

Αρχές Γλωσσών Προγραμματισμού και Μεταφραστών
ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ #3 ΚΑΙ ΛΥΣΕΙΣ (V1.1)
Συντακτική Ανάλυση (top-down)

Γκόγκος Χρήστος

15/11/2019

Ερώτημα 1

Χρησιμοποιώντας μόνο τα τερματικά σύμβολα a , b και c γράψτε 2 συμβολοσειρές που ανήκουν και 2 συμβολοσειρές που δεν ανήκουν (για διαφορετικούς λόγους) στη γλώσσα που ορίζεται από την ακόλουθη γραμματική χωρίς συμφραζόμενα. Κάθε συμβολοσειρά να περιλαμβάνει και τα 3 τερματικά σύμβολα.

$$S \rightarrow aXa$$

$$X \rightarrow \epsilon | bY$$

$$Y \rightarrow \epsilon | cXc$$

Λύση

Δύο συμβολοσειρές που ανήκουν στην γραμματική είναι οι ακόλουθες:

1. $abcca$
2. $abcbca$

Δύο συμβολοσειρές που δεν ανήκουν στην γραμματική είναι οι ακόλουθες:

1. $abcbca$ διότι δεν τελειώνει σε a .
2. $abcbca$ διότι α) τα c πρέπει να είναι σε ζεύγη και β) το τελευταίο c πρέπει να βρίσκεται μετά από το τελευταίο b .

Ερώτημα 2

Θεωρείστε την ακόλουθη γραμματική χωρίς συμφραζόμενα.

$$\text{list} \rightarrow \text{list} + \text{digit}$$

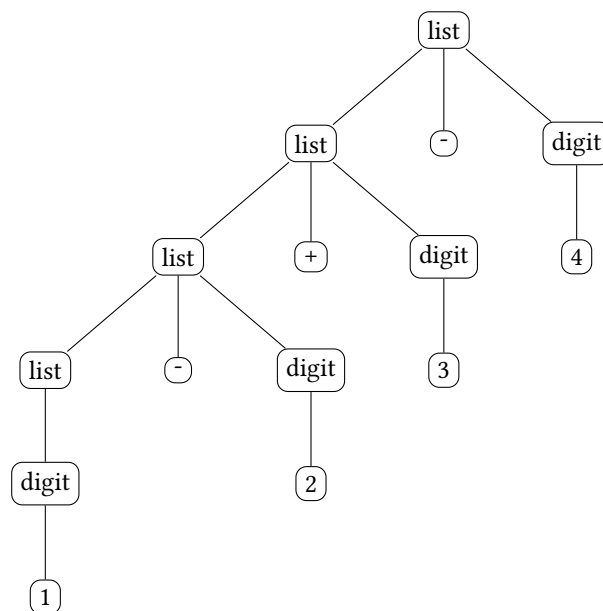
$$\text{list} \rightarrow \text{list} - \text{digit}$$

$$\text{list} \rightarrow \text{digit}$$

$$\text{digit} \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$$

Κατασκευάστε το συντακτικό δένδρο για τη συμβολοσειρά $1 - 2 + 3 - 4$.

Λύση



Ερώτημα 3

Θεωρείστε την ακόλουθη γραμματική χωρίς συμφραζόμενα που (υποθετικά) καθορίζει τις έγκυρες παραμέτρους που μπορεί να δεχθεί μια συνάρτηση κατά την κλήση της.

$\text{call} \rightarrow \text{id}(\text{optparams})$

$\text{optparams} \rightarrow \text{params} | \epsilon$

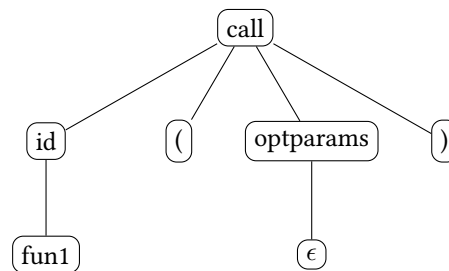
$\text{params} \rightarrow \text{params}, \text{param} | \text{param}$

Κατασκευάστε το συντακτικό δένδρο για τις ακόλουθες συμβολοσειρές που αναπαριστούν κλήσεις συναρτήσεων.

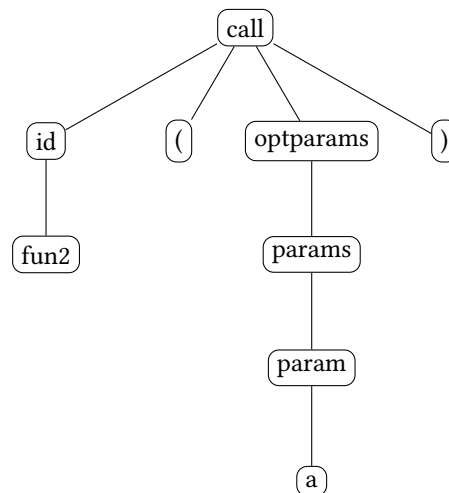
1. `fun1()`
2. `fun2(a)`
3. `fun3(a,b)`

Λύση

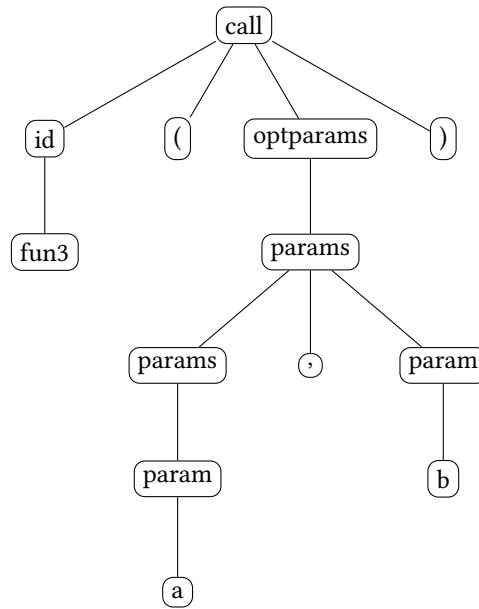
Υποερώτημα 1.



Υποερώτημα 2.



Υποερώτημα 3.



Ερώτημα 4

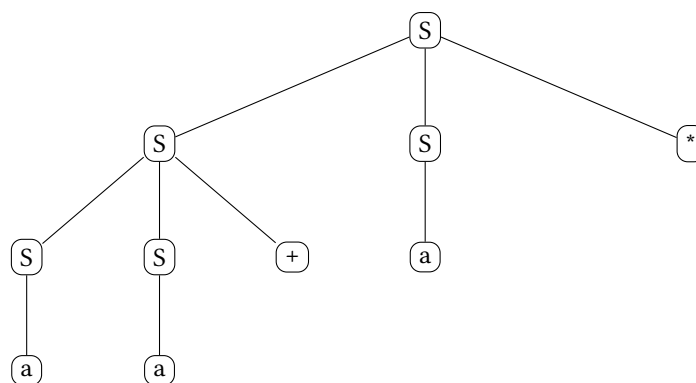
Θεωρείστε τη γραμματική χωρίς συμφραζόμενα.

$$S \rightarrow SS+|SS^*|a$$

1. Κατασκευάστε το συντακτικό δένδρο για τη συμβολοσειρά $aa+a^*$.
2. Ποια γλώσσα παράγει αυτή η γραμματική;

Λύση

Υποερώτημα 1



Υποερώτημα 2

Η γλώσσα που παράγει η γραμματική είναι όλες οι συμβολοσειρές που είναι μεταθεματικές (postfix) εκφράσεις αποτελούμενες από το τερματικό σύμβολο a και τους τελεστές $+$ και $*$. Παραδείγματα συμβολοσειρών που αναγνωρίζει είναι τα a , $aa+$, aa^* , aa^*a+ , $aa+a^*$, $aaaa^*+^*$ και άλλες.

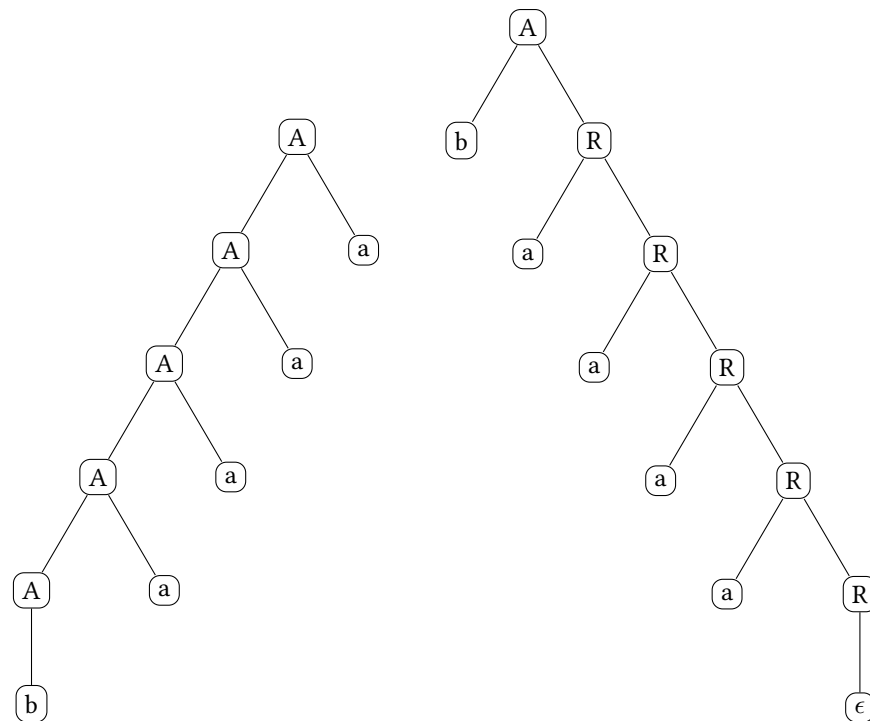
Ερώτημα 5

Θεωρείστε τις δύο ακόλουθες γραμματικές χωρίς συμφραζόμενα.

1. $A \rightarrow Aa|b$
2. $A \rightarrow bR$
 $R \rightarrow aR|\epsilon$

Κατασκευάστε συντακτικό δένδρο για κάθε γραμματική που να αναγνωρίζει τη συμβολοσειρά ba aaa.

Λύση



Ερώτημα 6

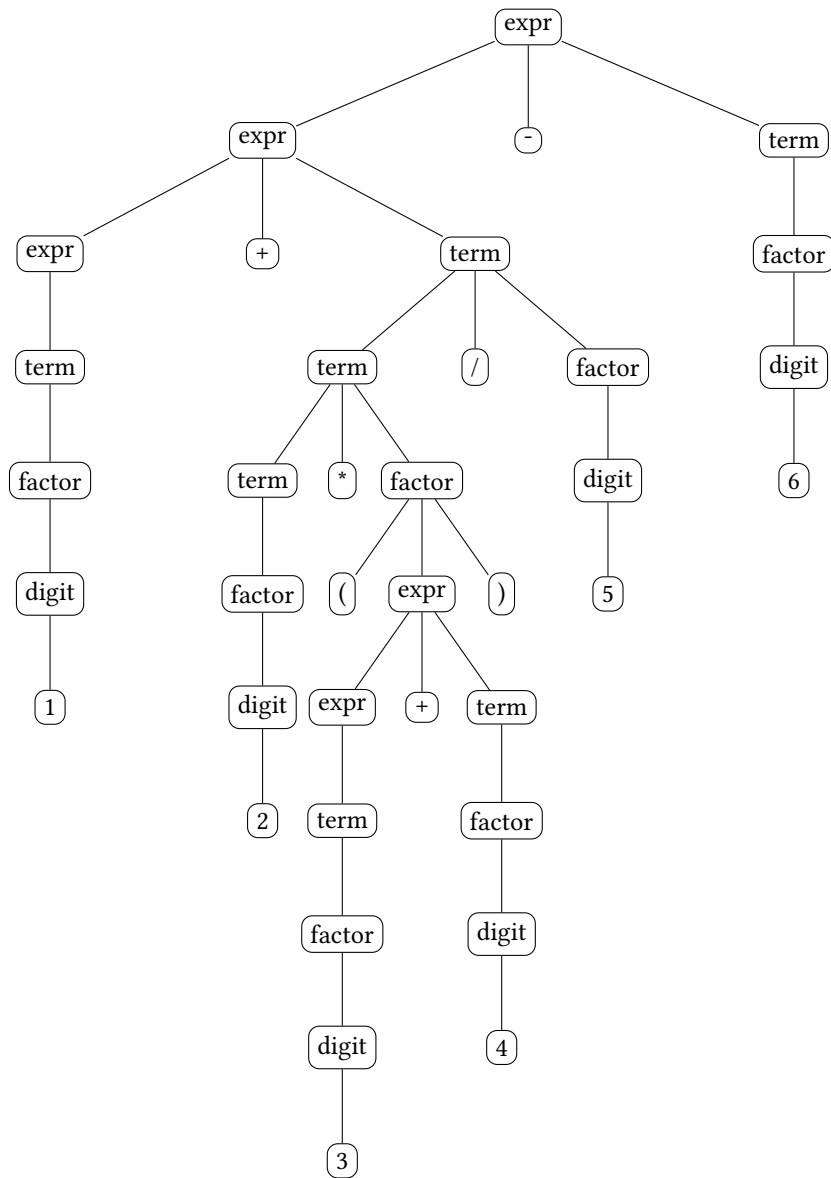
Θεωρείστε την ακόλουθη γραμματική χωρίς συμφραζόμενα η οποία αντιμετωπίζει το θέμα της προτεραιότητας για τους τελεστές $+$, $-$, $*$, $/$.

- $$\begin{aligned} \text{expr} &\rightarrow \text{expr} + \text{term} \\ \text{expr} &\rightarrow \text{expr} - \text{term} \\ \text{expr} &\rightarrow \text{term} \\ \text{term} &\rightarrow \text{term} * \text{factor} \\ \text{term} &\rightarrow \text{term} / \text{factor} \\ \text{term} &\rightarrow \text{factor} \\ \text{factor} &\rightarrow \text{digit} | (\text{expr}) \\ \text{digit} &\rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 \end{aligned}$$

Κατασκευάστε το συντακτικό δένδρο για τη συμβολοσειρά $1 + 2 * (3 + 4) / 5 - 6$.

Λύση

Παρατηρούμε ότι η πρώτη πράξη που θα πραγματοποιηθεί στην έκφραση είναι η $(3+4)$, στη συνέχεια η $2*(3+4)$, μετά η $2*(3+4)/5$, μετά η $1+2*(3+4)/5$ και τέλος η $1+2*(3+4)/5-6$.

**Ερώτημα 7**

Δείξτε ότι οι ακόλουθες γραμματικές χωρίς συμφραζόμενα είναι ασαφείς.

1. $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid \text{id}$
2. $S \rightarrow SS \mid a \mid b$

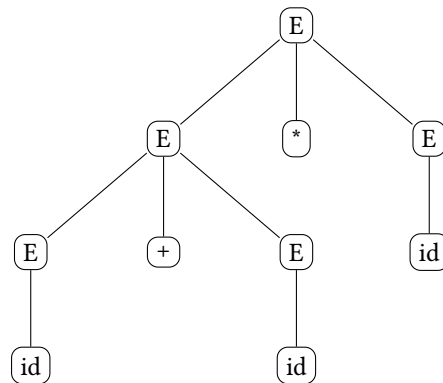
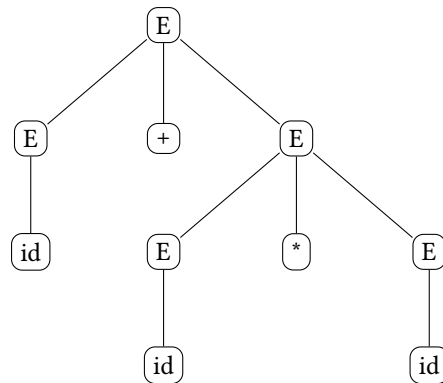
Λύση

Για ναδειχθεί ότι μια γραμματική είναι ασαφής (διφορούμενη) αρκεί να εντοπιστεί μια συμβολοσειρά για την οποία

προκύπτουν από τη γραμματική δύο διαφορετικά συντακτικά δένδρα.

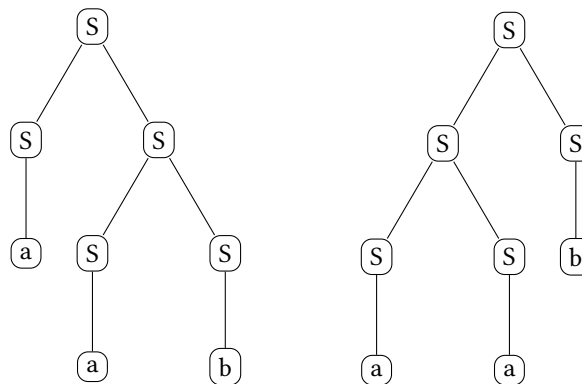
Υποερώτημα 1

Θα χρησιμοποιηθεί η συμβολοσειρά $\text{id} + \text{id} * \text{id}$.



Υποερώτημα 2

Θα χρησιμοποιηθεί η συμβολοσειρά aab .



Ερώτημα 8

Γράψτε μη αριστερά αναδρομικές παραγωγές που να είναι ισοδύναμες με τις παραγωγές που ακολουθούν.

1. $A \rightarrow Aa|b$
2. $E \rightarrow E + T | E - T | T$

$$\begin{aligned}
3. \quad & E \rightarrow E + T | T \\
& T \rightarrow T * F | F \\
& F \rightarrow (E) | id
\end{aligned}$$

Λύση

Υποερώτημα 1

$$A \rightarrow bA'$$

$$A' \rightarrow aA' | \epsilon$$

Υποερώτημα 2

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' | -TE' | \epsilon$$

Υποερώτημα 3

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' | \epsilon$$

$$T \rightarrow FT'$$

$$T' \rightarrow *FT' | \epsilon$$

$$F \rightarrow (E) | id$$

Ερώτημα 9

Πραγματοποιήστε αριστερή παραγοντοποίηση (left factorization) στις ακόλουθες γραμματικές.

$$\begin{aligned}
1. \quad & A \rightarrow uv | uw \\
2. \quad & S \rightarrow iEtS | iEtSeS | a \\
& E \rightarrow b \\
3. \quad & E \rightarrow T + E | T \\
& T \rightarrow int | int * T | (E)
\end{aligned}$$

Λύση

Υποερώτημα 1

Ο κανόνας παραγωγής $A \rightarrow uv | uw$ αποτελείται από δύο επιμέρους κανόνες παραγωγής, τον $A \rightarrow uv$ και τον $A \rightarrow uw$ που έχουν το ίδιο πρόθεμα u . Η αριστερή παραγοντοποίηση γίνεται ως εξής:

$$A \rightarrow uA'$$

$$A' \rightarrow v | w$$

Υποερώτημα 2

$$S \rightarrow iEtSS' | a$$

$$S' \rightarrow \epsilon | S$$

$$E \rightarrow b$$

Υποερώτημα 3

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +E | \epsilon$$

$$T \rightarrow int * T' | (E)$$

$$T' \rightarrow \epsilon | *T$$

Ερώτημα 10

Για την ακόλουθη γραμματική και τη συμβολοσειρά $id + id$ εφαρμόστε την αναδρομική καθοδική ανάλυση με οπισθοχωρήσεις. Καταγράψτε τους κανόνες παραγωγής που εφαρμόζονται και σημειώστε τις οπισθοχωρήσεις που γίνονται μέχρι να αναγνωριστεί η συμβολοσειρά.

$$E \rightarrow E' | E' + E$$

$$E' \rightarrow -E' | id | (E)$$

Σύντομη περιγραφή λύσης

$$E \rightarrow E'$$

$$E' \rightarrow -E' \quad \text{οπισθοχώρηση (1)}$$

$$E' \rightarrow id' \quad \text{οπισθοχώρηση (2)}$$

$$E' \rightarrow (E) \quad \text{οπισθοχώρηση (3)}$$

$$E' \rightarrow E' + E$$

$$E' \rightarrow -E' + E \quad \text{οπισθοχώρηση (4)}$$

$$E' \rightarrow id + E$$

$$E' \rightarrow id + E'$$

$$E' \rightarrow id + -E \quad \text{οπισθοχώρηση (5)}$$

$$E' \rightarrow id + id \quad \text{ok}$$

Αναλυτική περιγραφή λύσης

Οι κανόνες παραγωγής μπορούν να γραφούν ισοδύναμα ως εξής:

$$E \rightarrow E'$$

$$E \rightarrow E' + E$$

$$E' \rightarrow -E'$$

$$E' \rightarrow id$$

$$E' \rightarrow (E)$$

Εκκίνηση από το αρχικό σύμβολο E με στόχο να παραχθεί η συμβολοσειρά $id + id$:

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E \rightarrow E'$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* E'$, σημεία οπισθοχώρησης: $E \rightarrow E' + E$.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E' \rightarrow -E'$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* -E'$, σημεία οπισθοχώρησης: $E' \rightarrow id$, $E' \rightarrow (E)$, $E \rightarrow E' + E$, οπισθοχώρηση διότι $- \neq id$.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E' \rightarrow id$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* id$, σημεία οπισθοχώρησης: $E' \rightarrow (E)$, $E \rightarrow E' + E$, οπισθοχώρηση διότι η παραγωγή δεν μπορεί να αναπτυχθεί περαιτέρω.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E' \rightarrow (E)$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* (E)$, σημεία οπισθοχώρησης: $E \rightarrow E' + E$, οπισθοχώρηση διότι $(\neq id$.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E \rightarrow E' + E$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* E' + E$, σημεία οπισθοχώρησης: \emptyset .

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E' \rightarrow -E'$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* -E' + E$, σημεία οπισθοχώρησης: $E' \rightarrow id$, $E' \rightarrow (E)$, οπισθοχώρηση διότι $- \neq id$.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E' \rightarrow id$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* id + E$, σημεία οπισθοχώρησης: $E' \rightarrow (E)$, ταίριασμα $id +$ με $id +$.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E \rightarrow E'$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* id + E'$, σημεία οπισθοχώρησης: $E \rightarrow E' + E$, $E' \rightarrow (E)$.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E' \rightarrow -E'$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* id + -E'$, σημεία οπισθοχώρησης: $E' \rightarrow id$, $E' \rightarrow (E)$, $E \rightarrow E' + E$, $E' \rightarrow (E)$ οπισθοχώρηση διότι $- \neq id$.

Δοκιμή του κανόνα παραγωγής: $E' \rightarrow id$, παραγωγή: $E \Rightarrow^* id + id$, σημεία οπισθοχώρησης: $E' \rightarrow (E)$, $E \rightarrow E' + E$, $E' \rightarrow (E)$, ταίριασμα $id + id$ με $id + id$ (επιτυχής αναγνώριση).

Ερώτημα 11

Χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο πίνακα συντακτικής ανάλυσης καταγράψτε τις κινήσεις που γίνονται από έναν μη αναδρομικό προγνωστικό συντακτικό αναλυτή (non-recursive predictive parser) για τη συντακτική ανάλυση της πρότασης $\text{int} * \text{int}$.

	int	*	+	()	\$
E	$E \rightarrow TX$			$E \rightarrow TX$		
X			$X \rightarrow +E$	$X \rightarrow \epsilon$		$X \rightarrow \epsilon$
T	$T \rightarrow \text{int}Y$			$T \rightarrow (E)$		
Y		$Y \rightarrow *T$	$Y \rightarrow \epsilon$		$Y \rightarrow \epsilon$	$Y \rightarrow \epsilon$

Λύση

	MATCHED	STACK	INPUT
1		E\$	int*int\$
2		TX\$	int*int\$
3		intYX\$	int*int\$
4	int	YX\$	*int\$
5	int	*TX\$	*int\$
6	int*	TX\$	int\$
7	int*	intYX\$	int\$
8	int*int	YX\$	\$
9	int*int	X\$	\$
10	int*int	\$	\$
11	int*int\$		

Αναλυτική περιγραφή συμπλήρωσης πίνακα συντακτικής ανάλυσης

Αρχικά ωθούνται στη στοίβα (STACK) ο χαρακτήρας τερματισμού εισόδου \$ και το αρχικό σύμβολο της γλώσσας, E. Καθώς πρόκειται για στοίβα εξετάζεται πάντα η κορυφή της που στον πίνακα θεωρείται ότι είναι το πλέον αριστερό στοιχείο της συμβολοσειράς όπως καταγράφεται στη στήλη STACK. Σε κάθε βήμα η κορυφή της στοίβας προσδιορίζει τη σειρά και το πλέον αριστερό στοιχείο της στήλης INPUT προσδιορίζει τη στήλη στον προγνωστικό πίνακα. Στο παράδειγμα, ακολουθούνται τα εξής βήματα:

1. Στη σειρά 1 συμπληρώνεται στη στήλη STACK το E\$ και στη στήλη INPUT το $\text{int} * \text{int}$ \$ που αποτελεί τη συμβολοσειρά εισόδου στην οποία έχει προστεθεί στο τέλος το σύμβολο τερματισμού εισόδου \$. Εξετάζεται το ζεύγος E και int. Στον προγνωστικό πίνακα M στη θέση $M[E, \text{int}]$ βρίσκεται ο κανόνας παραγωγής $E \rightarrow TX$. Αν το κελί ήταν κενό θα είχε εντοπιστεί σφάλμα στη συμβολοσειρά εισόδου και η διαδικασία συντακτικής ανάλυσης θα τερμάτιζε ανεπιτυχώς. Εφόσον όμως υπάρχει κανόνας παραγωγής στο κελί, απωθείται από τη στοίβα το μη τερματικό E και ωθούνται σε αυτή τα σύμβολα του σώματος του κανόνα παραγωγής, δηλαδή το μη τερματικό X και το μη τερματικό T, έτσι ώστε το T να βρίσκεται στην κορυφή της στοίβας. Η σειρά 1 αντιγράφεται στη σειρά 2 με τη στήλη STACK να έχει πλέον περιεχόμενο TX\$.
2. Στη σειρά 2 εξετάζεται το ζεύγος T και int. Στον προγνωστικό πίνακα M στη θέση $M[T, \text{int}]$ βρίσκεται ο κανόνας παραγωγής $T \rightarrow \text{int}Y$. Απωθείται από τη στοίβα το μη τερματικό T και ωθούνται σε αυτή τα σύμβολα του σώματος του κανόνα παραγωγής, δηλαδή το μη τερματικό Y και το τερματικό int. Η σειρά 2 αντιγράφεται στη σειρά 3 με τη στήλη STACK να έχει πλέον περιεχόμενο intYX\$.
3. Στη σειρά 3 διαπιστώνεται ότι στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το τερματικό int και ομοίως στη συμβολοσειρά εισόδου στην αριστερότερη θέση της βρίσκεται το int. Καθώς υπάρχει συμφωνία, στη νέα σειρά 4 το τερματικό int αφαιρείται από τις στήλες STACK και INPUT και μεταφέρεται στη στήλη MATCHED.

4. Στη σειρά 4 εξετάζεται το ζεύγος Y και $*$. Στον προγνωστικό πίνακα M στη θέση $M[Y,*]$ βρίσκεται ο κανόνας παραγωγής $Y \rightarrow *T$. Απωθείται από τη στοίβα το μη τερματικό Y και ωθούνται σε αυτή τα σύμβολα του σώματος του κανόνα παραγωγής, δηλαδή τα $T, *$. Η σειρά 4 αντιγράφεται στη σειρά 5 με τη στήλη $STACK$ να έχει πλέον περιεχόμενο $*TX\$$.
5. Στη σειρά 5 διαπιστώνεται ότι στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το τερματικό $*$ και ομοίως ο πρώτος διαθέσιμος χαρακτήρας της συμβολοσειράς εισόδου είναι το $*$. Καθώς υπάρχει συμφωνία, στη νέα σειρά 6 το τερματικό $*$ αφαιρείται από τις στήλες $STACK$ και $INPUT$ και μεταφέρεται στη στήλη $MATCHED$.
6. Στη σειρά 6 εξετάζεται το ζεύγος T και int . Στον προγνωστικό πίνακα M στη θέση $M[T,int]$ βρίσκεται ο κανόνας παραγωγής $T \rightarrow intY$. Απωθείται από τη στοίβα το μη τερματικό T και ωθούνται σε αυτή τα σύμβολα του σώματος του κανόνα παραγωγής, δηλαδή τα Y, int . Η σειρά 6 αντιγράφεται στη σειρά 7 με τη στήλη $STACK$ να έχει πλέον περιεχόμενο $intYX\$$.
7. Στη σειρά 7 διαπιστώνεται ότι στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το τερματικό int και ομοίως στη συμβολοσειρά εισόδου στην αριστερότερη θέση της βρίσκεται το int . Καθώς υπάρχει συμφωνία, στη νέα σειρά 8 το τερματικό int αφαιρείται από τις στήλες $STACK$ και $INPUT$ και μεταφέρεται στη στήλη $MATCHED$.
8. Στη σειρά 8 εξετάζεται το ζεύγος Y και $\$$. Στον προγνωστικό πίνακα M στη θέση $M[Y,\$]$ βρίσκεται ο κανόνας παραγωγής $Y \rightarrow \epsilon$. Απωθείται από τη στοίβα το μη τερματικό Y . Η σειρά 8 αντιγράφεται στη σειρά 9 με τη στήλη $STACK$ να έχει πλέον περιεχόμενο $X\$$.
9. Στη σειρά 9 εξετάζεται το ζεύγος X και $\$$. Στον προγνωστικό πίνακα M στη θέση $M[X,\$]$ βρίσκεται ο κανόνας παραγωγής $X \rightarrow \epsilon$. Απωθείται από τη στοίβα το μη τερματικό X . Η σειρά 9 αντιγράφεται στη σειρά 10 με τη στήλη $STACK$ να έχει πλέον περιεχόμενο $\$$.
10. Στη σειρά 10 διαπιστώνεται ότι στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το τερματικό $\$$ και ομοίως ο πρώτος διαθέσιμος χαρακτήρας της συμβολοσειράς εισόδου είναι το $\$$. Καθώς υπάρχει συμφωνία, στη νέα σειρά 11 το τερματικό $\$$ αφαιρείται από τις στήλες $STACK$ και $INPUT$ και μεταφέρεται στη στήλη $MATCHED$.
11. Στη σειρά 11 διαπιστώνεται ότι η στοίβα και η συμβολοσειρά εισόδου είναι κενές. Αυτό σημαίνει ότι η συντακτική ανάλυση πραγματοποιήθηκε με επιτυχία.

Ερώτημα 12

Να υπολογιστούν τα First Sets, τα Follow Sets και ο πίνακας προγνωστικής ανάλυσης για την ακόλουθη γραμματική. Πραγματοποιήστε συντακτική ανάλυση (καθοδηγούμενη από πίνακα) για τη συμβολοσειρά $acde$.

$S \rightarrow ABCDE$

$A \rightarrow a|\epsilon$

$B \rightarrow b|\epsilon$

$C \rightarrow c$

$D \rightarrow d|\epsilon$

$E \rightarrow e|\epsilon$

Λύση

Ο αλγόριθμος υπολογισμού των First Sets είναι ο ακόλουθος:

1. $\text{FIRST}(a) = \{a\}$ για όλα τα τερματικά a .
 2. Αρχικοποίηση $\text{FIRST}(A) = \{ \}$ για όλα τα μη τερματικά A .
 3. Αν υπάρχει η παραγωγή $A \rightarrow \epsilon$, τότε προσθήκη ϵ στο $\text{FIRST}(A)$.
 4. Για κάθε παραγωγή $A \rightarrow Y_1 \cdots Y_n$, πραγματοποιείται:
 - (a) Προσθήκη στο $\text{FIRST}(A)$ κάθε τερματικού a για το οποίο:
 - i. το a ανήκει στο $\text{FIRST}(Y_i)$ και
 - ii. το ϵ ανήκει σε όλα τα προηγούμενα $\text{FIRST}(Y_j)$.
 - (b) Προσθήκη του ϵ στο $\text{FIRST}(A)$ αν το ϵ ανήκει σε όλα τα $\text{FIRST}(Y_j)$.
- Επανάληψη του βήματος 4 μέχρι να μη γίνεται άλλη προσθήκη.
5. Το FIRST οποιασδήποτε συμβολοσειράς $X = X_1 X_2 \dots X_n$ αρχικοποιείται στο $\{ \}$ και στη συνέχεια:
 - (a) προσθήκη στο $\text{FIRST}(X)$ οποιουδήποτε συμβόλου που δεν είναι ϵ αν το ϵ ανήκει σε όλα τα προηγούμενα $\text{FIRST}(X_j)$.
 - (b) προσθήκη ϵ στο $\text{FIRST}(X)$ αν το ϵ ανήκει σε όλα τα $\text{FIRST}(X_j)$. Αν το X είναι ϵ , τότε $\text{FIRST}(X) = \{\epsilon\}$.

Τα First Sets των τερματικών είναι τα ίδια τα τερματικά. Εφαρμόζοντας τον παραπάνω αλγόριθμο υπολογίζονται τα First Sets των μη τερματικών:

- $\text{FIRST}(S) = \{a, b, c\}$
- $\text{FIRST}(A) = \{a, \epsilon\}$
- $\text{FIRST}(B) = \{b, \epsilon\}$
- $\text{FIRST}(C) = \{c\}$
- $\text{FIRST}(D) = \{d, \epsilon\}$
- $\text{FIRST}(E) = \{e, \epsilon\}$

Ο αλγόριθμος υπολογισμού των Follow Sets είναι ο ακόλουθος:

1. Αρχικοποίηση $\text{FOLLOW}(S) = \$$ και $\text{FOLLOW}(A) = \{ \}$ για όλα τα μη τερματικά A .
 2. Για κάθε παραγωγή $A \rightarrow aBb$, προσθήκη όλων των $\text{FIRST}(b)$ εκτός από το ϵ στο $\text{FOLLOW}(B)$.
 3. Για κάθε παραγωγή "που τελειώνει σε B ", όπως για παράδειγμα στις:
 - (a) $A \rightarrow aB$ και για
 - (b) $A \rightarrow aBb$ όπου το $\text{FIRST}(b)$ περιέχει το ϵ .
- Προσθήκη όλων των στοιχείων του $\text{FOLLOW}(A)$ στο $\text{FOLLOW}(B)$.

Εφαρμόζοντας τον παραπάνω αλγόριθμο προκύπτει ότι τα Follow Sets των μη τερματικών είναι τα ακόλουθα:

- $\text{FOLLOW}(S) = \{\$ \}$
- $\text{FOLLOW}(A) = \{b, c\}$
- $\text{FOLLOW}(B) = \{c\}$
- $\text{FOLLOW}(C) = \{d, e, \$ \}$
- $\text{FOLLOW}(D) = \{e, \$ \}$
- $\text{FOLLOW}(E) = \{\$ \}$

Ο αλγόριθμος συμπλήρωσης του προγνωστικού πίνακα είναι ο ακόλουθος:

Για κάθε παραγωγή $A \rightarrow a$

1. Για κάθε τερματικό a στο $\text{FIRST}(a)$, προσθήκη του $A \rightarrow a$ στο $M[A,a]$.
2. Αν το ϵ ανήκει στο $\text{FIRST}(a)$, τότε προσθήκη του $A \rightarrow a$ στο $M[A,b]$ για κάθε τερματικό b στο $\text{FOLLOW}(A)$.
3. Αν το ϵ ανήκει στο $\text{FIRST}(a)$, τότε προσθήκη του $A \rightarrow a$ στο $M[A,\$]$ αν το $\$$ ανήκει στο $\text{FOLLOW}(A)$.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, ο προγνωστικός πίνακας ανάλυσης όπως προκύπτει από τα First Sets τα Follow Sets και τον αλγόριθμο συμπλήρωσής του είναι ο ακόλουθος:

	a	b	c	d	e	\$
S	$S \rightarrow ABCDE$	$S \rightarrow ABCDE$	$S \rightarrow ABCDE$			
A	$A \rightarrow a$	$A \rightarrow \epsilon$	$A \rightarrow \epsilon$			
B		$B \rightarrow b$	$B \rightarrow \epsilon$			
C			$C \rightarrow c$			
D				$D \rightarrow d$	$D \rightarrow \epsilon$	$D \rightarrow \epsilon$
E					$E \rightarrow e$	$E \rightarrow \epsilon$

Αναλυτική περιγραφή συμπλήρωσης πίνακα προγνωστικής ανάλυσης

Εξετάζονται οι κανόνες παραγωγής στη σειρά:

1. $S \rightarrow ABCDE$

Το $\text{FIRST}(ABCDE)=\{a,b,c\}$, άρα θα πρέπει να προστεθεί ο κανόνας παραγωγής $S \rightarrow ABCDE$ στα κελιά του πίνακα $M[S,a]$, $M[S,b]$ και $M[S,c]$.

2. $A \rightarrow a$

Το $\text{FIRST}(a)=\{a\}$, άρα θα πρέπει να προστεθεί ο κανόνας παραγωγής $A \rightarrow a$ στο κελί του πίνακα $M[A,a]$.

3. $A \rightarrow \epsilon$

Προσθήκη του $A \rightarrow \epsilon$ στο $M[A,x]$ για κάθε τερματικό x που ανήκει στο $\text{FOLLOW}\{A\}=\{b,c\}$. Δηλαδή, προσθήκη του $A \rightarrow \epsilon$ στο $M[A,b]$ και στο $M[A,c]$.

4. $B \rightarrow b$

Το $\text{FIRST}(b)=\{b\}$, άρα θα πρέπει να προστεθεί ο κανόνας παραγωγής $B \rightarrow b$ στο κελί του πίνακα $M[B,b]$.

5. $B \rightarrow \epsilon$

Προσθήκη του $B \rightarrow \epsilon$ στο $M[B,x]$ για κάθε τερματικό x που ανήκει στο $\text{FOLLOW}\{B\}=\{c\}$. Δηλαδή, προσθήκη του $B \rightarrow \epsilon$ στο $M[B,c]$.

6. $C \rightarrow c$

Το $\text{FIRST}(c)=\{c\}$, άρα θα πρέπει να προστεθεί ο κανόνας παραγωγής $C \rightarrow c$ στο κελί του πίνακα $M[C,c]$.

7. $D \rightarrow d$

Το $\text{FIRST}(d)=\{d\}$, άρα θα πρέπει να προστεθεί ο κανόνας παραγωγής $D \rightarrow d$ στο κελί του πίνακα $M[D,d]$.

8. $D \rightarrow \epsilon$

Προσθήκη του $D \rightarrow \epsilon$ στο $M[D,x]$ για κάθε τερματικό x που ανήκει στο $\text{FOLLOW}\{D\}=\{e,\$ \}$. Δηλαδή, προσθήκη του $D \rightarrow \epsilon$ στο $M[D,e]$ και στο $M[D,\$]$.

9. $E \rightarrow e$

Το $\text{FIRST}(e)=\{e\}$, άρα θα πρέπει να προστεθεί ο κανόνας παραγωγής $E \rightarrow e$ στο κελί του πίνακα $M[E,e]$.

10. $E \rightarrow \epsilon$

Προσθήκη του $E \rightarrow \epsilon$ στο $M[E,x]$ για κάθε τερματικό x που ανήκει στο $\text{FOLLOW}\{E\}=\{\$ \}$. Δηλαδή, προσθήκη του $E \rightarrow \epsilon$ στο $M[E,\$]$.

Η συντακτική ανάλυση της συμβολοσειράς $acde$ δίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

MATCHED	STACK	INPUT
	S\$	acde\$
	ABDCE\$	acde\$
	aBCDE\$	acde\$
a	BCDE\$	cde\$
a	CDE\$	cde\$
a	cDE\$	cde\$
ac	DE\$	de\$
ac	dE\$	de\$
acd	E\$	e\$
acd	e\$	e\$
acde	\$	\$
acde\$		

Ερώτημα 13

Να υπολογιστούν τα First Sets, τα Follow Sets και ο πίνακας προγνωστικής ανάλυσης για την ακόλουθη γραμματική. Πραγματοποιήστε συντακτική ανάλυση (καθοδηγούμενη από πίνακα) για τη συμβολοσειρά $(a^*(a+b))$.

$S \rightarrow (D)$

$D \rightarrow EF$

$E \rightarrow a|b|S$

$F \rightarrow *D|+D|\epsilon$

Λύση

Τα First Sets των τερματικών είναι τα ίδια τα τερματικά. Τα First Sets των μη τερματικών είναι τα ακόλουθα:

- $\text{FIRST}(S) = \{ (\}$
- $\text{FIRST}(D) = \{ a, b, (\}$
- $\text{FIRST}(E) = \{ a, b, (\}$
- $\text{FIRST}(F) = \{ *, +, \epsilon \}$

Τα Follow sets των μη τερματικών είναι τα ακόλουθα:

- $\text{FOLLOW}(S) = \{ \$, *, +,) \}$
- $\text{FOLLOW}(D) = \{ \}$
- $\text{FOLLOW}(E) = \{ *, +,) \}$
- $\text{FOLLOW}(F) = \{ \}$

Ο προγνωστικός πίνακας ανάλυσης όπως προκύπτει από τα First Sets τα Follow Sets και τον αλγόριθμο συμπλήρωσής του είναι ο ακόλουθος:

	()	a	b	*	+	\$
S	$S \rightarrow (D)$						
D	$D \rightarrow EF$		$D \rightarrow EF$	$D \rightarrow EF$			
E	$E \rightarrow S$		$E \rightarrow a$	$E \rightarrow b$			
F		$F \rightarrow \epsilon$			$F \rightarrow *D$	$F \rightarrow +D$	

Η συντακτική ανάλυση της συμβολοσειράς $(a^*(a+b))$ δίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

MATCHED	STACK	INPUT
	S\$	(a*(a+b))\$
	(D)\$	(a*(a+b))\$
(D)\$	a*(a+b))\$
(EF)\$	a*(a+b))\$
(aF)\$	a*(a+b))\$
(a	F)\$	*(a+b))\$
(a	*D)\$	*(a+b))\$
(a*	D)\$	(a+b))\$
(a*	EF)\$	(a+b))\$
(a*	SF)\$	(a+b))\$
(a*	(D)F)\$	(a+b))\$
(a*(D)F)\$	a+b))\$
(a*(EF)F)\$	a+b))\$
(a*(aF)F)\$	a+b))\$
(a*(a	F)F)\$	+b))\$
(a*(a	+D)F)\$	+b))\$
(a*(a+	D)F)\$	b))\$
(a*(a+	EF)F)\$	b))\$
(a*(a+	bF)F)\$	b))\$
(a*(a+b	F)F)\$))\$
(a*(a+b)F)\$))\$
(a*(a+b)	F)\$)\$
(a*(a+b))\$)\$
(a*(a+b))	\$	\$
(a*(a+b))\$		

Ερώτημα 14

Να υπολογιστούν τα First Sets, τα Follow Sets και ο πίνακας προγνωστικής ανάλυσης για την ακόλουθη γραμματική. Πραγματοποιήστε συντακτική ανάλυση (καθοδηγούμενη από πίνακα) για τις συμβολοσειρές aab και acb.

$$S \rightarrow Bb|Cd$$

$$B \rightarrow aB|\epsilon$$

$$C \rightarrow cC|\epsilon$$

Λύση

Τα First Sets των τερματικών είναι τα ίδια τα τερματικά. Τα First Sets των μη τερματικών είναι τα ακόλουθα:

- $\text{FIRST}(S) = \{a, b, c, d\}$
- $\text{FIRST}(B) = \{a, \epsilon\}$
- $\text{FIRST}(C) = \{c, \epsilon\}$

Τα Follow Sets των μη τερματικών είναι τα ακόλουθα:

- $\text{FOLLOW}(S) = \{\$ \}$
- $\text{FOLLOW}(B) = \{b\}$
- $\text{FOLLOW}(C) = \{d\}$

Ο προγνωστικός πίνακας ανάλυσης όπως προκύπτει από τα First Sets τα Follow Sets και τον αλγόριθμο συμπλήρωσής του είναι ο ακόλουθος:

	a	b	c	d	\$
S	$S \rightarrow Bb$	$S \rightarrow Bb$	$S \rightarrow Cd$	$S \rightarrow Cd$	
B	$B \rightarrow aB$	$B \rightarrow \epsilon$			
C			$C \rightarrow cC$	$C \rightarrow \epsilon$	

Η συντακτική ανάλυση της συμβολοσειράς aab δίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

MATCHED	STACK	INPUT
	S\$	aab\$
	Bb\$	aab\$
	aBb\$	aab\$
a	Bb\$	ab\$
a	aBb\$	ab\$
aa	Bb\$	b\$
aa	b\$	b\$
aab	\$	\$
aab\$		

Η συντακτική ανάλυση της συμβολοσειράς acb δίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

MATCHED	STACK	INPUT
	S\$	acb\$
	Bb\$	acb\$
	aBb\$	acb\$
a	Bb\$	cb\$
error		

Ερώτημα 15

Γράψτε σε C, υλοποίηση αναδρομικού συντακτικού αναλυτή για τη γραμματική που ακολουθεί:

$$E \rightarrow E + T | T$$

$$T \rightarrow T * F | F$$

$$F \rightarrow (E) | id$$

Λύση

Αρχικά, πραγματοποιείται αφαίρεση της αριστερής αναδρομής:

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' | \epsilon$$

$$T \rightarrow FT'$$

$$T' \rightarrow *FT' | \epsilon$$

$$F \rightarrow (E) | id$$

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <string.h>
```



```
char *input;
int i, error;

void fE(); void fEp(); void fT(); void fTp(); void fF();

int main() {
    input = "a+(a*a)";
    i = 0; error = 0;
    fE();
    printf("length=%i, _error=%i\n", i, error);
    if (strlen(input) == i && error == 0)
        printf("%s accepted\n", input);
    else
        printf("%s rejected\n", input);
}

void fE() {
    fT();
    fEp();
}

void fEp() {
    if (input[i] == '+') {
        i++;
        fT();
        fEp();
    }
}

void fT() {
    fF();
    fTp();
}

void fTp() {
    if (input[i] == '*') {
        i++;
        fF();
        fTp();
    }
}

void fF() {
    if (input[i] == '(') {
        i++;
        fE();
        if (input[i] == ')')
            i++;
    }
}
```

```
        else
            error = 1;
    } else if (input[i] == 'a')
        i++;
    else
        error = 1;
}
```

Ο κώδικας βρίσκεται στο https://github.com/chgogos/uoi_compilers/blob/master/recursive_descent_parser/backtrack4.c