

| | |
|------|-------------|
| 队伍编号 | 21190040007 |
| 题号 | C |

基于有限差分法的散热机理建模与海底数据中心优化设计

摘要

本文从热力学理论和场理论出发，建立了**三维传热模型**，并使用计算机数值模拟得到温度场的分布。并在此基础上讨论了影响散热效果的各种因素。进一步对不同问题中服务器个数进行了优化。

对问题一，首先结合 *Fourier* 热传导定律和能量守恒方程推导出温度分布需满足的微分方程，并结合边界条件与场的唯一性定理，建立了**三维传热模型**。其次，采用**有限差分法**将圆柱体进行划分，并选取 *Gauss-Seidel* 迭代法，求解出服务器分布给定时的最高温度。接下来，我们引入“模块化”思想简化问题，对服务器的放置进行了优化，最后得到结论：在仅考虑服务器的散热需求下，最多可在圆柱体外壳内摆放**449**个服务器，有效空间利用率为**73.7%**。

对问题二，对可以解释的传热面积进行定量分析；对于难以使用机理分析解释的湍流问题，参照文献结论进行定性分析。构建单目标优化模型，得到以下优化**原则**：

- 尽可能充分利用外壳表面积加装翅片；
- 安装翅片尽量不要占用外壳内部的体积；
- 在允许体积范围内让翅片尽可能高；
- 翅片的厚度、翅片间的间隙应视具体情况取一个较小值；
- 可以在翅片上制作凸起以增大传热表面积。

假设翅片的加装使得外壳的散热效果达到了理想状态，即外壳温度等于海水温度时，得到的优化结果是**493**个机箱，有效空间利用率为**81.0%**。

对问题三，为找出最优的数据中心外壳材料，首先对附件给出的材料进行初筛，剔除一些明显不合适与水下场景的材料。然后，构建**综合评价决策模型**，采用 *Topsis* 解法在成本、耐压性能、抗腐蚀性能三个指标上对剩余材料给出综合评分，最终求得**综合性能最优的材料型号为 AISI 1080 Steel**，其具有令人满意的成本和使用年限。在问题 2 的基础上采用该材料，使用模块化摆放策略得到的最优解为**549**个，将有效空间利用率进一步提升至**90.1%**。

对问题四，季节和洋流对散热的影响具体表现在水温的长期和短期变化，以及水流的定向流动。将长期和短期变化**分开考虑**，得到不同的结论和建议，其中研究水温短期变化对散热的影响采用了**复频域分析法**。并分析了潮汐导致海水定向流动对散热的影响。综合以上分析得出结论：水温整体水平的变化会影响散热条件，水温升高散热条件变差，反之变好，水温的快速变化对外壳材料提出新的要求；而洋流的流动会使得数据中心表面温度分布不均，出现局部高温，使散热条件变差。

对问题五，按照要求给华为公司的有关部门写了一封建议信，综合了以上问题中得出的结论，对实际的工程建设具有一定的指导意义。

最后，对模型进行误差分析及稳定度与灵敏度检验，证明了简化假设和模型建立的合理性。

关键词：牛顿冷却定律；有限差分法；*Gauss-Seidel* 迭代法；*Topsis* 综合评价模型；频域分析法

| | |
|--|----|
| 1 问题重述 | 1 |
| 1.1 问题背景 | 1 |
| 1.2 问题重述 | 1 |
| 2 问题分析 | 1 |
| 3 模型假设 | 2 |
| 4 符号说明 | 2 |
| 5 我们的工作 | 3 |
| 6 模型的建立与求解 | 3 |
| 6.1 建模前的准备 | 3 |
| 6.1.1 推导泛定方程 | 3 |
| 6.1.2 量化外壳温度 | 4 |
| 6.1.3 边界条件 | 4 |
| 6.2 问题一的建模与求解 | 5 |
| 6.2.1 温度分布模型的建立与求解 | 5 |
| 6.2.2 服务器的“模块化”处理 | 7 |
| 6.2.3 优化模型的建立和求解 | 8 |
| 6.2.4 本问解答中得到的一个重要结论 | 10 |
| 6.3 问题二的建模与求解 | 10 |
| 6.3.1 翅片对散热影响的初步分析 | 10 |
| 6.3.2 对占用面积的优化 | 11 |
| 6.3.3 优化翅片的安装策略 | 11 |
| 6.3.4 分析翅片设计的原则 | 13 |
| 6.3.5 分析模型所得结论 | 13 |
| 6.4 问题三的建模与求解 | 13 |
| 6.4.1 海水水温、压强及腐蚀度与深度的关系 | 13 |
| 6.4.2 建立综合评价模型 | 14 |
| 6.4.3 综合评价模型的求解 | 15 |
| 6.4.4 求解的结果 | 17 |
| 6.5 问题四的建模与解决 | 18 |
| 6.5.1 季节导致的海水温度变化对散热的影响 | 18 |
| 6.5.2 潮汐导致海水定向流动对散热的影响 | 20 |
| 6.5.3 季节和潮汐对散热影响的总结 | 21 |
| 问题五的解决 | 21 |
| 7 结果检验及误差分析 | 22 |
| 7.1 当 T_{sea} 发生一定范围内的变化时， T_{max} 的变化情况分析 | 22 |
| 7.2 T_{max} 和 Δr （集装箱半径的误差）的关系分析 | 23 |
| 7.3 $Topsis$ 模型中，得分排序结果对指标权重变化的敏感性分析 | 23 |
| 8 模型评价 | 23 |
| 9 模型改进与推广 | 24 |
| 10 参考文献 | 24 |

1 问题重述

1.1 问题背景

在高速发展的信息时代，数据中心的高度集成化导致机房内部各种设备越来越多，消耗了大量能量，而在其中电子器件散热能耗占比极大。目前散热能耗问题已经成为数据中心建设过程中最为关注的内容之一。

传统大数据中心主要建设在内陆地区，不仅占用了大量土地，而且冷却设备需要消耗大量的电能和冷却水资源，因此为了解决散热能耗问题，日前提出了“海底数据中心项目”的新概念。

“海底数据中心项目”是将多种互联网设施集成在带有先进冷却功能的海底密闭的压力容器中，用海底复合缆供电，并将数据回传至互联网；海底数据中心利用流动海水对互联网设施进行散热，有效节约了能源。相比与传统数据中心，其对岸上土地占用极少，没有冷却塔，无需淡水消耗，既可以包容海洋牧场、渔业网箱等生态类活动，又可与海上风电、海上石油平台等工业类活动互相服务。简而言之，将数据中心部署在沿海城市的附近水域可以极大地缩短数据与用户的距离，不仅无需占用陆上资源，还能节约能源消耗，是完全绿色可持续发展的大数据中心解决方案。

1.2 问题重述

问题一：圆柱形数据中心的尺寸已给出，其悬空放置在 20°C 的海水里，内部单个服务器的产热为 500W （即正常工作温度不能超过 80°C ），服务器尺寸也已给出，请评估单个集装箱外壳中最多可以放多少个服务器。

问题二：结合第一问的分析，考虑如何设计集装箱外壳的结构（如在圆柱体，长方体等上考虑翅片结构），可以实现最大化的散热效果，即存放更多的服务器。

问题三：较深的海水具有较低的温度，能取得更好的散热效果，同时增大的压力会对集装箱外壳的耐压能力提出更高的要求。海水本身是一种强腐蚀介质，直接与海水接触的各种金属结构物都不可避免地受到海水的腐蚀。要求在问题二的基础上进一步选择合适的材料和海底深度进行优化设计，进一步提高散热效果，并尽可能降低成本，提高使用年限。

问题四：潮汐和季节会改变局部水位和温度，并带来暂时性的海水流动，可能对数据中心的散热带来一定影响。请考虑潮汐和季节变化等因素对海底数据中心集装箱散热效果的影响。

问题五：根据之前问题的结果写一封建议信给相关公司的海底数据中心散热设计部门。

2 问题分析

问题一：本题给出了集装箱、服务器的尺寸，以及服务器的产热和耐热性能。要求对允许的最大服务器数量进行评估。解题重点在于建立能够模拟集装箱内部温度分布情况的模型，并求解出内部的最高温度。此后基于得到的结果，构建优化模型以达到优化服务器数目的目的。拟采用机理分析法建立关于温度的微分方程，再使用计算机进行模拟求解。并构建优化模型得到最大服务器数目。

问题二：在第一题的基础上，本题要求加装散热翅片，优化散热以达到存放更多服务器的目的，因此需要考虑翅片结构对于外壳散热的影响。本题难点在于翅片的加装会导致外壳附近产生湍流，而湍流是难以使用机理分析法进行精确建模的。解决方法是通过分析相关文献得出定性分析，对于可以定量考虑的部分因素（如表面积等）进行定量分析。由此得到翅片设计的优化方案，进一步得出散热情况达到理想时最大服务器数目。

问题三：，本题要求在第二题的基础上考虑材料的选取和海水温度的变化对散热的影响。其重点在于厘清海水深度、温度、海水压强、腐蚀度等变量和材料各项理化性质之间的关系。解决方法是结合附录中的材料种类，采用 *Topsis* 综合评价模型对离散的材料性质进行评估，选取综合性能最优良的材料，并以此为基础继续优化服务器数量

问题四：本题要求结合新的影响因素（潮汐和季节变化），考虑潮汐和季节变化会产生水温、水流变化对散热效果的影响。问题难点在于所引入的影响因素是前面建模未考虑到的，需要对模型进行修正，或建立新的模型分析散热效果

问题五：本题要求给互联网的有关部门写一封建议信，综合考虑对之前问题分析所得出的结论，并给出有实际应用价值的建议。

3 模型假设

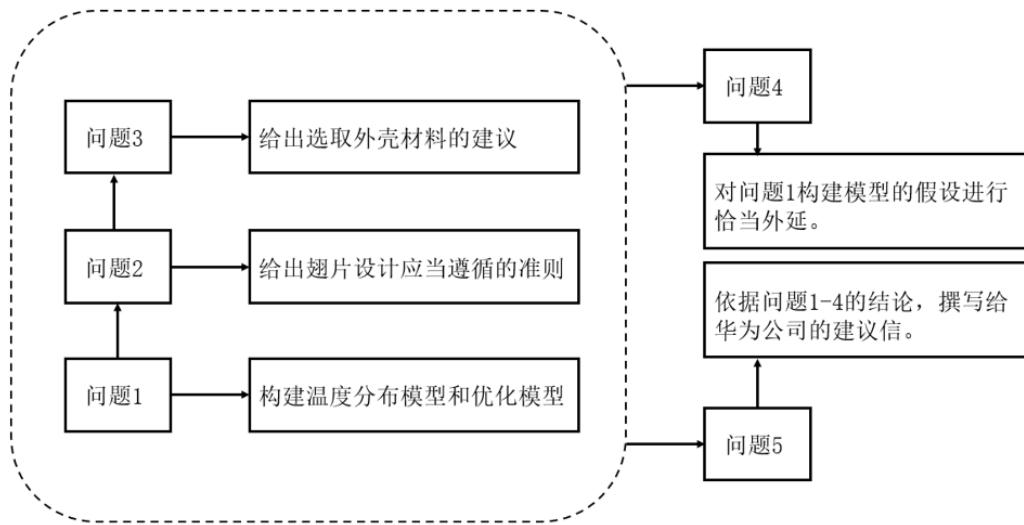
基于部分研究支撑及对次要问题的简化，我们做出如下假设：

- （1）集装箱外壳与海水之间的传热方式为对流传热、集装箱外壳与内部的传热方式为热传导。
- （2）无洋流情况下，集装箱所在区域附近的海水温度可认为是均匀分布的。
- （3）集装箱外壳材料均匀且具有各向同性。
- （4）集装箱内部由空气传热，空气具有各向同性。
- （5）不计空气受热膨胀对集装箱内部空气热力学参数的影响。
- （6）每个机箱持续发热且功率相等，均为 $500W$ 。

4 符号说明

| 符号 | 含义 | 单位 |
|------------|-----------|-------------|
| A_{sum} | 集装箱散热总面积 | m^2 |
| T_{surf} | 集装箱内表面温度 | $^{\circ}C$ |
| T_{sea} | 海洋温度 | $^{\circ}C$ |
| T_{max} | 集装箱内温度最大值 | $^{\circ}C$ |
| N | 服务器数量 | 个 |
| H | 集装箱高度 | m |
| R | 集装箱截面直径 | m |

5 我们的工作



6 模型的建立与求解

6.1 建模前的准备

6.1.1 推导泛定方程

为建立传热模型，首先引入热量守恒定律如下：

$$Q_{\Delta T} = Q_{input} + Q_{out} \quad \dots\dots (1)$$

基于定解问题的适定性，推导泛定方程如下：

① 温度变化所需能量 $Q_{\Delta T}$ ：

设物体 G 的比热容为 $c(x, y, z)$ ，密度为 $\rho(x, y, z)$ ，那么包含点 (x, y, z) 的体积微元 dV 的温度从 $T(x, y, z, t_1)$ 变为 $T(x, y, z, t_2)$ 所需要的热量为：

$$dQ_{\Delta T} = c\rho[T(x, y, z, t_2) - T(x, y, z, t_1)]dV$$

则整个物体温度变化所需要的能量 $Q_{\Delta T}$ 为：

$$\begin{aligned} Q_{\Delta T} &= \iiint dQ_{\Delta T} = \iiint c\rho[T(x, y, z, t_2) - T(x, y, z, t_1)]dV \\ &= \iiint c\rho \left(\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial T}{\partial t} dt \right) dV = \int_{t_1}^{t_2} \left(\iiint c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt \quad \dots\dots (2) \end{aligned}$$

② 净传入的能量 Q_{input} ：

由 *Fourier* 热传导定律，从 t_1 到 t_2 这段时间进入空间的热量为：

$$Q_{input} = \int_{t_1}^{t_2} \iint_S k(x, y, z) \frac{\partial T}{\partial n} dS dt \quad \dots\dots (3)$$

由 Gauss 公式可知:

$$\iiint \operatorname{div} A dx dy dz = \iint A \cdot n dS_x \quad \dots\dots (4)$$

综上可得:

$$Q_I = \int_{t_1}^{t_2} \left[\iiint \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) dV \right] dt \quad \dots\dots (5)$$

③ 热源释放的能量 Q_{out} :

用 $F(x, y, z, t)$ 表示热源强度, 即单位时间内单位体积热源放出热量, 则从 t_1 到 t_2 这段时间内热源提供的热量为:

$$Q_{out} = \int_{t_1}^{t_2} \left[\iiint F(x, y, z, t) dV \right] dt \quad \dots\dots (6)$$

综上所述, 由上述①②③, 引入热量守恒定律:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \left(\iiint c\rho \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt &= \int_{t_1}^{t_2} \left[\iiint \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) dV \right] dt \\ &+ \int_{t_1}^{t_2} \left[\iiint F(x, y, z, t) dV \right] dt \quad \dots\dots (7) \end{aligned}$$

由空间及时间的任意性, 上式可化为:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + F(x, y, z, t) \quad \dots\dots (8)$$

考虑系统达到稳态, 则 $Q_{\Delta T}$ 在稳态条件下恒为 0。

引入哈密顿算子, 则 (9) 式可化为:

$$\theta = k \nabla^2 T + F(x, y, z, t) \quad \dots\dots (9)$$

即为泛定方程:

$$\nabla^2 T = - \frac{F}{k} \quad \dots\dots (10)$$

6.1.2 量化外壳温度

基于假设: 洋流对集装箱外壳对流传热过程的影响视为各向同性。各方向上基于牛顿冷却定律, 均有:

$$\Delta Q = A_{sum} \cdot h \cdot (T_{surf} - T_{sea}) \quad \dots\dots (11)$$

则可解出外壳表面温度的稳态解为:

$$T_{surf} = T_{sea} + \frac{NQ_0}{A_{sum} \cdot h} \quad \dots\dots (12)$$

其中 h 为表面传热系数, 经查阅资料, 在水中取值为 $200 \sim 1000 W/(K \cdot m^2)$, 为简化模型, 取 $h = 500 W/(K \cdot m^2)$ 便于后续计算。

6.1.3 边界条件

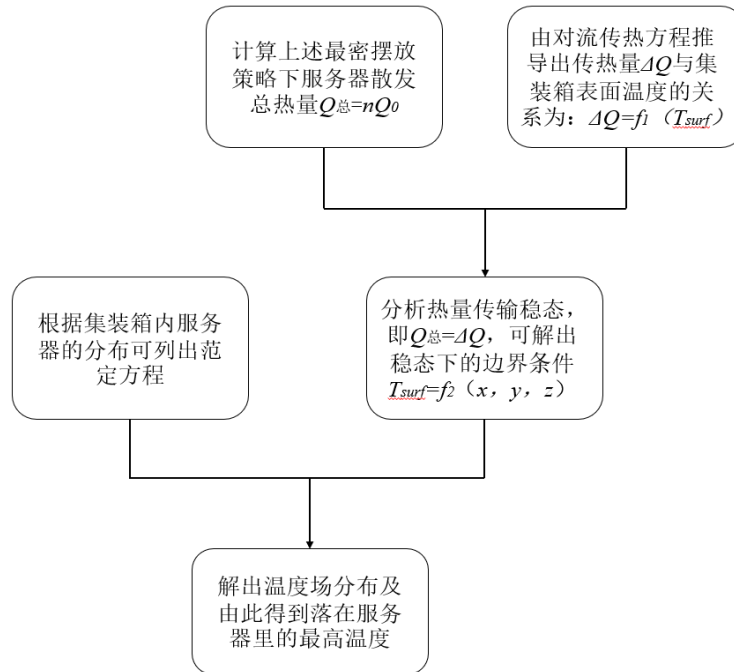
取用 *Dilichlet* 边界条件:

$$\begin{cases} -(T_{xx} + T_{yy} + T_{zz}) = f(x, y, z) & (x, y, z) \in \Omega \\ T(x, y, z)|_{\partial\Omega} = \varphi(x, y, z) & (x, y, z) \in \Omega \end{cases} \quad \dots\dots (13)$$

6.2 问题一的建模与求解

6.2.1 温度分布模型的建立与求解

通过分析热力学过程，为了建立并解答温度分布模型，作出如下流程图：



I.关于有限差分法

有限差分法，即 *FDM*，是一种微分方程数值方法，是通过有限差分来近似导数，从而寻求微分方程的近似解。

将求解场域（外壳内部）剖分为很多网格和节点，并用差商代替微商，将场域中的偏微分方程（泛定方程）转化成以各节点温度为未知量的差分方程组，解该方程组可得到各离散点待求温度的数值解。从而得到整个场的温度分布情况。

II.推导边界条件

由对外壳温度的量化公式，且考虑外壳上温度均匀。

考虑其为 *Dilichlet* 边界条件：

令点集 $\mathbf{Surf} \left\{ (i, j, k) \left| \left| (i \cdot \Delta x)^2 + (k \cdot \Delta z)^2 - \left(\frac{R}{2} \right)^2 \right| \leq \varepsilon \right. \right\}$ 为边界， ε 为较小值，取

0.02，温度 T_{surf} 为恒定值。

III.有限差分法的求解步骤

(1) 为了求解温度场，对空间进行网格划分。

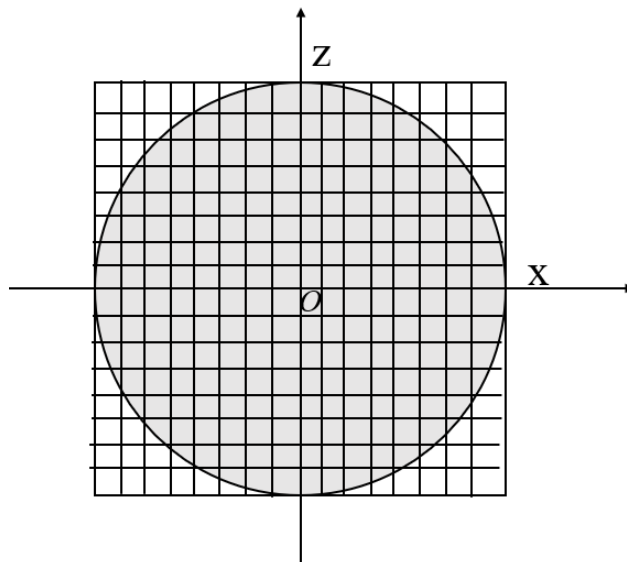
以圆柱轴线为 y 轴，问题所研究的圆柱形三维空间可表达为：

$$\Omega^3 \left\{ (x, y, z) \left| -\frac{R}{2} \leq x \leq \frac{R}{2}, -\frac{R}{2} \leq z \leq \frac{R}{2}, 0 \leq y \leq H \right. \right\} \quad \cdots \cdots (14)$$

在 x 、 z 方向上网格划分为 m 份， y 方向上网格划分为 n 份，则网格长度可计算得：

$$\Delta x = \Delta z = \frac{R}{m}, \quad \Delta y = \frac{H}{n}$$

如下图，按照划分间距沿圆柱轴向进行分割：



(2) 对泛定方程进行离散化处理

对于体积微元分析，结合泛定方程可得：

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} =$$

$$\frac{f(x + \Delta x, y, z) + f(x - \Delta x, y, z) + f(x, y + \Delta y, z) + f(x, y - \Delta y, z)}{\Delta^2}$$

$$+ \frac{f(x, y, z + \Delta z) + f(x, y, z - \Delta z) - 6f(x, y, z)}{\Delta^2} = -\frac{f}{K}$$

将其离散化，可取 $\Delta = 1$ ，则上式可化为：

$$f(i, j, k) =$$

$$\frac{1}{6} [f(i + 1, j, k) + f(i - 1, j, k) + f(i, j + 1, k) + f(i, j - 1, k)]$$

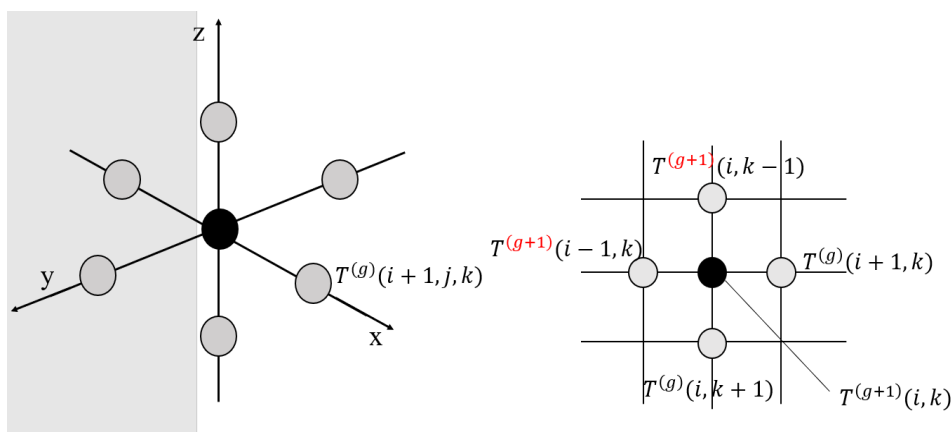
$$+ \frac{1}{6} \left[f(i, j, k + 1) + f(i, j, k - 1) + \frac{f}{K} \right]$$

即：

$$f^{m+1}(i, j, k) = \frac{1}{6} \left(\sum f^m(i, j, k) + \frac{f}{K} \right) \quad \dots\dots (15)$$

(式中 m 为迭代的代数)

离散处理示意图为：



对在服务器内的点，考虑使用 *Poisson* 方程：

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{f}{K} \quad \dots\dots (16)$$

对不在服务器内的点，考虑使用 *Laplace* 方程：

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots (17)$$

结合之前推出的 *Dilichlet* 边界条件即可进行计算机数值模拟。

(3) 选取迭代算法

简单迭代法公式为：

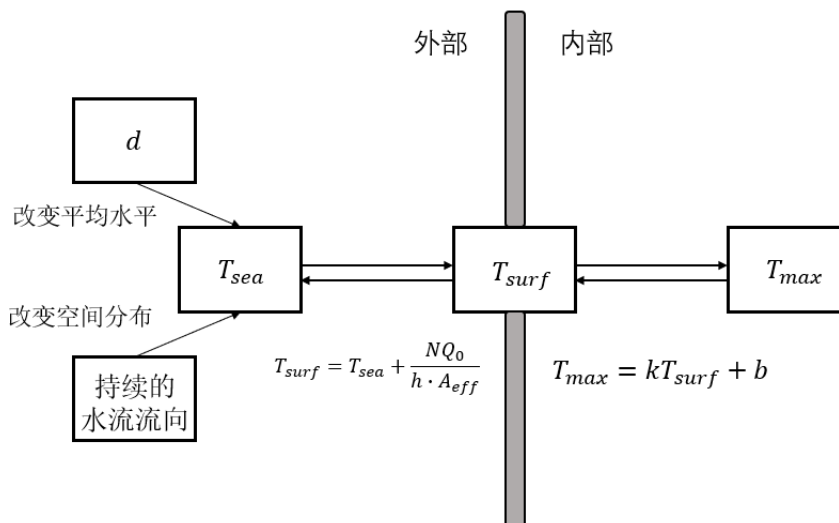
$$T_{(i,j,k)}^{(k+1)} = \frac{\sum_6 T_{\text{周围}}^{(k)}}{6} \quad \dots\dots (18)$$

Gauss-Seidel 迭代公式为：

$$T_{(i,j,k)}^{(k+1)} = \frac{\sum_3 T^{(k+1)} + \sum_3 T^{(k)}}{6} \quad \dots\dots (19)$$

Gauss-Seidel 迭代法具有更快的迭代速度，达到收敛的时间更短，因此选用 *Gauss-Seidel* 迭代法。

(4) 各变量约束关系如下图所示：



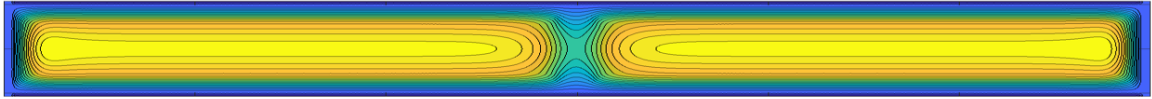
6.2.2 服务器的“模块化”处理

I. 引入“模块化”思想

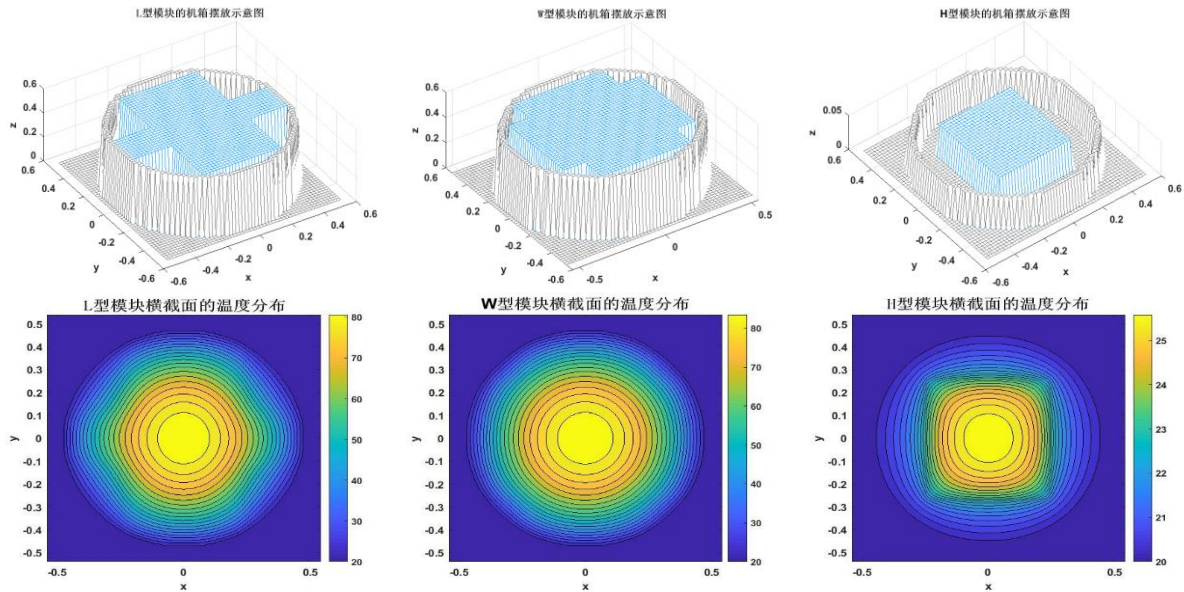
服务器的安装为 *NP-hard* 问题ⁱ，为简化问题分析，将服务器的安装模块化，这一简化符合实际工程中对服务器“模块化”的需求，便于安装、维护及检修。

II. “模块化”处理的结果

分别将服务器的长度、宽度及高度分别平行于集装箱轴线的摆放方式视为三类模块，每一类模块均达到了圆柱纵截面的最优摆放，在摆放尽可能多的机箱时使得中央温度最低，将其命名为 L、W、H 模块，其相关参数和结构图示如下所示：



| | L | W | H |
|----------------------------|-------|--------|---------|
| H_i/m | 0.525 | 0.4826 | 0.04445 |
| $T_{max}/^{\circ}\text{C}$ | 83.66 | 86.68 | 25.86 |
| $N/\text{个}$ | 24 | 25 | 1 |



6.2.3 优化模型的建立和求解

I. 不考虑散热的装箱优化模型

计算当服务器的长度 l ，宽度 w 及高度 h 分别平行于集装箱轴线时最大的安装层数分别为：

$$N_{lmax} = \left\lfloor \frac{H}{l} \right\rfloor, \quad N_{wmax} = \left\lfloor \frac{H}{w} \right\rfloor, \quad N_{hmax} = \left\lfloor \frac{H}{h} \right\rfloor$$

符号“ $\lfloor \]$ ”表示向下取整数最大值

由计算可知，每层分别可沿径向堆叠 24, 25, 1 个服务器。

则可转化为以下装箱优化模型：

决策变量：各模块放置层数 N_l ， N_w 及 N_h

目标函数： $Max \ N = 24N_l + 25N_w + N_h \quad \dots\dots (20)$

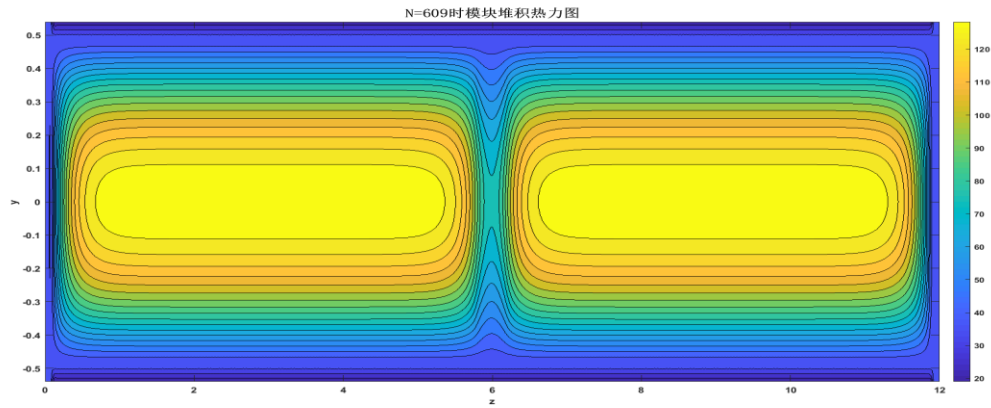
约束条件：

$$\begin{cases} 0 \leq N_l \leq N_{lmax} \\ 0 \leq N_w \leq N_{wmax} \\ 0 \leq N_h \leq N_{hmax} \end{cases}$$

利用 $matlab$ 计算得到最优解为：

$$N_l = 0, \quad N_w = 24, \quad N_h = 9$$

即将服务器以长度 N_l 边与轴线平行安装 24 层，以长度 N_h 边与轴线平行安装 9 层，共 609 个服务器。其热力图如下所示：



II. 考虑散热的修正模型

综合以上分析，重新规划目标函数（20）的约束如下：

引入数列 $\{s_i\}$ 表示各层模块的摆放顺序

$$s_i = \begin{cases} 1, & i \text{ 位置为 } L \text{ 模块} \\ 2, & i \text{ 位置为 } W \text{ 模块}, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \\ 3, & i \text{ 位置为 } H \text{ 模块} \end{cases} \quad \dots\dots (21)$$

决策变量： N_l, N_w, N_h, s_i

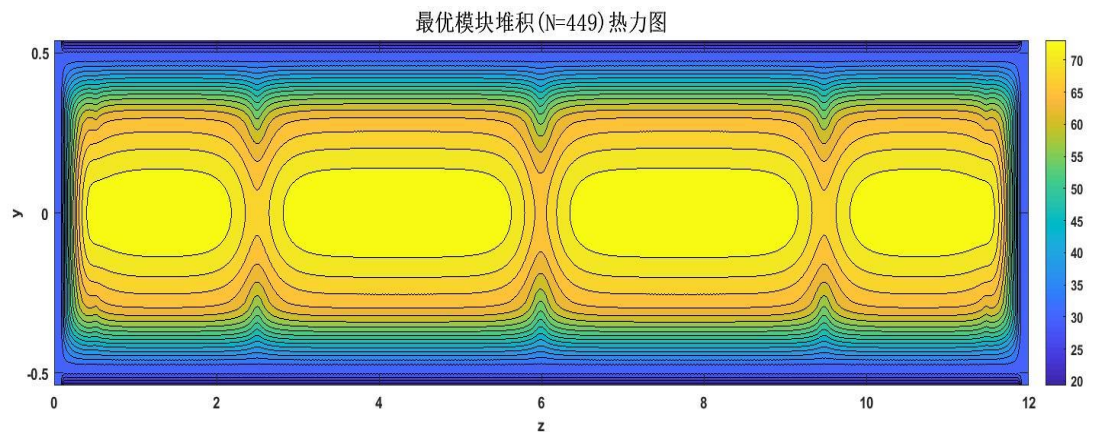
目标函数： $Max N = 24N_l + 25N_w + N_h$

约束更新为：

$$\begin{cases} 0 \leq N_l \leq N_{lmax} \\ 0 \leq N_w \leq N_{wmax} \\ 0 \leq N_h \leq N_{hmax} \\ T_{max} \leq 80^\circ C \end{cases}$$

考虑到各模块中央高温均超过 80 度，对每个模块的二维摆放进行优化，即逐个去掉离中心最近的服务器。

经过计算，仅考虑服务器的散热需求时，使用模块化摆放策略得到的最优解为 449 个，有效空间利用率为 73.7%，热力图如下：



6.2.4 本问解答中得到的一个重要结论

在定解问题中，外界因素只能通过改变外壳表面温度对外壳内部温度分布产生影响。换言之，可以用 T_{surf} 表征散热条件， T_{surf} 越大散热条件越好，反之越差。

T_{surf} 的表达式为：

$$T_{surf} = T_{sea} + \frac{NQ_0}{h \cdot A_{sum}}$$

这个公式将被用来解释此后各个问题的各类影响因素对散热条件的影响，是贯穿整个解题过程的重要结论。

6.3 问题二的建模与求解

6.3.1 翅片对散热影响的初步分析

在此前对模块二维排布的优化中，可知圆柱的半径对模块的个数限制作用十分明显。故不应把已经用于安装服务器的内部空间用来加装散热器。

外表面加装翅状散热器不仅会改变集装箱与水流的传热面积，也会改变水流流动的性质从而使单位面积的传热效率发生变化，由于所产生的湍流极为复杂，故难以用机理分析法确定传热效率的表达式，目前的主流研究方法均是基于专业软件仿真与实验对比的方法。在接受前人研究结果的基础上，构建“有效表面积”模型对此问题进行研究。推导如下：

由牛顿冷却定律：

$$\Delta Q = A_{sum} \cdot h \cdot \Delta T$$

加装散热翅片后外壳表面积由两个部分组成：

$$A_{sum} = A_{fd} + A_{re}$$

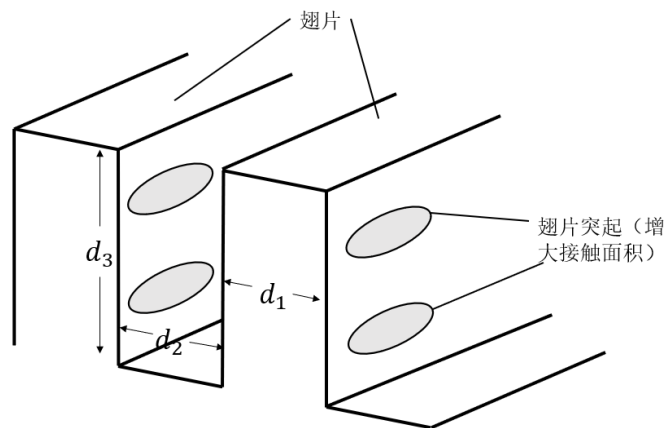
（其中 A_{fd} 是加装翅片占用外壳的表面积， A_{re} 是外壳剩余面积）

考虑流体性质的复杂化，引入修正系数 γ ，则修正后有效面积 A_{eff} 为：

$$A_{eff} = \gamma A_{fd} + A_{re} \quad \dots\dots (22)$$

γ 表示翅片单位面积的传热速率，主要受到湍流分布的影响。将两个影响因素——传热面积、湍流归结到 γ 中。以一个平直翅片为例，分析 A_{eff} 的影响因素，几何关系如图：

翅片示意图



表达为：

$$A_{eff} = d_2 H + \gamma (2d_3 + d_1) H \quad \dots\dots (23)$$

由经验公式, $\gamma = \frac{\tan (m d_2 h)}{m d_2}$ ⁱⁱⁱ, (m 为与翅片结构有关的结构参数)

6.3.2 对占用面积的优化

设置 A_{fd} 为决策变量, 优化模型如下:

目标函数: $Max A_{eff} = \gamma A_{fd} + A_{re}$

约束条件:
$$\begin{cases} 0 \leq A_{fd} \leq A_{sum} \\ A_{fd} + A_{re} = A_{sum} \end{cases}$$

易解得: $A_{fd} = A_{sum}$, 但这样安装意味着翅片间隙 $d_2 = 0$ ^{iv}, 失去了对流散热的作用, 因此不仅要使安装翅片区域尽可能大, 但也要留有间隙。

接下来对翅片表面积 A_{fd} 的影响因子进行优化

设置 $m, d_1, d_2, d_3, N_{\text{翅片}}$ 为决策变量, 建立优化模型如下:

目标函数: $A_{eff} = N_{\text{翅片}} [d_2 H + \gamma (2d_3 + d_1) H] \dots\dots (24)$

约束条件:
$$\begin{cases} (d_1 + d_2) \cdot N_{\text{翅片}} = \Pi R \\ 0 \leq d_3 \leq d_{3max} \\ 0 \leq d_2 \leq \Pi R \\ 0 \leq d_1 \leq \Pi R \end{cases}$$

6.3.3 优化翅片的安装策略

具体分析四个决策变量:

① 翅片厚度 d_1 与翅片间隙 d_2

用 γ 解释 I 中结论:

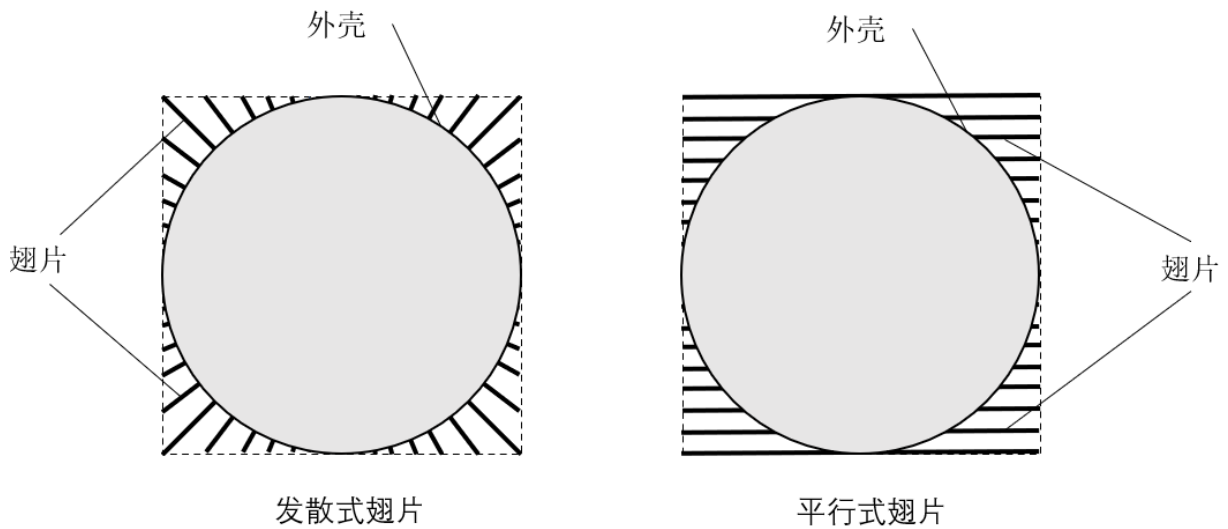
当 $d_2 \rightarrow 0$, 则 $m d_2 \rightarrow 0$, 此时间隙消失, 由 *L'Hospital* 法则可推知:

$$\lim \gamma = \lim \frac{\tan (m d_2 h)}{m d_2} = 1$$

$\gamma = 1$ 即修正系数不能起到作用, 可推知流体性质对集装箱不起作用, 即等同于无翅片的情况, 验证了 I 中的结论: 需在翅片间留出一定的间隙 d_2 。

② 翅片高度 d_3

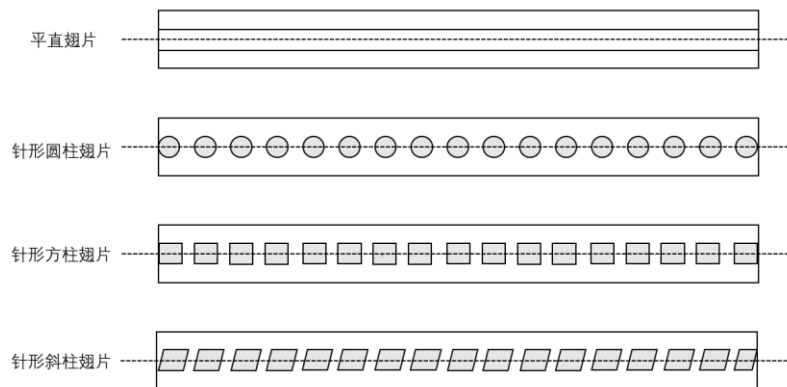
目标函数（11）中关于 d_3 的项为 $2N_{\text{翅片}}\gamma Hd_3$ ，由 γ 的经验公式， d_3 对 γ 几乎没有影响，考虑到 d_3 的约束条件为： $0 \leq d_3 \leq d_{3\max}$ ，即在集装箱尺寸范围内应尽可能增大 d_3 以最大化翅片有效面积，如下图所示：



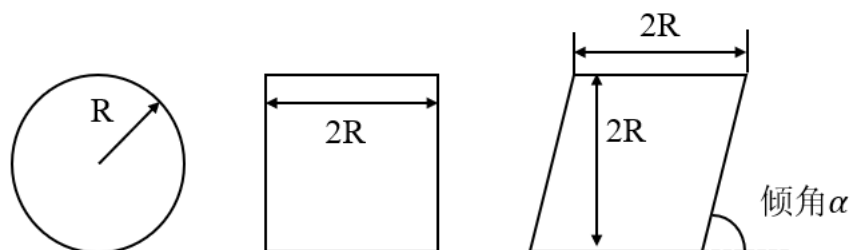
即翅片厚度 d_1 与 $N_{\text{翅片}}$ 负相关，因此 $N_{\text{翅片}}$ 的最优值应当视具体情况而合理选用。

③ 翅片类型

m 是翅片的结构参数，对不同的翅片类型，其 m 相差很大，翅片分为平直翅片和针形翅片，其中针形翅片又可以分为圆柱翅片、方柱翅片和斜柱翅片等多种结构，如下图所示：



其中上述三种针形柱设计的翅片尺寸如图：

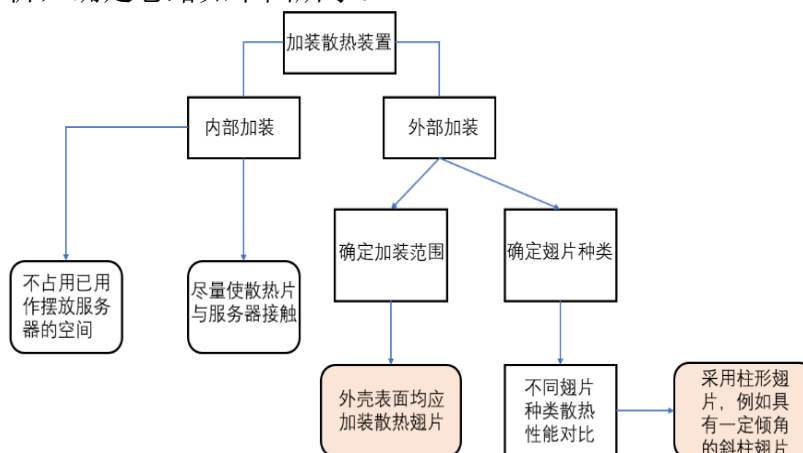


虽然针形翅片在一定程度上舍弃了 A_{fd} 的优化，但是这种设计改进了湍流的分布从而增大了 γ ，可以抵消 A_{fd} 的减小从而在整体上使 A_{eff} 达到一个更加优化的结果。经过大

量的实验证明，具有一定倾角的针形斜柱翅片的散热效果最好^v。

6.3.4 分析翅片设计的原则

根据上述分析，确定思路如下图所示：



6.3.5 分析模型所得结论

综上所述，可以得出问题二的一些结论：

- 1) 尽可能充分利用外壳表面积加装翅片；
- 2) 翅片安装形式应当采用是发散式而非平行式；
- 3) 翅片高度要在允许范围内尽可能高；
- 4) 翅片的厚度、翅片间的间隙应视具体情况取一个较小值；
- 5) 可以在翅片上加装凸点以增大传热表面积。

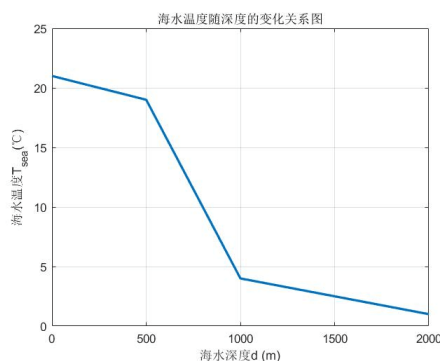
经过计算，在问题 1 的基础上，假设加装翅片使内外散热为理想状态，使用模块化摆放策略得到的最优解为 493 个，有效空间利用率为 81.0%。

6.4 问题三的建模与求解

6.4.1 海水水温、压强及腐蚀度与深度的关系

I. 海水温度与深度的关系

所查阅的资料显示，海水温度 T_{sea} 与深度 d 有着密切的关系，在 $d \leq 500m$ 区域内，存在恒温层，温度变化缓慢；在 $500m \leq d \leq 1000m$ 区域内，温度发生急剧变化；在 $1000m \leq d$ 的区域内，温度变化极为缓慢。将海洋温度随深度的变化情况进行线性简化，可得到 T_{sea} 随 d 变化的函数图形及解析式如下：



$$T_{sea} = \begin{cases} -\frac{1}{250}d + 21, & 0 \leq d \leq 500 \\ -\frac{3}{100}d + 34, & 500 < d \leq 1000 \\ -\frac{3}{1000}d + 7, & 1000 < d \leq 2000 \end{cases}$$

II. 海水压力与深度的关系

由力学知识可知，海洋中深度为 d 处的压力 ρ_d 为：

$$\rho_d = \rho g d$$

经过查阅文献可知，沉入海里的集装箱所承受的压力不仅与集装箱所用材料的性质有关，也与集装箱内外的结构有关，为简化分析，将题目所给附件中的铝合金7075（屈服强度为73ksi）作为基准，设其最大承压深度为1200m处，则其它材料的最大承压深度 d_m 可表示为：

$$d_m = \frac{\sigma_y}{73} \cdot 1200$$

III.海水的腐蚀性与其深度的关系

由查阅文献，海水的腐蚀性与其深度的关系较小，为简化模型，不再考虑。

6.4.2 建立综合评价模型

I .材料的理化性质

查阅资料，将附件中的各种材料的抗腐蚀性分为三个等级（优、良、差），并以一定范围内的随机数量化。若材料的抗腐蚀性为优，则将其抗腐蚀性量化为随机生成的7、8、9里的某个数；若材料的抗腐蚀性为良，则将其抗腐蚀性量化为随机生成的4、5、6里的某个数；若材料的抗腐蚀性为差，则将其抗腐蚀性量化为随机生成的1、2、3里的某个数。

II .材料的成本

集装箱所需成本的影响因素较多，为简化问题，计算集装箱的成本时仅计算外壳制造时所需的材料成本，考虑到对集装箱体积的限制，因此我们衡量集装箱外壳单位体积 $P_v(i)$ 的价格如下：

$$P_v(i) = P_m(i) \cdot g(i)$$

其中 $P_m(i)$ 为单位质量的价格， $g(i)$ 为材料的密度

综上所述，为了尽可能优化散热，同时考虑到水压、传热效率以及材料成本的问题，我们希望得到具备以下性质的材料：

- （1）较强的抗压能力 （2）较好的耐腐蚀性 （3）较低的成本

III. 对材料的初筛

为简化计算，减少算法复杂度，首先对材料进行初筛：

- ① 考虑到材料成本，排除Au、Ag等贵金属；
- ② 考虑到加工成本，排除塑料及高分子化合物等焊接、加工难度较大的材料；
- ③ 考虑到应用场景为海洋，排除木头、混凝土等不适合此应用场景的材料；
- ④ 去除难以得到的军用物资。

余下的材料为不锈钢、Ti合金、钢铁、Ni合金、Al合金、Cu及Cu合金等共计21种。为了进一步挑选较优的材料，建立综合评价模型。

以下是部分材料理化性能列表：

| 材料名 | 材料编号 | 价格（元/ m^3 ） | 最大承压深度 | 抗腐蚀度 |
|---------------------|------|---------------|---------|------|
| Aluminum alloy 5052 | 1 | 2.231 | 509.589 | 优 |
| Aluminum alloy 6061 | 2 | 2.45 | 657.534 | 优 |
| Aluminum alloy 7075 | 3 | 4.545 | 1200 | 差 |

IV.不同材料性能权重的确定

通过查阅资料，在符合客观规律的条件下主观确定不同材料性能的权重。

由于温度对散热条件影响极大，故温度为最重要的因素，赋予最高的权值；海水的腐蚀问题极大地决定了使用年限，应当具有高于成本但低于温度的权值。

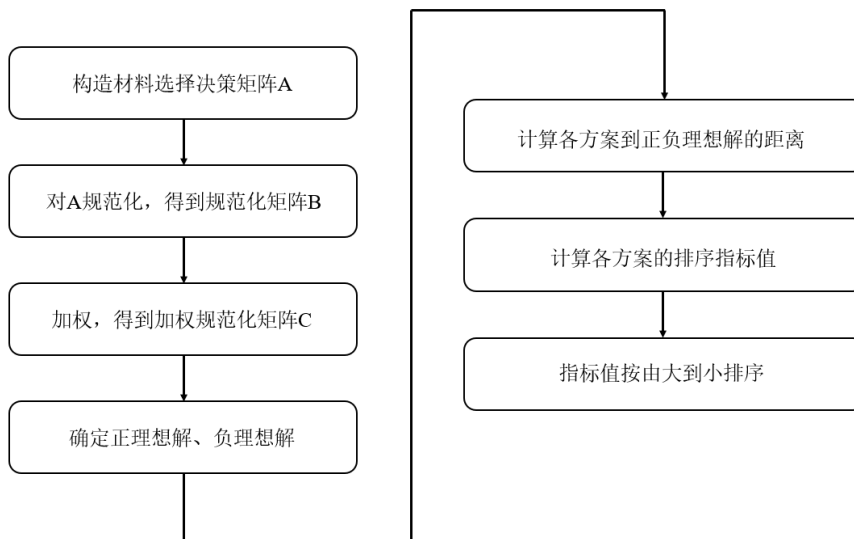
最终，对于这三者确定的权值为 $\left\{\frac{1}{4}, \frac{5}{12}, \frac{1}{3}\right\}$ 。

6.4.3 综合评价模型的求解

基于以上分析，考虑采用 $Topsis$ 法和聚类分析法对附件中的若干材料进行综合评价，从而顺利得到适合应用于当下场景的材料。

I. $Topsis$ 法的求解

$Topsis$ 法是一种有效的多指标评价方法，通过构造评价问题的正理想解和负理想解，即各指标的最优解和最劣解，通过计算每个方案到理想方案的相对贴近度，即靠近正理想解和远离负理想解的程度，来对方案进行排序，进而选出最佳方案。算法步骤示意图及详细解释如下：



(1) 确定决策矩阵 A

设材料选取方案集为 $M = \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_{21}\}$ ，衡量材料优劣的属性变量设为达到最大下潜深度时对应的温度 T_i ，材料单位体积的价格为 p_i ，耐腐蚀性级别为 $corr_i$ ，则方案集中每个方案 m_i 的属性值向量为 $[T_i, p_i, corr_i]$ ，其可理解为三维空间中的一个点可表征一个决策方案。因此我们可以得到决策矩阵如下：

$$A = \begin{bmatrix} T_1 & p_1 & corr_1 \\ T_2 & p_2 & corr_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{21} & p_{21} & corr_{21} \end{bmatrix} = (a_{ij})_{21 \times 3}$$

(2) 规范化决策矩阵

$$B = (b_{ij})_{21 \times 3}, \text{ 其中 } b_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{21} a_{ij}^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, 21; \quad j = 1, 2, 3$$

(3) 构造加权规范矩阵 $C = (c_{ij})_{12 \times 3}$ ，设定权重向量为 $w = [1, 1, 1]$ ，则：

$$c_{ij} = w_j \cdot b_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, 21; \quad j = 1, 2, 3$$

(4) 确定正理想解 c^* 和负理想解 c^0 ，设正理想解 c^* 第 j 个属性值为 c_j^* ，负理想解第 j 个属性值为 c_j^0 ，则有：

$$c_k^* = \begin{cases} \max c_{ij}, & j = 3 \\ \min c_{ij}, & j = 1, 2 \end{cases}$$

$$c_k^0 = \begin{cases} \min c_{ij}, & j = 3 \\ \max c_{ij}, & j = 1, 2 \end{cases}$$

(5) 计算各方案到正理想解的距离

每个方案 m_i 到正理想解的距离为：

$$s_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (c_{ij} - c_j^*)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, 21 \quad \dots\dots (25)$$

每个方案 m_i 到负理想解的距离为：

$$s_i^0 = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (c_{ij} - c_j^0)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, 21 \quad \dots\dots (26)$$

(6) 计算各方案排序指标值（即综合评价指数）

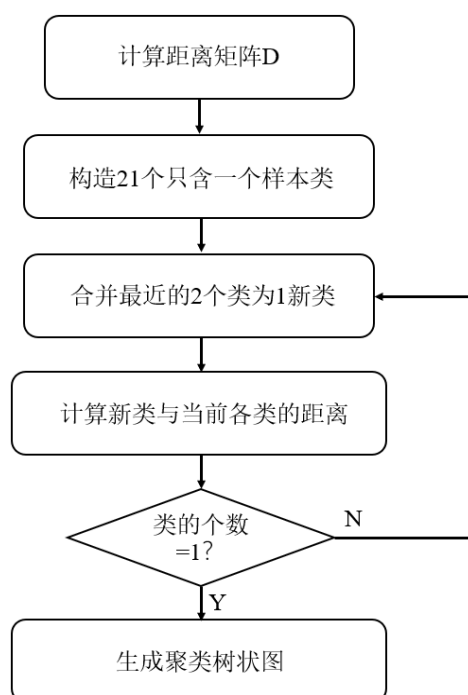
$$f_i = \frac{s_i^0}{s_i^0 + s_i^*}, \quad i = 1, 2, \dots, 21 \quad \dots\dots (27)$$

(7) 将 f_i 按照从大到小进行排序，得出最优解

II. 聚类分析法的求解

聚类分析法又称群分析法，是对多个样本进行定量分类的一种多元统计分析方法。其中对样本进行分类称为Q型聚类分析。

将 $M = \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_{21}\}$ 作为样本集，步骤示意图及解释如下：



(1) 计算 21 个样本点两两之间的距离 $\{d_{ij}\}$ ，记为矩阵 $(d_{ij})_{21 \times 21}$ ，距离计算采用绝对值距离：

$$d_1(x, y) = \sum_{k=1}^p |x_k - y_k|$$

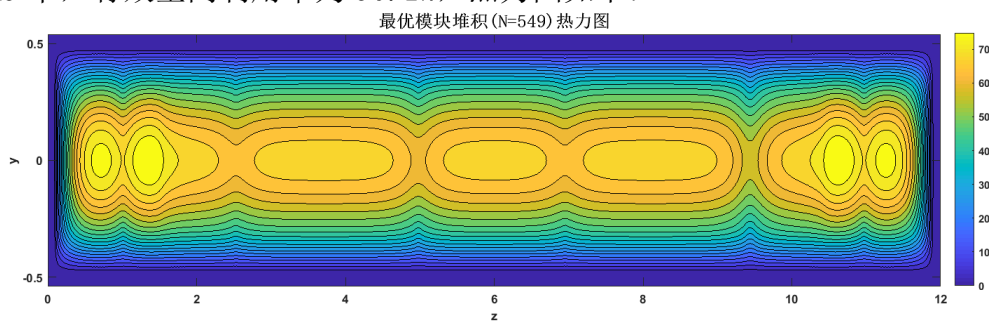
- (2) 首先构造21个类，每一个类中只包含一个样本点，且每一类的平台高度均为 0
- (3) 合并距离最近的两类为新类，并且以这两类间的距离值作为聚类图中的平台高度
- (4) 计算新类与当前各类的距离，若类的个数已经等于 1，转入 (5)，否则，回到 (3)
- (5) 生成聚类树状图并对聚类图进行分析，得出结论

6.4.4 求解的结果

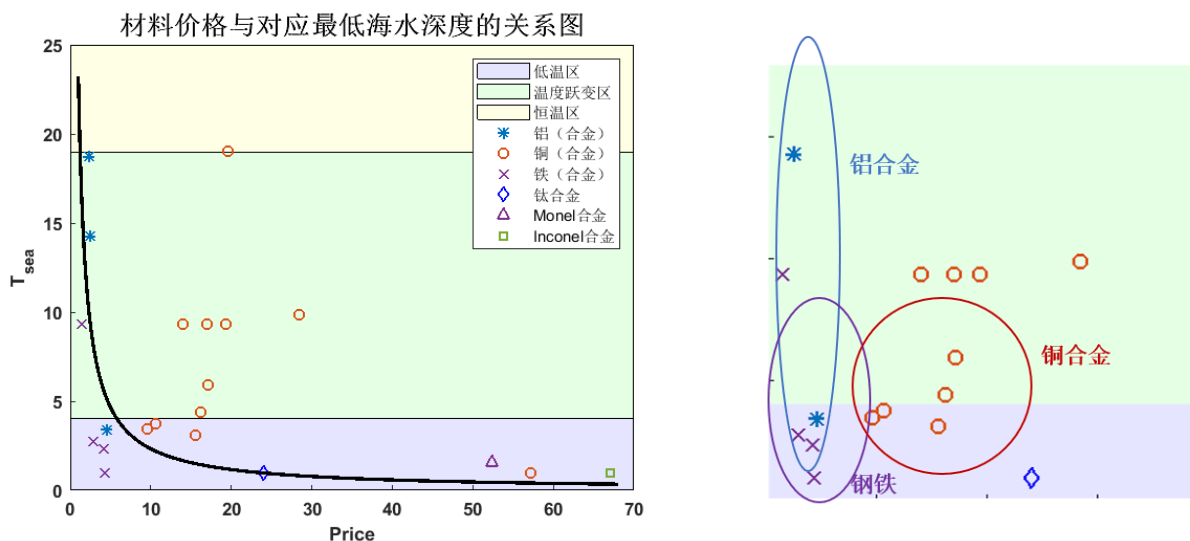
I. *Topsis* 法的结果序列为:

| 材料 | 带权评分 |
|--------------------------------|------|
| Al 6061 | 0.60 |
| Al 5052 | 0.50 |
| Al 7075 | 0.56 |
| Copper | 0.45 |
| Beryllium-Copper, CDA 172 | 0.68 |
| Red Brass, CDA 230 | 0.64 |
| Inhibited Admiralty Brass | 0.61 |
| Naval Brass | 0.68 |
| Aluminum Bronze D, CDA 614 | 0.70 |
| High Silicon Bronze A, CDA 655 | 0.56 |
| 90-10 Copper-Nickel | 0.59 |
| 70-30 Copper-Nickel | 0.68 |
| Cast Silicon Brass and Bronze | 0.40 |
| Cast Aluminum Bronze | 0.66 |
| AISI 1040 Steel | 0.91 |
| AISI 1080 Steel | 0.98 |
| Ductile Cast Iron | 0.71 |
| Low Alloy-High Strength Steel | 0.56 |
| Titanium 6Al-4V | 0.83 |
| Monel 400 | 0.66 |
| Inconel 625 | 0.63 |

由上图可知，综合性能最优的材料型号为 AISI 1080 Steel，其具有令人满意的成本和使用年限。在问题 2 的基础上采用综合性能最优的材料，使用模块化摆放策略得到的最优解 549 个，有效空间利用率为 90.1%，热力图如下：



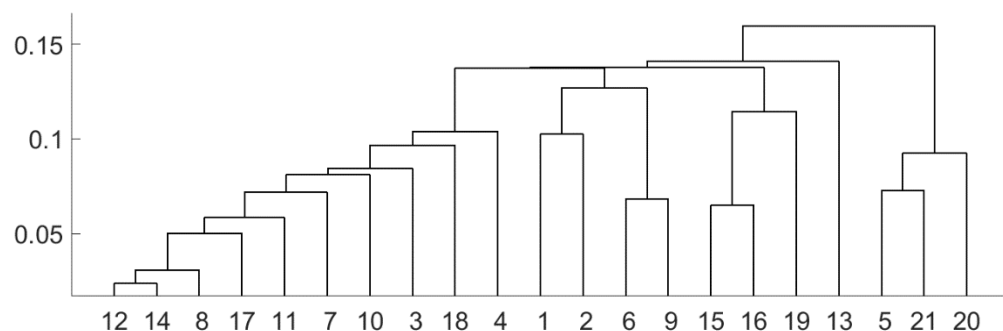
II. 部分材料参数对应的散点图为:



可以看出, 钢铁和铝合金在水下应用场景中表现出优良的性能, 基于这一点, 建议材料选择时优先考虑这两种金属材料。

III. 聚类分析

得到的分析树状图为:



其中铝合金的编号为 1、2、3, 而钢铁的编号为 17、18、19、20, 其在聚类的平台高度普遍较低, 印证了 2 中得到的结论。

6.5 问题四的建模与解决

6.5.1 季节导致的海水温度变化对散热的影响

季节的变化伴随着气温、降雨量、蒸发量等气候因素的变化, 这些因素会导致 T_{sea} 发生难以预测的变化。但无论变化如何复杂, 都可以将其分为长期变化、短期变化两个分量。下表说明了这两个分量之间的区别。

| T_{sea} 变化分量 | 变化的速度 | 变化幅度 | 周期性 | 系统是否能达到热稳定 | 具体表现 |
|------------------|-------|------|-----|------------|-------|
| T_{sea} 水平长期变化 | 慢 | 大 | 有 | 能 | 温度年变化 |
| T_{sea} 的短期变化 | 快 | 小 | 无 | 否 | 温度日变化 |

I. T_{sea} 长期变化对散热的影响

T_{sea} 的长期变化是 T_{sea} 整体水平随时间平稳变化, 例如海水温度的年变化, 系统可以达到热稳定状态, 故而问题一中建立的模型依然适用, 分析散热情况即为分析各因素对 T_{surf} 的影响:

$$T_{surf} = T_{sea} + \frac{NQ_0}{h \bullet A_{eff}}$$

T_{sea} 会导致 T_{surf} 随之同步、同幅变化, T_{max} 也会随着 T_{surf} 同步、同幅变化, 这一影响在问题三中已经有过详细分析。可以得到结论:

- T_{sea} 升高时会导致 T_{surf} 升高, 散热条件变差, T_{sea} 降低时会导致 T_{surf} 降低, 散热条件变好。
- 建议考虑夏季带来的海水整体高温, 在实际工程的散热设计中需留有一定余量。

II. T_{sea} 短期变化对散热的影响

T_{sea} 的短期变化是 T_{sea} 瞬时值随时间迅速变化, 这种变化是平稳的, 例如海水温度的日变化, 寒流导致的水温骤降, 系统不能达到热稳定状态, 而是出于暂态变化之中, 故而问题一中建立的模型不再适用。需建立新的模型对 T_{sea} 的暂态变化过程进行分析。

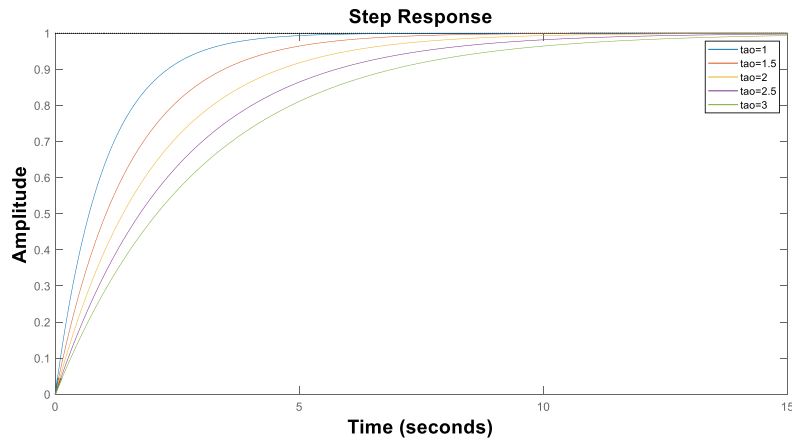
由于牛顿冷却定律为线性方程, 故可以使用线性叠加法, 使用 *Laplace* 方程变换到频域内

对于 $T_{sea}(t)$ 的阶跃输入 $1(t)$, 可利用牛顿冷却定律求解:

$$T_{surf}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

其中 $\tau > 0$, 是与外壳密度、比热容相关的常数, 决定了外壳温度变化的速度。

τ 取不同值时, 其阶跃响应如图:

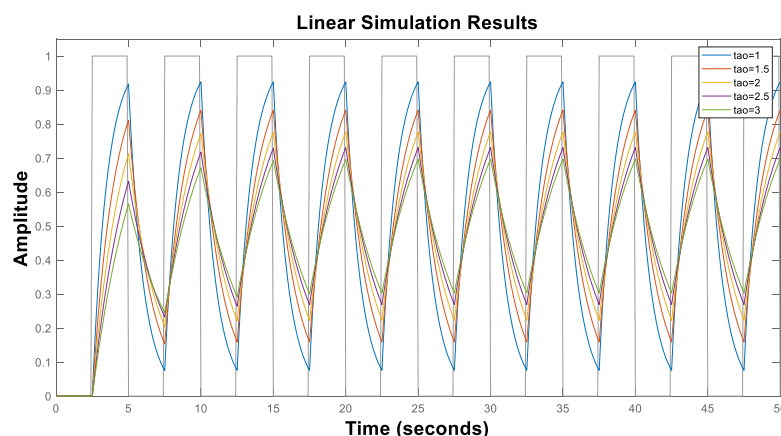


经过 *Laplace* 变换后, 可求得传递系数:

$$G(s) = \frac{\mathcal{Z}[T_{surf}(t)]}{\mathcal{Z}[T_{sea}(t)]} = \frac{1}{1 + \tau s} \quad \dots\dots (28)$$

由此对于任意给定的 $T_{sea}(t)$ 只需适用拉普拉斯变换和反变换即可求得任意 $T_{surf}(t)$ 。

以方波为例, $T_{surf}(t)$ 的响应如图:



由此可以看出， T_{sea} 的迅速变化会导致 T_{surf} 具有相同的变化趋势，但是这种变化存在“滞后”现象，且不会出现“超调”。

此外，还发现， τ 值大的材料在 T_{sea} 迅速变化时变化幅度较小，这对于避免出现瞬时高温是有利的。

据此得到结论：

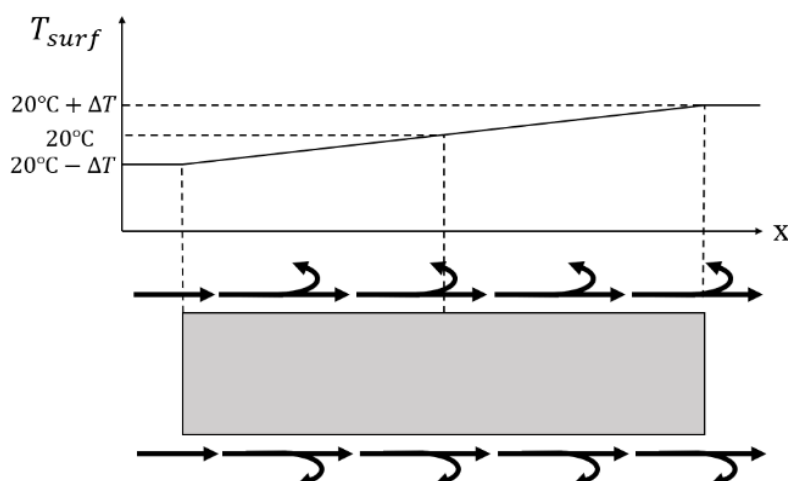
- T_{sea} 的快速变化对整个系统的散热是不利的，可能出现瞬时的高温
- 建议在工程实践中除为 T_{sea} 的快速变化留出余量外，还可以采取适当的材料以减小 T_{surf} 的波动。

6.5.2 潮汐导致海水定向流动对散热的影响

由于短时间内沿一定方向有水流流动，先与外壳接触的水流持续与外壳接触并接受热量，温度相较于与外壳更晚接触的水流更高。这使得外壳周围 T_{sea} 恒定这一条件失效。

考虑到集装箱摆放方式，不妨设水流方向沿集装箱的轴线方向，水流温度 T_{sea} 随流动距离成线性增大，即 $T_{sea} = T_{sea}(x)$ ，则随之而改变的是 T_{surf} ，且 $T_{surf} = T_{surf}(x)$ 。如下图所示：

流速示意图



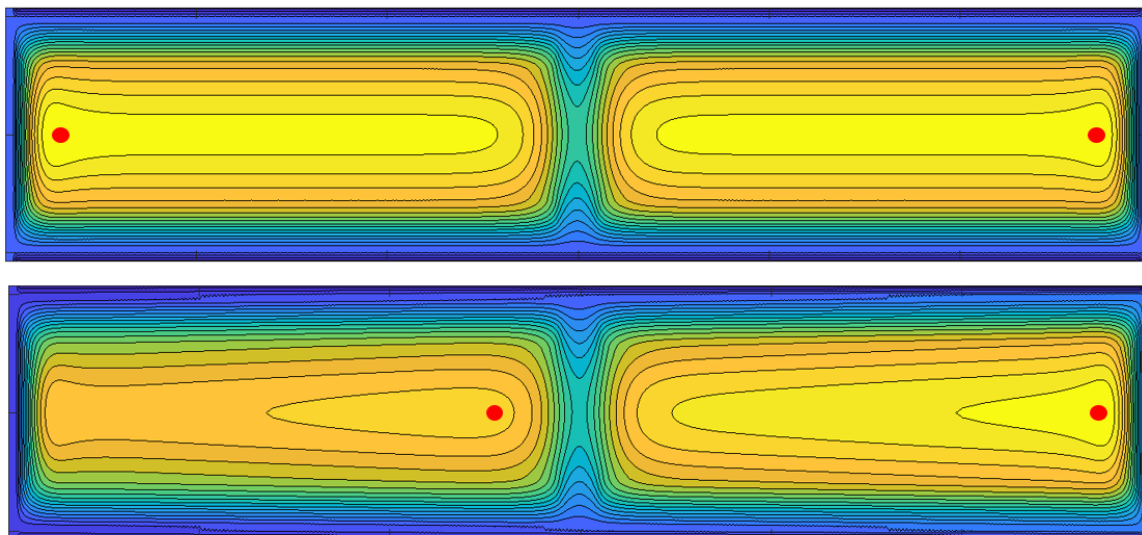
为分析这一变化是如何影响散热效果的，对两个内部服务器摆放策略完全相同的集装箱形态系统进行分析，保证外壳中点处温度相等且均为 20°C ，受到水流作用的集装箱外壳首端温度为 $T_{sea}(s) = 20^\circ\text{C} - \Delta T$ ，末端温度为 $T_{sea}(e) = 20^\circ\text{C} + \Delta T$ ，而另一个没受到水流作用的集装箱外壳温度依然是均匀的。其余条件不变，进行仿真，对仿真

结果进行比较，得到结论：

ΔT 的改变会导致 T_{max} 的线性改变，两者关系服从的关系式为：

$$T_{max} = 80 + 0.9238 \cdot \Delta T \quad \cdots \cdots (29)$$

ΔT 的存在还会引起集装箱内温度最高值点的偏移。以下两幅热力图中分别显示了 $\Delta T = 0^\circ\text{C}$ 和 $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ 时 T_{max} 对应点的偏移情况。



6.5.3 季节和潮汐对散热影响的总结

经计算，得到以下结论：

- 1) 洋流的流动会使得 T_{surf} 空间分布不均匀。局部 T_{surf} 升高，经验证，这一作用对散热不利。
- 2) T_{sea} 水平的长期变化会影响散热条件： T_{sea} 水平升高散热条件变差，反之散热条件变好。
- 3) T_{sea} 的短期迅速变化会影响散热条件， T_{surf} 暂态变化情况为指数上升，但不会出现“超调”。迅速变化时可能导致瞬时高温，这一作用对散热不利。

故在对于实际工程的建议中，必须考虑以上因素对散热条件的不利作用，而对结构设计、服务器排布留有余量。

问题五的解决

经过对之前问题所得结论的总结，我们形成了较为完备的解决方案，本着探讨与请教的态度，我们决定对中国华为有限公司的相关部门撰写建议信，内容如下：

尊敬的华为有限公司，

这是一封来自三位大学生的建议信。

近日，通过一场比赛，我们了解到了海洋数据中心的散热问题。本着对于未知领域的探索精神，我们在浓厚兴趣的指引下，通过孜孜不倦的学习与深入挖掘，对该问题形成了较为完备的解决方案。我们渴望与贵公司交流探讨，以进一步优化我们的解决方案。

已有证据指出，数据中心最显著的问题在于散热耗电，因此我们将研究重心放在数据中心散热的机理建模与优化分析上。考虑到每个服务器都有其散热需求，我们对服务器的摆放策略做出了优化，用于防止局部高温的出现，以达到摆放更多服务器的目的。为使模型契合实际应用场景，我们采用了“模块化”的中心设计思想，即将服务器分别

以长、宽、高与数据中心的轴线相平行的方式封装至三类模块中，以此生成最优的摆放策略。

但实际上，我们不仅需要优化数据中心内部的服务器的放置策略，还需要重点研究提高数据中心与海水之间热交换效率的方法。在查阅大量资料之后，我们认为在数据中心外壳加装散热翅片是一种行之有效的方法。我们综合考虑了翅片数量、间距、形状及其流体力学性质等多种因素，并通过计算机数值模拟的方法，得到加装翅片可以明显增加数据中心的服务器容纳量这一结论，验证了我们的想法是基本正确的。

接下来，我们将目光转移到优化数据中心的外壳材料上。我们建立了综合评价模型并采用聚类分析法，合理分析了各材料的成本、耐压性与抗腐蚀性等因素，发现钢铁材料普遍具有较为优良的性质，其中型号为 AISI 1080 Steel 的钢材综合性能最好，且成本较低，是建造海洋数据中心的理想材料。

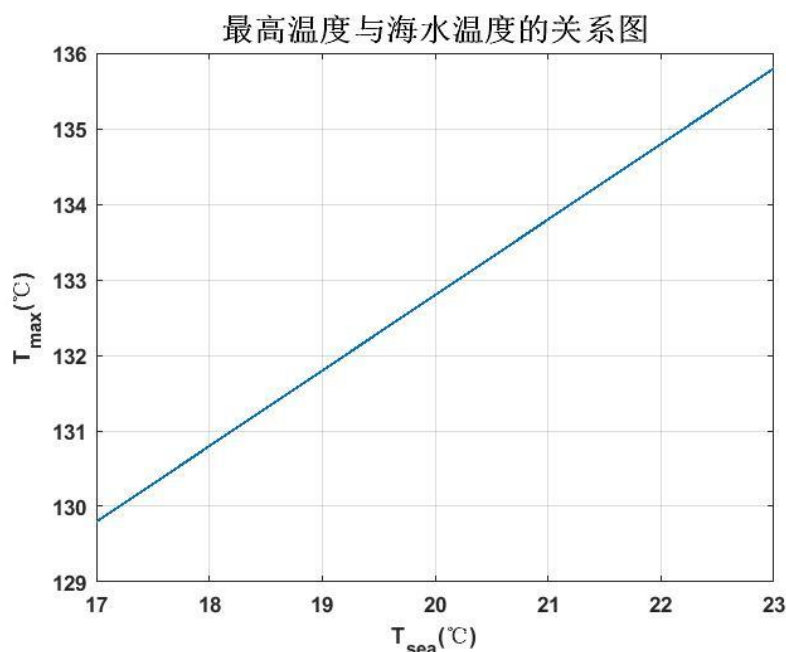
最后，我们综合考虑外部影响因素。我们进一步分析了海洋潮汐及季节对海洋温度的影响，发现海洋的温度会随季节变化，且潮汐会引起海洋温度分布不均。考虑到这些因素对数据中心内部温度具有较大的影响，我们建议将数据中心内部的温度控制在一个较为安全的范围内，以防止海洋温度变化造成的服务器损坏，减少维护成本。

上述便是我们全部的解决方案。恳请贵公司对我们的方案进行实验、作出合理的分析，并告知我们不足之处。我们期待得到贵公司的宝贵意见以进一步优化我们的解决方案。

7 结果检验及误差分析

7.1 当 T_{sea} 发生一定范围内的变化时， T_{max} 的变化情况分析

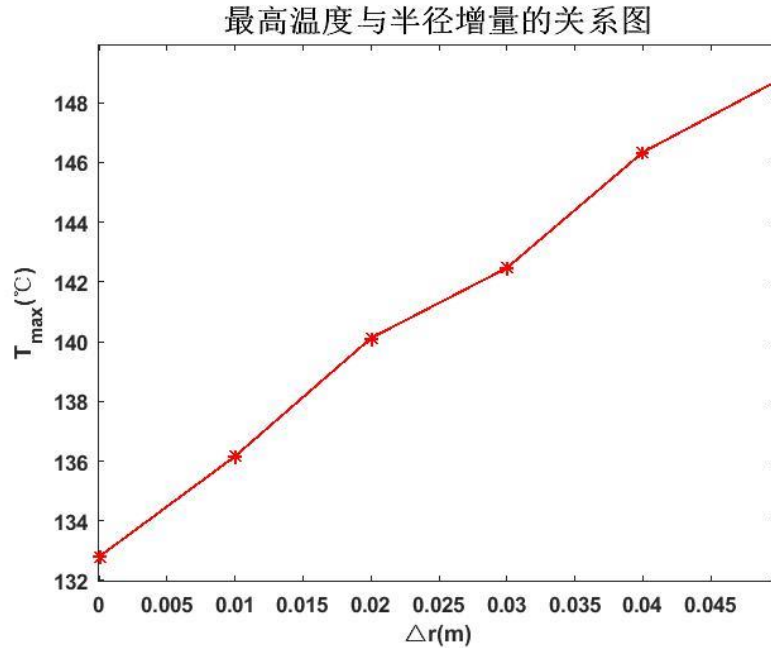
经过 $matlab$ 仿真分析，得 $T_{max} = T_{sea} + 112.7968$ ，如下图所示：



可知 T_{sea} 与 T_{max} 呈线性关系，且两者的差值始终为定值。可见， T_{sea} 发生变化时， T_{max} 不会产生太大的变化，模型对 T_{sea} 并不很敏感。

7.2 T_{max} 和 Δr （集装箱半径的误差）的关系分析

在实际情况下，集装箱半径可能会与标定值 0.5m 有一定误差 Δr 。经过仿真计算，得 T_{max} 与 Δr 的关系如下图（仅为 $\Delta r > 0$ 的情况）：



拟合上图曲线可得近似表达式：

$$T_{max} = 322.1\Delta r + 133.1 \quad \dots\dots(30)$$

由上述公式可知，半径每产生 0.01m 的误差， T_{max} 就将产生 3.2 $^{\circ}C$ 左右的变化。而当 $\Delta r < 0$ 的情况出现时，各模块可能无法容纳之前的机箱数，使得总服务器容纳量减少。这说明模型对半径的误差变化是相对敏感的。

7.3 *Topsis* 模型中，得分排序结果对指标权重变化的敏感性分析

在 *Topsis* 综合评价模型中，三项指标的权重确定具有一定的任意性，我们需要考察权重对模型评价结果是否有较大影响。实际测试中，我们选取了多组不同的 $[a \ b \ c]$ 值（ a, b, c ）分别代表成本、耐压性能、抗腐蚀性能的权重，且 $a < c < b$ ，得到的结果均为 *AISI 1080 steel* 材料排名第一。说明模型对指标权重变化的变化具有稳定性。

8 模型评价

模型优点：

- ①对于传热机理有着科学的解释，并且能与实际情况很好地吻合，模型的建立满足合理性要求。
- ②基于牛顿冷却定律确定的 T_{surf} 的表达式具有普适性，分析方法具有一致性。

模型缺点：

- ①三维传热模型运算量较大，拖慢了优化的速度

因为优化对精度要求较高，在多个“模块”之间的相互影响共同建立温度场，二维简化模型可能导致最优值出现较大误差。

解决办法：对每个“模块”对于最高温度的贡献度进行动态神经网络分析，将“模块”之间的相互作用解耦，将三维模型转化为变量更多但维度更低的模型，进行

快速求解。

②对于加装翅片导致湍流复杂化问题没有更具体的分析

因为湍流的复杂性使得机理分析不可实现。

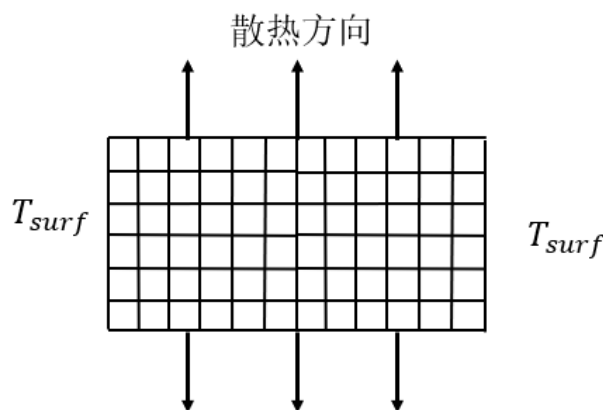
解决办法：考虑使用专业仿真软件进行仿真，克服不能对湍流问题进行直接分析的问题，从而对翅片结构进行进一步的优化。

9 模型改进与推广

I. 模型改进：可考虑将三维模型简化为二维模型以节省时间，有如下两种方案。
方案①：将三维模型降维到二维空间进行分析

考虑到横截面为圆饼状，因此可将其降维到横截面上分析：

两侧的边界条件仍然为 T_{surf} ，属于第一类边界条件，但是有沿着径向的散热，如下图所示。径向散热的情况独立于轴向传热，可表征二维的传热情况，具体参数仍由三维仿真确定，其也具有一定的精确度。对于二维传热情况可以用第二类边界条件描述，基于二维传热模型的计算机数值模拟将大大节约计算时间。



方案②：建立 BP 神经网络

核心思想是计算每一个“模块”对于最高温度的“贡献”值

由于温度场是由一个个服务器机箱和恒温外壳相互作用而产生的，因此不能直接使用线性叠加法进行计算。考虑建立 BP 神经网络，对更多的因素予以考虑，比如某个模块周围模块的分布，到圆柱地面的距离等。

通过对大量的三维仿真结果进行学习后，成熟的 BP 神经网络会具备比二维模型更高的精确度和更短的运算时间。

II. 模型推广：

温度场唯一性定理同样可以用于电磁场和浓度场中。故本文的数值模拟方法同样适用于电磁场和浓度场的研究，对某个场进行分析时，可以将其他场的结论合理外推使用，如“静电比拟”等理论。

10 参考文献

ⁱ [1]徐丽丽,季忠,夏继梅.同规格货物装箱问题的优化计算[J].山东大学学报(工学版),2008(03):14-17.

ⁱⁱ [2]李健,萧维智,葛鹰.液冷冷板散热翅片形状与排布研究[J].流体机械,2020,48(08):6-10.

ⁱⁱⁱ [3]王蓉,殷勇,谢志辉,陈林根,吴锋,李文龙.自然对流条件下椭圆柱发热器件的构形设计[J].节能,2019,38(08):27-31.

-
- ^{iv} [4]姜旭,郭权利,刘冬,聂闯闯,周楠,王彦宇,徐旭,田硕.应用遗传算法的电子器件散热结构优化研究[J].沈阳工程学院学报(自然科学版),2020,16(01):53-58.
- ^v [5]赵亮.电子器件冷却用针翅散热器的散热性能数值模拟[J].环境技术,2021,39(01):121-126+132.