

MOVIMIENTO RECTILÍNEO



Un saltador de bungee acelera durante la primera parte de su caída, luego se detiene ligeramente conforme la cuerda del bungee se estira y se pone tensa. ¿Es correcto decir que el saltador está acelerando conforme reduce su velocidad durante la parte final de su caída?



¿Qué distancia debe recorrer un avión comercial en la pista antes de alcanzar la rapidez de despegue? Cuando lanzamos una pelota de béisbol verticalmente, ¿qué tanto sube? Cuando se nos resbala un vaso de la mano, ¿cuánto tiempo tenemos para atraparlo antes de que choque contra el piso? Este es el tipo de preguntas que usted aprenderá a contestar en este capítulo. Iniciaremos nuestro estudio de la física con la *mecánica*, que es el estudio de las relaciones entre fuerza, materia y movimiento. En este capítulo y el siguiente estudiaremos la *cinemática*, es decir, la parte de la mecánica que describe el movimiento. Después estudiaremos la *dinámica*: la relación entre el movimiento y sus causas.

En este capítulo nos concentraremos en el tipo de movimiento más sencillo: un cuerpo que viaja en línea recta. Para describir este movimiento, introducimos las cantidades físicas *velocidad* y *aceleración*, las cuales en física tienen definiciones más precisas y algo distintas en comparación con las empleadas en el lenguaje cotidiano. Tanto la velocidad como la aceleración son *vectores*; como vimos en el capítulo 1, esto significa que tienen magnitud y dirección. En este capítulo nos interesa solo el movimiento rectilíneo, por lo que no necesitaremos aplicar toda el álgebra vectorial; no obstante, el uso de vectores será esencial en el capítulo 3, cuando consideremos el movimiento en dos o tres dimensiones.

Desarrollaremos ecuaciones sencillas para describir el movimiento rectilíneo en el caso especial en que la aceleración es constante. Un ejemplo es el movimiento de un objeto en caída libre. También consideraremos situaciones en las que la aceleración varía durante el movimiento; en estos casos es necesario utilizar integrales para describir el movimiento. (Si aún no ha estudiado integrales, la sección 2.6 es opcional).

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo describir el movimiento rectilíneo en términos de velocidad media, velocidad instantánea, aceleración media y aceleración instantánea.
- Cómo interpretar gráficas de posición contra tiempo, velocidad contra tiempo y aceleración contra tiempo para el movimiento rectilíneo.
- Cómo resolver problemas que impliquen movimiento rectilíneo con aceleración constante, incluyendo problemas de caída libre.
- Cómo analizar el movimiento rectilíneo cuando la aceleración no es constante.

2.1 Desplazamiento, tiempo y velocidad media

Suponga que un piloto de autos de arrancones conduce su vehículo por una pista recta (figura 2.1). Para estudiar su movimiento, necesitamos un sistema de coordenadas. Determinamos que el eje x va a lo largo de la trayectoria recta del auto, con el origen O en la línea de salida. También elegimos un punto en el auto, digamos su extremo delantero, y representamos todo el vehículo con ese punto y lo tratamos como una partícula.

Una forma útil de describir el movimiento de la partícula que representa el vehículo es en términos del cambio en su coordenada x durante un intervalo de tiempo. Suponga que 1.0 s después del arranque, el frente del vehículo está en el punto P_1 , a 19 m del origen, y que 4.0 s después del arranque está en el punto P_2 , a 277 m del origen. El *desplazamiento* de la partícula es un vector que apunta de P_1 a P_2 (véase la sección 1.7). La figura 2.1 muestra que este vector apunta a lo largo del eje x . La componente x del desplazamiento es el cambio en el valor de x , $(277 \text{ m} - 19 \text{ m}) = 258 \text{ m}$, que tuvo lugar en un lapso de $(4.0 \text{ s} - 1.0 \text{ s}) = 3.0 \text{ s}$. La *velocidad media* del automóvil durante este intervalo de tiempo se define como una cantidad *vectorial*, cuya componente x es el cambio en x dividido entre el intervalo de tiempo: $(258 \text{ m}) / (3.0 \text{ s}) = 86 \text{ m/s}$.

En general, la velocidad media depende del intervalo de tiempo elegido. Durante un lapso de 3.0 s *antes* del arranque, la velocidad media sería cero, porque el automóvil estaba en reposo en la línea de salida y tuvo un desplazamiento cero.

Generalicemos el concepto de velocidad media. En el tiempo t_1 el automóvil está en el punto P_1 , con la coordenada x_1 , y en el tiempo t_2 está en el punto P_2 con la coordenada x_2 . El desplazamiento del automóvil en el intervalo de t_1 a t_2 es el vector de P_1 a P_2 . La componente x del desplazamiento, denotada con Δx , es el cambio en la coordenada x :

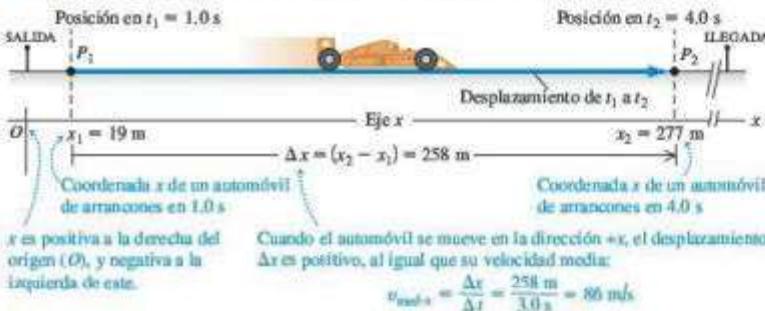
$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad [2.1]$$

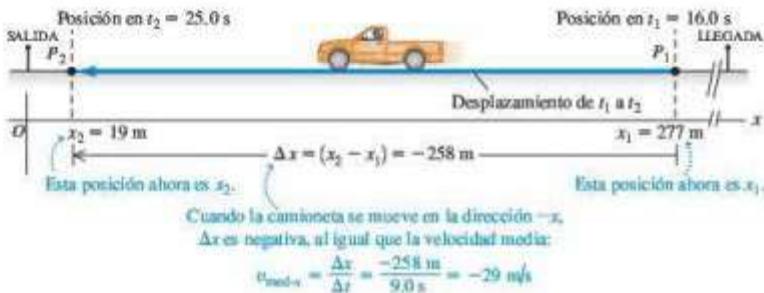
El automóvil de arrancones se desplaza solamente a lo largo del eje x , de manera que las componentes y y z del desplazamiento son iguales a cero.

CUADRO 2.1 Significado de Δx . Note que Δx no es el producto de Δ y x ; es solo un símbolo que significa "el cambio en la cantidad x ". Siempre usaremos la letra griega mayúscula Δ (delta) para representar un *cambio* en una cantidad que se calcula restando el valor *inicial* del valor *final*, y nunca a la inversa. Asimismo, el intervalo de tiempo de t_1 a t_2 es Δt , el cambio en la cantidad t : $\Delta t = t_2 - t_1$ (tiempo final menos tiempo inicial).

La componente x de la velocidad promedio, o **velocidad media x** , es la componente x del desplazamiento, Δx , dividida entre el intervalo de tiempo Δt durante el

2.1 Posiciones de un automóvil de arrancones en dos instantes durante su recorrido.





que ocurre el desplazamiento. Usamos el símbolo $v_{\text{med-}x}$ para representar la velocidad media (el subíndice "med" indica que se trata de un valor promedio, y el subíndice x indica que es la componente x):

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{velocidad media } x, \text{ movimiento rectilíneo}) \quad (2.2)$$

En el ejemplo del automóvil de arranques tenemos $x_1 = 19 \text{ m}$, $x_2 = 277 \text{ m}$, $t_1 = 1.0 \text{ s}$ y $t_2 = 4.0 \text{ s}$, así que la ecuación (2.2) da

$$v_{\text{med-}x} = \frac{277 \text{ m} - 19 \text{ m}}{4.0 \text{ s} - 1.0 \text{ s}} = \frac{258 \text{ m}}{3.0 \text{ s}} = 86 \text{ m/s}$$

La velocidad media x del automóvil es positiva. Esto significa que, durante el intervalo, la coordenada x aumentó y el auto se movió en la dirección $+x$ (a la derecha en la figura 2.1).

Si una partícula se mueve en la dirección x *negativa* durante un intervalo de tiempo, su velocidad media para ese lapso es negativa. Por ejemplo, suponga que la camioneta de un oficial se desplaza hacia la izquierda sobre la pista (figura 2.2). La camioneta está en $x_1 = 277 \text{ m}$ en $t_1 = 16.0 \text{ s}$, y en $x_2 = 19 \text{ m}$ en $t_2 = 25.0 \text{ s}$. Entonces, $\Delta x = (19 \text{ m} - 277 \text{ m}) = -258 \text{ m}$ y $\Delta t = (25.0 \text{ s} - 16.0 \text{ s}) = 9.0 \text{ s}$. La componente x de la velocidad media es $v_{\text{med-}x} = \Delta x / \Delta t = (-258 \text{ m}) / (9.0 \text{ s}) = -29 \text{ m/s}$. La tabla 2.1 muestra algunas reglas sencillas para identificar si la velocidad x es positiva o negativa.

CUIDADO Beccés de la dirección x positiva No caiga en la tentación de pensar que una velocidad media positiva implica necesariamente movimiento a la derecha, como en la figura 2.1, y una velocidad media negativa implica forzosamente movimiento a la izquierda, como en la figura 2.2. Tales conclusiones son correctas *solo* si la dirección $+x$ es hacia la derecha, como degimos en las figuras 2.1 y 2.2. Igualmente podríamos haber decidido que la dirección $+x$ fuera hacia la izquierda, con el origen en la llegada. Entonces, el automóvil habría tenido velocidad media negativa, y la camioneta del oficial, velocidad media positiva. En casi todos los problemas, podremos elegir la dirección del eje de coordenadas. Una vez tomada la decisión, ¡deberá tomarse en cuenta al interpretar los signos de $v_{\text{med-}x}$ y otras cantidades que describen el movimiento!

En el movimiento rectilíneo, por lo general, llamaremos a Δx simplemente desplazamiento y a $v_{\text{med-}x}$ la velocidad media. Sin embargo, no olvide que estas son realmente las componentes x de cantidades vectoriales que, en este caso especial, *solo* tienen componentes x . En el capítulo 3, los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración tendrán dos o tres componentes distintas de cero.

La figura 2.3 es una gráfica de la posición del automóvil de arranques como una función del tiempo, es decir, una gráfica $x-t$. La curva de la figura *no* representa la trayectoria del automóvil; esta es una línea recta, como se observa en la figura 2.1. Más bien, la gráfica es una forma de representar visualmente cómo cambia la posición del automóvil con el tiempo. Los puntos P_1 y P_2 en la gráfica corresponden a los puntos P_1 y P_2 de la trayectoria del automóvil. La línea P_1P_2 es la hipotenusa de un

2.2 Posiciones de la camioneta de un oficial en dos instantes de su movimiento. Los puntos P_1 y P_2 ahora se refieren a las posiciones de la camioneta; vemos que se trata del inverso de la figura 2.1.

Tabla 2.1 Reglas para el signo de la velocidad

Si la coordenada x es:	... la velocidad x es:
Positiva y aumenta (volviéndose más positiva)	Positiva: la partícula se mueve en la dirección $+x$
Positiva y disminuye (volviéndose menos positiva)	Negativa: la partícula se mueve en la dirección $-x$
Negativa y aumenta (volviéndose menos negativa)	Positiva: la partícula se mueve en la dirección $+x$
Negativa y disminuye (volviéndose más negativa)	Negativa: la partícula se mueve en la dirección $-x$

Nota: Estas reglas se aplican tanto a la velocidad media, $v_{\text{med-}x}$, como a la velocidad instantánea, v_x (que se analizará en la sección 2.2).

2.3 Posición de un automóvil de arranques en función del tiempo.

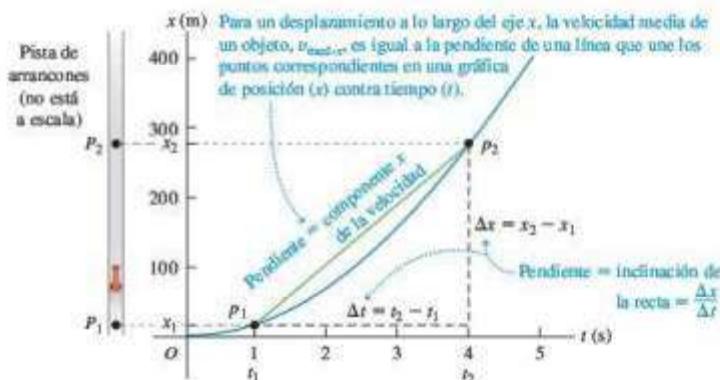


Tabla 2.2 Magnitudes típicas de velocidad

Reptir del caracol	10^{-3} m/s
Caminata rápida	2 m/s
Ser humano más rápido	11 m/s
Velocidades en carretera	30 m/s
Automóvil más rápido	341 m/s
Movimiento aleatorio de moléculas de aire	500 m/s
Avión más rápido	1000 m/s
Satélite de comunicación en órbita	3000 m/s
Electrón en un átomo de hidrógeno	2×10^6 m/s
Luz que viaja en el vacío	3×10^8 m/s

triángulo rectángulo con cateto vertical $\Delta x = x_2 - x_1$ y cateto horizontal $\Delta t = t_2 - t_1$. La velocidad media del automóvil $v_{\text{med},x} = \Delta x / \Delta t$ es igual a la *pendiente* de la línea P_1P_2 , es decir, el cociente del cateto vertical Δx entre el cateto horizontal Δt .

La velocidad media x depende solo del desplazamiento total $\Delta x = x_2 - x_1$, que se da durante el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$, no de los pormenores de lo que sucede dentro de ese intervalo. En el tiempo t_1 , una motocicleta podría haber rebasado al auto de arranques en el punto P_1 de la figura 2.1, para después reventar el motor y bajar la velocidad, pasando por P_2 en el mismo instante t_2 que el auto. Ambos vehículos tienen el mismo desplazamiento en el mismo lapso, así que tienen la misma velocidad media x .

Si expresamos la distancia en metros y el tiempo en segundos, la velocidad media se mide en metros por segundo (m/s). Otras unidades de velocidad comunes son kilómetros por hora (km/h), pies por segundo (ft/s), millas por hora (mi/h) y nudos (1 nudo = 1 milla náutica/h = 6080 ft/h). La tabla 2.2 muestra algunas magnitudes típicas de velocidad.

Evalué su comprensión de la sección 2.1 Cada uno de los siguientes viajes en automóvil dura una hora. La dirección x positiva es hacia el este. i. El automóvil A viaja 50 km al este. ii. El automóvil B viaja 50 km al oeste. iii. El automóvil C viaja 60 km al este, luego da vuelta y viaja 10 km al oeste. iv. El automóvil D viaja 70 km al este. v. El automóvil E viaja 20 km al oeste, luego da vuelta y viaja 20 km al este. a) Clasifique los cinco viajes en orden de velocidad media x de la más positiva a la más negativa. b) ¿Cuáles viajes, si acaso, tienen la misma velocidad media x ? c) ¿Para cuál viaje, si acaso, la velocidad media x es igual a cero?

2.4 El ganador de una competencia de natación de 50 m es el nadador cuya velocidad media tenga la mayor magnitud, es decir, quien cubra el desplazamiento Δx de 50 m en el tiempo transcurrido Δt más corto.



2.2 Velocidad instantánea

Hay ocasiones en que la velocidad media es lo único que necesitamos saber acerca del movimiento de una partícula. Por ejemplo, una carrera en pista recta es en realidad una competencia para determinar quién tuvo la mayor velocidad media, $v_{\text{med},x}$. Se entrega el premio al competidor que haya recorrido el desplazamiento Δx de la línea de salida a la de meta en el intervalo de tiempo más corto, Δt (figura 2.4).

Sin embargo, la velocidad media de una partícula durante un intervalo de tiempo no nos indica la rapidez, o la dirección, con que la partícula se estaba moviendo en un instante determinado del intervalo. Para describir esto, necesitamos conocer la **velocidad instantánea**, es decir, la velocidad en un instante específico o en un punto específico de la trayectoria.

CUÍDADO ¿Cuánto tiempo dura un instante? Observe que la palabra "instante" tiene un significado un tanto distinto en física que en el lenguaje cotidiano. Podemos utilizar la frase "duró solo un instante" para referirnos a algo que duró un intervalo de tiempo muy corto. Sin embargo, en física un instante no tiene duración; es solo un valor de tiempo.

Para obtener la velocidad instantánea del auto de la figura 2.1 en el punto P_1 , movemos el segundo punto P_2 cada vez más cerca del primer punto P_1 y calculamos la velocidad media $v_{\text{med},x} = \Delta x / \Delta t$ para estos desplazamientos y lapsos cada vez más cortos. Tanto Δx como Δt se hacen muy pequeños; pero su cociente no necesariamente lo hace. En el lenguaje del cálculo, el límite de $\Delta x / \Delta t$ conforme Δt se acerca a cero es la derivada de x con respecto a t y se escribe dx/dt . La velocidad instantánea es el límite de la velocidad media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero; es igual a la tasa instantánea de cambio de posición con el tiempo. Usamos el símbolo v_x sin "med" en el subíndice, para la velocidad instantánea a lo largo del eje x o componente x de la velocidad instantánea:

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (\text{velocidad instantánea } x, \text{ movimiento rectilíneo}) \quad (2.3)$$

El intervalo de tiempo Δt siempre es positivo, así que v_x tiene el mismo signo algebraico que Δx . Un valor positivo de v_x indica que x aumenta y el movimiento es en la dirección x positiva; un valor negativo de v_x indica que x disminuye y el movimiento es en la dirección x negativa. Un cuerpo puede tener x positiva y v_x negativa, o a la inversa; x nos dice dónde está el cuerpo, en tanto que v_x nos indica cómo se mueve (figura 2.5). Las reglas que presentamos en la tabla 2.1 (sección 2.1) para el signo de la velocidad media, $v_{\text{med},x}$, también se aplican para el signo de la velocidad instantánea v_x .

La velocidad instantánea, al igual que la velocidad media, es una cantidad vectorial; y la ecuación (2.3) define su componente x . En el movimiento rectilíneo, las demás componentes de la velocidad instantánea son cero y, en este caso, llamaremos a v_x simplemente velocidad instantánea. (En el capítulo 3 veremos el caso general en el que la velocidad instantánea puede tener componentes x , y y z distintas de cero). Al usar el término "velocidad", siempre nos referiremos a la velocidad instantánea, no a la media.

Los términos "velocidad" y "rapidez" se usan indistintamente en el lenguaje cotidiano; no obstante, en física tienen diferentes significados. Rapidez denota la distancia recorrida dividida entre el tiempo, ya sea media o instantánea. Usaremos el símbolo v (sin subíndice) para denotar la rapidez instantánea, la cual mide qué tan rápido se mueve una partícula; la velocidad instantánea mide con qué rapidez y en qué dirección se mueve. La rapidez instantánea es la magnitud de la velocidad instantánea y, por lo tanto, nunca es negativa. Por ejemplo, una partícula con velocidad instantánea $v_x = 25 \text{ m/s}$ y otra con $v_x = -25 \text{ m/s}$ se mueven en direcciones opuestas con la misma rapidez instantánea de 25 m/s .

CUIDADO Rapidez media y velocidad media La rapidez media *no* es la magnitud de la velocidad media. Cuando César Cielo estableció un récord mundial en 2009 nadando 100.0 m en 46.91 s, su rapidez media fue de $(100.0 \text{ m})/(46.91 \text{ s}) = 2.132 \text{ m/s}$. No obstante, como nadó dos veces la longitud de una alberca de 50 m, terminó en el punto de donde partió, con un desplazamiento total de cero (y una velocidad media de cero)! Tanto la rapidez media como la rapidez instantánea son escalares, no vectores, porque no incluyen información de dirección.



Ejemplo 2.1 Velocidades media e instantánea

Un guepardo acecha 20 m al este de un observador (figura 2.6a). En el tiempo $t = 0$, el guepardo comienza a correr al este hacia un antílope que se encuentra 50 m al este del observador. Durante los primeros 2.0 s del ataque, la coordenada x del guepardo varía con el tiempo según la ecuación $x = 20 \text{ m} + (5.0 \text{ m/s}^2)t^2$. a) Obtenga el desplazamiento del guepardo entre $t_1 = 1.0 \text{ s}$ y $t_2 = 2.0 \text{ s}$. b) Calcule la velocidad media en dicho intervalo. c) Calcule la velocidad instantánea en $t_1 = 1.0 \text{ s}$ tomando $\Delta t = 0.1 \text{ s}$, luego $\Delta t = 0.01 \text{ s}$, luego $\Delta t = 0.001 \text{ s}$. d) Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea del

guepardo en función del tiempo, y con ella calcule v_x en $t = 1.0 \text{ s}$ y $t = 2.0 \text{ s}$.

SOLUCIÓN

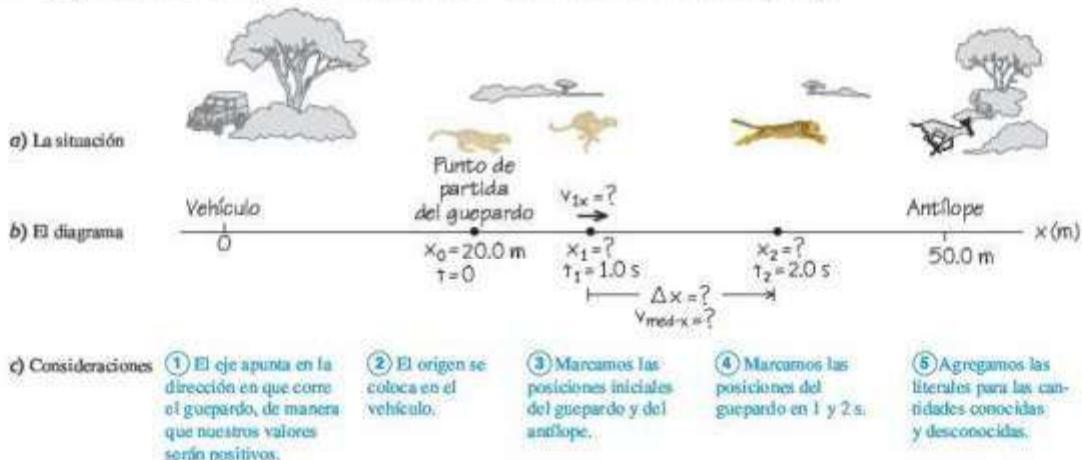
IDENTIFICAR y PLANTEAR: La figura 2.6b muestra el movimiento del guepardo. Se usa la ecuación (2.1) para el desplazamiento, la ecuación (2.2) para la velocidad media, y la ecuación (2.3) para la velocidad instantánea.

Continúa

2.5 Incluso al avanzar, la velocidad instantánea de este ciclista puede ser negativa, si viaja en la dirección $-x$. En cualquier problema, nosotros decidimos cuál dirección es positiva y cuál es negativa.



2.6 Un guepardo ataca a un antílope en una emboscada. Los animales no están a la misma escala que el eje.



EJECUTAR: a) En $t_1 = 1.0\text{ s}$ y $t_2 = 2.0\text{ s}$, las posiciones del guepardo x_1 y x_2 son

$$\begin{aligned}x_1 &= 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(1.0\text{ s})^2 = 25\text{ m} \\x_2 &= 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(2.0\text{ s})^2 = 40\text{ m}\end{aligned}$$

El desplazamiento en este intervalo de 1.0 s es

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 40\text{ m} - 25\text{ m} = 15\text{ m}$$

b) La velocidad media durante este intervalo es

$$v_{med-x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{40\text{ m} - 25\text{ m}}{2.0\text{ s} - 1.0\text{ s}} = \frac{15\text{ m}}{1.0\text{ s}} = 15\text{ m/s}$$

c) Con $\Delta t = 0.1\text{ s}$, el intervalo es de $t_1 = 1.0\text{ s}$ a un nuevo $t_2 = 1.1\text{ s}$. En t_2 , la posición es

$$x_2 = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(1.1\text{ s})^2 = 26.05\text{ m}$$

La velocidad media durante este intervalo de 0.1 s es

$$v_{med-x} = \frac{26.05\text{ m} - 25\text{ m}}{1.1\text{ s} - 1.0\text{ s}} = 10.5\text{ m/s}$$

Al seguir este método, podemos calcular las velocidades medias de los intervalos de 0.01 s y 0.001 s. Los resultados son 10.05 m/s y 10.005 m/s. Al disminuir Δt , la velocidad media se acerca a 10.0 m/s, por lo que concluimos que la velocidad instantánea en $t = 1.0\text{ s}$ es de 10.0 m/s. (En estos cálculos no se tomaron en cuenta las reglas de conteo de cifras significativas).

d) Para calcular la velocidad instantánea en función del tiempo, se deriva la expresión de x con respecto a t . La derivada de una constante es cero, y para cualquier n la derivada de t^n es $n t^{n-1}$, así que la derivada de t^2 es $2t$. Por lo tanto,

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (5.0\text{ m/s}^2)(2t) = (10\text{ m/s}^2)t$$

En $t = 1.0\text{ s}$, esto produce $v_x = 10\text{ m/s}$, como vimos en el inciso c); en $t = 2.0\text{ s}$, $v_x = 20\text{ m/s}$.

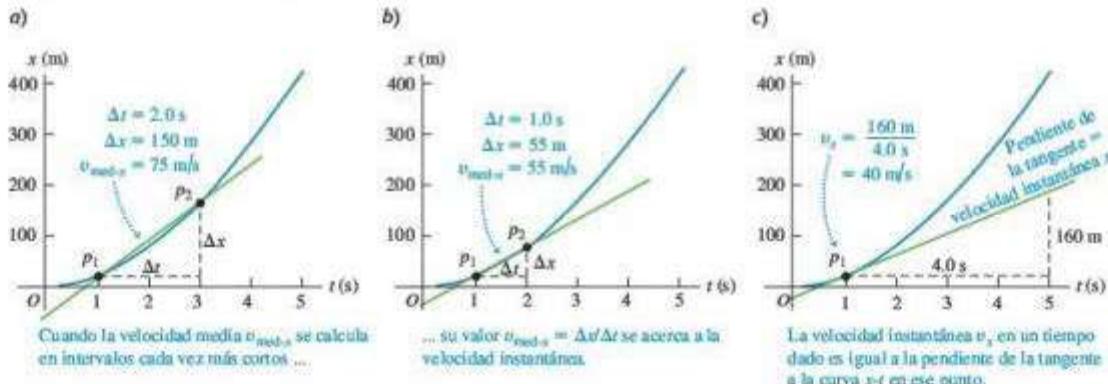
EVALUAR: Nuestros resultados muestran que el guepardo aumentó su rapidez de $t = 0$ (cuando estaba en reposo) a $t = 1.0\text{ s}$ ($v_x = 10\text{ m/s}$) y a $t = 2.0\text{ s}$ ($v_x = 20\text{ m/s}$), lo cual es razonable: el guepardo recorrió solo 5 m durante el intervalo $t = 0$ a $t = 1.0\text{ s}$; sin embargo, recorrió 15 m en el intervalo $t = 1.0\text{ s}$ a $t = 2.0\text{ s}$.

Obtención de la velocidad en una gráfica $x-t$

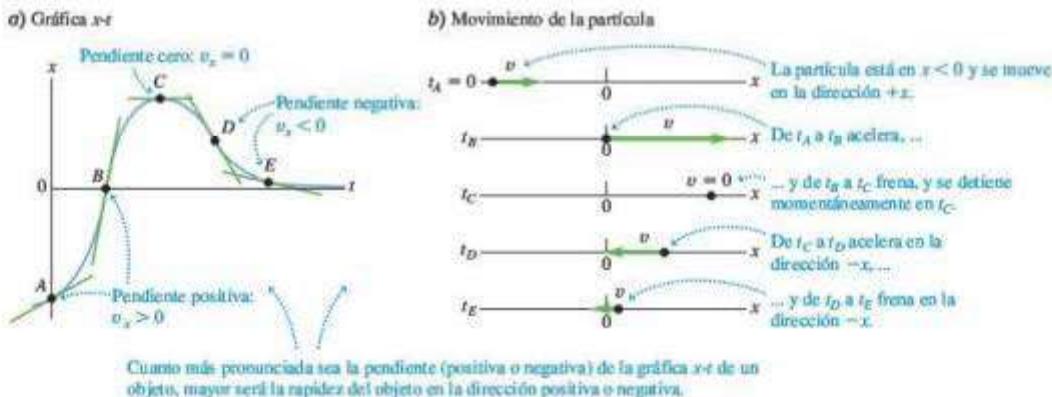
La velocidad de una partícula también puede obtenerse a partir de la gráfica de la posición de la partícula en función del tiempo. Supongá que queremos conocer la velocidad del automóvil de arranques de la figura 2.1 en P_1 . En la figura 2.1, conforme P_2 se acerca a P_1 , el punto p_2 en la gráfica $x-t$ de las figuras 2.7a y 2.7b se acerca al punto p_1 , y la velocidad media x se calcula en intervalos Δt cada vez más cortos. En el límite en que $\Delta t \rightarrow 0$, ilustrado en la figura 2.7c, la pendiente de la línea p_1p_2 es igual a la pendiente de la línea tangente a la curva en el punto p_1 . Así, en una gráfica de posición en función del tiempo para movimiento rectilíneo, la velocidad instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la tangente a la curva en ese punto.

Si la tangente a la curva $x-t$ sube hacia la derecha, como en la figura 2.7c, entonces su pendiente es positiva, la velocidad es positiva, y el movimiento es en la dirección $+x$. Si la tangente baja hacia la derecha, la pendiente de la gráfica $x-t$ y

2.7 Uso de una gráfica x - t al ir de *a)*, *b)* velocidad media a *c)* velocidad instantánea v_x . En *c)* obtenemos la pendiente de la tangente a la curva x - t dividiendo cualquier intervalo vertical (en unidades de distancia) a lo largo de la tangente entre el intervalo horizontal correspondiente (en unidades de tiempo).



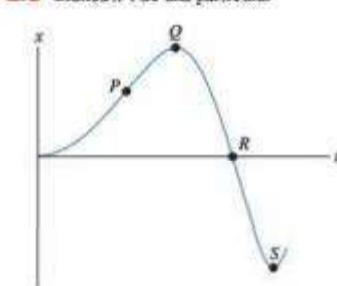
2.8 *a)* Gráfica x - t del movimiento de una partícula dada. La pendiente de la tangente en cualquier punto es igual a la velocidad en ese punto. *b)* Diagrama de movimiento que muestra la posición y velocidad de la partícula en cada uno de los instantes identificados en el diagrama x - t .



la velocidad son negativas, y el movimiento es en la dirección $-x$. Cuando la tangente es horizontal, la pendiente y la velocidad son cero. La figura 2.8 ilustra las tres posibilidades.

La figura 2.8 muestra realmente el movimiento de una partícula en dos formas: como *a)* una gráfica x - t y como *b)* un **diagrama de movimiento** que indica la posición de la partícula en diversos instantes (como cuadros de un video del movimiento de la partícula), junto con flechas que representan su velocidad en cada instante. En este capítulo, usaremos tanto las gráficas x - t como los diagramas de movimiento para ayudarle a entender el movimiento. Le recomendamos dibujar *no solo* una gráfica x - t *sino también* un diagrama de movimiento como parte de la solución de cualquier problema que implique movimiento.

Evalúe su comprensión de la sección 2.2 La figura 2.9 es una gráfica x - t del movimiento de una partícula. *a)* Ordene los valores de la velocidad v_x de la partícula en los puntos P , Q , R y S del más positivo al más negativo. *b)* ¿En qué puntos v_x es positiva? *c)* ¿En cuáles puntos v_x es negativa? *d)* ¿En cuáles es cero? *e)* Ordene los valores de la *rapidez* de la partícula en los puntos P , Q , R y S del más rápido al más lento.



2.3 Aceleración media e instantánea

Así como la velocidad describe la tasa de cambio de la posición con el tiempo, la **aceleración** describe la tasa de cambio de la velocidad con el tiempo. Al igual que la velocidad, la aceleración es una cantidad vectorial. En el movimiento rectilíneo, su única componente distinta de cero está sobre el eje en que ocurre el movimiento. Como veremos, en el movimiento rectilíneo la aceleración puede referirse tanto al aumento como a la disminución de la rapidez.

Aceleración media

Consideremos otra vez el movimiento de una partícula en el eje x . Suponga que, en el tiempo t_1 , la partícula está en el punto P_1 y tiene una componente x de velocidad (instantánea) v_{1x} , y en un instante posterior t_2 está en el punto P_2 y tiene una componente x de velocidad v_{2x} . Así, la componente x de la velocidad cambia en $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$ en el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$.

Definimos la **aceleración media** de la partícula al moverse de P_1 a P_2 como una cantidad vectorial cuya componente x es $a_{\text{med-}x}$ (conocida como **aceleración media en }x)** igual a Δv_x , el cambio en la componente x de la velocidad, dividido entre el intervalo de tiempo Δt :

$$a_{\text{med-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad (\text{aceleración media, movimiento rectilíneo}) \quad (2.4)$$

En el movimiento rectilíneo a lo largo del eje x , por lo general llamaremos simplemente aceleración media a $a_{\text{med-}x}$. (Veremos las otras componentes del vector aceleración media en el capítulo 3).

Si expresamos la velocidad en metros por segundo y el tiempo en segundos, la aceleración media está dada en metros por segundo por segundo, o bien $(\text{m/s})/\text{s}$. Esto suele escribirse como m/s^2 y se lee "metros por segundo al cuadrado".

CUIDADO **Aceleración contra velocidad:** ¡Tenga cuidado de no confundir aceleración con velocidad! La velocidad describe el cambio de la posición de un objeto con el tiempo; nos indica con qué rapidez y en qué dirección se mueve el objeto. La aceleración describe cómo cambia la velocidad con el tiempo; es decir, nos dice cómo cambian la rapidez y la dirección del movimiento. Podría ser útil recordar la frase "aceleración es a velocidad lo que velocidad es a posición". También ayudaría imaginarse a usted mismo abordo de un automóvil en movimiento. Si el automóvil acelera hacia adelante y aumenta su rapidez, usted se sentirá empujado hacia atrás hacia su asiento; si acelera hacia atrás y disminuye su rapidez, se sentirá empujado hacia adelante. Si la velocidad es constante y no hay aceleración, no tendrá sensación alguna. (Analizaremos la causa de estas sensaciones en el capítulo 4). □



Ejemplo 2.2 Aceleración media

Un astronauta sale de una nave espacial en órbita para probar una unidad personal de maniobras. Mientras se mueve en línea recta, su compañero a bordo mide su velocidad cada 2.0 s a partir del instante $t = 1.0$ s:

t	v_x	t	v_x
1.0 s	0.8 m/s	9.0 s	-0.4 m/s
3.0 s	1.2 m/s	11.0 s	-1.0 m/s
5.0 s	1.6 m/s	13.0 s	-1.6 m/s
7.0 s	1.2 m/s	15.0 s	-0.8 m/s

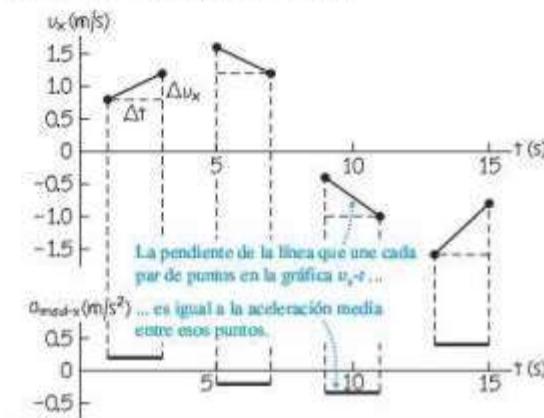
Calcule la aceleración media y diga si la rapidez del astronauta aumenta o disminuye durante cada uno de estos intervalos de 2.0 s: a) $t_1 = 1.0$ s a $t_2 = 3.0$ s; b) $t_1 = 5.0$ s a $t_2 = 7.0$ s; c) $t_1 = 9.0$ s a $t_2 = 11.0$ s; d) $t_1 = 13.0$ s a $t_2 = 15.0$ s.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Usaremos la ecuación (2.4) para determinar la aceleración media $a_{\text{med-}x}$ a partir del cambio de velocidad durante cada intervalo de tiempo. Para calcular los cambios en la rapidez, usaremos la idea de que la rapidez v es la magnitud de la velocidad instantánea v_x .

La parte superior de la figura 2.10 es la gráfica de velocidad como función del tiempo. En esta gráfica $v_x(t)$, la pendiente de la línea que une los puntos inicial y final de cada intervalo es la aceleración media $a_{\text{med},x} = \Delta v_x / \Delta t$ para ese intervalo. Las cuatro pendientes (y por lo tanto, los *signos* de las aceleraciones medias) son, respectivamente, positiva, negativa, negativa y positiva. La tercera y cuarta pendientes (y por lo tanto, las aceleraciones medias mismas) tienen una magnitud mayor que la primera y la segunda.

2.10 Gráficas de velocidad contra tiempo (arriba) y aceleración media contra tiempo (abajo) del astronauta.



EJECUTAR: Usando la ecuación (2.4), obtenemos:

a) $a_{\text{med},x} = (1.2 \text{ m/s} - 0.8 \text{ m/s})/(3.0 \text{ s} - 1.0 \text{ s}) = 0.2 \text{ m/s}^2$. La rapidez (magnitud de la velocidad instantánea) aumenta de 0.8 m/s a 1.2 m/s.

b) $a_{\text{med},x} = (1.2 \text{ m/s} - 1.6 \text{ m/s})/(7.0 \text{ s} - 5.0 \text{ s}) = -0.2 \text{ m/s}^2$. La rapidez disminuye de 1.6 m/s a 1.2 m/s.

c) $a_{\text{med},x} = [-1.0 \text{ m/s} - (-0.4 \text{ m/s})]/(11.0 \text{ s} - 9.0 \text{ s}) = -0.3 \text{ m/s}^2$. La rapidez aumenta de 0.4 m/s a 1.0 m/s.

d) $a_{\text{med},x} = [-0.8 \text{ m/s} - (-1.6 \text{ m/s})]/(15.0 \text{ s} - 13.0 \text{ s}) = 0.4 \text{ m/s}^2$. La rapidez disminuye de 1.6 m/s a 0.8 m/s.

En la parte inferior de la figura 2.10, se graficaron los valores de $a_{\text{med},x}$.

EVALUAR: Los signos y las magnitudes relativas de las aceleraciones medias concuerdan con nuestras predicciones cualitativas. Para referencias futuras, tome nota de esta relación entre rapidez, velocidad y aceleración. Nuestro resultado indica que cuando la aceleración tiene la *misma dirección* (el mismo signo algebraico) que la velocidad inicial, como en los intervalos a) y c), el astronauta se mueve más rápidamente; cuando $a_{\text{med},x}$ tiene la dirección *opuesta* (esto es, el signo contrario) que la velocidad inicial como en los intervalos b) y d), se frena. Por lo tanto, la aceleración positiva significa ir más rápido si la velocidad x es positiva [intervalo a)], pero ir más lento si la velocidad x es negativa [intervalo d)]. Asimismo, la aceleración x negativa implica ir más rápido si la velocidad x es negativa [intervalo c)], pero ir más lento si la velocidad x es positiva [intervalo b)].

Aceleración instantánea

Ahora podemos definir la **aceleración instantánea** con el mismo procedimiento que seguimos para la velocidad instantánea. Como ejemplo, suponga que un piloto de carreras está conduciendo en una recta como se ilustra en la figura 2.11. Para definir la aceleración instantánea en el punto P_1 , tomamos el segundo punto P_2 en la figura 2.11 cada vez más cerca de P_1 , de modo que la aceleración media se calcule en intervalos cada vez más cortos. La **aceleración instantánea** es el límite de la aceleración media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero. En el lenguaje del cálculo, la **aceleración instantánea** es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo. Así,

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad (\text{aceleración instantánea, movimiento rectilíneo}) \quad (2.5)$$

Observe que a_x en la ecuación (2.5) es realmente la componente x de la aceleración o la **aceleración instantánea**; en el movimiento rectilíneo, las demás componentes de este vector son cero. A partir de aquí, al hablar de “aceleración” nos referiremos siempre a la aceleración instantánea, no a la aceleración media.

2.11 Vehículo de Fórmula 1 en dos puntos de la recta.



Ejemplo 2.3 Aceleraciones media e instantánea

Suponga que la velocidad v_x del automóvil en la figura 2.11 en un instante t está dada por la ecuación

$$v_x = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)t^2$$

- a) Calcule el cambio de velocidad del automóvil en el intervalo entre $t_1 = 1.0 \text{ s}$ y $t_2 = 3.0 \text{ s}$. b) Calcule la aceleración media en este intervalo de tiempo. c) Obtenga la aceleración instantánea en $t_1 = 1.0 \text{ s}$ tomando Δt primero como 0.1 s , después como 0.01 s y luego como 0.001 s . d) Deduzca una expresión para la aceleración instantánea como función del tiempo y físelo para obtener la aceleración en $t = 1.0 \text{ s}$ y $t = 3.0 \text{ s}$.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Este caso es similar al ejemplo 2.1 de la sección 2.2. (Recomendamos repasarlo ahora). En el ejemplo 2.1, calculamos la velocidad media a partir del cambio en la posición en intervalos cada vez más cortos, y obtuvimos una expresión para la velocidad instantánea diferenciando la posición en función del tiempo. En este ejemplo, tenemos exactamente lo mismo. Usaremos la ecuación (2.4) para obtener la aceleración media a partir del cambio en la velocidad en un intervalo de tiempo. Asimismo, usando la ecuación (2.5) obtendremos una expresión para la aceleración instantánea diferenciando la velocidad en función del tiempo.

EJECUTAR: a) Antes de aplicar la ecuación (2.4), debemos obtener la velocidad en cada instante a partir de la ecuación dada. En el instante $t_1 = 1.0 \text{ s}$, y en el $t_2 = 3.0 \text{ s}$, las velocidades son

$$v_{1x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(1.0 \text{ s})^2 = 60.5 \text{ m/s}$$

$$v_{2x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(3.0 \text{ s})^2 = 64.5 \text{ m/s}$$

El cambio en la velocidad Δv_x entre $t_1 = 1.0 \text{ s}$ y $t_2 = 3.0 \text{ s}$ es

$$\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x} = 64.5 \text{ m/s} - 60.5 \text{ m/s} = 4.0 \text{ m/s}$$

- b) La aceleración media durante este intervalo de duración $t_2 - t_1 = 2.0 \text{ s}$ es

$$a_{\text{med-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{4.0 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}} = 2.0 \text{ m/s}^2$$



Durante este intervalo, la velocidad y la aceleración media tienen el mismo signo algebraico (positivo en este caso) y el auto acelera.

- c) Cuando $\Delta t = 0.1 \text{ s}$, tenemos $t_2 = 1.1 \text{ s}$. Procediendo como antes obtenemos

$$v_{2x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(1.1 \text{ s})^2 = 60.605 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_x = 0.105 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{med-}x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{0.105 \text{ m/s}}{0.1 \text{ s}} = 1.05 \text{ m/s}^2$$

Repita este patrón para calcular $a_{\text{med-}x}$ con $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ y $\Delta t = 0.001 \text{ s}$; los resultados son $a_{\text{med-}x} = 1.005 \text{ m/s}^2$ y $a_{\text{med-}x} = 1.0005 \text{ m/s}^2$, respectivamente. Al reducirse Δt , la aceleración media se acerca a 1.0 m/s^2 , por lo que concluimos que la aceleración instantánea en $t = 1.0 \text{ s}$ es 1.0 m/s^2 .

- d) Por la ecuación (2.5) la aceleración instantánea es $a_x = dv_x/dt$. La derivada de una constante es cero y la derivada de t^2 es $2t$, por lo que

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}[60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)t^2] \\ &= (0.50 \text{ m/s}^3)(2t) = (1.0 \text{ m/s}^3)t \end{aligned}$$

Cuando $t = 1.0 \text{ s}$,

$$a_x = (1.0 \text{ m/s}^3)(1.0 \text{ s}) = 1.0 \text{ m/s}^2$$

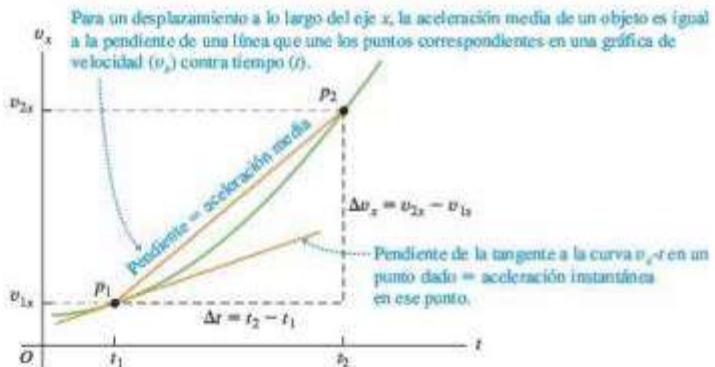
Cuando $t = 3.0 \text{ s}$,

$$a_x = (1.0 \text{ m/s}^3)(3.0 \text{ s}) = 3.0 \text{ m/s}^2$$

EVALUAR: Ninguno de los valores que obtuvimos en el inciso d) es igual a la aceleración media obtenida en b). Esto se debe a que la aceleración instantánea varía con el tiempo. La tasa de cambio de la aceleración con el tiempo se suele denominar "tirón".

Obtención de la aceleración en una gráfica v_x-t o una gráfica $x-t$

En la sección 2.2 interpretamos las velocidades media e instantánea en términos de la pendiente de una gráfica de posición contra tiempo. Igualmente, podemos entender mejor las aceleraciones media e instantánea graficando la velocidad instantánea v_x en el eje vertical y el tiempo t en el eje horizontal, es decir, usando una gráfica v_x-t (figura 2.12). Los puntos sobre la gráfica identificados como p_1 y p_2 corresponden a los puntos P_1 y P_2 de la figura 2.11. La aceleración media $a_{\text{med-}x} = \Delta v_x/\Delta t$ durante este intervalo es la pendiente de la línea p_1p_2 . Al acercarse P_2 a P_1 en la figura 2.11, p_2 se acerca a p_1 en la gráfica v_x-t de la figura 2.12, y la pendiente de la línea p_1p_2 se acerca a la pendiente de la tangente a la curva en el punto p_1 . Así, en una gráfica de velocidad en función del tiempo, la aceleración instantánea en cualquier punto es igual a la pendiente de la tangente de la curva en ese punto. En la figura 2.12, las tangentes trazadas en diferentes puntos en la curva tienen pendientes diferentes, de manera que la aceleración instantánea varía con el tiempo.



2.12 Gráfica v_x-t del movimiento en la figura 2.11.

CUIDADO **Signos de la aceleración y de la velocidad.** Por sí mismo, el signo algebraico de la aceleración *no* nos indica si el cuerpo está acelerando o frenando; hay que comparar los signos de la velocidad y la aceleración. Si v_x y a_x tienen el *mismo* signo, el cuerpo está acelerando; si ambas son positivas, el cuerpo se mueve en la dirección positiva con rapidez creciente. Si ambas son negativas, el cuerpo se mueve en la dirección negativa con velocidad cada vez más negativa, y la rapidez aumenta. Si v_x y a_x tienen signos *opuestos*, el cuerpo está frenando. Si v_x es positiva y a_x negativa, el cuerpo se mueve en dirección positiva con rapidez decreciente; si v_x es negativa y a_x positiva, el cuerpo se mueve en dirección negativa con una velocidad cada vez menos negativa, y está frenando. La tabla 2.3 resume estas ideas y la figura 2.13 ilustra algunas de estas posibilidades.

En ocasiones se usa el término “desaceleración” para referirse a una reducción de la rapidez. Como esto puede implicar una a_x positiva o negativa, dependiendo del signo de v_x , evitaremos este término.

También podemos conocer la aceleración de un cuerpo a partir de una gráfica de su posición contra el tiempo. Puesto que $a_x = dv_x/dt$ y $v_x = dx/dt$, escribimos

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2.6)$$

Tabla 2.3 Reglas para el signo de la aceleración

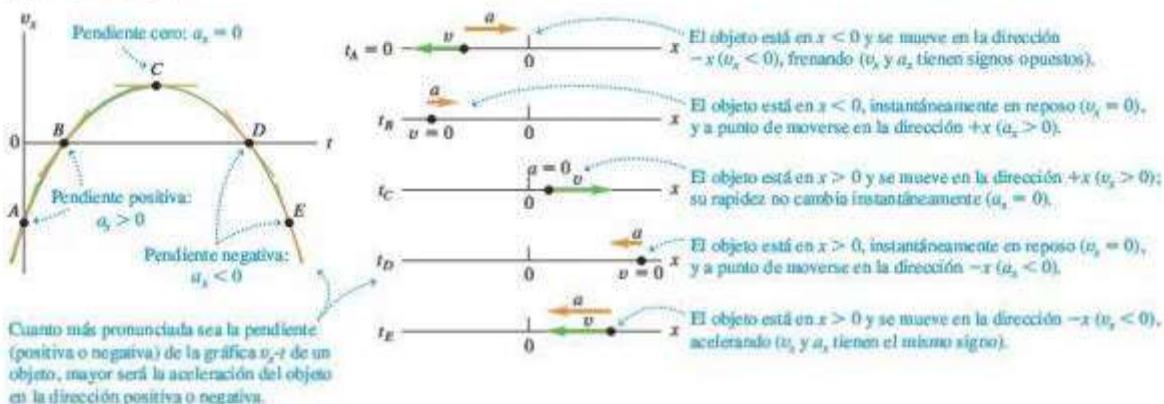
Si la velocidad es:	... la aceleración es:
Positiva y creciente (volviéndose más positiva)	Positiva: la partícula se mueve en la dirección $+x$ y acelera
Positiva y decreciente (volviéndose menos positiva)	Negativa: la partícula se mueve en la dirección $+x$ y frena
Negativa y creciente (se vuelve menos negativa)	Positiva: la partícula se mueve en la dirección $-x$ y frena
Negativa y decreciente (se vuelve más negativa)	Negativa: la partícula se mueve en la dirección $-x$ y acelera

Nota: Estas reglas se aplican tanto a la aceleración a_{media} como a la aceleración instantánea a_x .

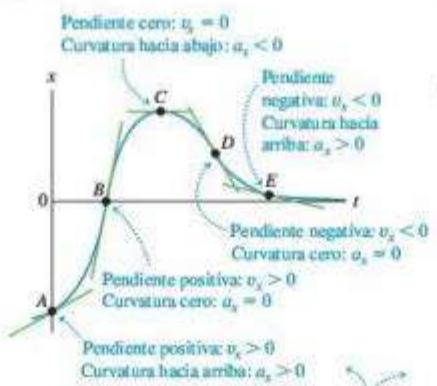
2.13 a) Gráfica v_x-t del movimiento de una partícula diferente de la que se muestra en la figura 2.8. La pendiente de la tangente en cualquier punto es igual a la aceleración en ese punto. b) Diagrama de movimiento que indica la posición, velocidad y aceleración de la partícula en los instantes identificados en la gráfica v_x-t . Las posiciones son congruentes con la gráfica v_x-t ; por ejemplo, de t_A a t_B la velocidad es negativa, así que en t_B la partícula está en un valor más negativo de x que en t_A .

a) La gráfica v_x-t para un objeto que se mueve en el eje x

b) Posición, velocidad y aceleración del objeto en el eje x

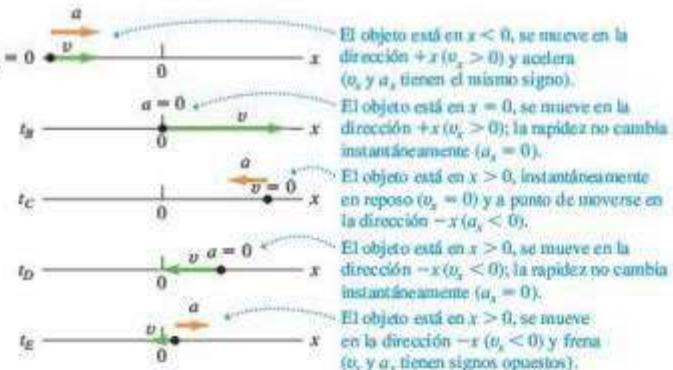


2.14 a) La misma gráfica $x-t$ de la figura 2.8a. La velocidad es igual a la pendiente de la gráfica, y la aceleración está dada por su concavidad o curvatura. b) Diagrama de movimiento que muestra la posición, velocidad y aceleración de la partícula en cada uno de los instantes identificados en la gráfica $x-t$.

a) Gráfica $x-t$ 

Cuanto mayor es la curvatura (hacia arriba o hacia abajo) de una gráfica $x-t$ de un objeto, mayor es la aceleración del objeto en la dirección positiva o negativa, respectivamente.

b) Movimiento del objeto



2.15 Diagrama de movimiento para una partícula que se mueve en línea recta en la dirección $+x$ con aceleración constante a_x . Se muestran la posición, velocidad y aceleración en cinco instantes de igual duración.



Es decir, a_x es la segunda derivada de x con respecto a t . La segunda derivada de cualquier función se relaciona directamente con la *concavidad* o *curvatura* de la gráfica de la función (figura 2.14). En un punto donde la gráfica $x-t$ sea cóncava hacia arriba (curvada hacia arriba), la aceleración es positiva y v_x aumenta; donde la gráfica $x-t$ sea cóncava hacia abajo, la aceleración es negativa y v_x disminuye. Donde la gráfica $x-t$ no tenga curvatura, como en un punto de inflexión, la aceleración es cero y la velocidad es constante. Estas tres posibilidades se ilustran en la figura 2.14.

Examinar la curvatura de una gráfica $x-t$ es una manera sencilla de determinar qué *signo* tiene la aceleración. Esta técnica es menos útil para determinar valores numéricos de la aceleración, ya que es difícil medir con exactitud la curvatura de una gráfica.

Evalúe su comprensión de la sección 2.3 Observe otra vez la gráfica $x-t$ de la figura 2.9 al final de la sección 2.2. a) ¿En cuál de los puntos P, Q, R y S la aceleración a_x es positiva? b) ¿En cuáles es negativa? c) ¿En cuáles parece ser cero? d) En cada punto, indique si la velocidad aumenta, disminuye o se mantiene constante.



2.4 Movimiento con aceleración constante

El movimiento acelerado más sencillo es el rectilíneo con aceleración *constante*. En este caso, la velocidad cambia al mismo ritmo a lo largo del movimiento. Como ejemplo, un cuerpo que cae tiene aceleración constante si los efectos del aire no son importantes. Lo mismo sucede con un cuerpo que se desliza por una pendiente o sobre una superficie horizontal áspera, o con un avión cuando es lanzado con catapulta desde la cubierta de un portaaviones.

La figura 2.15 es un diagrama de movimiento que muestra la posición, velocidad y aceleración de una partícula que se mueve con aceleración constante. Las figuras 2.16 y 2.17 representan este movimiento con gráficas. Puesto que la aceleración es constante, la gráfica a_x-t (aceleración contra tiempo) de la figura 2.16 es una línea horizontal. La gráfica de velocidad contra tiempo, v_x-t , tiene pendiente constante porque la aceleración es constante; por lo tanto, es una línea recta (figura 2.17).

Cuando la aceleración a_x es constante, la aceleración media $a_{\text{med-}x}$ para cualquier intervalo es a_x . Esto facilita la obtención de las ecuaciones para la posición x y la velocidad v_x como funciones del tiempo. Con la finalidad de encontrar una expresión para v_x , primero sustituimos $a_{\text{med-}x}$ por a_x en la ecuación (2.4):

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} \quad (2.7)$$

Sean ahora $t_1 = 0$ y t_2 cualquier instante posterior t . Simbolizamos con v_{0x} la velocidad en el instante inicial $t = 0$; la velocidad en el instante posterior t es v_x . Entonces, la ecuación (2.7) se convierte en

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0} \quad 0$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad (\text{solo con aceleración constante}) \quad (2.8)$$

En la ecuación (2.8) el término $a_x t$ es el producto de la tasa constante de cambio en la velocidad, a_x , y el intervalo de tiempo t ; por lo tanto, es el cambio *total* de la velocidad desde el instante inicial $t = 0$ hasta un instante posterior t . La velocidad v_x en cualquier instante t es entonces la velocidad inicial v_{0x} (en $t = 0$) más el cambio en la velocidad $a_x t$ (véase la figura 2.17).

La ecuación (2.8) también dice que el cambio de velocidad $v_x - v_{0x}$ de la partícula entre $t = 0$ y un tiempo posterior t es igual al *área* bajo la gráfica $a_x \cdot t$ entre esos dos instantes. Se puede verificar esto en la figura 2.16: bajo la curva hay un rectángulo con lado vertical a_x y lado horizontal t . El área del rectángulo es $a_x t$, que por la ecuación (2.8) es igual al cambio de velocidad $v_x - v_{0x}$. En la sección 2.6 veremos que aun cuando la aceleración no sea constante, el cambio de velocidad durante un intervalo es igual al área bajo la curva $a_x \cdot t$, aunque en tal caso la ecuación (2.8) no es válida.

Abora deduciremos una ecuación para la posición x en función del tiempo cuando la aceleración es constante. Para ello, usamos dos expresiones distintas para la velocidad media $a_{\text{med-}x}$ en el intervalo de $t = 0$ a cualquier tiempo t posterior. La primera proviene de la definición de $v_{\text{med-}x}$, ecuación (2.2), que se cumple independientemente de que la aceleración sea constante o no. Llamamos a la posición en el tiempo $t = 0$ *posición inicial*, y la denotamos con x_0 . La posición en el tiempo t posterior es simplemente x . Así, para el intervalo $\Delta t = t - 0$, el desplazamiento es $\Delta x = x - x_0$; la ecuación (2.2) da

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x - x_0}{t} \quad (2.9)$$

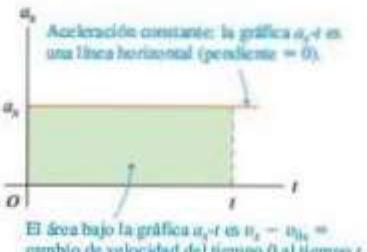
También podemos obtener otra expresión para $v_{\text{med-}x}$ que es válida solo si la aceleración es constante, de modo que la velocidad cambia a ritmo constante. En este caso, la velocidad media para el intervalo de 0 a t es simplemente el promedio de las velocidades al principio y al final del intervalo:

$$v_{\text{med-}x} = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \quad (\text{solo con aceleración constante}) \quad (2.10)$$

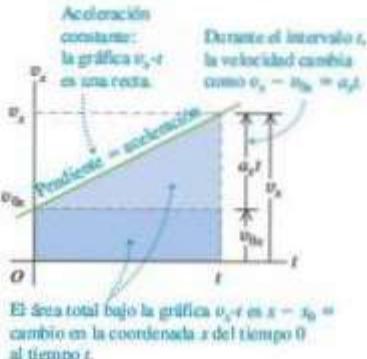
(Esta ecuación *no* se cumple si la aceleración varía durante el intervalo). También sabemos que, con aceleración constante, la velocidad v_x en un instante t está dada por la ecuación (2.8). Sustituyendo esa expresión por v_x en la ecuación (2.10), obtenemos

$$\begin{aligned} v_{\text{med-}x} &= \frac{1}{2}(v_{0x} + v_{0x} + a_x t) \\ &= v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t \quad (\text{solo con aceleración constante}) \quad (2.11) \end{aligned}$$

2.16 Gráfica aceleración-tiempo (a_x - t) para movimiento rectilíneo con aceleración positiva constante a_x



2.17 Gráfica velocidad-tiempo (v_x - t) para movimiento rectilíneo con aceleración positiva constante a_x . La velocidad inicial v_{0x} también es positiva en este caso.



MasteringPHYSICS

- PhET: Forces in 1 Dimension
- ActivPhysics 1.1: Analyzing Motion Using Diagrams
- ActivPhysics 1.2: Analyzing Motion Using Graphs
- ActivPhysics 1.3: Predicting Motion from Graphs
- ActivPhysics 1.4: Predicting Motion from Equations
- ActivPhysics 1.5: Problem-Solving Strategies for Kinematics
- ActivPhysics 1.6: Skier Races Downhill

Aplicación Pruebas con humanos a grandes aceleraciones

En algunos experimentos llevados a cabo por la fuerza aérea estadounidense, entre las décadas de 1940 y 1950, se demostró que los humanos que conducían un cohete podían resistir aceleraciones tan grandes como 440 m/s^2 . Las primeras tres fotografías de esta secuencia muestran al médico de la fuerza aérea John Stapp acelerando del reposo a 188 m/s (678 km/h) en solo 5 s. Las fotografías 4 a 6 muestran incluso una magnitud más grande de aceleración conforme el cohete frenaba para detenerse.



2.18 a) Movimiento rectilíneo con aceleración constante. b) Gráfica de posición contra tiempo ($x-t$) para este movimiento (el mismo que se ilustra en las figuras 2.15, 2.16 y 2.17). En este caso, la posición inicial x_0 , la velocidad inicial v_{0x} y la aceleración a_x son todas positivas.

Por último, igualamos las ecuaciones (2.9) y (2.11) y simplificamos:

$$v_{0x} + \frac{1}{2}a_xt = \frac{x - x_0}{t} = 0$$

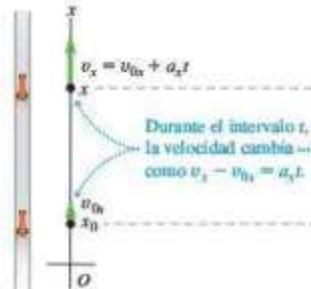
$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (\text{solo con aceleración constante}) \quad [2.12]$$

Esta ecuación (2.12) indica que: si en el instante $t = 0$, una partícula está en x_0 y tiene velocidad v_{0x} , su nueva posición x en cualquier tiempo t posterior es la suma de tres términos: su posición inicial x_0 , más la distancia $v_{0x}t$ que recorrería si su velocidad fuera constante, y una distancia adicional $\frac{1}{2}a_x t^2$ causada por el cambio de velocidad.

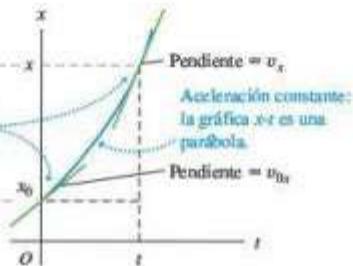
Una gráfica de la ecuación (2.12), es decir, una gráfica $x-t$ para movimiento con aceleración constante (figura 2.18a), siempre es una *parábola*. La figura 2.18b muestra una gráfica como esta. La curva hace intersección con el eje vertical (x) en x_0 , la posición en $t = 0$. La pendiente de la tangente en $t = 0$ es v_{0x} , la velocidad inicial, y la pendiente de la tangente en cualquier tiempo t es la velocidad v_x en ese instante. La pendiente y la velocidad aumentan continuamente, así que la aceleración a_x es positiva; usted también puede ver esto porque la gráfica de la figura 2.18b es cóncava hacia arriba (se curva hacia arriba). Si a_x es negativa, la gráfica $x-t$ es una parábola cóncava hacia abajo (tiene curvatura hacia abajo).

Si hay aceleración cero, la gráfica $x-t$ es una recta; si hay una aceleración constante, el término adicional $\frac{1}{2}a_x t^2$ en la ecuación (2.12) para x en función de t curva la gráfica en una parábola (figura 2.19a). Podemos analizar la gráfica v_x-t de la misma forma. Si hay aceleración cero, esta gráfica es una línea horizontal (la velocidad es constante); agregando una aceleración constante da una pendiente para la gráfica v_x-t (figura 2.19b).

a) Un auto de carreras se mueve en la dirección x con aceleración constante

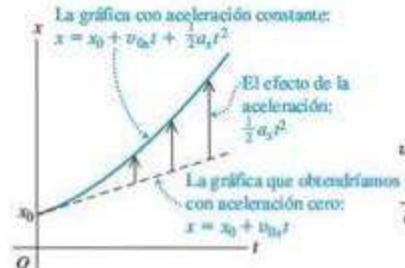


b) La gráfica $x-t$

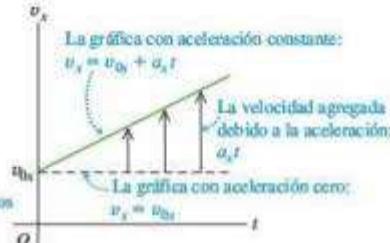


2.19 Cómo una aceleración constante influye en a) la gráfica $x-t$ y b) la gráfica v_x-t de un cuerpo.

a) Gráfica $x-t$ para un objeto que se mueve con aceleración constante positiva



b) La gráfica v_x-t para el mismo objeto



Así como el cambio de velocidad de la partícula es igual al área bajo la gráfica $a_x t$, el desplazamiento (es decir, el cambio de posición) es igual al área bajo la gráfica $v_x t$. Específicamente, el desplazamiento $x - x_0$ de la partícula entre $t = 0$ y cualquier instante t posterior es igual al área bajo la gráfica $v_x t$ entre esos dos instantes. En la figura 2.17 el área bajo la gráfica se dividió en un rectángulo oscuro (con lado vertical v_{0x} , lado horizontal t y área $v_{0x}t$) y un triángulo rectángulo claro (con lado vertical $a_x t$ y lado horizontal t y área $\frac{1}{2}(a_x t)(t) = \frac{1}{2}a_x t^2$). El área total bajo la gráfica $v_x t$ es

$$x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

lo que es congruente con la ecuación (2.12).

El desplazamiento durante un intervalo siempre puede obtenerse del área bajo la curva $v_x t$, incluso si la aceleración *no* es constante, aunque en tal caso la ecuación (2.12) no sería válida. (Demostraremos esto en la sección 2.6).

A menudo es útil tener una relación para la posición, la velocidad y la aceleración (constante) que no involucre el tiempo. Para lograr esto, primero despejamos t de la ecuación (2.8) y luego sustituimos la expresión resultante en la ecuación (2.12):

$$\begin{aligned} t &= \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \\ x &= x_0 + v_{0x}\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2 \end{aligned}$$

Transferimos el término x_0 al lado izquierdo y multiplicamos la ecuación por $2a_x$:

$$2a_x(x - x_0) = 2v_{0x}v_x - 2v_{0x}^2 + v_x^2 - 2v_{0x}v_x + v_{0x}^2$$

Finalmente, simplificando nos da

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0) \quad (\text{solo aceleración constante}) \quad (2.13)$$

Podemos obtener una relación más útil igualando las dos expresiones para $v_{\text{med},x}$, ecuaciones (2.9) y (2.10), y multiplicando por t . Al hacerlo, obtenemos

$$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2}\right)t \quad (\text{solo aceleración constante}) \quad (2.14)$$

Observe que la ecuación (2.14) no incluye la aceleración a_x . Esta ecuación es útil cuando a_x es constante pero se desconoce su valor.

Las ecuaciones (2.8), (2.12), (2.13) y (2.14) son las *ecuaciones del movimiento con aceleración constante* (tabla 2.4). Con ellas, podemos resolver cualquier problema que implique movimiento rectilíneo de una partícula con aceleración constante.

En el caso específico de movimiento con aceleración constante ilustrado en la figura 2.15 y graficado en las figuras 2.16, 2.17 y 2.18, los valores de x_0 , v_{0x} y a_x son positivos. Vuelva a dibujar las figuras para los casos en que una, dos o las tres cantidades sean negativas.

MasteringPHYSICS

PhET: The Moving Man

- ActivPhysics 1.8:** Seat Belts Save Lives
- ActivPhysics 1.9:** Screeching to a Halt
- ActivPhysics 1.11:** Car Starts, Then Stops
- ActivPhysics 1.12:** Solving Two-Vehicle Problems
- ActivPhysics 1.13:** Car Catches Truck
- ActivPhysics 1.14:** Avoiding a Rear-End Collision

Tabla 2.4 Ecuaciones de movimiento con aceleración constante

Ecuación	Cantidades que incluye
$v_x = v_{0x} + a_x t$ (2.8)	t v_x a_x
$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$ (2.12)	t x a_x
$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$ (2.13)	x v_x a_x
$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2}\right)t$ (2.14)	t x v_x

Estrategia para resolver problemas 2.1 **Movimiento con aceleración constante**

IDENTIFICAR los conceptos relevantes: En casi todos los problemas de movimiento rectilíneo, usted podrá usar las ecuaciones de aceleración constante (2.8), (2.12), (2.13) y (2.14). Si usted encuentra una situación en que la aceleración no es constante, necesitará otra estrategia (véase la sección 2.6).

PLANTEAR el problema siguiendo estos pasos:

1. Lea el problema cuidadosamente. Elabore un diagrama de movimiento que muestre la localización de la partícula en los tiempos que nos interesan. Determine dónde colocar el origen de las coordenadas y cuál dirección del eje es positiva. A menudo lo más sencillo es colocar la partícula en el origen en $t = 0$; así, $x_0 = 0$. Recuerde que elegir la dirección positiva del eje determina automáticamente las direcciones positivas de la velocidad y la aceleración. Si x es positiva a la derecha del origen, v_x y a_x también serán positivos hacia la derecha.
2. Identifique las cantidades físicas (tiempos, posiciones, velocidades y aceleraciones) que aparecen en las ecuaciones (2.8), (2.12), (2.13) y (2.14) y asigneles los símbolos adecuados: x , x_0 , v_x , v_{0x} y a_x , o símbolos relacionados con ellos. Traduzca las palabras al lenguaje de la física: “¿Cuando llega la partícula al punto más alto?” significa “¿Cuál es el valor de t cuando x tiene su máximo valor?”. En el ejemplo 2.4 que sigue, la pregunta “¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25 m/s?” significa “¿Cuánto vale x cuando $v_x = 25 \text{ m/s}$?”. Manténgase alerta con la información implícita. Por ejemplo, “un automóvil está detenido ante un semáforo” implica $v_{0x} = 0$.

3. Haga una lista de las cantidades como x , x_0 , v_x , v_{0x} , a_x y t . Algunas serán conocidas y otras no. Escriba los valores de las conocidas e identifique cuáles de las variables son las incógnitas. Tome nota de la ausencia de cualquiera de las cantidades que aparecen en las cuatro ecuaciones de aceleración constante.

4. Use la tabla 2.4 para identificar las ecuaciones aplicables. (Estas son con frecuencia las ecuaciones que no incluyen las cantidades faltantes que identificó en el paso 3). Normalmente encontrará una ecuación única que solo contiene una de las incógnitas. Algunas veces debe identificar dos ecuaciones que contengan el mismo par de incógnitas.
5. Elabore gráficas que correspondan a las ecuaciones aplicables. La gráfica v_x - t de la ecuación (2.8) es una línea recta con pendiente igual a a_x . La gráfica x - t de la ecuación (2.12) es una parábola cóncava hacia arriba si a_x es positiva y cóncava hacia abajo si es negativa.
6. Con base en su experiencia con estos problemas y tomando en cuenta lo que le dicen las gráficas, haga predicciones cualitativas y cuantitativas acerca de la solución.

EJECUTAR la solución: Si se aplica una sola ecuación, despeje la incógnita usando solo símbolos, sustituya los valores conocidos y calcule el valor de la incógnita. Si usted tiene dos ecuaciones con dos incógnitas, resálvalas simultáneamente para encontrarlas.

EVALUAR la respuesta: Examine sus resultados para ver si son lógicos. ¿Están dentro del intervalo general de valores esperados?

Ejemplo 2.4 Cálculos con aceleración constante

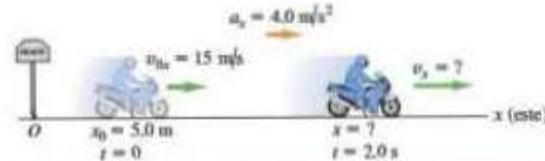
Un motociclista que viaja al este cruza una pequeña ciudad y viaja con aceleración constante de 4.0 m/s^2 después de pasar los límites de la ciudad (figura 2.20). En el tiempo $t = 0$, está a 5.0 m al este del letrero de límite de la ciudad, y se desplaza al este a 15 m/s . a) Calcule su posición y velocidad en $t = 2.0 \text{ s}$. b) ¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25 m/s ?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: La aceleración es constante, así que podemos usar las ecuaciones para aceleración constante. Tomamos el letrero como origen de coordenadas ($x = 0$) y determinamos que el eje $+x$ apunta al este (véase la figura 2.20, que también es un diagrama de movimiento). Las variables conocidas son la posición inicial y la velocidad, $x_0 = 5.0 \text{ m}$ y $v_{0x} = 15 \text{ m/s}$, y la aceleración $a_x = 4.0 \text{ m/s}^2$. Las variables desconocidas en el inciso a) son los valores de la posición x y la velocidad v_x en el instante $t = 2.0 \text{ s}$; la incógnita en el inciso b) es el valor de x cuando $v_x = 25 \text{ m/s}$.

LLEGAR A: a) Como conocemos los valores de x_0 , v_{0x} y a_x , la tabla 2.4 nos dice que podemos obtener tanto la posición x en $t = 2.0 \text{ s}$, usando

2.20 Un motociclista que viaja con aceleración constante.



la ecuación (2.12), como la velocidad v_x , en ese instante, con la ecuación (2.8);

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_xt^2 \\ &= 5.0 \text{ m} + (15 \text{ m/s})(2.0 \text{ s}) + \frac{1}{2}(4.0 \text{ m/s}^2)(2.0 \text{ s})^2 \\ &= 43 \text{ m} \\ v_x &= v_{0x} + a_xt \\ &= 15 \text{ m/s} + (4.0 \text{ m/s}^2)(2.0 \text{ s}) = 23 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b) Queremos encontrar el valor de x cuando $v_x = 25 \text{ m/s}$, pero no conocemos el momento en que el motociclista lleva tal velocidad. La tabla 2.4 nos dice que debemos utilizar la ecuación (2.13), que incluye x , v_x y a_x , pero no incluye a t :

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

Despejando x y sustituyendo los valores conocidos, obtenemos

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x} \\ &= 5.0 \text{ m} + \frac{(25 \text{ m/s})^2 - (15 \text{ m/s})^2}{2(4.0 \text{ m/s}^2)} = 55 \text{ m} \end{aligned}$$

EVALUAR: Usted puede verificar el resultado del inciso b) usando primero la ecuación (2.8), $v_x = v_{0x} + a_xt$, para determinar el tiempo en el cual $v_x = 25 \text{ m/s}$, que resulta ser $t = 2.5 \text{ s}$. Luego usted puede usar la ecuación (2.12), $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_xt^2$, para obtener x . Usted debe obtener $x = 55 \text{ m}$, la misma respuesta de arriba. Este es el camino largo para resolver el problema. El método usado en el inciso b) es mucho más eficiente.

Ejemplo 2.5 Dos cuerpos con diferente aceleración

Una persona conduce su vehículo con rapidez constante de 15 m/s (aproximadamente 34 mi/h) y pasa por un cruce escolar, donde el límite de velocidad es de 10 m/s (aproximadamente 22 mi/h). En ese preciso momento, un oficial de policía en su motocicleta, que está detenido en el cruce, arranca para perseguir al infractor, con aceleración constante de 3.0 m/s² (figura 2.21a). a) ¿Cuánto tiempo pasa antes de que el oficial alcance al infractor? b) ¿A qué rapidez va el policía en ese instante? c) ¿Qué distancia total habrá recorrido cada vehículo hasta ahí?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: El oficial de policía y el conductor se desplazan con aceleración constante (cero en el caso del conductor), así que podemos usar las fórmulas de aceleración constante. Tomamos como origen el cruce, así que $x_0 = 0$ para ambos, y consideramos la derecha como dirección positiva. Sea x_p la posición del policía y x_M la del conductor en cualquier instante. Las velocidades iniciales son $v_{p0} = 0$ y $v_{M0} = 15 \text{ m/s}$; las respectivas aceleraciones son $a_{p0} = 3.0 \text{ m/s}^2$ y $a_{M0} = 0$. Nuestra incógnita en el inciso a) es el tiempo tras el cual el policía alcanza al conductor, es decir, cuando los dos vehículos están en la misma posición x . La tabla 2.4 nos dice que la ecuación (2.12) es la adecuada para este inciso. En el inciso b) nos interesa la rapidez v del policía (la magnitud de su velocidad) en el tiempo obtenido en el inciso a). Utilizaremos la ecuación (2.8) para este inciso. En el inciso c) usaremos nuevamente la ecuación (2.12) para obtener la posición de cualquiera de los vehículos en ese tiempo.

La figura 2.21b ilustra la gráfica $x-t$ de ambos vehículos. La línea recta representa el movimiento del conductor, $x_M = x_{M0} + v_{M0}t = v_{M0}t$. La gráfica del movimiento del oficial es la mitad derecha de una parábola cóncava hacia arriba:

$$x_p = x_{p0} + v_{p0}t + \frac{1}{2}a_{p0}t^2 = \frac{1}{2}a_{p0}t^2$$

Un buen diagrama mostrará que el oficial y el conductor están en la misma posición ($x_p = x_M$) en un tiempo $t = 10 \text{ s}$, aproximadamente, instante en el que los dos han viajado 150 m a partir del cruce.

EJECUTAR: a) Para buscar el valor del tiempo t cuando el conductor y el policía están en la misma posición, establecemos que $x_p = x_M$ igualando las expresiones anteriores y despejando t :

$$v_{M0}t = \frac{1}{2}a_{p0}t^2$$

$$t = 0 \quad \text{o} \quad t = \frac{2v_{M0}}{a_{p0}} = \frac{2(15 \text{ m/s})}{3.0 \text{ m/s}^2} = 10 \text{ s}$$

- 2.21** a) Cuerpo en movimiento con aceleración constante que alcanza a un cuerpo en movimiento con velocidad constante.
b) traza de x contra t para cada vehículo.

a)



Hay *dos* instantes en que los vehículos tienen la misma coordenada x , como lo indica la figura 2.21b. En $t = 0$, el conductor rebasa al oficial; en $t = 10 \text{ s}$, el oficial alcanza al conductor.

b) Queremos conocer la magnitud de la velocidad del policía v_{p0} en el instante t obtenido en a). Sustituyendo los valores de v_{p0} y a_{p0} en la ecuación (2.8) junto con $t = 10 \text{ s}$ del inciso a), obtenemos:

$$v_{p0} = v_{p0} + a_{p0}t = 0 + (3.0 \text{ m/s}^2)(10 \text{ s}) = 30 \text{ m/s}$$

La rapidez del policía es el valor absoluto de esto, la cual también es igual a 30 m/s.

c) En 10 s, la distancia recorrida por el conductor es

$$x_M = v_{M0}t = (15 \text{ m/s})(10 \text{ s}) = 150 \text{ m}$$

y la distancia que el policía recorre es

$$x_p = \frac{1}{2}a_{p0}t^2 = \frac{1}{2}(3.0 \text{ m/s}^2)(10 \text{ s})^2 = 150 \text{ m}$$

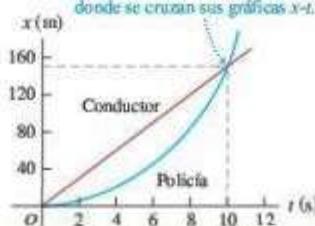
Esto comprueba que cuando el policía alcanza al conductor, ambos han recorrido la misma distancia.

EVALUAR: Los resultados de los incisos a) y c) concuerdan con las estimaciones del diagrama. Observe que en el instante en que el oficial alcanza al conductor, los dos vehículos no tienen la misma velocidad. En ese momento el conductor se desplaza a 15 m/s y el oficial se desplaza a 30 m/s. Se puede ver esto en la figura 2.21b. Donde las dos curvas $x-t$ se cruzan, sus pendientes (iguales a los valores de v_x para los dos vehículos) son diferentes.

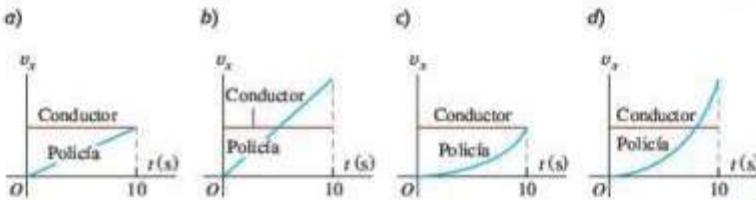
Es solo una coincidencia que cuando los dos vehículos están en la misma posición, el oficial va al doble de la rapidez del conductor? La ecuación (2.14), $x - x_0 = [(v_{0x} + v_x)/2]t$, da la respuesta. El conductor tiene velocidad constante, por lo que $v_{M0}t = v_{Mx}$, y la distancia $x - x_0$ que viaja el conductor en el tiempo t es $v_{M0}t$. El oficial tiene velocidad inicial cero, de modo que en el mismo instante t el oficial viaja una distancia $\frac{1}{2}a_{p0}t^2$. Los dos vehículos cubren la misma distancia en el mismo tiempo, los dos valores de $x - x_0$ deben ser iguales. De esta forma, cuando el oficial alcanza al conductor $v_{M0}t = \frac{1}{2}a_{p0}t^2$ y $v_{p0} = 2v_{M0}$, es decir, el oficial lleva exactamente el doble de la velocidad del conductor. O sea ve que esto es así independientemente del valor de la aceleración del oficial.

b)

El oficial y el conductor se encuentran en el instante t donde se cruzan sus gráficas $x-t$.



Evalué su comprensión de la sección 2.4 Se muestran cuatro posibles gráficas v_x - t para los dos vehículos del ejemplo 2.5. ¿Cuál es la gráfica correcta?



2.5 Cuerpos en caída libre

2.22 Fotografía con múltiples destellos de una pelota en caída libre.



MasteringPHYSICS

PhET: Lunar Lander

ActivPhysics 1.7: Balloonist Drops Lemonade

ActivPhysics 1.10: Pole-Vaulter Lands

El ejemplo más conocido de movimiento con aceleración (casi) constante es la caída de un cuerpo bajo la influencia de la atracción gravitacional de la Tierra. Dicho movimiento ha interesado a filósofos y científicos desde la Antigüedad. En el siglo IV a.C., Aristóteles pensaba (erróneamente) que los objetos pesados caían con mayor rapidez que los ligeros, en proporción a su peso. Diecinueve siglos después, Galileo (véase la sección 1.1) afirmó que los cuerpos caían con una aceleración constante e independiente de su peso.

Los experimentos indican que, si es posible omitir el efecto del aire, Galileo está en lo cierto: todos los cuerpos en un lugar específico caen con la misma aceleración hacia abajo, independientemente de su tamaño o peso. Si, además, la distancia de caída es pequeña en comparación con el radio terrestre, y si ignoramos los pequeños efectos debidos a la rotación de la Tierra, la aceleración es constante. El modelo idealizado que surge de tales supuestos se denomina **caída libre**, aunque también incluye el movimiento ascendente. (En el capítulo 3 ampliaremos el estudio de la caída libre para incluir el movimiento de proyectiles, los cuales se desplazan en forma tanto horizontal como vertical).

La figura 2.22 es una fotografía de una pelota que cae, tomada con una lámpara estroboscópica que produce una serie de destellos intensos cortos. En cada destello, se registra una imagen fotográfica de la pelota en ese instante. Como los intervalos entre destellos son iguales, la velocidad media de la pelota entre dos destellos es proporcional a la distancia entre las imágenes correspondientes en la fotografía. El aumento en las distancias entre las imágenes indica que la velocidad cambia continuamente; la pelota acelera hacia abajo. Una medición cuidadosa revela que el cambio de velocidad es el mismo en cada intervalo, así que la aceleración de la pelota en caída libre es constante.

La aceleración constante de un cuerpo en caída libre se llama **aceleración debida a la gravedad**, y denotamos su magnitud con la letra g . Por lo regular, usaremos el valor aproximado de g en la superficie terrestre o cerca de ella:

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 980 \text{ cm/s}^2 = 32 \text{ ft/s}^2 \quad (\text{valor aproximado cerca de la superficie terrestre})$$

El valor exacto varía según el lugar, así que normalmente daremos el valor de g en la superficie de la Tierra con solo dos cifras significativas. En la superficie de la Luna, la aceleración debida a la gravedad es causada por la fuerza de atracción de la Luna, no de la Tierra, y $g = 1.6 \text{ m/s}^2$. Cerca de la superficie del Sol, $g = 270 \text{ m/s}^2$.

CUIDADO g siempre es un número positivo Como g es la magnitud de un vector, siempre es un número positivo. Si usted considera la dirección *positiva* hacia arriba, como lo hacemos en el ejemplo 2.6 y en la mayoría de las situaciones que implican caída libre, la aceleración es negativa (hacia abajo) e igual a $-g$. Tenga cuidado con el signo de g , o tendrá muchas dificultades con los problemas de caída libre.

En los ejemplos que siguen usaremos las ecuaciones para aceleración constante que dedujimos en la sección 2.4. Sugerimos al lector que repase las estrategias de resolución de problemas 2.1 de dicha sección antes de estudiar estos ejemplos.

Ejemplo 2.6 Moneda en caída libre

Se deja caer una moneda de un euro desde la Torre Inclinada de Pisa; la moneda cae libremente a partir del reposo. Calcule su posición y velocidad después de 1,0 s, 2,0 s y 3,0 s?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: "Cae libremente" significa "cae con aceleración constante debida a la gravedad", así que podemos usar las ecuaciones para aceleración constante. El lado derecho de la figura 2.23 muestra nuestro diagrama de movimiento para la moneda. El

2.23 Una moneda en caída libre a partir del reposo.

La Torre Inclinada

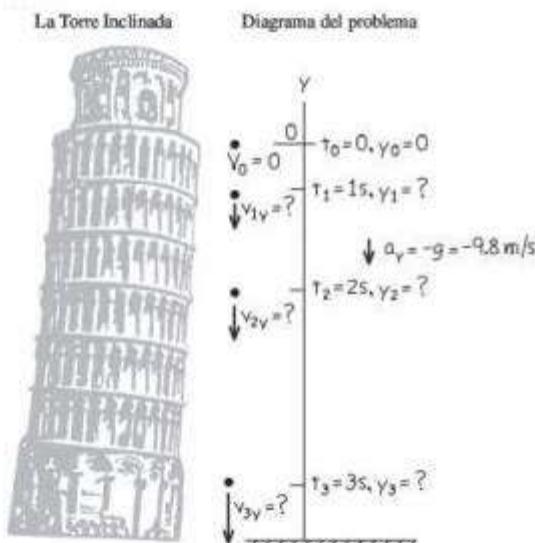


Diagrama del problema

movimiento es vertical, de manera que usamos un eje de coordenadas vertical y llamaremos y a la coordenada en lugar de x. Tomaremos el origen O como el punto de partida y la dirección *hacia arriba* como positiva. La coordenada inicial y_0 y la velocidad inicial v_{0y} son ambas cero. La aceleración es hacia abajo, en la dirección negativa de y, así que $a_y = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$. (Recuerde que, por definición, g es positiva). Nuestras incógnitas son los valores de y y v_y en los tres instantes especificados. Para obtenerlos, usamos las ecuaciones (2.12) y (2.8), sustituyendo x por y. La elección de la dirección hacia arriba como positiva significa que todas las posiciones y velocidades que calculemos serán negativas.

EJECUTAR: En un instante t después de que se suelta la moneda, su posición y su velocidad son

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(-g)t^2 = (-4.9 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t = 0 + (-g)t = (-9.8 \text{ m/s})t$$

Cuando $t = 1.0 \text{ s}$, $y = (-4.9 \text{ m/s}^2)(1.0 \text{ s})^2 = -4.9 \text{ m}$ y $v_y = (-9.8 \text{ m/s}^2)(1.0 \text{ s}) = -9.8 \text{ m/s}$; después de 1 s, la moneda está 4.9 m debajo del origen (y es negativa) y tiene una velocidad hacia abajo (v_y es negativa) con magnitud de 9.8 m/s.

Las posiciones y las velocidades a los 2.0 s y 3.0 s se obtienen de la misma forma. Los resultados son $y = -20 \text{ m}$ y $v_y = -20 \text{ m/s}$ en $t = 2.0 \text{ s}$, y $y = -44 \text{ m}$ y $v_y = -29 \text{ m/s}$ en $t = 3.0 \text{ s}$.

EVALUAR: Todas nuestras respuestas son negativas, como se esperaba. Si hubiéramos elegido el eje y positivo apuntando hacia abajo, la aceleración habría sido $a_y = +g$ y todas nuestras respuestas habrían sido positivas.

Ejemplo 2.7 Movimiento ascendente y descendente en caída libre

Usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde el techo de un edificio alto. La pelota abandona la mano, en un punto a la altura del barandal de la azotea, con rapidez ascendente de 15.0 m/s; después, la pelota está en caída libre. Al bajar, la pelota apenas elude el barandal. Obtenga a) la posición y velocidad de la pelota 1,00 s y 4,00 s después de soltarla; b) la velocidad cuando la pelota está 5,00 m sobre el barandal; c) la altura máxima alcanzada; y d) la aceleración de la pelota en su altura máxima.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Las palabras "en caída libre" significan que la aceleración es constante y debida a la gravedad. Las incógnitas son la posición [en los incisos a) y c)], la velocidad [en los incisos a) y b)] y la aceleración [en el inciso d)]. Tomamos el origen en el punto donde la pelota abandona su mano, y la dirección positiva hacia arriba (figura 2.24). La posición inicial y_0 es cero, la velocidad inicial v_{0y} es +15.0 m/s y la aceleración es $a_y = -g = -9.80 \text{ m/s}^2$. En el inciso a), al igual que en el ejemplo 2.6, usaremos las ecuaciones (2.12) y (2.8)

para calcular la posición y la velocidad en función del tiempo. En el inciso b), debemos obtener la velocidad en cierta posición (no en cierto tiempo), de modo que usaremos la ecuación (2.13).

La figura 2.25 muestra las gráficas $y-t$ y v_y-t de la pelota. La gráfica $y-t$ es una parábola cóncava hacia abajo que sube y luego baja, y la gráfica v_y-t es una línea recta con pendiente hacia abajo. Observe que la velocidad de la pelota es cero cuando se encuentra en su punto más alto.

EJECUTAR: a) La posición y y la velocidad v_y en el instante t están dadas por las ecuaciones (2.12) y (2.8), sustituyendo las x por y.

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

$$= (0) + (15.0 \text{ m/s})t + \frac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t = v_{0y} + (-g)t$$

$$= 15.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)t$$

Continúa

Cuando $t = 1.00\text{ s}$, estas ecuaciones dan $y = +10.1\text{ m}$ y $v_y = +5.2\text{ m/s}$. Es decir, la pelota está 10.1 m sobre el origen (y es positiva) y se mueve hacia arriba (v_y es positiva) con rapidez de 5.2 m/s , la cual es menor que la rapidez inicial porque la pelota freina mientras asciende. Cuando $t = 4.00\text{ s}$, las ecuaciones dan $y = -18.4\text{ m}$ y $v_y = -24.2\text{ m/s}$. La pelota pasó su punto más alto y está 18.4 m debajo del origen (pues y es negativa), tiene movimiento *hacia abajo* (v_y es negativa) de magnitud 24.2 m/s . Conforme baja, la pelota gana rapidez, la ecuación (2.13) nos dice que se mueve a la rapidez inicial de 15.0 m/s cuando pasa hacia abajo por su punto de lanzamiento y continúa ganando rapidez conforme desciende por debajo de este punto.

b) La velocidad v_y en cualquier posición y está dada por la ecuación (2.13) sustituyendo las x por y :

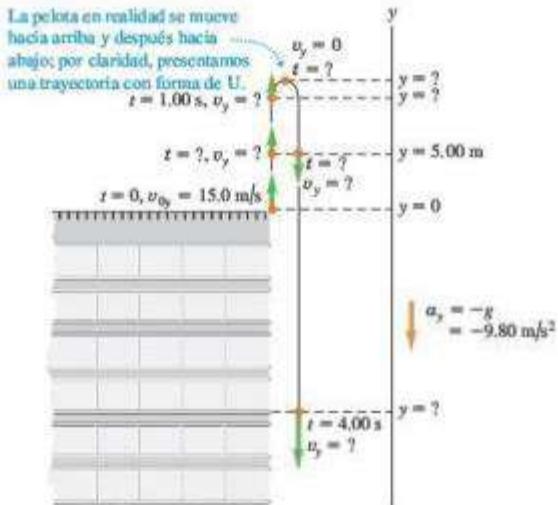
$$\begin{aligned} v_y^2 &= v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0) = v_{0y}^2 + 2(-g)(y - 0) \\ &= (15.0\text{ m/s})^2 + 2(-9.80\text{ m/s}^2)y \end{aligned}$$

Con la pelota a 5.00 m sobre el origen, $y = +5.00\text{ m}$, así que

$$\begin{aligned} v_y^2 &= (15.0\text{ m/s})^2 + 2(-9.80\text{ m/s}^2)(5.00\text{ m}) = 127\text{ m}^2/\text{s}^2 \\ v_y &= \pm 11.3\text{ m/s} \end{aligned}$$

Obtenemos *dos* valores de v_y , porque la pelota pasa dos veces por el punto $y = +5.00\text{ m}$, una subiendo (v_y positiva) y otra bajando (v_y negativa) (véase las figuras 2.24 y 2.25a).

2.24 Posición y velocidad de una pelota que se lanza verticalmente hacia arriba.



Ejemplo 2.8 ¿Dos soluciones o una?

Determine el instante en que la pelota del ejemplo 2.7, después de ser liberada, está 5.00 m por debajo del barandal?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: Este problema se trata como el ejemplo 2.7, así que y_0 , v_{0y} , y $a_y = -g$ tienen los mismos valores que en ese problema. Sin embargo, en este ejemplo la incógnita es el instante en que

c) En el instante en que la pelota llega al punto más alto y_1 , su velocidad momentáneamente es cero: $v_y = 0$. Usamos la ecuación (2.13) para obtener y_1 . Con $v_y = 0$, $y_0 = 0$ y $a_y = -g$, obtenemos:

$$\begin{aligned} 0 &= v_{0y}^2 + 2(-g)(y_1 - 0) \\ y_1 &= \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(15.0\text{ m/s})^2}{2(9.80\text{ m/s}^2)} = +11.5\text{ m} \end{aligned}$$

d) **CUIDADO** Una idea errónea acerca de la caída libre. Es un error común pensar que en el punto más alto del movimiento en caída libre, donde la velocidad es cero, la aceleración también es cero. Si fuera así, una vez que la pelota alcanza el punto más alto, quedaría suspendida en el aire! Recuerde que la aceleración es la tasa de cambio de la velocidad, y la velocidad está cambiando continuamente. En todos los puntos, incluyendo el punto más alto, y para cualquier velocidad, incluyendo cero, la aceleración en caída libre siempre es $a_y = -g = -9.80\text{ m/s}^2$.

EVALUAR: Una forma útil de verificar cualquier problema de caída libre consiste en dibujar las gráficas $y-t$ y v_y-t como lo hicimos en la figura 2.25. Observe que estas son gráficas de las ecuaciones (2.12) y (2.8), respectivamente. Dados los valores numéricos de la posición inicial, velocidad inicial y aceleración, se pueden elaborar fácilmente estas gráficas usando una calculadora graficadora o un programa de matemáticas en línea.

2.25 a) Posición y b) velocidad en función del tiempo para una pelota lanzada hacia arriba con una rapidez inicial de 15 m/s .

a) Gráfica $y-t$ (la curvatura es hacia abajo porque $a_y = -g$ es negativa)



b) Gráfica v_y-t (recta con pendiente negativa porque $a_y = -g$ es constante y negativa)



la pelota se encuentra en $y = -5.00\text{ m}$. Lo mejor es usar la ecuación (2.12), la cual nos da la posición y como función del tiempo t :

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_yt^2 = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

Esta es una ecuación cuadrática en t , que queremos despejar cuando $y = -5.00\text{ m}$.

EJECUTAR: Replantearmos la ecuación de modo que tenga la forma cuadrática estándar para una x desconocida, $Ax^2 + Bx + C = 0$:

$$\left(\frac{1}{2}g\right)t^2 + (-v_{0y})t + (y - y_0) = At^2 + Bt + C = 0$$

Por comparación, identificamos $A = \frac{1}{2}g$, $B = -v_{0y}$ y $C = y - y_0$. La fórmula cuadrática (véase el apéndice B) nos dice que esta ecuación tiene dos soluciones.

$$\begin{aligned} t &= \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\ &= \frac{-(-v_{0y}) \pm \sqrt{(-v_{0y})^2 - 4(\frac{1}{2}g)(y - y_0)}}{2(\frac{1}{2}g)} \\ &= \frac{v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 - 2g(y - y_0)}}{g} \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores $y_0 = 0$, $v_{0y} = +15.0 \text{ m/s}$, $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ y $y = -5.00 \text{ m}$, obtenemos

$$t = \frac{(15.0 \text{ m/s}) \pm \sqrt{(15.0 \text{ m/s})^2 - 2(9.80 \text{ m/s}^2)(-5.00 \text{ m})}}{9.80 \text{ m/s}^2}$$

Usted puede confirmar que las respuestas numéricas son $t = +3.36 \text{ s}$ y $t = -0.30 \text{ s}$. La respuesta $t = -0.30 \text{ s}$ no tiene sentido, puesto que se

refiere al tiempo *antes* de soltar la pelota en $t = 0$. Así que la respuesta correcta es $t = +3.36 \text{ s}$.

EVALUAR: ¿Por qué obtuvimos una segunda solución ficticia? La explicación es que las ecuaciones de aceleración constante, como la ecuación (2.12), se basan en el supuesto de que la aceleración es constante para *todos* los valores de tiempo, positivos, negativos o cero. De modo que la solución $t = -0.30 \text{ s}$ se refiere a un momento imaginario cuando una pelota en caída libre estaba 5.00 m debajo del barandal y elevándose para alcanzar su mano. Como la pelota no salió de su mano y entró en caída libre hasta $t = 0$, este resultado es pura ficción.

Repite estos cálculos para obtener los tiempos en que la pelota está 5.00 m *sobre* el origen ($y = +5.00 \text{ m}$). Las dos respuestas son $t = +0.38 \text{ s}$ y $t = +2.68 \text{ s}$; ambos son valores positivos de t y se refieren al movimiento real de la pelota una vez soltada. El primer instante es cuando la pelota pasa por $y = +5.00 \text{ m}$ de subida, y el segundo, cuando pasa por ahí de bajada. [Compare esto con el inciso b) del ejemplo 2.7 y nuevamente remítase a la figura 2.25a)].

Determine también los instantes en que $y = +15.0 \text{ m}$. En este caso, ambas soluciones requieren obtener la raíz cuadrada de un número negativo, así que *no* hay soluciones reales. Nuevamente la figura 2.25a indica por qué; en el inciso c) del ejemplo 2.7 vimos que la altura máxima de la pelota es $y = +11.5 \text{ m}$, así que *nunca* llega a $y = +15.0 \text{ m}$. Aunque una ecuación cuadrática como la (2.12) siempre tiene dos soluciones, en ocasiones una o ambas soluciones no tienen sentido físico.

Evalúe su comprensión de la sección 2.5 Si usted lanza una pelota hacia arriba con cierta rapidez inicial, ésta cae libremente y alcanza una altura máxima h en un instante t después de que abandona su mano. a) Si usted arroja la pelota hacia arriba con el doble de la rapidez inicial, ¿qué nueva altura máxima alcanzará la pelota? i. $h\sqrt{2}$; ii. $2h$; iii. $4h$; iv. $8h$; v. $16h$. b) Si usted lanza la pelota hacia arriba con el doble de la rapidez inicial, ¿cuánto tiempo le tomará alcanzar su nueva altura máxima? i. $t/2$; ii. $t/\sqrt{2}$; iii. t ; iv. $t\sqrt{2}$; v. $2t$.



2.6 Velocidad y posición por integración

Esta sección es para estudiantes que ya aprendieron algo de cálculo integral. En la sección 2.4 analizamos el caso especial de movimiento rectilíneo con aceleración constante. Si a_x no es constante, como sucede comúnmente, no podremos aplicar las ecuaciones que dedujimos en esa sección (figura 2.26). Pero aun si a_x varía con el tiempo, podemos usar la relación $v_x = dx/dt$ para obtener la velocidad v_x en función del tiempo si la posición x es una función conocida de t , y podemos usar $a_x = dv_x/dt$ para obtener la aceleración a_x en función del tiempo si v_x es una función conocida de t .

Sin embargo, en muchas situaciones no se conocen la posición ni la velocidad en función del tiempo, pero sí la aceleración (figura 2.27). ¿Cómo obtenemos la posición y la velocidad en el movimiento rectilíneo a partir de la función de aceleración $a_x(t)$?

Primero consideraremos un enfoque gráfico. La figura 2.28 es una gráfica de aceleración contra tiempo para un cuerpo cuya aceleración no es constante. Podemos dividir el intervalo entre los tiempos t_1 y t_2 en muchos intervalos más pequeños, llamando Δt a uno representativo. Sea $a_{\text{med},x}$ la aceleración media durante Δt . Por la ecuación (2.4), el cambio de velocidad Δv_x durante Δt es

$$\Delta v_x = a_{\text{med},x} \Delta t$$

Gráficamente, Δv_x es igual al área de la tira sombreada con altura $a_{\text{med},x}$ y anchura Δt , es decir, el área bajo la curva entre los lados derecho e izquierdo de Δt . El cambio total de velocidad en cualquier intervalo (digamos, de t_1 a t_2) es la suma de los cambios de velocidad Δv_x en los subintervalos pequeños. De esta manera, el cambio total de velocidad se representa gráficamente con el área *total* bajo la curva a_x-t entre las

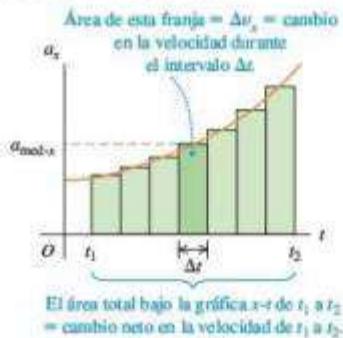
2.26 Cuando pisamos el pedal del acelerador de un automóvil, la aceleración resultante *no* es constante; cuanto mayor sea la rapidez del auto, más lentamente adquirirá rapidez adicional. Un automóvil ordinario tarda el doble en acelerar de 50 a 100 km/h que en acelerar de 0 a 50 km/h.



2.27 El sistema de navegación inercial (INS, por las siglas de *inertial navigation system*) a bordo de un avión comercial de largo alcance mantiene bajo supervisión la aceleración del avión. Los pilotos introducen la posición inicial y la velocidad antes del despegue, y el INS usa los datos de aceleración para calcular la posición y velocidad del avión durante el vuelo.



2.28 Gráfica a_x-t para un cuerpo cuya aceleración no es constante.



líneas verticales t_1 y t_2 . (En la sección 2.4 demostramos que esto se cumple para el caso especial en que la aceleración es constante).

En el límite donde todos los Δt se hacen muy pequeños y muy numerosos, el valor de $a_{med,x}$ para el intervalo de cualquier t a $t + \Delta t$ se acerca a la aceleración instantánea a_x en el instante t . En este límite, el área bajo la curva a_x-t es la integral de a_x (que, en general, es una función de t) de t_1 a t_2 . Si v_{1x} es la velocidad del cuerpo en t_1 , y v_{2x} es la velocidad en t_2 , entonces,

$$v_{2x} - v_{1x} = \int_{v_{1x}}^{v_{2x}} dv_x = \int_{t_1}^{t_2} a_x dt \quad (2.15)$$

El cambio en la velocidad v_x es la integral de la aceleración a_x con respecto al tiempo.

Podemos seguir exactamente el mismo procedimiento con la curva de la velocidad contra el tiempo. Si x_1 es la posición de un cuerpo en t_1 , y x_2 es su posición en t_2 , por la ecuación (2.2) el desplazamiento Δx en un intervalo Δt pequeño es $v_{med,x}\Delta t$, donde $v_{med,x}$ es la velocidad media durante Δt . El desplazamiento total $x_2 - x_1$ durante $t_2 - t_1$ está dado por

$$x_2 - x_1 = \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v_x dt \quad (2.16)$$

El cambio en la posición x (es decir, el desplazamiento) es la integral con respecto al tiempo de la velocidad v_x . Gráficamente, el desplazamiento entre t_1 y t_2 es el área bajo la curva v_x-t entre esos dos instantes. [Este es el mismo resultado que obtuvimos en la sección 2.4 para el caso especial en que v_x está dada por la ecuación (2.8)].

Si $t_1 = 0$ y t_2 es cualquier instante posterior t , y si x_0 y v_{0x} son la posición y la velocidad en $t = 0$, respectivamente, entonces escribimos las ecuaciones (2.15) y (2.16) como:

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x dt \quad (2.17)$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt \quad (2.18)$$

Aquí, x y v_x son la posición y la velocidad en el instante t . Si conocemos la aceleración a_x en función del tiempo y conocemos la velocidad inicial v_{0x} , podemos usar la ecuación (2.17) para obtener la velocidad v_x en cualquier instante; en otras palabras, es posible obtener v_x en función del tiempo. Una vez conocida esta función, y dada la posición inicial x_0 , podemos usar la ecuación (2.18) para calcular la posición x en cualquier instante.

Ejemplo 2.9 Movimiento con aceleración variable

Sally conduce su Mustang 1965 por una autopista recta. En el instante $t = 0$, cuando avanza a 10 m/s en la dirección $+x$, pasa un letrero que está en $x = 50$ m. Su aceleración en función del tiempo es:

$$a_x = 2.0 \text{ m/s}^2 - (0.10 \text{ m/s}^3)t$$

- a) Obtenga su velocidad v_x y su posición x en función del tiempo.
 b) ¿En qué momento es máxima su velocidad? c) ¿Cuál es esa velocidad máxima? d) ¿Dónde está el automóvil cuando alcanza la velocidad máxima?



SOLUCIÓN

IDENTIFICAR y PLANTEAR: La aceleración es función del tiempo, así que *no podemos* usar las fórmulas para aceleración constante de la sección 2.4. En vez de ello, utilizamos la ecuación (2.17) con la finalidad de obtener una expresión para v_x como función del tiempo, y luego usamos ese resultado en la ecuación (2.18) para obtener una expresión de x como función de t . Después, podremos contestar diversas preguntas acerca del movimiento.

EJECUTAR: a) En $t = 0$, la posición de Sally es $x_0 = 50$ m y su velocidad es $v_{0x} = 10$ m/s. Para usar la ecuación (2.17), tomamos nota de que la integral de t^n (excepto para $n = -1$) es $\int t^n dt = \frac{1}{n+1}t^{n+1}$. Así que

$$\begin{aligned} v_x &= 10 \text{ m/s} + \int_0^t [2.0 \text{ m/s}^2 - (0.10 \text{ m/s}^3)t] dt \\ &= 10 \text{ m/s} + (2.0 \text{ m/s}^2)t - \frac{1}{4}(0.10 \text{ m/s}^3)t^4 \end{aligned}$$

Luego, usamos la ecuación (2.18) para obtener x en función de t :

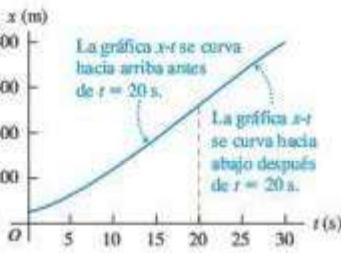
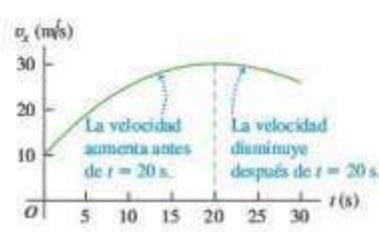
$$\begin{aligned} x &= 50 \text{ m} + \int_0^t [10 \text{ m/s} + (2.0 \text{ m/s}^2)t - \frac{1}{4}(0.10 \text{ m/s}^3)t^4] dt \\ &= 50 \text{ m} + (10 \text{ m/s})t + \frac{1}{2}(2.0 \text{ m/s}^2)t^2 - \frac{1}{8}(0.10 \text{ m/s}^3)t^5 \end{aligned}$$

La figura 2.29 muestra las gráficas de a_x , v_x y x en función del tiempo proporcionadas por las ecuaciones anteriores. Observe que, para cualquier t , la pendiente de la gráfica v_x - t es igual al valor de a_x y la pendiente de la gráfica x - t es igual al valor de v_x .

b) El valor máximo de v_x se da cuando la velocidad deja de aumentar y comienza a disminuir. En este instante, $dv_x/dt = a_x = 0$. De modo que igualamos con cero la expresión de a_x y despejamos t :

$$\begin{aligned} 0 &= 2.0 \text{ m/s}^2 - (0.10 \text{ m/s}^3)t \\ t &= \frac{2.0 \text{ m/s}^2}{0.10 \text{ m/s}^3} = 20 \text{ s} \end{aligned}$$

2.29 Posición, velocidad y aceleración del automóvil del ejemplo 2.9 como funciones del tiempo. ¿Puede usted demostrar que si continúa este movimiento, el automóvil se detendrá en $t = 44.5$ s?



Evalue su comprensión de la sección 2.6 Si la aceleración a_x se incrementa con el tiempo, la gráfica v_x - t será i. una línea recta, ii. cóncava hacia arriba (con curvatura hacia arriba) o iii. cóncava hacia abajo (con curvatura hacia abajo).



1

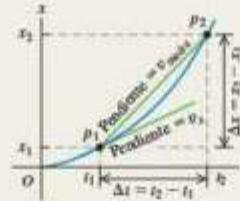
**Movimiento rectilíneo, velocidad media e instantánea:**

Cuando una partícula se mueve en línea recta, describimos su posición con respecto al origen O mediante una coordenada como x . La velocidad media de la partícula, $v_{\text{med-}x}$, durante un intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ es igual a su desplazamiento $\Delta x = x_2 - x_1$ dividido entre Δt .

La velocidad instantánea v_x en cualquier instante t es igual a la velocidad media en el intervalo de tiempo $t + \Delta t$ en el límite en que Δt tiende a cero. De forma equivalente, v_x es la derivada de la posición con respecto al tiempo. (Véase el ejemplo 2.1).

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.2)$$

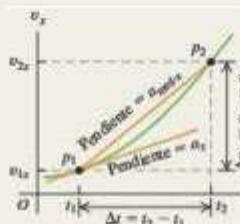
$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.3)$$



Aceleración media e instantánea: La aceleración media $a_{\text{med-}x}$ durante un intervalo Δt es igual al cambio de velocidad $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$ durante ese lapso dividido entre Δt . La aceleración instantánea a_x es el límite de $a_{\text{med-}x}$ cuando Δt tiende a cero, o la derivada de v_x con respecto a t . (Véase los ejemplos 2.2 y 2.3).

$$a_{\text{med-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad (2.4)$$

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad (2.5)$$

**Movimiento rectilíneo con aceleración constante:**

Cuando la aceleración es constante, cuatro ecuaciones relacionan la posición x y la velocidad v_x en cualquier instante t con la posición inicial x_0 , la velocidad inicial v_{0x} (ambas medidas en $t = 0$) y la aceleración a_x . (Véase los ejemplos 2.4 y 2.5).

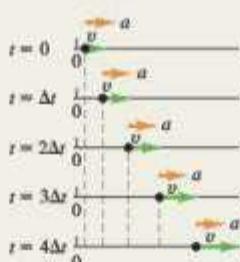
Solo aceleración constante:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad (2.6)$$

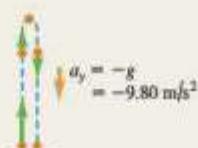
$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (2.12)$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2 a_x (x - x_0) \quad (2.13)$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2} \right) t \quad (2.14)$$



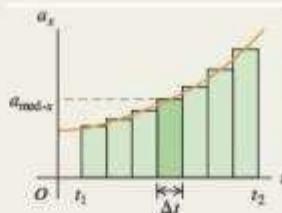
Cuerpos en caída libre: La caída libre es un caso especial del movimiento con aceleración constante. La magnitud de la aceleración debida a la gravedad es una cantidad positiva g . La aceleración de un cuerpo en caída libre siempre es hacia abajo. (Véase los ejemplos 2.6 a 2.8).



Movimiento rectilíneo con aceleración variable: Cuando la aceleración no es constante, pero es una función conocida del tiempo, podemos obtener la velocidad y la posición en función del tiempo integrando la función de la aceleración. (Véase el ejemplo 2.9).

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x dt \quad (2.17)$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt \quad (2.18)$$



PROBLEMA PRÁCTICO**Caída de un superhéroe**

El superhéroe Linterna Verde se arroja de la azotea de un edificio. Cae libremente a partir del reposo, recorriendo la mitad de la distancia total hacia el suelo durante el último 1.00 s de su caída. ¿Cuál es la altura h del edificio?

GUÍA DE SOLUCIÓN

Véase el área de estudio MasteringPhysics® para consultar una solución con Video Tutor.

**IDENTIFICAR y PLANTEAR**

- Se dice que Linterna Verde cae libremente a partir del reposo. ¿Qué implica esto en relación con su aceleración? ¿Y en relación con su velocidad inicial?
- Elija la dirección del eje y positivo. Es más fácil hacer la misma elección que usamos en la sección 2.5, para objetos en caída libre.
- Se puede dividir la caída de Linterna Verde en dos partes: de la azotea del edificio al punto medio del recorrido y del punto medio al suelo. Se sabe que la segunda parte de la caída dura 1.00 s. Identifique lo que necesita saber acerca del movimiento de Linterna

Verde en el punto medio del recorrido para obtener la incógnita h . Luego elija dos ecuaciones, una para la primera parte de la caída y otra para la segunda, mismas que usará conjuntamente con la finalidad de obtener una expresión para h . (Hay varios pares de ecuaciones que se pueden elegir).

EJECUTAR

- Use las dos ecuaciones para obtener la altura h . Observe que las alturas siempre son números positivos, de modo que su respuesta debe ser positiva.

EVALUAR

- Para verificar el resultado de h , use una de las tres ecuaciones de caída libre con la finalidad de conocer el tiempo que tarda Linterna Verde en caer i. de la azotea del edificio a la mitad del recorrido y ii. de la azotea del edificio al suelo. Si su respuesta para h es correcta, el tiempo del inciso ii. debe ser 1.00 s mayor que el tiempo del inciso i. Si no es así, necesita revisar y buscar los errores en el procedimiento de cálculo de h .

Problemas

Para tareas asignadas por el profesor, visite www.masteringphysics.com



*. **. ***: Problemas de dificultad creciente. ■■■: Problemas acumulativos que incorporan material de capítulos anteriores.

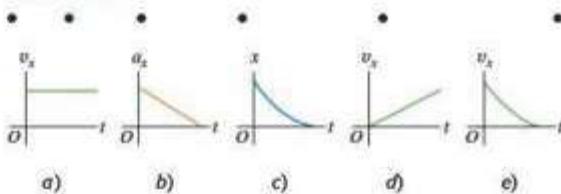
CALC: Problemas que requieren cálculo. **BIO:** Problemas de ciencias biológicas.

PREGUNTAS PARA ANÁLISIS

P2.1 ¿El velocímetro de un automóvil mide rapidez o velocidad? Explique su respuesta.

P2.2 La parte superior del diagrama en la figura P2.2 muestra una serie de fotografías de alta rapidez de un insecto que vuela en línea recta de izquierda a derecha (en la dirección $+x$). ¿Cuál de las gráficas de la figura P2.2 es más probable que describa el movimiento del insecto?

Figura P2.2



P2.3 ¿Un objeto con aceleración constante puede invertir la dirección en la que se mueve? ¿Puede invertirla *dos veces*? En cada caso, explique su razonamiento.

P2.4 ¿En qué condiciones la velocidad media es igual a la velocidad instantánea?

P2.5 Para un objeto, ¿es posible a) frenar mientras su aceleración incrementa en magnitud; b) aumentar su rapidez mientras disminuye su aceleración? En cada caso, explique su razonamiento.

P2.6 ¿En qué condiciones la magnitud de la velocidad media es igual a la rapidez media?

P2.7 Cuando un Dodge Viper está en el negocio de lavado de automóviles "Elwood", un BMW Z3 está en las calles Elm y Main. Luego,

cuando el Dodge llega a Elm y Main, el BMW llega a "Elwood". ¿Cómo están relacionadas las velocidades de los automóviles entre estos dos instantes?

P2.8 En el estado de Massachusetts un conductor fue citado en el tribunal por exceso de rapidez. La prueba contra el conductor era que una mujer policía observó al automóvil del conductor junto a un segundo auto en cierto momento, y la oficial de policía ya había determinado que el segundo auto excedía el límite de rapidez. El conductor argumentó: "El otro auto me estaba rebasando, y yo no iba acelerando". El juez dictaminó contra él porque, según dijo, "si los autos estaban juntos, ambos iban a exceso de rapidez". Si usted fuera el abogado del conductor, ¿cómo defendería su caso?

P2.9 ¿Puede usted tener desplazamiento 0 y velocidad media distinta de 0? ¿Y velocidad distinta de 0? Ilustre sus respuestas en una gráfica x - t .

P2.10 ¿Puede usted tener aceleración 0 y velocidad distinta de 0? Explique usando una gráfica v_x - t .

P2.11 ¿Puede usted tener velocidad cero y aceleración media distinta de cero? ¿Y velocidad cero y aceleración distinta de cero? Explique usando una gráfica v_x - t y dé un ejemplo de dicho movimiento.

P2.12 Un automóvil viaja al oeste. ¿Puede tener una velocidad hacia el oeste y simultáneamente una aceleración hacia el este? ¿En qué circunstancias?

P2.13 La camioneta del oficial en la figura 2.2 está en $x_1 = 277$ m en $t_1 = 16.0$ s, y en $x_2 = 19$ m en $t_2 = 25.0$ s. a) Dibuje dos posibles gráficas x - t distintas para el movimiento de la camioneta. b) ¿La velocidad media v_{med-x} en el intervalo de t_1 a t_2 tiene el mismo valor en ambas gráficas? ¿Por qué?

P2.14 Con aceleración constante, la velocidad media de una partícula es la mitad de la suma de sus velocidades inicial y final. ¿Se cumple esto si la aceleración no es constante? Explique su respuesta.

P2.15 Usted lanza una pelota verticalmente hasta una altura máxima mucho mayor que su propia estatura. ¿La magnitud de la aceleración es mayor mientras se lanza o después de que se suelta? Explique su respuesta.

P2.16 Demuestre estos enunciados. a) Si se lanza algo verticalmente hacia arriba, despreciando los efectos del aire, tendrá la misma rapidez cuando regrese al punto de lanzamiento que cuando se soltó. b) El tiempo de vuelo será el doble del tiempo que tarde en llegar a la altura máxima.

P2.17 Un grifo de agua que gotea deja caer constantemente gotas cada 1.0 s. Conforme dichas gotas caen, ¿la distancia entre ellas aumenta, disminuye o permanece igual? Demuestre su respuesta.

P2.18 Si se conocen la posición y la velocidad iniciales de un vehículo y se registra la aceleración en cada instante, con estos datos, ¿puede calcularse su posición después de cierto tiempo? Si esto es posible, explique cómo.

P2.19 Desde la azotea de un rascacielos, usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba con rapidez v_0 y una pelota directamente hacia abajo con rapidez v_0 . a) ¿Qué pelota tiene mayor rapidez cuando llega al suelo? b) ¿Cuál llega al suelo primero? c) ¿Cuál tiene un mayor desplazamiento cuando llega al suelo? d) ¿Cuál recorre la mayor distancia cuando llega al suelo?

P2.20 Se deja caer una pelota desde el reposo de la azotea de un edificio de altura h . En el mismo instante, una segunda pelota se proyecta verticalmente hacia arriba desde el nivel del suelo, de modo que tenga rapidez cero cuando llegue al nivel de la azotea. Cuando las dos pelotas se cruzan, ¿cuál tiene mayor rapidez, o ambas tienen la misma rapidez? Explique su respuesta. ¿Dónde estarán las dos pelotas cuando se crucen: a una altura $h/2$ sobre el suelo, más abajo de esa altura o más arriba de esa altura? Explique su respuesta.

P2.21 Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba y no encuentra resistencia del aire. ¿Cómo es posible que el objeto tenga una aceleración cuando detiene su movimiento en el punto más alto?

P2.22 Cuando se deja caer un objeto de cierta altura, tarda el tiempo T para llegar al suelo sin resistencia del aire. Si se deja caer de una altura tres veces mayor que la original, ¿cuánto tiempo (en términos de T) tardaría en llegar al suelo?

EJERCICIOS

Sección 2.1 Desplazamiento, tiempo y velocidad media

2.1 • Un automóvil viaja en la dirección $+x$ sobre un camino recto y nivelado. En los primeros 4.00 s de su movimiento, la velocidad media del automóvil es $v_{\text{med},x} = 6.25 \text{ m/s}$. ¿Qué distancia viaja el automóvil en 4.00 s?

2.2 • En un experimento, se retiró a una pardela (un ave marina) de su nido, se le llevó a 5150 km de distancia y luego fue liberada. El ave regresó a su nido 13.5 días después de haberse soltado. Si el origen es el nido y extendemos el eje $+x$ al punto de liberación, ¿cuál fue la velocidad media del ave en m/s a) en el vuelo de regreso y b) desde que se retiró del nido hasta que regresó?

2.3 • **Viaje a casa.** Suponga que usted normalmente conduce por la autopista que va de San Diego a Los Ángeles con una rapidez media de 105 km/h (65 mi/h) y que el viaje le toma 2 h y 20 min. Sin embargo, un viernes por la tarde el tráfico le obliga a conducir la misma distancia con una rapidez media de solo 70 km/h (43 mi/h). ¿Cuánto tiempo más tardará el viaje?

2.4 • **De pilar a poste.** Partiendo de un pilar, usted corre 200 m al este (en la dirección $+x$) con rapidez media de 5.0 m/s, luego 280 m al oeste con rapidez media de 4.0 m/s hasta un poste. Calcule a) su rapidez media del pilar al poste y b) su velocidad media del pilar al poste.

2.5 • Comenzando en la puerta de la casa de su rancho, usted camina 60.0 m hacia el este rumbo a su molino de viento, y luego da vuelta y camina lentamente 40.0 m hacia el oeste hasta una banca donde se sienta y mira la salida del sol. Cuando camina de su casa hacia el molino de viento transcurrieron 28.0 s y luego 36.0 s cuando camina del molino de viento hacia la banca. Considerando el recorrido total desde la puerta de su casa hasta la banca, ¿cuáles son a) su velocidad media y b) su rapidez media?

2.6 • Un Honda Civic viaja en línea recta en carretera. Su distancia x a partir de un letrero de alto está dada en función del tiempo t por la ecuación $x(t) = \alpha t^2 - \beta t^3$, donde $\alpha = 1.50 \text{ m/s}^2$ y $\beta = 0.0500 \text{ m/s}^3$. Calcule la velocidad media del automóvil para los intervalos a) $t = 0$ a $t = 2.00 \text{ s}$; b) $t = 0$ a $t = 4.00 \text{ s}$; c) $t = 2.00 \text{ s}$ a $t = 4.00 \text{ s}$.

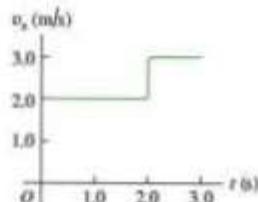
Sección 2.2 Velocidad instantánea

2.7 • **CALC** Un automóvil está detenido ante un semáforo. Después, viaja en línea recta y su distancia con respecto al semáforo está dada por $x(t) = bt^2 - ct^3$, donde $b = 2.40 \text{ m/s}^2$ y $c = 0.120 \text{ m/s}^3$. a) Calcule la velocidad media del automóvil entre el intervalo $t = 0$ a $t = 10.0 \text{ s}$. b) Calcule la velocidad instantánea del automóvil en $t = 0$, $t = 5.0 \text{ s}$ y $t = 10.0 \text{ s}$. c) ¿Cuánto tiempo después de que el auto amaneció vuelve a estar detenido?

2.8 • **CALC** Un ave vuela hacia el este. Su distancia tomando como referencia un rascacielos está dada por $x(t) = 28.0 \text{ m} + (12.4 \text{ m/s})t - (0.0450 \text{ m/s}^2)t^2$. ¿Cuál es la velocidad instantánea del ave cuando $t = 8.00 \text{ s}$?

2.9 • Una pelota se mueve en línea recta (el eje x). En la figura E2.9 la gráfica muestra la velocidad de esta pelota en función del tiempo. a) ¿Cuáles son la rapidez media y la velocidad media de la pelota durante los primeros 3.0 s? b) Suponga que la pelota se mueve de tal manera que el segmento de la gráfica después de 2.0 s es -3.0 m/s en lugar de $+3.0 \text{ m/s}$. En este caso, calcule la rapidez y la velocidad medias de la pelota.

Figura E2.9



2.10 • Un profesor de física sale de su casa y camina por la acera hacia la universidad. A los 5 min, comienza a lllover y él regresa a casa. La distancia a su casa en función del tiempo se muestra en la figura E2.10. ¿En cuál de los puntos indicados su velocidad es a) cero, b) constante y positiva, c) constante y negativa, d) de magnitud creciente y e) de magnitud decreciente?

Figura E2.10

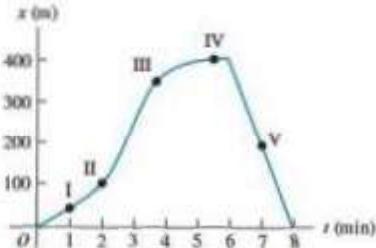
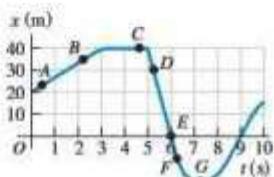


Figura E2.11

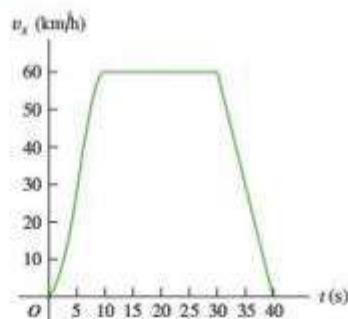


2.11 • Un automóvil de pruebas viaja en línea recta a lo largo del eje x . La gráfica de la figura E2.11 indica la posición x del automóvil como función del tiempo. Obtenga la velocidad instantánea en los puntos A a G.

Sección 2.3 Aceleración media e instantánea

2.12 • La figura E2.12 es la gráfica de la velocidad de un automóvil, alimentado con energía solar, respecto del tiempo. El conductor del vehículo lo acelera, desde un letrero de alto, viaja 20 s con rapidez constante de 60 km/h y frena para detenerse 40 s después de partir del letrero. a) Calcule la aceleración media para estos intervalos: i. $t = 0$ a $t = 10$ s; ii. $t = 30$ s a $t = 40$ s; iii. $t = 10$ s a $t = 30$ s; iv. $t = 0$ a $t = 40$ s. b) ¿Cuál es la aceleración instantánea en $t = 20$ s y en $t = 35$ s?

Figura E2.12



2.13 • ¡El automóvil más rápido (y más costoso)! La siguiente tabla presenta los datos de prueba del Bugatti Veyron, el auto más rápido fabricado en la historia. El vehículo se desplaza en línea recta (en el eje x).

Tiempo (s)	0	2.1	20.0	53
Rapidez (mi/h)	0	60	200	253

a) Elabore una gráfica v_x-t de la velocidad de este automóvil (en mi/h) en función del tiempo. ¿Su aceleración es constante? b) Calcule la aceleración media del auto (en m/s^2) entre i. 0 y 2.1 s; ii. 2.1 s y 20.0 s; iii. 20.0 s y 53 s. ¿Estos resultados son congruentes con la gráfica del inciso a)? (Antes de decidirse a comprar este vehículo, le convendría saber que solo se fabricarán 300 unidades, que a su máxima rapidez se le acaba la gasolina en 12 minutos y que cuesta 1,250,000 dólares!).

2.14 • **CALC** Un automóvil de carreras parte del reposo y viaja hacia el este en una pista recta y nivelada. Para los primeros 5.0 s del movimiento del automóvil, la componente hacia el este de la velocidad está dada por $v_x(t) = (0.860 \text{ m/s}^3)t^2$. ¿Cuál es la aceleración del automóvil cuando $v_x = 16.0 \text{ m/s}$?

2.15 • **CALC** Una tortuga camina en línea recta sobre lo que llamaremos eje x con la dirección positiva hacia la derecha. La ecuación de la posición de la tortuga en función del tiempo es $x(t) = 50.0 \text{ cm} +$

$(2.00 \text{ cm/s})t - (0.0625 \text{ cm/s}^2)t^2$. a) Determine la velocidad inicial, posición inicial y aceleración inicial de la tortuga. b) ¿En qué instante t la tortuga tiene velocidad cero? c) ¿Cuánto tiempo después de ponerse en marcha regresa la tortuga al punto de partida? d) ¿En qué instantes t la tortuga está a una distancia de 10.0 cm de su punto de partida? ¿Qué velocidad (magnitud y dirección) tiene la tortuga en cada uno de esos instantes? e) Dibuje las gráficas: $x-t$, v_x-t y a_x-t para el intervalo de $t = 0$ a $t = 40$ s.

2.16 • Una astronauta salió de la Estación Espacial Internacional para probar un nuevo vehículo espacial. Su compañero mide los siguientes cambios de velocidad, cada uno en un intervalo de 10 s. Indique la magnitud, el signo y la dirección de la aceleración media en cada intervalo. Suponga que la dirección positiva es a la derecha. a) Al principio del intervalo, la astronauta se mueve hacia la derecha sobre el eje x a 15.0 m/s , y al final del intervalo se mueve hacia la derecha a 5.0 m/s . b) Al principio se mueve hacia la izquierda a 5.0 m/s y al final lo hace hacia la izquierda a 15.0 m/s . c) Al principio se mueve hacia la derecha a 15.0 m/s y al final lo hace hacia la izquierda a 15.0 m/s .

2.17 • **CALC** La velocidad de un automóvil en función del tiempo está dada por $v_x(t) = \alpha + \beta t^2$, donde $\alpha = 3.00 \text{ m/s}$ y $\beta = 0.100 \text{ m/s}^3$. a) Calcule la aceleración media entre $t = 0$ y $t = 5.00 \text{ s}$. b) Calcule la aceleración instantánea en $t = 0$ y en $t = 5.00 \text{ s}$. c) Dibuje las gráficas v_x-t y a_x-t para el movimiento del automóvil entre $t = 0$ y $t = 5.00 \text{ s}$.

2.18 • **CALC** La posición del parachoques (defensa) frontal de un automóvil de pruebas controlado por un microprocesador está dada por $x(t) = 2.17 \text{ m} + (4.80 \text{ m/s}^2)t^2 - (0.100 \text{ m/s}^6)t^6$. a) Obtenga su posición y aceleración en los instantes en que tiene velocidad cero. b) Dibuje las gráficas $x-t$, v_x-t y a_x-t para el movimiento del frente del auto entre $t = 0$ y $t = 2.00 \text{ s}$.

Sección 2.4 Movimiento con aceleración constante

2.19 • Un antílope corre con aceleración constante y cubre la distancia de 70.0 m entre dos puntos en 7.00 s. Su rapidez al pasar por el segundo punto es 15.0 m/s . a) ¿Qué rapidez tenía en el primer punto? b) ¿Qué aceleración lleva?

2.20 • **VID** ¿Desmayo? El piloto de un avión caza de combate quiere acelerar desde el reposo, con aceleración constante de $5g$, para alcanzar una rapidez Mach 3 (tres veces la rapidez del sonido) tan rápido como sea posible. Pruebas experimentales revelan que se desmayará si esta aceleración dura más de 5.0 s. Considere que la rapidez del sonido es de 331 m/s . a) ¿Durará el periodo de aceleración lo suficiente para causarle un desmayo? b) ¿Cuál es la mayor rapidez que puede alcanzar con una aceleración de $5g$ antes de que se desmaye?

2.21 • **Un lanzamiento rápido.** En el lanzamiento más rápido medido, una pelota de béisbol salió de la mano del pitcher con una rapidez de 45.0 m/s . Si el pitcher estuvo en contacto con la pelota una distancia de 1.50 m y produjo aceleración constante, a) ¿qué aceleración dio a la pelota, y b) ¿cuánto tiempo le tomó lanzarla?

2.22 • **Servicio de tenis.** En el servicio de tenis más rápido medido, la pelota pierde contacto con la raqueta cuando tiene una rapidez de 73.14 m/s . En un servicio de tenis la pelota normalmente está en contacto con la raqueta 30.0 ms y está inicialmente en reposo. Suponga aceleración constante. a) ¿Cuál fue la aceleración de la pelota durante este servicio? b) ¿Qué distancia recorrió la pelota durante el servicio?

2.23 • **VID** **Bolsas de aire de un automóvil.** El cuerpo humano puede sobrevivir a un trauma por aceleración (parada repentina), si la magnitud de la aceleración es menor que 250 m/s^2 . Si usted sufre un accidente automovilístico con rapidez inicial de 105 km/h (65 mi/h) y es detenido por una bolsa de aire que se infla desde el tablero, ¿en qué distancia debe ser detenido por la bolsa de aire para sobrevivir al percance?

2.24 • BIO Si un piloto acelera a más de $4g$, se comienza a desvanecer, pero no pierde completamente la conciencia. *a)* Suponiendo aceleración constante, ¿cuál es el instante más corto en el que el piloto, partiendo desde el reposo, puede llegar a Mach 4 (cuatro veces la rapidez del sonido) sin desvanecerse? *b)* ¿Qué tan lejos viajará el avión durante este periodo de aceleración? (Considere 331 m/s como la rapidez del sonido en el aire frío).

2.25 • BIO Lesiones por la bolsa de aire. Durante un accidente automovilístico, las bolsas de aire del vehículo se inflan y desaceleran a los pasajeros más suavemente que si golpearan el parabrisas o el volante directamente. De acuerdo con las normas de seguridad, las bolsas producen una aceleración máxima de $60g$ que dura solo 36 ms (o menos). ¿Qué distancia (en metros) recorre una persona antes de detenerse completamente en 36 ms con aceleración constante de $60g$?

2.26 • BIO Prevención de una fractura de cadera. Las caídas que provocan fractura de cadera son la causa principal de daños e incluso de muerte en personas mayores. Por lo regular, la rapidez de la cadera en el impacto es de 2.0 m/s, aproximadamente. Si esta se reduce a 1.3 m/s o menos, la cadera generalmente no se fractura. Una manera de lograr esto es usando almohadillas elásticas en la cadera. *a)* Si una almohadilla típica tiene 5.0 cm de grosor y se comprime 2.0 cm durante el impacto de una caída, ¿qué aceleración constante (en m/s² y en g) experimenta la cadera para reducir su rapidez de 2.0 m/s a 1.3 m/s? *b)* La aceleración que obtuvo en el inciso *a*) tal vez parezca elevada, pero para evaluar completamente sus efectos sobre la cadera, calcule cuánto tiempo dura.

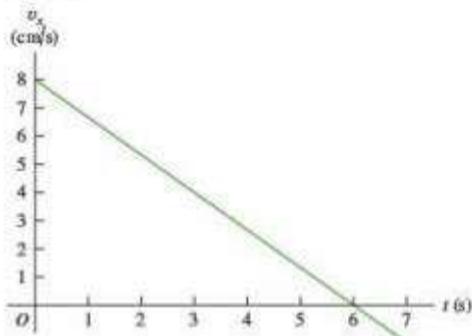
2.27 • BIO ¿Somos marcianos? Se ha sugerido, y no de broma, que la vida se pudo haber originado en Marte y haber llegado a la Tierra cuando un meteorito golpeó Marte y expulsó partes de roca (que quizás contenían vida primitiva) liberándolas de la superficie. Los astrónomos saben que muchas rocas marcianas han llegado a la Tierra de esta manera. (Para información sobre una de estas, busque en el sitio de Internet "ALH84001"). Una objeción a esta idea es que los microbios tendrían que haber experimentado enormes aceleraciones letales durante el impacto. Investiguemos qué tan elevada podría haber sido esta aceleración. Para escapar de Marte, los fragmentos de roca tendrían que alcanzar una velocidad de escape de 5.0 km/s, y esto sería más probable que sucediera en una distancia de 4.0 m durante el impacto. *a)* ¿Cuál sería la aceleración (en m/s² y en g) de este fragmento de roca, si la aceleración es constante? *b)* ¿Cuánto tiempo duraría esta aceleración? *c)* En experimentos, los científicos han encontrado que el 40% de las bacterias *Bacillus subtilis* sobreviviría después de una aceleración de $450,000g$. A la luz de su respuesta en el inciso *a*), ¿podemos descartar la hipótesis de que la vida podría haberse transferido de Marte a la Tierra?

2.28 • Ingreso a la autopista. Un automóvil está detenido en una rampa de acceso a una autopista, en espera de poder incorporarse al flujo vehicular. El conductor acelera por la rampa con aceleración constante para ingresar a la autopista. El auto parte del reposo, se desplaza en línea recta y tiene una rapidez de 20 m/s (45 mi/h) al llegar al final de la rampa que tiene 120 m de largo. *a)* ¿Qué aceleración tiene el automóvil? *b)* ¿Cuánto tiempo tarda el auto en salir de la rampa? *c)* El tráfico de la autopista circula con rapidez constante de 20 m/s. ¿Qué distancia recorre el tráfico mientras el auto se desplaza por la rampa?

2.29 • Lanzamiento del transbordador espacial. Durante el lanzamiento, el transbordador espacial pesa 4.5 millones de libras. Una vez lanzado, partiendo desde el reposo, tarda 8.00 s en alcanzar los 161 km/h, y al final del primer minuto, su rapidez es de 1610 km/h. *a)* ¿Cuál es la aceleración media (en m/s²) del transbordador *i*, durante los primeros 8.00 s, y *ii*, entre 8.00 s y el final del primer minuto? *b)* Suponiendo que la aceleración es constante durante cada intervalo (aunque no necesariamente la misma en ambos intervalos), ¿qué distancia recorre el transbordador *i*, durante los primeros 8.00 s, y *ii*, durante el intervalo de 8.00 s a 1.00 min?

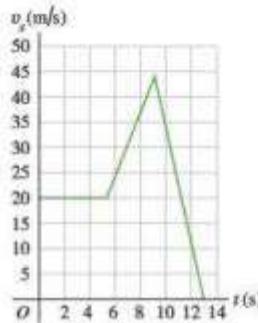
2.30 • Un gato camina en línea recta en lo que llamaremos eje *x* con la dirección positiva a la derecha. Usted, que es un físico observador, efectúa mediciones del movimiento del gato y elabora una gráfica de la velocidad del felino en función del tiempo (figura E2.30). *a)* Determine la velocidad del gato en $t = 4.0$ s y en $t = 7.0$ s. *b)* ¿Qué aceleración tiene el gato en $t = 3.0$ s? ¿En $t = 6.0$ s? ¿En $t = 7.0$ s? *c)* ¿Qué distancia cubre el gato durante los primeros 4.5 s? ¿Entre $t = 0$ y $t = 7.5$ s? *d)* Dibuje gráficas claras de la aceleración del gato y su posición en función del tiempo, suponiendo que partió del origen.

Figura E2.30



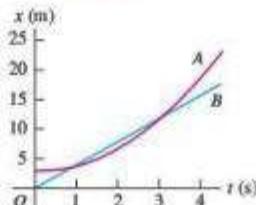
2.31 • La gráfica de la figura E2.31 indica la velocidad de un policía en motocicleta en función del tiempo. *a)* Calcule la aceleración instantánea en $t = 3$ s, en $t = 7$ s y en $t = 11$ s. *b)* ¿Qué distancia recorre el policía en los primeros 5 s? ¿En los primeros 9 s? ¿Y en los primeros 13 s?

Figura E2.31



2.32 • Dos automóviles, *A* y *B*, se desplazan a lo largo del eje *x*. La figura E2.32 es la gráfica de las posiciones de *A* y *B* contra el tiempo. *a)* En diagramas de movimiento (como las figuras 2.13b y 2.14b), muestre la posición, velocidad y aceleración de cada automóvil en $t = 0$, $t = 1$ s y $t = 3$ s. *b)* ¿En qué instante(s), si es el caso, *A* y *B* tienen la misma posición? *c)* Trace una gráfica de velocidad contra tiempo para *A* y para *B*. *d)* ¿En qué instante(s), si es el caso, *A* y *B* tienen la misma velocidad? *e)* ¿En qué instante(s), si es el caso, el automóvil *A* rebasa al auto *B*? *f)* ¿En qué instante(s), si es el caso, el automóvil *B* rebasa al *A*?

Figura E2.32



2.33 • Llegada a Marte. En enero de 2004, la NASA colocó un vehículo de exploración en la superficie marciana. Parte del descenso consistió en las siguientes etapas:

Etapa A: La fricción con la atmósfera redujo la rapidez de 19,300 a 1600 km/h en 4.0 min.

Etapa B: Un paracaídas se abrió para frenarlo a 321 km/h en 94 s.

Etapa C: Se encienden los retrocohetes para reducir su rapidez a cero en una distancia de 7.5 m.

Suponga que cada etapa sigue inmediatamente después de la que le precede, y que la aceleración durante cada una es constante.

- a) Encuentre la aceleración del cohete (en m/s^2) durante cada etapa. b) ¿Qué distancia total (en km) viajó el cohete en las etapas A, B y C?

2.34 • En el instante en que un semáforo se pone en luz verde, un automóvil que esperaba en el cruce arranca con aceleración constante de 3.20 m/s^2 . En ese mismo instante, un camión que viaja con rapidez constante de 20.0 m/s rebasa al automóvil. a) ¿A qué distancia de su punto de partida el automóvil alcanza al camión? b) ¿Qué rapidez tiene el automóvil en ese momento? c) Dibuje una gráfica $x-t$ del movimiento de los dos vehículos, tomando $x = 0$ en el cruce. d) Dibuje una gráfica v_x-t del movimiento de los dos vehículos.

Sección 2.5 Cuerpos en caída libre

2.35 • a) Si una pulga puede saltar 0.440 m hacia arriba, ¿qué rapidez inicial tiene al separarse del suelo? b) ¿Cuánto tiempo está en el aire?

2.36 • Una piedra pequeña se lanza verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 18.0 m/s , del borde del techo de un edificio de 30.0 m de altura. La piedra cae sin golpear el edificio en su trayectoria hacia abajo hasta llegar a la calle. Se puede ignorar la resistencia del aire. a) ¿Cuál es la rapidez de la piedra justo antes de golpear la calle? b) ¿Cuánto tiempo transcurre desde que la roca es arrojada hasta que llega a la calle?

2.37 • Un malabarista arroja un pino del juego de bolos verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 8.20 m/s . ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que el pino regresa a la mano del malabarista?

2.38 • Usted lanza una bola de masilla verticalmente hacia el techo, el cual se encuentra a 3.60 m por encima del punto donde la masilla pierde contacto con su mano. La rapidez inicial de la masilla cuando abandona su mano es de 9.50 m/s . a) ¿Cuál es la rapidez de la masilla al llegar al techo? b) ¿Cuánto tiempo transcurre entre que la masilla pierde contacto con la mano y llega al techo?

2.39 • Una pelota de tenis en Marte, donde la aceleración debida a la gravedad es de $0.379g$ y la resistencia del aire es despreciable, es golpeada directamente hacia arriba y regresa al mismo nivel 8.5 s más tarde. a) A qué altura del punto original llega la pelota? b) ¿Qué tan rápido se mueve exactamente después de ser golpeada? c) Elabore las gráficas de la posición vertical, la velocidad vertical y la aceleración vertical de la pelota en función del tiempo mientras se encuentra en el aire de Marte.

Figura E2.40



2.40 • Alunizaje. Un vehículo espacial está descendiendo hacia la Base Lunar I (figura E2.40) descendiendo lentamente por el retro-impulso del motor de descenso. El motor se apaga cuando el vehículo está a 5.0 m sobre la superficie y tiene una velocidad descendente

de 0.8 m/s . Con el motor apagado, el vehículo está en caída libre. ¿Qué rapidez tiene justo antes de tocar la superficie? La aceleración debida a la gravedad lunar es de 1.6 m/s^2 .

2.41 • Prueba sencilla del tiempo de reacción. Se sostiene un metro verticalmente por encima de su mano, de manera que su extremo inferior esté entre su pulgar y su índice. Al ver que sueltan el metro, usted lo detiene juntando esos dos dedos. Se puede calcular el tiempo de su reacción con base en la distancia que el metro cayó, leyendo la escala en el punto donde lo tomó. a) Deduzca una relación para el tiempo de reacción en términos de la distancia d medida. b) Si la distancia medida es 17.6 cm, ¿cuál es el tiempo de reacción?

2.42 • Se deja caer un ladrillo (rapidez inicial cero) desde la azotea de un edificio. El tabique llega al suelo en 2.50 s. Se puede despreciar la resistencia del aire, así que el ladrillo está en caída libre. a) ¿Qué altura (en m) tiene el edificio? b) ¿Qué magnitud tiene la velocidad del ladrillo al llegar al suelo? c) Dibuje las gráficas: a_y-t , v_y-t y $y-t$ para el movimiento del ladrillo.

2.43 • Falla en el lanzamiento. Un cohete de 7500 kg despegó verticalmente desde la plataforma de lanzamiento con una aceleración constante hacia arriba de 2.25 m/s^2 y no experimentó una considerable resistencia del aire. Cuando alcanza una altura de 525 m, sus motores fallan repentinamente y entonces la única fuerza que actúa sobre él es la gravedad. a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanzará este cohete desde la plataforma de lanzamiento? b) Despues de que el motor falla, ¿cuánto tiempo pasará antes de que se estrelle contra la plataforma de lanzamiento, y qué rapidez tendrá justo antes del impacto? c) Dibuje las gráficas a_y-t , v_y-t y $y-t$ del movimiento del cohete desde el instante en que despegó hasta el instante justo antes de chocar contra la plataforma de lanzamiento.

2.44 • El tripulante de un globo aerostático, que sube verticalmente con velocidad constante de magnitud 5.00 m/s , suelta un saco de arena cuando el globo está a 40.0 m sobre el suelo (figura E2.44). Después de que se suelta, el saco de arena está en caída libre. a) Calcule la posición y velocidad del saco a 0.250 s y 1.00 s después de soltarse. b) ¿Cuántos segundos tardará el saco en chocar con el suelo después de soltarse? c) ¿Con qué velocidad chocará? d) ¿Qué altura máxima alcanza el saco en relación con el suelo? e) Dibuje las gráficas a_y-t , v_y-t y $y-t$ para el movimiento.

Figura E2.44



2.45 • El trineo impulsado por el cohete *Sonic Wind Nám. 2*, utilizado para investigar los efectos fisiológicos de las altas aceleraciones, corre sobre una vía recta horizontal de 1070 m (3500 ft). Desde el reposo, puede alcanzar una rapidez de 224 m/s (300 mi/h) en 0.900 s. a) Calcule la aceleración en m/s^2 , suponiendo que es constante. b) ¿Cuál es la razón entre esta aceleración y la de un cuerpo en caída libre (g)? c) ¿Qué distancia se cubre en 0.900 s? d) En una revista se aseguró que, al final de cierta prueba, la rapidez del trineo disminuyó de 283 m/s (632 mi/h) a cero en 1.40 s, y que en ese tiempo la magnitud de la aceleración fue mayor que $40g$. ¿Son congruentes tales cifras?

2.46 • Se lanza un huevo casi verticalmente hacia arriba desde un punto cerca de la cornisa de un edificio alto; al bajar, apenas elude la cornisa y pasa por un punto 30.0 m abajo de su punto de partida 5.00 s después de perder contacto con la mano que lo lanzó. Puede despre-

cíarse la resistencia del aire. a) ¿Qué rapidez inicial tiene el huevo? b) ¿Qué altura alcanza respecto del punto de lanzamiento? c) ¿Qué magnitud tiene su velocidad en el punto más alto? d) ¿Qué magnitud y dirección tiene su aceleración en el punto más alto? e) Dibuja las gráficas a_y-t , v_y-t y $y-t$ para el movimiento del huevo.

2.47 •• En la Tierra, una roca de 15 kg se suelta desde el reposo y llega al suelo 1.75 s después. Cuando se suelta desde la misma altura en Encélado, una luna de Saturno, llega al suelo en 18.6 s. ¿Cuál es la aceleración debida a la gravedad en Encélado?

2.48 • Un peñasco es expulsado verticalmente hacia arriba por un volcán, con una rapidez inicial de 40.0 m/s. Puede despreciarse la resistencia del aire. a) ¿En qué instante, después de ser expulsado, el peñasco sube a 20.0 m/s? b) ¿En qué instante baja a 20.0 m/s? c) ¿Cuándo es cero el desplazamiento con respecto a su posición inicial? d) ¿Cuándo es cero la velocidad del peñasco? e) ¿Qué magnitud y dirección tiene la aceleración cuando el peñasco está i. subiendo, ii. bajando, iii. en el punto más alto? f) Dibuja las gráficas a_y-t , v_y-t y $y-t$ para el movimiento.

2.49 •• Dos piedras se arrojan verticalmente hacia arriba desde el suelo; una tiene tres veces la velocidad inicial de la otra. a) Si la piedra más rápida tarda 10 s en regresar al suelo, ¿cuánto tiempo le tomará regresar a la piedra más lenta? b) Si la piedra más lenta alcanza una altura máxima de H , ¿a qué altura (en términos de H) llegará la piedra más rápida? Suponga caída libre.

Sección 2.6 Velocidad y posición por integración

2.50 • CALC Use las ecuaciones (2.17) y (2.18) de la aceleración constante a_y para obtener v_x y x en función del tiempo. Compare sus resultados con las ecuaciones (2.8) y (2.12).

2.51 • CALC Un cohete parte del reposo y se desplaza hacia arriba a partir de la superficie de la Tierra. La aceleración vertical del cohete durante los primeros 10 s de su movimiento está dada por $a_y = (2.80 \text{ m/s}^3)t$, donde la dirección + y es hacia arriba. a) ¿Cuál es la altura del cohete sobre la superficie de la Tierra en $t = 10.0 \text{ s}$? b) ¿Cuál es la rapidez del cohete cuando alcanza una altura de 325 m sobre la superficie de la Tierra?

2.52 •• CALC La aceleración de un autobús está dada por $a_y(t) = at$, donde $a = 1.2 \text{ m/s}^3$. a) Si la velocidad del autobús en el tiempo $t = 1.0 \text{ s}$ es 5.0 m/s, ¿cuál será en $t = 2.0 \text{ s}$? b) Si la posición del autobús en $t = 1.0 \text{ s}$ es 6.0 m, ¿cuál será en $t = 2.0 \text{ s}$? c) Dibuja las gráficas: a_y-t , v_y-t y $x-t$ para el movimiento.

2.53 •• CALC La aceleración de una motocicleta está dada por $a_y(t) = At - Br^2$, donde $A = 1.50 \text{ m/s}^3$ y $B = 0.120 \text{ m/s}^4$. La motocicleta está en reposo en el origen cuando $t = 0$. a) Obtenga su posición y velocidad en función de t . b) Calcule la velocidad máxima que alcanza.

2.54 •• Salto volador de la pulga. La película de alta velocidad (3500 cuadros por segundo) con la que se filmó a una pulga saltarina de 210 µg produjo los datos que se usaron para elaborar la gráfica de la figura E2.54. (Véase "The Flying Leap of the Flea", de M. Roth-

schild, Y. Schlein, K. Parker, C. Neville y S. Sternberg, en *Scientific American*, noviembre de 1973). La pulga tenía una longitud aproximada de 2 mm y saltó con un ángulo de despegue casi vertical. Use la gráfica para contestar estas preguntas. a) ¿La aceleración de la pulga es cero en algún momento? Si es así, ¿cuándo? Justifique su respuesta. b) Calcule la altura máxima que la pulga alcanzó en los primeros 2.5 ms. c) Determine la aceleración de la pulga a los 0.5 ms, 1.0 ms y 1.5 ms. d) Calcule la altura de la pulga a los 0.5 ms, 1.0 ms y 1.5 ms.

PROBLEMAS

2.55 •• IUD Un hombre ciclista velocista promedio puede mantener una aceleración máxima durante 2.0 s cuando su rapidez máxima es de 10 m/s. Después de alcanzar su rapidez máxima, su aceleración es igual a cero y entonces avanza a rapidez constante. Suponga que la aceleración es constante durante los primeros 2.0 s del recorrido, que parte del reposo y en línea recta. a) ¿Qué distancia ha recorrido el velocista cuando alcanza su máxima rapidez? b) ¿Cuál es la magnitud de su velocidad media en el recorrido de las siguientes longitudes? i. 50.0 m, ii. 100.0 m, iii. 200.0 m.

2.56 •• En un paseo de 20 millas en bicicleta, usted recorre las primeras 10 millas con rapidez media de 8 mi/h. ¿Qué rapidez media en las otras 10 mi requerirá para que la rapidez media total en las 20 millas sea: a) 4 mi/h? b) 12 mi/h? c) Dada la rapidez media para las primeras 10 millas, ¿le sería posible alcanzar una rapidez media de 16 mi/h para todo el paseo de 20 millas? Explique su respuesta.

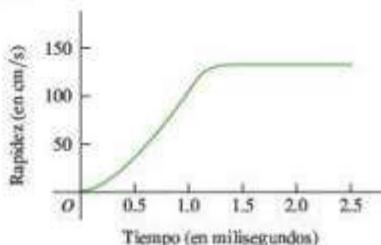
2.57 •• CALC La posición de una partícula entre $t = 0$ y $t = 2.00 \text{ s}$ está dada por $x(t) = (3.00 \text{ m/s}^3)t^3 - (10.0 \text{ m/s}^2)t^2 + (9.00 \text{ m/s})t$. a) Dibuja las gráficas $x-t$, v_x-t y a_x-t para la partícula. b) ¿En qué instante(s) entre $t = 0$ y $t = 2.00 \text{ s}$ la partícula está en reposo? ¿Coincide el resultado numérico con la gráfica v_x-t del inciso a)? c) En cada instante calculado en el inciso b), ¿la aceleración de la partícula es positiva o negativa? Demuestre que, en cada caso, la misma respuesta se deduce de $a_x(t)$ y de la gráfica v_x-t . d) ¿En qué instante(s) entre $t = 0$ y $t = 2.00 \text{ s}$ la velocidad de la partícula no está cambiando? Ubique este punto en las gráficas v_x-t y a_x-t del inciso a). e) ¿Cuál es la distancia máxima de la partícula con respecto al origen ($x = 0$) entre $t = 0$ y $t = 2.00 \text{ s}$? f) ¿En qué instante(s) entre $t = 0$ y $t = 2.00 \text{ s}$ la partícula está aumentando de rapidez al mayor ritmo? ¿En qué instante(s) entre $t = 0$ y $t = 2.00 \text{ s}$ la partícula se está frenando al mayor ritmo? Ubique esos puntos en las gráficas v_x-t y a_x-t del inciso a).

2.58 •• CALC Un vehículo lunar desciende en la superficie de la Luna. Hasta que el vehículo alcanza la superficie, su altura está dada por $y(t) = b - ct + dt^2$, donde $b = 800 \text{ m}$ es la altura inicial del vehículo sobre la superficie, $c = 60.0 \text{ m/s}$, y $d = 1.05 \text{ m/s}^2$. a) ¿Cuál es la velocidad inicial del vehículo en $t = 0$? b) ¿Cuál es la velocidad del vehículo cuando toca la superficie lunar?

2.59 * Estudio de los terremotos.** Los terremotos producen varios tipos de ondas de choque. Las más conocidas son las ondas P [la inicial se deriva de primaria o presión] y las ondas S [por la inicial de secundaria o esfuerzo cortante (shear)]. En la corteza terrestre, las ondas P viajan a aproximadamente 6.5 km/s, en tanto que las ondas S se desplazan a unos 3.5 km/s. Las rapideces reales varían según el tipo de material por el que viajen. El tiempo de retraso, entre la llegada de estas dos clases de onda a una estación de monitoreo sísmico, indica a los geólogos a qué distancia ocurrió el terremoto. Si el tiempo de retraso es de 33 s, ¿a qué distancia de la estación sísmica sucedió el terremoto?

2.60 •• Carrera de relevos. En una carrera de relevos, cada competidor corre 25.0 m con un huevo sostenido en una cuchara; luego, se da vuelta y regresa al punto de partida. Edith corre los primeros 25.0 m en 20.0 s. Al regresar se siente más confiada y tarda solo 15.0 s. ¿Qué

Figure E2.54

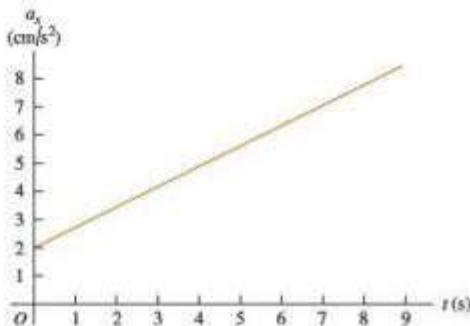


magnitud tiene su velocidad media en a) los primeros 25.0 m? b) ¿Y en el regreso? c) ¿Cuál es su velocidad media para el viaje redondo? d) ¿Y su rapidez media para el viaje redondo?

2.61 *** Un cohete que lleva un satélite acelera verticalmente alejándose de la superficie terrestre. 1.15 s después del despegue, el cohete rebasa la parte superior de su plataforma de lanzamiento, que está a 63 m sobre el suelo; y después de otros 4.75 s, está a 1.00 km del suelo. Calcule la magnitud de la velocidad media del cohete en a) la parte de 4.75 s de su vuelo; b) los primeros 5.90 s de su vuelo.

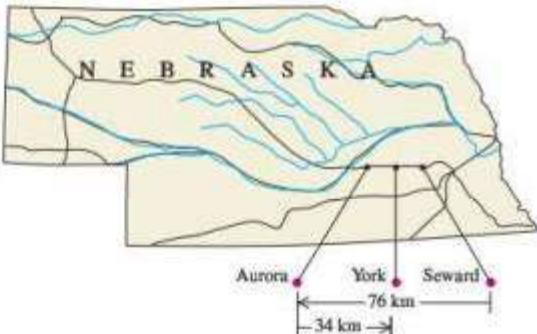
2.62 *** La gráfica de la figura P2.62 describe la aceleración, en función del tiempo, de una piedra que rueda colina abajo partiendo del reposo. a) Calcule la velocidad de la piedra en $t = 2.5$ s y en $t = 7.5$ s. b) Dibuje una gráfica de la velocidad de la piedra en función del tiempo.

Figura P2.62



2.63 *** Dan entra en la carretera interestatal I-80 en Seward, Nebraska, y viaja al oeste en línea recta con velocidad media de magnitud de 88 km/h. Después de 76 km, llega a la salida de Aurora (figura P2.63). Al darse cuenta de que llegó demasiado lejos, se da vuelta, y conduce 34 km al este hasta la salida de York con una velocidad media de magnitud igual a 72 km/h. Para el viaje total de Seward a la salida de York, determine a) su rapidez media y b) la magnitud de su velocidad media.

Figura P2.63



2.64 *** Un tren subterráneo en reposo parte de una estación y acelera a una tasa de 1.60 m/s^2 durante 14.0 s. Viaja con rapidez constante 70.0 s y frena a 3.50 m/s^2 hasta detenerse en la siguiente estación. Calcule la distancia total cubierta.

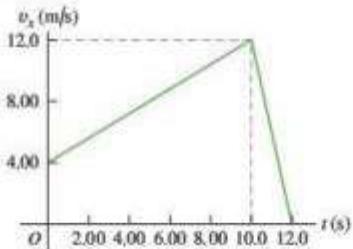
2.65 *** Un velocista de alto rendimiento acelera a su rapidez máxima en 4.0 s y mantiene esa rapidez durante el resto de la carrera de 100 m, llegando a la meta con un tiempo total de 9.1 s. a) ¿Qué aceleración media tiene durante los primeros 4.0 s? b) ¿Qué aceleración media re-

gistra durante los últimos 5.1 s? c) ¿Qué aceleración media tiene durante toda la carrera? d) Explique por qué su respuesta en el inciso c) no es el promedio de las respuestas de los incisos a) y b).

2.66 ** Un trineo parte del reposo en la cima de una colina y baja con aceleración constante. En un instante posterior, el trineo está a 14.4 m de la cima; 2.00 s después está a 25.6 m de la cima, 2.00 s después está a 40.0 m de la cima, y 2.00 s después está a 57.6 m de la cima. a) ¿Qué magnitud tiene la velocidad media del trineo en cada intervalo de 2.00 s después de pasar los 14.4 m? b) ¿Qué aceleración tiene el trineo? c) ¿Qué rapidez tiene el trineo al pasar los 14.4 m? d) ¿Cuánto tiempo tardó el trineo en llegar de la cima a los 14.4 m? e) ¿Qué distancia recorrió el trineo durante el primer segundo después de pasar los 14.4 m?

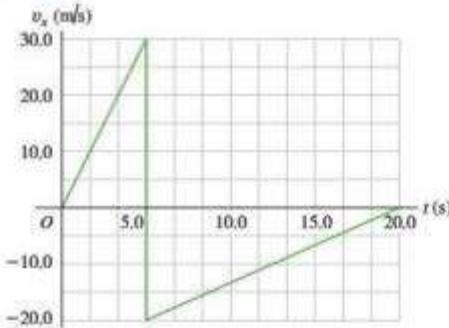
2.67 • Una gacela corre en línea recta (el eje x). En la figura P2.67, la gráfica muestra la velocidad de este animal en función del tiempo. Durante los primeros 12.0 s, obtenga a) la distancia total recorrida y b) el desplazamiento de la gacela. c) Dibuje una gráfica a_x - t que muestre la aceleración de esta gacela en función del tiempo durante los primeros 12.0 s.

Figura P2.67



2.68 • Una pelota rígida que viaja en línea recta (el eje x) choca contra una pared sólida y rebota repentinamente durante un breve instante. En la figura P2.68, la gráfica v_x - t muestra la velocidad de esta pelota, en función del tiempo. Durante los primeros 20.0 s de su movimiento, obtenga a) la distancia total que se mueve la pelota y b) su desplazamiento. c) Dibuje una gráfica a_x - t del movimiento de esta pelota. d) En los 5.00 s, ¿la gráfica que se muestra es realmente vertical? Explique su respuesta.

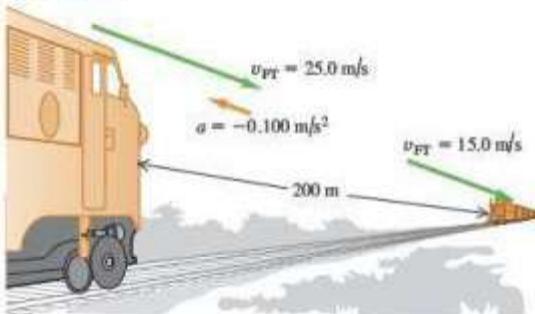
Figura P2.68



2.69 *** Una pelota parte del reposo y baja rodando una colina con aceleración uniforme, recorriendo 150 m durante el segundo lapso de 5.0 s de su movimiento. ¿Qué distancia cubrió durante el primer lapso de 5.0 s?

2.70 ** Colisión. El maquinista de un tren de pasajeros que se mueve a 25.0 m/s avista un tren de carga cuyo último vagón está 200 m

Figura P2.70



más adelante en la misma vía (figura P2.70). El tren de carga se mueve con una rapidez de 15.0 m/s en la misma dirección que el tren de pasajeros. El maquinista del tren de pasajeros aplica de inmediato los frenos, causando una aceleración constante de 0.100 m/s², en dirección opuesta a la de la velocidad del tren, mientras el tren de carga sigue con rapidez constante. Sea $x = 0$ el punto donde está la parte frontal del tren de pasajeros cuando el maquinista aplica los frenos. a) ¿Atestiguarán las vacas de los alrededores una colisión? b) Si es así, ¿dónde ocurrirá? c) Dibuja en una sola gráfica las posiciones del frente del tren de pasajeros y la parte posterior del tren de carga.

2.71 *** Las cucarachas grandes pueden correr a 1.50 m/s en tramos cortos. Suponga que enciende la luz en un hotel y ve una cucaracha alejándose en línea recta a 1.50 m/s. Si inicialmente usted estaba 0.90 m detrás del insecto y se acerca hacia este con una rapidez inicial de 0.80 m/s, ¿qué aceleración constante mínima necesitará para alcanzarlo cuando este haya recorrido 1.20 m, justo antes de escapar bajo un mueble?

2.72 ** Dos automóviles están separados 200 m y avanzan uno hacia el otro con una rapidez constante de 10 m/s. Sobre el frente de uno de ellos, un saltamontes lleno de energía salta hacia adelante entre los autos (¡si que tiene patas fuertes!) con una velocidad horizontal constante de 15 m/s en relación con el suelo. El insecto salta en el instante en que cae, de manera que no pierde tiempo descansando en uno u otro auto. ¿Qué distancia total recorre el saltamontes antes de que los automóviles collisionen?

2.73 • Un automóvil y un camión parten del reposo en el mismo instante, con el automóvil a cierta distancia detrás del camión. El camión tiene aceleración constante de 2.10 m/s², y el automóvil una de 3.40 m/s². El automóvil alcanza al camión cuando este ha recorrido 40.0 m. a) ¿Cuánto tiempo tarda el automóvil en alcanzar al camión? b) ¿Qué tan atrás del camión estaba inicialmente el automóvil? c) ¿Qué rapidez tienen los vehículos cuando avanzan juntos? d) Dibuja en una sola gráfica la posición de cada vehículo en función del tiempo. Sea $x = 0$ la posición inicial del camión.

2.74 ■■ Dos pilotos de exhibición conducen frontalmente uno hacia el otro. En $t = 0$ la distancia entre los automóviles es D , el auto 1 está en reposo y el 2 se mueve hacia la izquierda con rapidez v_0 . El auto 1 comienza a moverse en $t = 0$ con aceleración constante a_1 . El auto 2 sigue a velocidad constante. a) ¿En qué instante chocarán los autos? b) Calcule la rapidez del auto 1 justo antes de chocar contra el auto 2. c) Dibuja las gráficas $x-t$ y v_x-t para los dos autos, y trace las curvas usando los mismos ejes.

2.75 ** Se suelta una canica desde el borde de un tazón semiesférico cuyo diámetro es de 50.0 cm y rueda hasta subir sobre el borde opuesto en 10.0 s. Obtenga a) la rapidez media y b) la velocidad media de la canica.

2.76 ** CALC La velocidad medida de un objeto es $v_x(t) = \alpha - \beta t^2$, donde $\alpha = 4.00 \text{ m/s}$ y $\beta = 2.00 \text{ m/s}^3$. En $t = 0$, el objeto está en

$x = 0$. a) Calcule la posición y aceleración del objeto en función de t . b) ¿Qué desplazamiento positivo máximo tiene el objeto con respecto al origen?

2.77 ** Rebasado. El conductor de un automóvil desea rebasar un camión que viaja a una rapidez constante de 20.0 m/s (aproximadamente 45 mi/h). Inicialmente, el automóvil también viaja a 20.0 m/s y su parachoques delantero está 24.0 m atrás del parachoques trasero del camión. El automóvil adquiere una aceleración constante de 0.600 m/s² y regresa al carril del camión cuando su parachoques trasero está 26.0 m adelante del frente del camión. El automóvil tiene una longitud de 4.5 m, y el camión tiene una longitud de 21.0 m. a) ¿Cuánto tiempo necesita el automóvil para rebasar al camión? b) ¿Qué distancia recorre el automóvil en ese tiempo? c) ¿Qué rapidez final tiene el automóvil?

2.78 ** En el planeta X se deja caer una piedra de 25 kg a partir del reposo y se mide su rapidez en varios instantes. Luego, se usan los datos obtenidos para construir la gráfica de su rapidez v en función del tiempo t (figura P2.78). Con la información de la gráfica, conteste las siguientes preguntas: a) ¿Cuál es la aceleración debida a la gravedad en el planeta X?

b) Un astronauta deja caer una pieza de su equipo, a partir del reposo, fuera del módulo de aterrizaje, 3.5 m arriba de la superficie del planeta X. ¿Cuánto tiempo tardará esta pieza en llegar al suelo y con qué rapidez llegará a él? c) ¿Con qué rapidez debe un astronauta lanzar un objeto verticalmente hacia arriba para alcanzar una altura de 18 m por arriba del punto de liberación, y cuánto tiempo le tomará alcanzar esa altura?

2.79 * CALC** La aceleración de una partícula está dada por $a_x(t) = -2.00 \text{ m/s}^2 + (3.00 \text{ m/s}^3)t$. a) Encuentre la velocidad inicial v_{0x} tal que la partícula tenga la misma coordenada x en $t = 4.00 \text{ s}$ que en $t = 0$. b) ¿Cuál será la velocidad en $t = 4.00 \text{ s}$?

2.80 • Caída de un huevo. Imagine que está en la azotea del edificio de física, a 46.0 m del suelo (figura P2.80). Su profesor de física, quien mide 1.80 m de estatura, camina junto al edificio a una rapidez constante de 1.20 m/s. Si usted quiere dejar caer un huevo sobre la cabeza de su profesor, ¿dónde deberá estar él cuando usted suelte el huevo? Suponga que el huevo está en caída libre.

2.81 • En la Tierra un volcán puede expulsar rocas verticalmente hasta una altura máxima H . a) ¿A qué altura (en términos de H) llegarán estas rocas si un volcán en Marte las expulsara con la misma velocidad inicial? La aceleración debida a la gravedad en Marte es de 3.71 m/s², y se puede despreciar la resistencia del aire en ambos planetas. b) Si en la Tierra las rocas están en el aire un tiempo T , ¿por cuánto tiempo (en términos de T) estarán en el aire en Marte?

2.82 ** Un artista hace malabarismos con pelotas mientras realiza otras actividades. En un acto, arroja una pelota verticalmente hacia arriba y, mientras la pelota está en el aire, él corre de ida y vuelta hacia una mesa que está a 5.50 m de distancia a una rapidez constante de 2.50 m/s, regresando justo a tiempo para atrapar la pelota que cae. a) ¿Con qué rapidez inicial mínima debe lanzar la pelota hacia arriba para realizar dicha hazaña? b) ¿A qué altura respecto de su posición inicial está la pelota justo cuando él llega a la mesa?

Figura P2.78

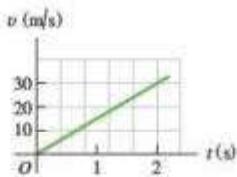
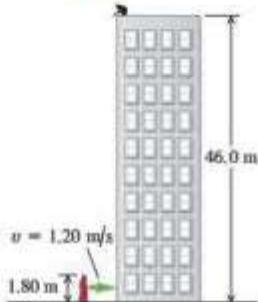


Figura P2.80



2.83 Los visitantes de un parque de diversiones observan a clavadistas lanzarse desde una plataforma de 21.3 m (70 ft) de altura sobre una alberca. Según el presentador, los clavadistas entran al agua con una rapidez de 25 m/s (56 mi/h). Puede ignorarse la resistencia del aire. a) ¿Es correcta la aseveración del presentador? b) ¿Para un clavadista es posible saltar directamente hacia arriba de la plataforma de manera que, eludiendo la plataforma, caer hacia la alberca, entre al agua a 25.0 m/s? Si es así, ¿qué rapidez inicial hacia arriba se requiere? ¿La rapidez inicial requerida es físicamente alcanzable?

2.84 Una maceta con flores cae del borde de una ventana y pasa frente a la ventana de abajo. Se puede despreciar la resistencia del aire. La maceta tarda 0.420 s en pasar por esta ventana desde el borde superior hasta el inferior; la altura de la ventana es de 1.90 m. a) A qué distancia debajo del punto desde el cual cayó la maceta se encuentra el borde superior de la ventana de abajo?

2.85 «Cuidado abajo!» Sam lanza, a partir del reposo, una bala de 16 lb directamente hacia arriba, imprimiéndole una aceleración constante de 35.0 m/s^2 a lo largo de 64.0 cm, y soltándola a 2.20 m sobre el suelo. Puede despreciarse la resistencia del aire. a) ¿Qué rapidez tiene la bala cuando Sam la suelta? b) ¿Qué altura alcanza respecto del suelo? c) ¿Cuánto tiempo tiene Sam para retirarse del lugar antes de que la bala regrese a la altura de su cabeza, a 1.83 m sobre el suelo?

2.86 Un cohete de varias etapas. Al encenderse la primera etapa de un cohete de dos etapas, este empieza a moverse en la plataforma de lanzamiento con una aceleración constante de 3.50 m/s^2 hacia arriba. A los 25.0 s después del lanzamiento, se enciende la segunda etapa durante 10.0 s, así que la velocidad del cohete es de 132.5 m/s hacia arriba, 35.0 s después del lanzamiento. Sin embargo, este impulso consume todo el combustible, de manera que luego de que la segunda etapa termina, la única fuerza que actúa sobre el cohete es la gravedad. Se desprecia la resistencia del aire. a) Obtenga la altura máxima que alcanza el cohete de dos etapas sobre la plataforma de lanzamiento. b) Una vez que termina la segunda etapa, ¿cuánto tiempo pasará antes de que el cohete caiga a la plataforma de lanzamiento? c) ¿Qué tan rápido se moverá el cohete de dos etapas justo al llegar a la plataforma?

2.87 Malabarismo. Un malabarista actúa en un recinto cuyo techo está 3.0 m arriba del nivel de sus manos. Lanza una pelota hacia arriba de modo que apenas llega al techo. a) ¿Qué velocidad inicial tiene la pelota? b) ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al techo? En el instante en que la primera pelota está en el techo, el malabarista lanza una segunda pelota hacia arriba con dos terceras partes de la velocidad inicial de la primera. c) ¿Cuánto tiempo después de lanzada la segunda pelota se cruzan ambas pelotas en el aire? d) ¿A qué altura, respecto de las manos del malabarista, ocurre el cruce?

2.88 Un profesor de física que está en reposo, efectuando una demostración al aire libre, de repente pierde el equilibrio, por lo que cae de lo alto de un acantilado y simultáneamente grita «Auxilio!». Después de caer 3.0 s, escucha el eco de su grito proveniente del suelo del valle. La rapidez del sonido es de 340 m/s. a) ¿Qué altura tiene el acantilado? b) Si se desprecia la resistencia del aire, ¿con qué rapidez se estaría moviendo el profesor justo antes de chocar contra el suelo? (Su rapidez real será menor que eso, debido a la resistencia del aire).

2.89 Un helicóptero que lleva al doctor Malvado despegó con aceleración constante hacia arriba de 5.0 m/s^2 . El agente secreto Austin Powers se sube de un salto al helicóptero justo cuando este despegó. Los dos hombres forcejean durante 10.0 s, después de lo cual Powers apaga el motor y se lanza desde el helicóptero. Suponga que el helicóptero está en caída libre después de que se apaga el motor y que la resistencia del aire es insignificante. a) ¿Qué altura máxima, respecto del suelo, alcanza el helicóptero? b) 7.0 s después de saltar del helicóptero, Powers enciende un cohete que trae sujeto a la espalda, lo que le permite tener una aceleración total constante hacia abajo con magnitud de 2.0 m/s^2 . ¿A qué distancia sobre el suelo está Powers cuando el helicóptero se estrella contra el piso?

2.90 Altura de acantilado. Imagine que está escalando una montaña y que repentinamente se encuentra en el borde de un acantilado, envuelto en niebla. Para determinar la altura del acantilado, deja caer una piedra y 10.0 s después escucha el sonido que ésta hace al golpear el fondo del acantilado. a) Sin tomar en cuenta la resistencia del aire, ¿qué altura tiene el acantilado si la rapidez del sonido es de 330 m/s ? b) Suponga que se desprecia el tiempo que el sonido tarda en llegar a sus oídos. En ese caso, ¿habría sobreestimado o subestimado la altura del acantilado? Explique su razonamiento.

2.91 Lata que cae. Un pintor está de pie en un andamio que sube con rapidez constante. Por descuido, empuja una lata de pintura, la cual cae del andamio cuando está a 15.0 m sobre el suelo. Usted está observando y usa su cronómetro para determinar que la lata tarda 3.25 s en llegar al suelo. Ignore la resistencia del aire. a) ¿Qué rapidez tiene la lata en el momento en que llega al suelo? b) Otro pintor está parado en una cornisa, y una lata está a 4.00 m arriba de él cuando ésta se cae. Tiene reflejos felinos, y si la lata pasa frente a él, podrá atraparla. ¿Tiene la oportunidad de hacerlo?

2.92 Decidido a probar la ley de la gravedad por sí mismo, un estudiante se deja caer desde un nascacielos de 180 m de altura, cronómetro en mano, e inicia una caída libre (velocidad inicial cero). Cinco segundos después, llega Superman y se lanza de la azotea para salvarlo, con una rapidez inicial v_0 que imprimió a su cuerpo, empujándose hacia abajo desde el borde de la azotea con sus piernas de acero. Después, cae con la misma aceleración que cualquier cuerpo en caída libre. a) ¿Qué valor deberá tener v_0 para que Superman atrape al estudiante justo antes de llegar al suelo? b) Dibuje en una sola gráfica las posiciones de Superman y del estudiante en función del tiempo. La rapidez inicial de Superman tiene el valor calculado en el inciso a). c) Si la altura del nascacielos es menor que cierto valor mínimo, ni Superman podría salvar al estudiante antes de que llegue al suelo. ¿Cuál es esa altura mínima?

2.93 Durante el lanzamiento, los cohetes a menudo desechan partes innecesarias. Cierta cohete parte del reposo en una plataforma de lanzamiento y acelera hacia arriba a 3.30 m/s^2 constantes. Cuando está a 235 m por arriba de la plataforma de lanzamiento, desecha un bote de combustible vacío simplemente desconectándolo. Una vez desconectado, la única fuerza que actúa sobre el bote es la gravedad (se puede ignorar la resistencia del aire). a) ¿Qué tan alto está el cohete cuando el bote llega a la plataforma, suponiendo que no cambia la aceleración del cohete? b) ¿Cuál es la distancia total que recorre el bote desde que se suelta hasta que choca contra la plataforma de lanzamiento?

2.94 Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde el suelo con rapidez v_0 . En el mismo instante, una segunda pelota (que inicialmente está en reposo) se deja caer de una altura H directamente encima del punto de lanzamiento de la primera. No hay resistencia del aire. a) Calcule el tiempo en el que chocarán las pelotas. b) Obtenga el valor de H en términos de v_0 y g , de modo que, cuando choquen las pelotas, la primera esté en su punto más alto.

2.95 CALC Dos automóviles, A y B, viajan en línea recta. La posición de A con respecto al punto de partida está dada, en función del tiempo, por $x_A(t) = \alpha t + \beta t^2$, con $\alpha = 2.60 \text{ m/s}$ y $\beta = 1.20 \text{ m/s}^2$. La posición de B respecto del punto de partida es $x_B(t) = \gamma t^2 - \delta t^3$, con $\gamma = 2.80 \text{ m/s}^2$ y $\delta = 0.20 \text{ m/s}^3$. a) ¿Cuál automóvil se adelanta justo después de salir del punto de partida? b) ¿En qué instante(s) los dos automóviles están en el mismo punto? c) ¿En qué instante(s) la distancia entre A y B no aumenta ni disminuye? d) ¿En qué instante(s) A y B tienen la misma aceleración?

PROBLEMAS DE DESAFÍO

2.96 En el salto vertical, un atleta se agacha y salta hacia arriba tratando de alcanzar la mayor altura posible. Ni siquiera los campeones mundiales pasan mucho más de 1.00 s en el aire ("tiempo en suspensión"). Trate al atleta como partícula y sea $y_{\text{máx}}$ su altura máxima.

respecto del suelo. Para explicar por qué parece estar suspendido en el aire, calcule la razón entre el tiempo que está sobre $y_{\text{máx}}/2$ y el tiempo que tarda en llegar del suelo a esa altura. Desprecie la resistencia del aire.

2.97 * Tomar el autobús.** Una estudiante corre a más no poder para alcanzar su autobús, que está detenido en la parada, con una rapidez de 5.0 m/s . Cuando ella está aún a 40.0 m del autobús, este se pone en marcha con aceleración constante de 0.170 m/s^2 . a) ¿Durante qué tiempo y qué distancia debe correr la estudiante a 5.0 m/s para alcanzar al autobús? b) Cuando lo hace, ¿qué rapidez tiene el autobús? c) Dibuja una gráfica $x-t$ para el estudiante y para el autobús, donde $x = 0$ es la posición inicial del estudiante. d) Las ecuaciones que usó en el inciso a) para calcular t tienen una segunda solución, que corresponde a un instante posterior en que el estudiante y el autobús están otra vez en el mismo lugar si continúan sus respectivos desplazamientos. Explique el significado de esta otra solución. ¿Qué rapidez tiene el autobús en ese punto? e) Si la rapidez del estudiante fuera de 3.5 m/s , ¿alcanzaría al autobús? f) ¿Qué rapidez mínima requiere la estudiante para apenas alcanzar al autobús? ¿Durante qué tiempo y qué distancia deberá correr en tal caso?

2.98 *** Un excursionista atento ve un peñasco que cae desde un risco lejano y observa que tarda 1.30 s en caer el último tercio de la

distancia hacia el suelo. Puede despreciarse la resistencia del aire. a) ¿Qué altura tiene el risco en metros? b) Si en el inciso a) usted obtiene dos soluciones de una ecuación cuadrática y usa una para su respuesta, ¿qué representa la otra solución?

2.99 *** Se lanza una pelota hacia arriba desde el borde de una azotea. Una segunda pelota se deja caer desde la azotea 1.00 s después. Desprecie la resistencia del aire. a) Si la altura del edificio es de 20.0 m , ¿cuál debe ser la rapidez inicial de la primera pelota para que las dos lleguen al suelo al mismo tiempo? En una sola gráfica dibuje la posición de cada pelota en función del tiempo, a partir del instante en que se lanzó la primera. Considere la misma situación, solo que ahora la rapidez inicial v_0 de la primera pelota es un dato, y la altura h del edificio es la incógnita. b) ¿Qué altura deberá tener el edificio para que las dos pelotas lleguen al suelo al mismo tiempo si v_0 es i. de 6.0 m/s y ii. de 9.5 m/s ? c) Si v_0 es mayor que cierto valor $v_{\text{máx}}$, no existe una h tal que permita que ambas pelotas lleguen al piso simultáneamente. Obtenga $v_{\text{máx}}$ cuyo valor tiene una interpretación física sencilla. ¿Cuál es? d) Si v_0 es menor que cierto valor $v_{\text{mín}}$, no existe una h tal que permita que ambas pelotas lleguen al piso al mismo tiempo. Obtenga $v_{\text{mín}}$ cuyo valor también tiene una interpretación física sencilla. ¿Cuál es?

Respuestas

Pregunta inicial del capítulo

Sí. Aceleración se refiere a cualquier cambio de velocidad, ya sea que aumente o disminuya.

Preguntas de las secciones

Evalué su comprensión

2.1 Respuestas a): iv, i y iii (empatados), v, ii; b) i y iii; c): v. En a), la velocidad media es $v_{\text{med-}x} = \Delta x / \Delta t$. Para los cinco viajes, $\Delta t = 1 \text{ h}$. Para los viajes individuales, tenemos i. $\Delta x = +50 \text{ km}$, $v_{\text{med-}x} = +50 \text{ km/h}$; ii. $\Delta x = -50 \text{ km}$, $v_{\text{med-}x} = -50 \text{ km/h}$; iii. $\Delta x = 60 \text{ km} - 10 \text{ km} = +50 \text{ km}$, $v_{\text{med-}x} = +50 \text{ km/h}$; iv. $\Delta x = +70 \text{ km}$, $v_{\text{med-}x} = +70 \text{ km/h}$; v. $\Delta x = -20 \text{ km} + 20 \text{ km} = 0$, $v_{\text{med-}x} = 0$. En b) ambos tienen $v_{\text{med-}x} = +50 \text{ km/h}$.

2.2 Respuestas: a) *P, Q y S (empatados), R* La velocidad es b) positiva cuando la pendiente de la gráfica $x-t$ es positiva (punto *P*), c) negativa cuando la pendiente es negativa (punto *R*), y d) cero cuando la pendiente es cero (puntos *Q* y *S*). e) *R, P, Q y S (empatados)*. La rapidez es máxima cuando la pendiente de la gráfica $x-t$ es más pronunciada (ya sea positiva o negativa), y cero cuando la pendiente es cero.

2.3 Respuestas: a) *S*, donde la gráfica $x-t$ se curva (es cóncava) hacia arriba. b) *Q*, donde la gráfica $x-t$ se curva (es cóncava) hacia abajo. c) *P y R*, donde la gráfica $x-t$ es una línea recta (no se curva hacia arriba ni hacia abajo). d) En *P*, $a_x = 0$ (la velocidad no cambia); en *Q*, $a_x < 0$

(la velocidad disminuye, es decir, cambia de positiva a cero y de cero a negativa); en *R*, $a_x = 0$ (la velocidad no cambia); y en *S*, $a_x > 0$ (la velocidad aumenta, es decir, cambia de negativa a cero y de cero a positiva).

2.4 Respuesta: b) La aceleración del oficial de policía es constante; de manera que su gráfica v_x-t es una recta y su motocicleta se desplaza más rápido que el automóvil del conductor, cuando ambos vehículos se encuentran en $t = 10 \text{ s}$.

2.5 Respuestas: a) iii. Use la ecuación (2.13) sustituyendo x por y y $a_y = g$; $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y - y_0)$. La altura inicial es $y_0 = 0$ y la velocidad a la altura máxima $y = h$ es $v_y = 0$, así que $0 = v_{0y}^2 - 2gh$ y $h = v_{0y}^2 / 2g$. Si la velocidad inicial aumenta en un factor de 2, la altura máxima aumentará en un factor de $2^2 = 4$ y la pelota alcanzará la altura $4h$. b) v. Utilice la ecuación (2.8) reemplazando x por y y $a_y = g$; $v_y = v_{0y} - gt$. La velocidad en la altura máxima es $v_y = 0$, así que $0 = v_{0y} - gt$ y $t = v_{0y}/g$. Si la velocidad inicial se incrementa en un factor de 2, el tiempo para llegar a la altura máxima se incrementa en un factor de 2 y se vuelve $2t$.

2.6 Respuesta: ii. La aceleración a_x es igual a la pendiente de la gráfica v_x-t . Si a_x aumenta, la pendiente de la gráfica v_x-t también se incrementa y la curva es cóncava hacia arriba.

Problema práctico

Respuesta: $h = 57.1 \text{ m}$