сайты пришлось повозиться. Любая *web*-страничка в Интернете представляет собой совокупность документа *HTML*, каскадную страницу стилей *CSS*, скриптовую часть на языке *JavaScript* и внутреннее содержание в виде текста, документов содержащих в себе картинки, аудиоконтент, видеоконтент, мультимедиа, апплеты и гиперссылки на другие страницы. И для реализации на сайте нашего приложения необходимо было создать скриптовый апплет. Ввиду абсолютной несовместимости *web*-платформы с языком *C++* в качестве скриптового языка для встраиваемых апплетов, необходимо было перенести реализацию на язык *JavaScript* с сохранением работоспособности десктопной версии.

Для решения этой проблемы мы разделили кодовую базу, сделав общей часть непосредственно решающую задачу, и отделив код специфичный для каждой из платформ. Код решающий задачу оперирует абстрактны-

ми классами канвы (*Core :: Canvas*) и буфера (*Core :: ImageBuffer*), которые в свою очередь конкретизируются для каждой платформы.

В итоге, в общую часть у нас вошло: Алгоритм рейкастинга, Представление карт уровней, Абстракции канвы и буфера кадров. И части для каждой платформы вошли конкретные реализации канвы и буфера кадров. Сейчас специальная часть для платформ занимает лишь 30% от общей кодовой базы, и нет причин для увеличения этой части с ростом проекта.

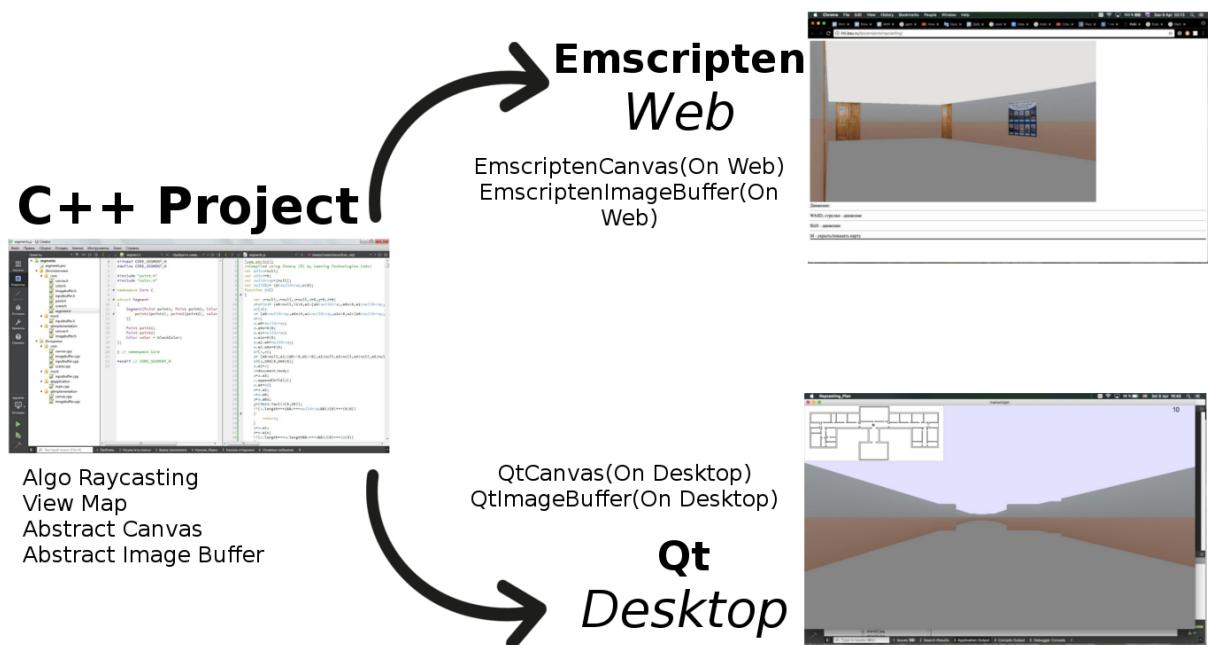


Рис. 3.5: Разделение конкретных реализаций

Для переноса общей части на *JavaScript* был использован кросс-компилятор *C++* в *JavaScript* под названием *Emscripten*, как было описано выше.

В общем итоге одна кодовая база делится на два подвида - для нативной платформы версия с *Qt* и для Web-платформы версия *JavaScript*. Подобные проекты с уникальной кодовой базой под разные платформы крайне редки в наше время, и это уникальная разработка для нас.

3.5. Производительность

После реализации нашего проекта были произведены замеры производительности на разных платформах с разным железом. Производительность нативной версии была произведена по показателям потребляемой памяти, процентов загрузки процессора и выдаваемым FPS(количества кадров в секунду). Отсутствие замеров производительности по видеокарте были излишними, поскольку наш проект работал только с процессором напрямую, и не затрагивал видеокарту, только для вывода самого изображения. Замеры версии для ПК были произведены на компьютерах с процессором *Intel Core i7* и 8 Гигабайтами оперативной памяти, ноутбуке с процессором *AMD A10 4600M* и 8 Гигабайтами оперативной памяти, а так же на старом компьютере с *AMD Athlon XP 2000+* и 512 Мегабайтами оперативной памяти. Замеры производились в операционных системах *Windows 10 Redstone 2 (1703)*

- *Creators Update*(*Windows XP SP3* для *AMD Athlon XP 2000+), *Ubuntu 16.04.2 LTS Xenial Xerus* и *FreeBSD 11.0*. Результаты бенчмарков вы видите ниже:*

- Для ПК с *Intel Core i7* и 8 ГБ ОЗУ данные указаны в таблице 3.1:

Таблица 3.1: Замеры производительности на 1 компьютере

OS	Memory	CPU	FPS
<i>Windows 10</i>	25 Mbyte	10%	27-41
<i>Ubuntu 16.04.2 LTS</i>	17.4 Mbyte	8%	34-44
<i>FreeBSD 11.0</i>	18 Mbyte	8%	32-47

- Для ПК с *AMD A10 4600M* и 8 ГБ ОЗУ данные указаны в таблице 3.2:

- Для ПК с *AMD Athlon XP 2000+* и 512 МБ ОЗУ данные указаны в

Таблица 3.2: Замеры производительности на 2 компьютере

OS	Memory	CPU	FPS
<i>Windows 10</i>	25 Mbyte	12%	25-39
<i>Ubuntu 16.04.2 LTS</i>	17.4 Mbyte	9%	33-40
<i>FreeBSD 11.0</i>	18 Mbyte	9%	33-42

таблице 3.3:

Таблица 3.3: Замеры производительности на 3 компьютере

OS	Memory	CPU	FPS
<i>Windows XP</i>	30 Mbyte	34%	16-23
<i>Ubuntu 16.04.2 LTS i386</i>	22.3 Mbyte	25%	19-26
<i>FreeBSD 11.0</i>	20 Mbyte	23%	20-26

Как видно из таблиц 3.1-3.3, приложение расходует крайне мало оперативной памяти вне зависимости от операционной системы, однако накладывает достаточные вычислительные затраты на процессор. Но в целом приложение хорошо идёт даже на слабых старых компьютерах. Под операционной системой *Windows* наше приложение работает хуже чем на аналогичном железе под *Linux* и *FreeBSD*, ввиду неоптимальности и несовершенности самой операционной системы *Windows*. Под *Linux* и *FreeBSD* приложение затрачивает примерно одинаковое количество ресурсов и выдаёт практически одинаковое значение количества кадров в секунду.

Так же замеры производительности были произведены на *MacBookAir* со стоковой *macOSSierra* и переносным самодельным дистрибутивом *Debian*

Linux 8.7. Результаты бенчмарков вы видите в таблице 3.4:

Таблица 3.4: Замеры производительности на *MacBook*

OS	Memory	CPU	FPS
<i>iOsX</i>	18 Mbyte	21%	33-42
<i>Debian 8.7</i>	18 Mbyte	20.9%	33-42

Как видно из таблицы 3.4, приложение расходует крайне мало оперативной памяти вне зависимости от операционной системы. Под *Linux* и *iOsX* приложение затрачивает примерно одинаковое количество ресурсов и выдаёт практически одинаковое значение количества кадров в секунду.

Для мобильных устройств тесты проводились на устройствах с операционной системой *Android*. При компиляции использовался *Android SDK* 18, поэтому полученное приложение запустится на любом устройстве с системой *Android* 4.0 и выше. Для теста были выбраны три аппарата: флагманский *Samsung Galaxy A5* с восьмиядерным процессором на 1900 *MHz* и 3 Гб оперативной памяти, *Highscreen Power Ice Evo* с четырёхядерным процессором на 1250 *MHz* и 2 Гб оперативной памяти и одноядерный *Samsung Galaxy Star Plus* с 800 *MHz* и 512 Мб оперативной памяти . Тестирование проводилось только на показатель FPS, поскольку точно установить производительность определённых приложений в Андроиде очень сложно. Результаты бенчмарков вы видите на таблице 3.5:

Как видно из таблицы, производительные многоядерные мобильные устройства имеют достаточно мощности что бы выдавать оптимальное количество кадров в секунду. Старые аппараты плохо тянут приложение, но это очевидно, поскольку такие аппараты уже считаются устаревшими, и уже не тянут приложения вроде последних версий *Google Chrome*.

Таблица 3.5: Замеры производительности на мобильных устройствах

Model	Antutu Test	FPS
<i>Samsung Galaxy A5</i>	59834	24-30
<i>Highscreen Power Ice Evo</i>	31672	20-26
<i>Samsung Galaxy Star Plus</i>	8012	12-20

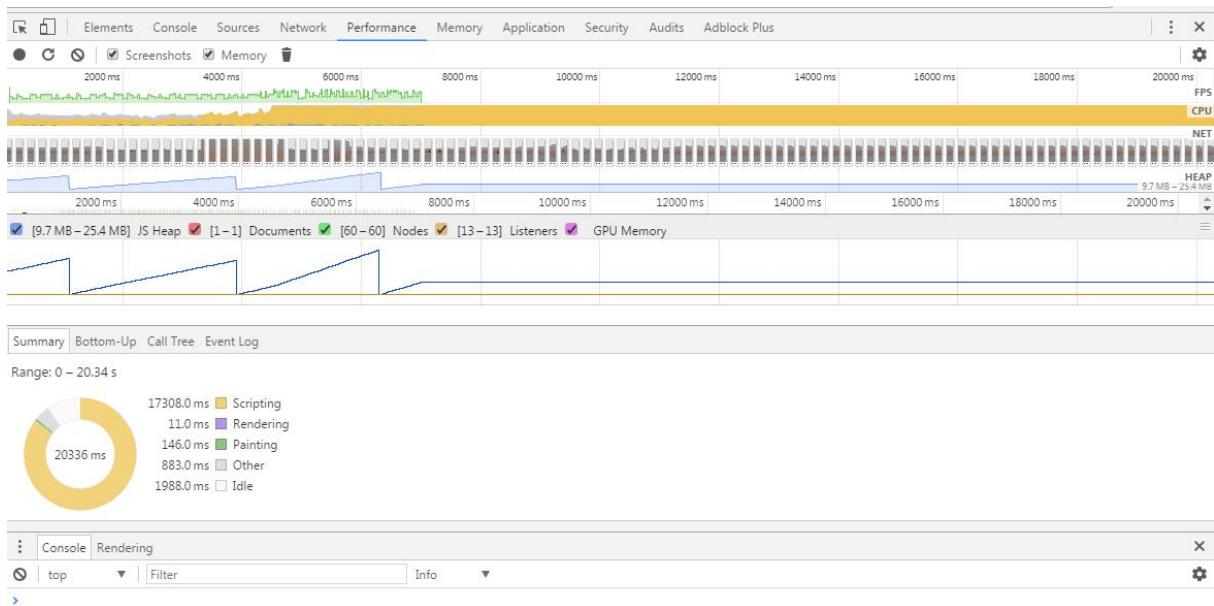


Рис. 3.6: Производительность web-версии в браузере Chromium

Мобильная версия приложения получилось универсальной, поскольку поддерживается любыми браузерами со встроенной поддержкой *HTML 5*, а таковыми являются почти все современные браузеры на любых компьютерах. Тестирование производилось в наиболее популярных ныне браузерах *Mozilla Firefox*, *Chromium*, *Safari* и *Microsoft Edge*. Тестирование браузеров *GoogleChrome*, *Opera* и прочих подобных браузеров было так же проведено, но поскольку все они используют движок и кодовую базу *Chromium*, то они получали аналогичные результаты. Тести-

рование производилось по результатам замеров используемой памяти и FPS. Результаты вы видите в таблице 3.6:

Таблица 3.6: Замеры производительности в различных браузерах

Browser	Memory	FPS
<i>Mozilla Firefox</i>	25.4 Mbyte	42-60
<i>Chromium</i>	28 Mbyte	39-56
<i>Safari</i>	28 Mbyte	39-56
<i>Microsoft Edge</i>	30.6 Mbyte	34-51

Как видно из таблицы, любой современный браузер выдаёт достаточное количество кадров в секунду для плавной работы, и браузерная версия гораздо менее ресурсозатратна ввиду меньшей точности при вычислениях. Результаты работы у браузера *Microsoft Edge* оказались наименее эффективными, поскольку традиционно программные продукты от *Microsoft* отличаются низким качеством. Результаты *Chromium* и *Safari* оказались идентичными, поскольку они оба используют движок *WebKit*. Лучшим результатом оказался результат *Mozilla Firefox*, поскольку сам браузер и его движок очень качественные, производительные и на любых тестах показывает самые производительные результаты среди всех браузеров.

3.6. Внедрение ссылки на сайт ИМИ БГУ

Итоговой частью работы стало внедрение полученной веб-версии на сайт ИМИ. Поскольку сама реализация проекта выглядит как *JavaScript* - скрипт встраиваемый в *HTML* - форму, было решено отказаться от реализации сложного сайта в виде какой-либо *CMS* в сторону простой *HTML* страницы, содержащей в себе данный скрипт.

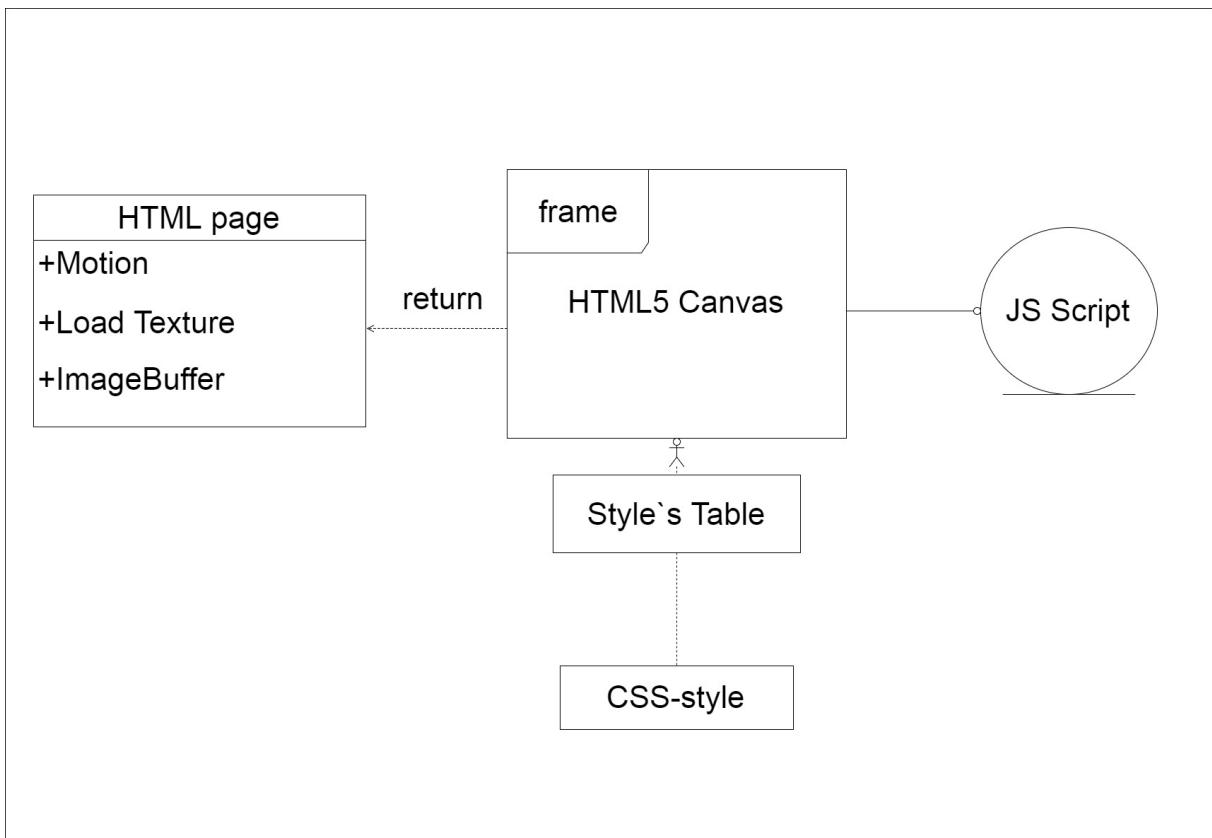


Рис. 3.7: Схема работы сайта

HTML (от англ. HyperText Markup Language - "язык гипертекстовой разметки") - стандартизованный язык разметки документов в Интернете. Большинство веб-страниц содержат описание разметки на языке *HTML* (или *XHTML*). Язык *HTML* интерпретируется браузерами; полученный в результате интерпретации форматированный текст отображается на экране монитора компьютера или мобильного устрой-

ства. В данном проекте был использован наиболее современный стандарт *HTML*, называемый *HTML5*. *HTML5* - новый стандарт *HTML*, поддерживаемый самыми совершенными браузерами. суть его отличий от старых версий *HTML* - в *HTML5* реализовано множество новых синтаксических особенностей. Например, элементы *< video >*, *< audio >* и *< canvas >*, а также возможность использования *SVG* и математических формул. Эти новшества разработаны для упрощения создания и управления графическими и мультимедийными объектами в сети без необходимости использования сторонних API и плагинов. Другие новые элементы, такие как *< section >*, *< article >*, *< header >* и *< nav >*, разработаны для того, чтобы обогащать семантическое содержимое документа (страницы). Новые атрибуты были введены с той же целью, хотя ряд элементов и атрибутов был удалён. Некоторые элементы, например *< a >*, *< menu >* и *< cite >*, были изменены, переопределены или стандартизированы. *API* и *DOM* стали основными частями спецификации *HTML5*. *HTML5* также определяет некоторые особенности обработки ошибок вёрстки, поэтому синтаксические ошибки должны рассматриваться одинаково всеми совместимыми браузерами.

В числе прочего, *HTML5* так же поддерживает такой элемент как *< canvas >*. *Canvas* (англ. canvas - "холст рус. канвас) - элемент *HTML5*, предназначенный для создания растрового двухмерного изображения при помощи скриптов, обычно на языке *JavaScript*. Начало отсчёта блока находится слева сверху. От него и строится каждый элемент блока. Размер пространства координат не обязательно отражает размер фактической отображаемой площади. По умолчанию его ширина равна трем стам пикселям, а высота ста пятидесяти. Используется, как правило, для отрисовки графиков для статей и игрового поля в некоторых браузерных играх. Но также может использоваться для встраивания видео в страницу и создания полноценного плеера.

Особенности:

- Изменение высоты или ширины холста сотрет всё его содержимое и все настройки, проще говоря он создаётся заново;
- Начало отсчёта (точка 0,0) находится в левом верхнем углу. Но её можно сдвигать;
- 3D контекста нет, есть отдельные разработки, но они не стандартизованы;
- Цвет текста можно указывать аналогично *CSS*, впрочем, как и размер шрифта.

Благодаря его свойствам, мы можем встроить полученный нами из *C++* скрипт в *JavaScript* и использовать <*canvas*>.

```
<script type="text/javascript">
    var canvas = document.createElement('canvas');
    canvas.id = 'canvas';
    document.body.appendChild(canvas);
    canvas.width = 1024;
    canvas.height = 576;
    var ctx = canvas.getContext('2d');
</script>
```

Полученный холст канваса и рисуется на web-форме.

```
<canvas id="canvas" width="1024" height="576"></canvas>
<script type="text/javascript" src="rayc.js"></script>
```

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для человека, который приходит в ранее неизвестное ему здание, сложно быстро определиться в пространстве. Будучи первокурсником, я не раз думал о том, что когда-нибудь обязательно смоделирую план помещений ИМИ так, чтобы это было понятно и максимально доступно человеку с улицы.

В здании ИМИ часто проводятся семинары, конференции и симпозиумы различных уровней. Интерактивный план помещений – хорошее подспорье гостям института чтобы разобраться в расположении помещений. Данный план обязательно должен быть включен в паспорт антитеррористической защищенности здания ИМИ. С помощью этого плана определиться с расположением помещений очень легко, поскольку он содержит не только схему размещения здания ИМИ по отношению к объектам инфраструктуры, но и конкретно расположение помещений института. Отдельным приложением для представителей МЧС, МВД и ФСБ станет интерактивный план помещений ИМИ и возможные критические и чрезвычайные ситуации в здании ИМИ в результате проведения диверсионно-террористических акций или экстремистских проявлений.

Впереди время абитуриентов. Не секрет, что каждый вуз бьется за новых студентов буквально зубами. Для того, чтобы максимально заинтересовать абитуриентов, привлечь в Институт математики и информатики большее количество желающих обучаться здесь, есть отличное решение, практически инновационная технология в действии. Самые передовые технологии, существующие на бумаге, в форме цифр, формул и тд. Ничто, в сравнении с интерактивным планом помещений в корпусе института математики и информатики.

Абитуриент, который приходит в ИМИ, не знаком с планом помеще-

ний, его интересуют самые элементарные вещи. Для него первоочередной задачей является знакомство с расположением аудиторий, кабинетов, гардероба, буфета и даже туалета. С этой задачей справится интерактивный план помещений корпуса ИМИ. Абитуриент, имея такой план, с легкостью разберется в здании ИМИ, будет иметь возможность свободно перемещаться в здании, что послужит дополнительным способом коммуникации в незнакомом месте.

Универсальность этого способа заключается в том, что данный план абитуриент будет видеть у себя на мобильном устройстве в виде приложения при входе в здание ИМИ. Также план будет размещен на сайте ИМИ для свободного пользования. Каждый компьютер члена приемной комиссии будет оснащен данным планом, чтобы помогать абитуриенту на первых порах.

Итогом всей работы стал готовый кроссплатформенный интерактивный план помещений, который в настоящее время активно внедряется для использования в ИМИ БГУ, а в дальнейшем распространяется и на весь БГУ. Приложение является кроссплатформенным и универсальным, и в этом его преимущество. Создание интерактивного плана с сохранением кроссплатформенности - это очень сложная в технологическом смысле задача, и я рад что я справился.

В чем уникальность метода? В его универсальности и доступности. В наш век высоких технологий каждый школьник считает себя выдающимся специалистом в области компьютерной техники. И поэтому, имея на мобильном устройстве такой план, школьник будет стремиться попасть на обучение именно в ИМИ.

Ссылка на сайт - <http://imi.bsu.ru/lps/projects/raycasting/>.

Литература

1. Антонова Л.В., Бурзалова Т.В. Проективная геометрия : учеб. пособие.— Улан-Удэ : Бурятский государственный университет, 2016 .— 152 с.
2. Амерал Л. Принципы программирования в машинной графике. - М. : Сол Систем, 1992. - 224 с.
3. Амерал Л. Машинная графика на языке С. - М. : Мир, 1982. - 184 с.
4. Бересков, А.В. Шикин, Е.В. Компьютерная графика. – М.: Юрайт, 2016. – 220 с.
5. Божко, А.Н. Компьютерная графика: учеб. пособие - М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. - 389 с.
6. Бьерн Страуструп. Язык программирования C++(3 издание). -СПб.: Невский Диалект, 2008. - 504 с.
7. Вельтмандер П.В. Машинная графика. Основные алгоритмы. Книга 2. – Новосибирск: НГУ, 1997. -197 с.
8. Геворкян П. С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учеб. пособие. —Москва: Физматлит, 2011. —204 с.
9. Гилой В. Интерактивная машинная графика. - М.: Мир, 1981.- 380с.
10. Д. Кнут. Искусство программирования (3 тома). - М.: ВИЛЬЯМС, 2011.
11. Дёмин А.Ю. Практикум по компьютерной графике: уч.пособие; - Томск: Томский политехнический университет, 2014. -120 с.
12. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия: уч. —Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. —223 с.

13. Кадомцев С. Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра.
—Москва: Физматлит, 2011. —167 с.
14. Киселев А.П. Геометрия: учебник; под ред. и с доп. Н. А. Глаголева.
—Москва: Физматлит, 2013. —328 с.
15. Киселев А.П. Геометрия. Планиметрия. Стереометрия: учебник.
—Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2013. —228 с.
16. Кустодиева Б.М., Голлербах Э.Ф. Графика. —Москва: Лань, 2013
17. Котов Ю. В. Как рисует машина. — М.: Наука, 1988. — 224 с.
18. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. —Москва: Лань, 2013. —431 с.
19. Ласло М. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++. — М.: БИНОМ, 1997. — 304 с.
20. Хейфец А.Л., Логиновский А.Н., Буторина И.В., Васильева В.Н. Инженерная 3D-компьютерная графика. —М.: Издательство Юрайт, 2015. —602 с.
21. Лорд Э.Э., Маккей А.Л., Ранганатан С. Новая геометрия для новых материалов; пер. с англ. Л.П. Мезенцевой под ред. В.Я. Шевченко, В.Е. Дмитриенко. —Москва: Физматлит, 2010. —263 с.
22. Макс Шлеэ. Qt 5.3. Профессиональное программирование на C++. -СПб.: БВХ-Петербург, 2015.
23. Мозговой М. В. 85 нетривиальных проектов, решений и задач на языке C++. - СПб.: НАУКА И ТЕХНИКА, 2007.
24. Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики - СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 554 с.

25. Павлидис Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1986. – 400 с.
26. Петров М.Н. Компьютерная графика (3-е изд.). - СПб.: Питер. 2011. – 544 с.
27. Перемитина Т.О. Компьютерная графика: Учебное пособие. - Томск. Эль Контент, 2012. - 144 с.
28. Постников М. М. Аналитическая геометрия. Лекции по геометрии: учеб. пособие. —Москва: Лань, 2009. —414 с.
29. Привалов И. И. Аналитическая геометрия: учебник. —Москва: Лань, 2007. —304 с.
30. Приступа А.В. Компьютерная графика. Алгоритмические основы и базовые технологии. —Томск : Издательство научно-технической литературы, 2012. — 258 с.
31. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. — М.: Мир, 1989. — С. 50-54
32. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. - М.: Машиностроение, 1980. - 240с.
33. Романов Е. Л. Практикум по программированию на C++. -СПб.: БВХ-Петербург, 2004.
34. Саттер. Решение сложных задач на C++. 87 головоломных примеров с решениями. - М.: ВИЛЬЯМС, 2016.
35. Селезнев В.А., Дмитриченко С.А. Компьютерная графика. —М.: Издательство Юрайт, 2016. —228 с.
36. Фоли Дж., Ван Дэм А. Основы интерактивной машинной графики. Кн. 1 и 2 - М.: Мир, 1985.

37. Хейфец А.Л., Логиновский А.Н., Буторина И.В., Васильева В.Н. Инженерная 3D-компьютерная графика. —М.: Издательство Юрайт, 2015. —602 с.
38. Хитерхеева Н. С. Компьютерная графика/Н. С. Хитерхеева, И. Л. Дульчаева, Ч. Мунхбаяр. —Улан-Удэ: Изд-во Бурят. госун-та, 2009. —107 с.
39. Чердынцев Е.С. Математические основы машинной графики. Томск: 1997. - 92с.
40. Чекмарев А.А. Инженерная графика. —М.: Издательство Юрайт, 2016. —381 с.
41. Чириков С. В. Алгоритмы компьютерной графики (Методы растртирования кривых). Учебное пособие — СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2001. — 120 с.
42. Шелестов А.А. Компьютерная графика: Учебное пособие. Томск:ТУСУР, 2012. - 121 с.
43. Шикин Е. В. Начала компьютерной графики. - М. : Диалог-МИФИ, 1993. - 138 с.
44. Шилдт Г. С++: Базовый курс. -М.: ВИЛЬЯМС, 2007.
45. Joseph O'Rourke. Computational Geometry in C. — Cambridge University Press, 1998. — 362 с.
46. Kushner, David (2004-05-11). Masters of Doom: How Two Guys Created an Empire and Transformed Pop Culture. Random House.
47. Kent, Steven L. (2010-06-16). The Ultimate History of Video Games. Three Rivers Press.
48. Slaven, Andy (2002-07-01). Video Game Bible, 1985-2002. Trafford Publishing

49. Lode's Computer Graphics Tutorial. 2007. URL:
<http://lodev.org/cgtutor/index.html>
50. Making a Basic 3D Engine in Java. 2009. URL:
<http://www.instructables.com/id/Making-a-Basic-3D-Engine-in-Java/>
51. RAYCASTING - сделай себе немного DOOM'a. 2004. URL:
<http://zxdn.narod.ru/coding/ig5ray3d.htm>

ПРИЛОЖЕНИЕ

**Программный код приложения для реализации
метода бросания лучей**