编译原理笔记

陈鸿峥

 2020.07^*

目录

1	简介	2
2	词法分析	2
	2.1 基本定义	2
	2.2 正则表达式	3
	2.3 有限自动机	5
	2.4 Regex转DFA	9
	2.5 最小化DFA	11
3	语法分析	12
	3.1 上下文无关法	12
	3.2 NFA转CFG	13
	3.3 递归下降	14
	3.4 自顶向下分析	17
	3.5 自底向上分析	20
	3.6 语法制导翻译	24
4	语义分析与中间表示	24
5	运行时系统	26
	5.1 存储管理	26
	5.2 垃圾回收	26

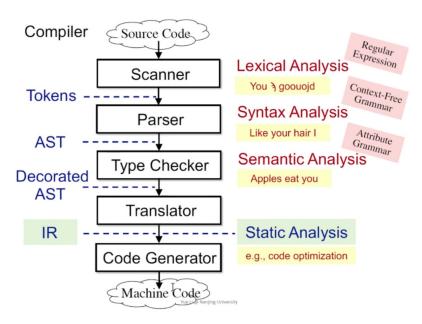
^{*}Build 20200726

6	代码	生成及优化	,										27
	6.1	代码生成		 	27								
	6.2	代码优化											28

本课程采用书目Alfred V. Aho, Monica S. Lam, Ravi Sethi, Jeffrey D. Ullman, *Compilers: Principles, Techniques & Tools (2nd ed)*,即大名鼎鼎的龙书。同时也参考了Stanford CS143: Compilers这门课程。

1 简介

编译器的几个阶段如下,前端包括词法(lexical)、语法(syntax)、语义(semantic)分析,中端IR生成、优化,后端代码生成。



编程语言设计的思想:

- 抽象(abstraction): 核心在于信息隐藏(infomation hiding), 只把必要的暴露出来
- 类型(types): 表达抽象、查出常见错误、使程序安全
- 重用(reuse): 开发软件系统中常见的模式(类型参数化、类与继承)

2 词法分析

分离词法分析和语法分析可以简化这两个任务,同时提升编译器的性能与兼容性。

2.1 基本定义

定义 1. 令牌(token)是一个<u>令牌名字</u>与<u>可选属性值</u>构成的对;模式(pattern)描述了每个词素(lexeme)要遵循什么规则;而词素(最小意义单位)则是源程序中一连串满足模式的字母,作为令牌的实例化。

例 1. 考虑 C语句

printf("Total = %d\n", score);

其中printf和score是匹配(match)上令牌id模式的词素,而"Total = %d\n"是匹配上字面值literal的词素。

简单来讲,令牌是一个更大的概念,是同类词素的集合。比如一个令牌**comparison**的样例词素可以有<=和!=。

定义 2 (字母表与语言). 字母表 $(alphabet)\Sigma$ 是有限符号 (symbol) 的集合,如ASCII就是一个字母表。字符串 (string)s是从字母表中抽取的有限符号的序列,|s|为字符串长度, ϵ 为空串。语言 (language)是字符串的可数集合。

例 2. 字母表 $\Sigma = \{0,1\}$, 则 $\{001,1001\}$ 和 $\{\}$ 都是定义在 Σ 上的语言。

定义 3 (字符串术语). 前缀 (prefix)和后缀 (suffix)都可以包括 ϵ 。字串 (substring)可通过删除任意前缀和任意后缀(包括零个)获得。真 (proper)字串则不包含 ϵ 。子序列 (subsequence)是删除零个或多个不一定连续的字母得到的字符串。

语言是一种集合,故集合运算也适用于语言。

并集(union)	$L \cup M$
连接(concatenation)/交集	LM
柯林闭包(Kleene closure)	$L^* = \cup_{i=0}^{\infty} L^i$
正闭包(positive)	$L^+ = \cup_{i=1}^{\infty} L^i$

2.2 正则表达式

定义 4 (正则表达式(regular expression, regex)). 正则表达式r定义了语言L(r), 以递归形式定义:

1. 奠基:

- ϵ 是正则表达式, 即 $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$
- $a \in \Sigma$ 是正则表达式,即 $L(\mathbf{a}) = \{a\}$ (这里用斜体代表符号,粗体代表符号对应的正则表达式)
- 2. 推论(induction): 若r和s都是正则表达式给出了语言L(r)和L(s), 则
 - (r)|(s)是正则表达式,表示 $L(r) \cup L(s)$
 - (r)(s)是正则表达式,表示L(r)L(s)
 - (r)*是正则表达式,表示(L(r))*
 - (r)是正则表达式,表示L(r)

正则表达式表示的语言叫做正规集。如果两个正则r和s定义了相同的正则集,则记作r=s。

正则表达式的拓展 1 :

¹更多可参见Regex101

- r⁺代表一个或多个
- r?代表零或一个
- [a − z]字母类有以下运算规定:
- 一元运算符*有最高优先级,左结合(也包括+、?等扩展)
- 连接优先级次之, 左结合
- |优先级**最低**,左结合 等价规则:
- 连接具有分配律: r(s|t) = rs|rt, (s|t)r = sr|tr
- ϵ 在闭包里被保证: $r^* = (r|\epsilon)^*$
- 闭包幂等(idempotent): $r^{**} = r^*$

定义 5 (正则定义). $d_i \to r_i$, 其中 d_i 都是名字,且各不相同。每个 r_i 是 $\Sigma \cup \{d_1, \ldots, d_{i-1}\}$ 中符号上的正则表达式。

例 3. 比如C语言的标识符可记为

$$letter_{-} \to A|B| \cdots |Z|a|b| \cdots |z|_{-}$$
$$digit \to 0|1| \cdots |9$$
$$id \to letter_{-}(letter_{-}|digit)^{*}$$

更简洁的写法

$$\begin{aligned} letter_{-} &\rightarrow [A - Za - z_{-}] \\ digit &\rightarrow [0 - 9] \\ id &\rightarrow letter_{-}(letter|digit)^{*} \end{aligned}$$

例 4. 下列正则表达式描述什么语言?

- a(a|b)*a: 首尾是a中间任意个(可为0)a或b的字符串
- (a|b)*a(a|b)(a|b): 倒数第三个字符为 a仅含 a或b的字符串
- a*ba*ba*ba*: 只含3个b且a在中间穿插(可没有)的字符串
- ((E|a)b*)*: 空、全 $a \ge b$ 、开头一个a紧接多个b的重复串
- b*(ab*ab*)*: 所有包含偶数个a的由a和b组成的字符串

注意考虑闭包为空的情况, ϵ 出现也可能导致空串!

例 5. 用正则表达式描述下列语言:

- 所有由按词典递增序排列的小写字母组成的字符串(如add、low都符合要求,而zzg则不符合)²:
 a+b*c*...z* | a*b+c*...z* | a*b*c+...z* | ...
- 不以ab开头的所有只含有字母a和b的字符串: (ba|aa|bb)(a|b)*

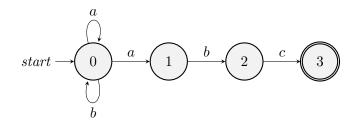
²参见https://www.zhihu.com/question/28714623/answer/41865697

2.3 有限自动机

2.3.1 确定性/非确定性有限自动机

确定有限自动机(DFA)不可对 ϵ 进行移动,而且对于每一状态s,输入符号a,只有唯一一条出边标记为a;而非确定性有限自动机(NFA)可能有多种转换路径,而且有 ϵ 移动。有限状态集S,状态 $s_0 \in S$ 为初始状态(start/initial), $F \subset S$ 为终止状态(accepting/final)。

例 6. 识别语言L((a|b)*abb), 下面为一个NFA



判别字符串能否被DFA识别很简单,只需要读入字符按照状态转移表跳转,判断末态是不是终态即可(即模拟)。

Algorithm 1 基于DFA的识别算法

1: $s = s_0$

2: c = nextChar()

3: while $(c!=\mathbf{eof})$ do

4: s = move(s, c)

5: c = nextChar()

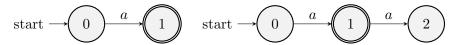
6: if $s \in F$ then

7: return "yes"

8: **elsereturn** "no"

时间复杂度为O(|str|)。

对于DFA或NFA**求反**相当于将所有接受状态改为非接受状态,非接受状态改为接受状态。注意可能出现DFA无对应符号出边的情况,如a,这时可以添加冗余结点来接受这些非法输入。



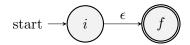
定理 1. 对任一正则表达式R, 一定存在另一正则表达式R', 使得L(R')是L(R)的补集.

分析. 由正则表达式与DFA的等价性,对于正则表达式R,必然存在DFA M可以识别L(R),那么将M中的接受状态改为非接受状态,将非接受状态改为接收状态,得到新的DFA M'可以识别L(R)的补集,进而存在M'对应的正则表达式R',使得L(R')是L(R)的补集.

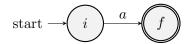
2.3.2 正则表达式转NFA

McNaughton-Yamada-Thompson算法

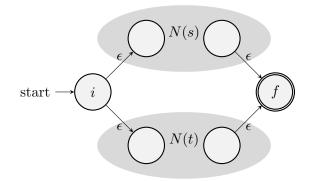
- 1. 奠基
 - 对于表达式 ϵ ,构建NFA



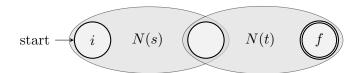
• 对于任意子表达式 $a \in \Sigma$,构建NFA



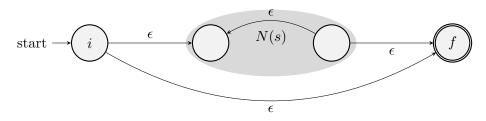
- 2. 推论
 - r = s|t, 取并集



• r = st, 取连接



• $r = s^*$, Kleene闭包



其他拓展符号可通过上述基本符号得到,如

- R⁺等价于RR*
- R?等价于 $\epsilon | R$

2.3.3 NFA转DFA

定义 $\mathbf{6}$ (ϵ 闭包及move). ϵ 闭包是可通过NFA的 ϵ 边转换的状态(包括自己)。 move(T,a)为状态 $s \in T$ 通过输入符号a可到达的新的状态。

Algorithm 2 子集构造(NFA转DFA)

Require: NFA N

Ensure: DFA D (与N接受相同的语言)

1: ϵ -closure(s_0)是Dstates的唯一状态,且未被标记(unmarked)

2: while 在Dstates中还有未被标记的状态T do

3: 标记T

4: for 每一个输入符号a do

5: $U = \epsilon - closure(move(T, a))$

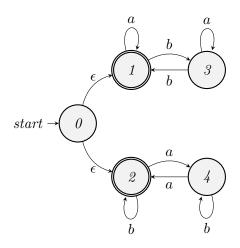
6: **if** $U \notin Dstates$ **then**

7: 将U作为未标记的状态加入Dstates

8: Dtran[T, a] = U

思路即**先求出初态的** ϵ **闭包,然后对每个输入符号做转移后再求** ϵ **闭包,看是否产生新的子集状态**。注意这里的输入符号转移一定得转,即不能留在原状态。

例 7. 考虑以下NFA:

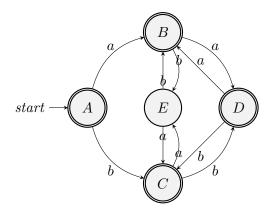


- 1. 这一NFA接受什么语言 (用自然语言描述)?
- 2. 构造接受同一语言的DFA.

分析. 1. 含有偶数个a或偶数个b的由a、b构成的字符串,或者全是a或全是b

2. 由subset construction算法构造如下

NFA	DFA	a	b
$\{0,\underline{1,2}\}$	A	$\{1, 4\}$	$\{2, 3\}$
$\{\underline{1},4\}$	B	$\{1, 2\}$	$\{3, 4\}$
$\{\underline{2},3\}$	C	${3,4}$	$\{1, 2\}$
$\{\underline{1},\underline{2}\}$	D	{1,4}	$\{2, 3\}$
{3,4}	E	$\{2, 3\}$	{1,4}



直接用NFA识别语言算法如下,需要每次算所有当前**可能状态**执行动作c后的 ϵ 闭包。

Algorithm 3 用NFA识别语言

- 1: $S = \epsilon$ -closure (s_0)
- 2: c = nextChar()
- 3: while c!=eof do
- 4: $S = \epsilon closure(move(S, c))$
- 5: c = nextChar()
- 6: if $S \cap F! = \emptyset$ then
- 7: **return** "yes"
- 8: **else**
- 9: **return** "no"

定理 2. DFA, NFA和正则表达式三者的描述能力是一样的。

但从NFA转为DFA可能导致状态数的指数增长。

例 8. $L_n = (a \mid b)^* a(a \mid b)^{n-1}$, 与此NFA等价的DFA状态数必不少于 2^n 。

分析. 反证法。假设存在一个DFA D接受语言 L_n ,且状态数少于 2^n 。构造 2^n 个长度为n的字符串

 $aa \cdots a$

 $aa \cdots 1$

. . .

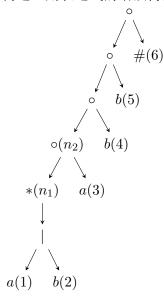
 $bb \cdots a$

 $bb \cdots b$

由于D的状态数少于 2^n ,故上面必存在两个不同的字符串s和t,它们在DFA上会走到同一状态。因为s和t不等,因此总存在i,使得 $s[i] \neq t[i]$ 。不妨设s[i] = 0,t[i] = 1,令s' = s + (n-1)个a,t' = t + (n-1)个a。由 L_n 的表达式,s'应该走到接受状态,而t'应该走到非接受状态。但由于s和t走到同一状态,那么它们再走(n-1)个a也应该到达同一状态,但这个状态既是接受状态又是非接受状态,因此矛盾。

2.4 Regex转DFA

可以由正则表达式通过NFA转为DFA,本节则讲述直接由正则表达式转为DFA。构造正则表达式的语法树,以#结尾。



*为star, 为or, o为cat

- nullable(n): ε包含在子树中则为真
- firstpos(n): 符合regex子树的字符串中第一个字符可能出现的位置
- lastpos(n): 符合要求字符串最后一个字符可能出现的位置
- followpos(p): 紧跟p可能的位置

例 9. 结点 n_1 代表 $(a|b)^*$, 结点 n_2 代表 $(a|b)^*a$

- $nullable(n_1) = true$ $nullable(n_2) = false$
- $firstpos(n_2) = \{1, 2, 3\}$
- $lastpos(n_2) = \{3\}$
- $followpos(1) = \{1, 2, 3\}$

计算上述函数的方式:

结点n	nullable(n)	firstpos(n)	lastpos(n)
标记为ϵ的叶子	true	Ø	Ø
位置为i的叶子	false	$\mathbf{false} \hspace{1.5cm} \{i\}$	
or结点 $n = c_1 c_2$	$nullable(c_1)$ or $nullable(c_2)$	$firstpos(c_1) \cup firstpos(c_2)$	$lastpos(c_1) \cup lastpos(c_2)$
		if $(nullable(c_1))$	if $(nullable(c_2))$
cat结点 $n = c_1 c_2$	$nullable(c_1)$ and $nullable(c_2)$	$firstpos(c_1) \cup firstpos(c_2)$	$lastpos(c_1) \cup lastpos(c_2)$
		else $firstpos(c_1)$	else $lastpos(c_2)$
star结点 $n = c_1^*$	true	$firstpos(c_1)$	$followpos(c_1)$

- 若n为cat结点,则对于左子树 c_1 的所有 $i \in lastpos(c_1)$,有右子树 $firstpos(c_2) \in followpos(i)$
- \overline{a} 者n为star结点,则对于所有 $i \in lastpos(n)$,有 $firstpos(n) \in followpos(i)$ 构建followpos的过程实际上是深搜的过程,可构造出一个有向图表示状态迁移。

Algorithm 4 Regex转DFA

Require: 正则表达式 r

Ensure: DFA D可识别L(r)

1: 语法树T的根节点为 n_0 , $firstpos(n_0)$ 是Dstates的唯一状态,且未被标记(unmarked)

2: while 在Dstates中还有未被标记的状态S do

3: 标记S

4: **for** 每一个输入符号a **do**

5: $U = \bigcup_{\text{对应a} \text{的位置} p \in S} followpos(p)$

6: **if** $U \notin Dstates$ **then**

7: 将U作为未标记的状态加入Dstates

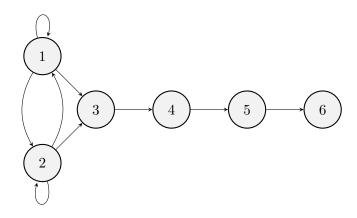
8: Dtran[S, a] = U

例 10. 考虑正则表达式 (a | b)* a b b # 1 2 3 4 5 6

分析. 由表达式其实可以直接得到followpos函数

position	followpos(i)
1	$\{1, 2, 3\}$
2	$\{1, 2, 3\}$
3	{4}
4	{5 }
5	{6}
6	Ø

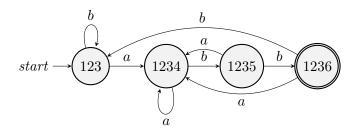
进而构造出一个有向图 (加上标号可变成NFA)



由正则表达式转DFA的算法可得以下状态转移表

	a	b
$\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3\}$
$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3, 5\}$
$\{1, 2, 3, 5\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3, 6\}$
$\{1, 2, 3, 6\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3\}$

然后可得DFA



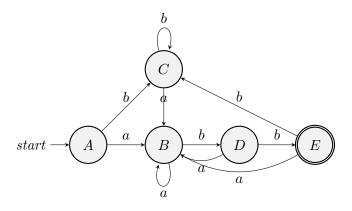
2.5 最小化DFA

定义 7 (区别(distinguish)). 字符串w区别状态s和t, 如果DFA M从状态s出发, 对输入串w进行状态转换, 最后停在某个接受状态; 从t出发, 对输入串w进行状态转换, 停在一个非接受状态; 反之亦然。

定理 3. 每一个正则集都可以唯一由一个状态数最少的DFA识别。

分析. 反证法。设算法得到的DFA为D,假设存在另一个DFA D',D'和D接受同一语言,并且D'的状态数比D更少。设D的起始状态为S,D'的起始状态为S',则S与S'不可区分。如果对于S和输入符号a,在D中迁移到状态A;对于S'和输入符号a,在D'中迁移到状态A',则A与A'不可区分。依此类推可知对于D中的任一状态T,在D'中都有一个状态T'与T不可区分。又由于D的状态数多于D'的状态数,所以D中至少存在两个状态 T_1 和 T_2 ,使得D'中的一个状态T与它们均不可区分。因此 T_1 和 T_2 也不可区分,于是矛盾。

例 11. 如下状态转移图



分析. 初始划分 Π 包括两个组(group): 接受状态组(E)和非接受状态组 $(ABCD)^3$ 。构造 Π_{new} ,先考虑(E),仅一个状态,不可划分,仍将(E)放回 Π_{new} 。然后考虑(ABCD),对于输入a,这些状态都转换到B,分组(ABCD)不变;但对于输入b,A、B和C都转换到状态组(ABCD)的一个成员,而D转换到另一组成员E。因此,在 Π_{new} 中,状态组(ABCD)需要分裂为两个新组(ABC)和D, $\Pi_{new}=(ABC)(D)(E)$ 。继续执行下一轮操作,最终得到 $\Pi_{final}=(AC)(B)(D)(E)$ 。因此选择A作为(AC)的代表,其他不变,可得到简化的自动机。

 $^{^3}$ 准确来说是接受状态的补,如果接受状态组为全集,那么另一组将为空。另外需要考虑转移到外部结点的情况,即DFA中无对应跳转符号。

	a	b
\overline{A}	B	\overline{A}
В	B	D
D	B	E
E	В	\overline{A}

3 语法分析

3.1 上下文无关法

语法分析需要解决:从词法分析中获得的每个属性字(token)在语句中承担什么角色,同时检查语句是否符合程序语言的语法。

很多语言并非是正则的,比如匹配的括号串 $\{(i)^i \mid i \geq 0\}$,原因是FA不能记住其访问某一状态的次数,因此需要有更加强大的语言。

定义 8 (上下文无关法(context-free gramma, CFG)). 包括四部分

- 终端符号(terminal)的集合T(即token名字)
- 非终端符号的集合N
- 唯一的开始符号 $S \in N$
- 若干以下形式的产生式(production)

$$X \to Y_1 Y_2 \dots Y_n$$

其中 $X \in N$ 且 $Y_i \in T \cup N \cup \{\epsilon\}$ 。多个左侧相同的产生式右侧可用|合并。

定义 9 (推导(derivation)). 从开始符号开始,每一步推导就是用一个产生式的右方取代左端的非终端符号。

CFG定义语言的能力比正则表达式强很大原因是它引入了递归的因素。

例 12. 用上下文无关文法定义下列语言:

- $L = \{0^n 1^n \mid n \ge 1\}$: $E \to 0E1 \mid 01$
- 只含有0和1的回文串: $S \to 0S0 \mid 1S1 \mid 0 \mid 1 \mid \epsilon$
- 只含有(和)的匹配括号串: $E \to (E) \mid EE \mid \epsilon$
- 最左推导(left-most): 每步推导都替换最左侧的非终端符号

$$E \stackrel{lm}{\Longrightarrow} -E \stackrel{lm}{\Longrightarrow} -(E) \stackrel{lm}{\Longrightarrow} -(E+E) \stackrel{lm}{\Longrightarrow} -(id+E) \stackrel{lm}{\Longrightarrow} -(id+id)$$

• 最右推导(right-most): 每步推导都替换最右侧的非终端符号

$$E \stackrel{rm}{\Longrightarrow} -E \stackrel{rm}{\Longrightarrow} -(E) \stackrel{rm}{\Longrightarrow} -(E+E) \stackrel{rm}{\Longrightarrow} -(E+id) \stackrel{rm}{\Longrightarrow} -(id+id)$$

定义 10 (二义性). 如果对于一个文法, 存在一个句子, 对这个句子可以构造两棵不同的分析树, 那么我们称这个文法为二义的。

看语法分析树的叶子结点能不能连成句子。

例 13. 对于文法 $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid -E \mid (E) \mid id$ 及句子id + id * id, 有以下两种推导:

$$E \implies E + E$$

$$\implies id + E$$

$$\implies id + E * E$$

$$\implies id + id * E$$

$$\implies id + id * id$$

$$E \implies E * E$$

$$\implies id + E * E$$

$$\implies id + id * E$$

$$\implies id + id * id$$

$$\implies id + id * id$$

文法二义性可通过引入更多的产生式来消除。

例 14. $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid id$ 是有二义的,因为不知道应该先算加法还是乘法。可将其改为

$$E \to E + T \mid T$$
$$T \to T * F \mid F$$
$$F \to (E) \mid id$$

其中E为Expression,T为Term,F为Facotr,即可消除二义性(必然得先算乘法)。相当于先算F,再算T,最后算E,强行添加了括号/优先级。

例 15. 悬挂的if-else: if E1 then if E2 then E3 else E4, 可以令else匹配最近的then。

并不是所有上下文无关文法都可以做到无二义,也无法判断一个上下文无关文法是否是二义的。

3.2 NFA转CFG

- 1. 对于NFA的每一状态i,创建非终态 A_i
- 2. 若状态i在输入a上有转换边到状态j,则添加生成式 $A_i \rightarrow aA_j$;若状态i在输入 ϵ 上转换到状态j,则添加生成时 $A_i \rightarrow A_j$
- 3. 若i是接受状态,则添加 $A_i \rightarrow \epsilon$
- 4. 若i是初始状态,则令 A_i 为语法的初始符号

定义 11 (右线性文法). 如果每个产生式都属于下列形式之一

$$A \to aB$$
 $A \to a$ $A \to \epsilon$

则这样的文法称为右线性文法

定义 12 (左线性文法). 如果每个产生式都属于下列形式之一

$$A \to Ba$$
 $A \to a$ $A \to \epsilon$

则这样的文法称为左线性文法

定理 4. 正则表达式/NFA/DFA与左/右线性文法得表达能力是等价的

在处理程序时,上下文无法文法存在局限性,无法解决诸如以下问题:

- 变量先声明,再使用
- 调用函数时,实参个数和形参个数一致

都得留到语义分析阶段才解决。

3.3 递归下降

递归下降语法翻译即从顶层的非终端符号E开始,顺序尝试E的所有规则,不断回溯遍历,完整例子可见此文档,但需要先消除左递归。

定义 13 (左递归), 对于非终端符号A有生成式 $A \to A\alpha$, 则该文法是左递归的。

例 16. 消除左递归的方法: 先把单元素拎出来放左侧, 然后把所有递归移至右侧

$$A \to A\alpha_1 \mid \dots \mid A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \dots \beta_n \implies A \to \beta_1 A' \mid \dots \mid \beta_n A'$$

$$A' \to \alpha_1 A' \mid \dots \mid \alpha_m A' \mid \epsilon$$

如果是多级左递归,则需要先将上级生成式代入到中间级生成式中,再做消除

$$S \to Aa \mid b$$
$$A \to Ac \mid Sd \mid \epsilon$$

将下式改写为 $A \rightarrow Ac \mid Aad \mid bd \mid \epsilon$, 进而可消除左递归

$$S \to Aa \mid b$$

$$A \to bdA' \mid A'$$

$$A' \to cA' \mid adA' \mid \epsilon$$

定义 14 (提取左因子(left-factoring)). 将生成式右侧左部相同的因子部分提取出来, 找最长前缀

$$A \to \alpha \beta_1 \mid \alpha \beta_2 \mid \cdots \alpha \beta_n \mid \gamma$$

 γ 代表所有不以 α 开始的生成式,提取左因子则得到(将 α 拿出来)

$$A \to \alpha A' \mid \gamma$$

 $A' \to \beta_1 \mid \beta_2 \mid \cdots \mid \beta_n$

直至没有生成式有相同前缀

Algorithm 5 递归下降(top-down parser)

- 1: 选择A生成式 $A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_k$
- 2: **for** i = 1 to k **do**
- 3: **if** *X_i*是非终端符号 **then**
- 4: 调用 X_i ()
- 5: **else**
- 6: **if** X_i 等于当前的输入符号a **then**
- 7: 读取下一输入符号
- 8: **else**
- error()

定义 15 (FIRST集与FOLLOW集). $FIRST(\alpha)$ 集为从 α 中推导出来的字符串第一个终端符号的集合,若 $\alpha \to \epsilon$,则 $\epsilon \in FIRST(\alpha)$; 若 $A \to c\gamma$,则 $c \in FIRST(A)$ 。 FOLLOW(A)集为可以出现在A右侧的终端符号的集合。若A是最右端的符号,则字符串结束符号 $S \in FOLLOW(A)$ 。

算法 1. 计算FIRST(X)集

- 1. 如果X是终端符号,则 $FIRST(X) = \{X\}$
- 2. 如果X是非终端符号, 且 $X \to Y_1Y_2 \cdots Y_k$ 。
- 3. 若 $X \to \epsilon$ 是生成式,将 ϵ 放入FIRST(X)中

算法 2. 计算FOLLOW(A)集

- 1. 将\$放入FOLLOW(S), 其中S是开始符号
- 2. 如果有生成式 $A \to \alpha B\beta$, 那么 $\forall a \in FIRST(\beta), a \neq \epsilon : a \in FOLLOW(B)$
- 3. 如果有生成式 $A \to \alpha B$, 或生成式 $A \to \alpha B\beta$, 且 $\epsilon \in FIRST(\beta)$, 则 $\forall a \in FOLLOW(A)$: $a \in FOLLOW(B)$

简而言之,FOLLOW集看下一符号的FIRST,如果 ϵ 在下一符号的FIRST集中,则看生成式左端的FOLLOW集。

另一种方式:

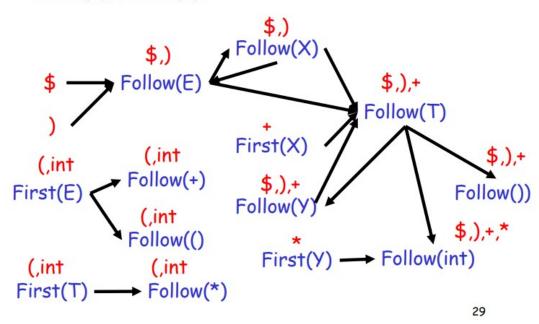
1. $\$ \in FOLLOW(S)$

- 2. $\forall A \to \alpha X \beta$: $FIRST(\beta) \{\epsilon\} \subset FOLLOW(X)$
- 3. $\forall A \to \alpha X \beta, \epsilon \in FIRST(\beta) : FOLLOW(A) \subset FOLLOW(X)$

Recall the grammar

$$E \rightarrow TX$$
 $X \rightarrow + E \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow (E) \mid int Y$ $Y \rightarrow * T \mid \varepsilon$

- \$ ∈ Follow(E)
- First(X) ⊆ Follow(T)
- Follow(E) ⊆ Follow(X)
- Follow(E) ⊆ Follow(T)
- ·) ∈ Follow(E)
- Follow(T) ⊆ Follow(Y)
- Follow(X) ⊆ Follow(E)
- Follow(Y) ⊆ Follow(T)



算法 3 (构造预测语法表). 对于每一生成式 $A \rightarrow \alpha$,

- 1. 对于每一终端符号 $a \in FIRST(\alpha)$, 将 $A \to \alpha$ 添加到M[A, a]中。
- 2. 若 $\epsilon \in FIRST(\alpha)$,则对 $b \in FOLLOW(A)$,将 $A \to \alpha$ 添加到M[A,b]中(β 可以为\$)。 注意是生成式右端。

例 17. 考虑下面语法

- (1) $E \rightarrow TE'$
- (2) $E' \rightarrow +TE' \mid \epsilon$
- (3) $T \rightarrow FT'$
- (4) $T' \rightarrow *FT' \mid \epsilon$
- (5) $F \rightarrow (E) \mid id$

计算FIRST集

- 从终端符号多的开始(5), $FIRST(F) = \{(,id)\}$
- 向上找含F的生成式(3), FIRST(T) = FIRST(F)
- 向上找含T的生成式(1), FIRST(E) = FIRST(T)
- $FIRST(E') = \{+, \epsilon\}$
- $FIRST(T') = \{*, \epsilon\}$

计算FOLLOW集

- 从起始符号开始(1), 注意(5)也有E, 故 $FOLLOW(E) = \{\}, \$\}$
- E'只出现在E的生成式末尾,因此 $FOLLOW(E') = FOLLOW(E) = {}, {}$
- $FOLLOW(T) \subset FIRST(E') = \{+, \epsilon\}$, 由于 $\epsilon \in FIRST(E')$, 故 $FOLLOW(T) \subset FOLLOW(E) = \{\}$, \$\\$, 即 $FOLLOW(T) = \{+, \}$ \$
- $FOLLOW(F) \subset FIRST(T') = \{*, \epsilon\}$,由于 $\epsilon \in FIRST(T')$,故 $FOLLOW(F) \subset FOLLOW(T) = \{+, \}$,即 $FOLLOW(F) = \{*, +, \}$,\$}
- T'只出现在T的生成式末尾,因此 $FOLLOW(T') = FOLLOW(T) = \{*, +, \}$

对应有语法预测表

	id	+	*	()	\$
E	$E \to TE'$			$E \to TE'$		
E'		$E' \rightarrow +TE'$			$E' o \epsilon$	$E' \to \epsilon$
T	T o FT'			$T \rightarrow FT'$		
T'		$T' \to \epsilon$	$T' \to *FT'$		$T' \to \epsilon$	$T' \to \epsilon$
F	$F \rightarrow id$			$F \to (E)$		

3.4 自顶向下分析

定义 16 (LL(1)文法⁴). 语法G是LL(1)文法当且仅当对于任意 $A \to \alpha \mid \beta$ 为G两个不同的生成式,满足

- $1. \alpha n \beta$ 不会同时推导出由同一终端符号 α 开始的字符串
- 2. α和β中至多一个能获得空字串
- 3. $au eta \to \epsilon$,则lpha不能推出任何以FOLLOW(A)中终端符号开始的字符串;同样地, $au lpha \to \epsilon$,则eta不能推出任何以FOLLOW(A)中终端符号开始的字符串

⁴第一个L代表输入字符串从左边开始扫描,第二个L代表得到的推导是最左推导,(1)代表向前看1个输入符号(或单词)

前两个条件等价于 $FIRST(\alpha) \cap FIRST(\beta) = \emptyset$,第三个条件等价于若 $\epsilon \in FIRST(\beta)$,则 $FIRST(\alpha) \cap FOLLOW(A) = \emptyset$,反之同理

通常没有左递归、无歧义的语法可以是LL(1)。

递归下降在每一步都会有多种生成式的选择,这会导致大量的回溯。而在LL(1)文法中,每一步都只有一种生成式的选择,避免了回溯。

左因子分解(left-factoring)将生成式的共同前缀分解出来。

例 18. 考虑以下文法

$$E \to T + E \mid T$$

 $T \to int \mid int * T \mid (E)$

共同前缀分解后即得

$$\begin{split} E &\to TX \\ X &\to +E \mid \epsilon \\ T &\to int \ Y \mid (E) \\ Y &\to *T \mid \epsilon \end{split}$$

有LL(1)语法表,其中最左列为最左非终端符号,最上行为下一输入符号,表格内容为使用的右端生成式。

	int	*	+	()	\$
E	TX			TX		
X			+E		ϵ	ϵ
T	int Y			(E)		
Y		*T	ϵ		ϵ	ϵ

例 19. 经典的二义if-else语法(已提取左因子)

$$S \to iEtSS' \mid a$$

 $S' \to eS \mid \epsilon$
 $E \to b$

可以求得

$$FIRST(S) = \{i, a\}$$

$$FIRST(S') = \{\epsilon, e\}$$

$$FIRST(E) = b$$

$$FOLLOW(S) = \{\$\} + FIRST(S') - \{\epsilon\} = \{\$, e\}$$

$$FOLLOW(S') = \{\$\} + FOLLOW(S) = \{\$, e\}$$

$$FOLLOW(E) = \{\$, t\}$$

因为 $\epsilon \in FIRST(S' \to \epsilon)$ 里,而 $FIRST(S' \to eS) \cap FOLLOW(S') = \{e\} \neq \emptyset$,所以不是LL(1)文法。

Algorithm 6 Table-Driven Predictive Parsing

```
1: ip=0
2: X=stack.top()
3: while X \neq \$ do
       if X == w[ip] then
           stack.pop(); ip++;
5:
6:
       else
           if X is a terminal or M[X,a]=\emptyset then
7:
               Error()
8:
           else
9:
               Output production M[X,a] = X \rightarrow Y_1 Y_2 \cdots Y_k
10:
               stack.pop()
11:
               push Y_k, Y_{k-1}, \ldots, Y_1 onto the stack
12:
       X=stack.top()
13:
14: if w[ip] != '$' then
15:
       Error()
```

基于表的预测语法分析,用栈实现。

例 20. 考虑以下文法:

$$S \to (L) \mid a$$
$$L \to L, S \mid S$$

- 1. 消除文法的左递归.
- 2. 构造文法的LL(1)分析表.
- 3. 对于句子(a,(a,a)), 给出语法分析的详细过程(参照课本228页的图4.21).

分析. 1. 如下

$$S \to (L) \mid a$$

$$L \to SL'$$

$$L' \to SL' \mid \epsilon$$

2. 先求出FIRST集和FOLLOW集(由于文法中存在逗号,故将字符用引号括起来以示区分)

$$FIRST(S) = \{'(','a') \mid FOLLOW(S) = \{'\$',')'\}$$

$$FIRST(L) = \{'(','a') \mid FOLLOW(L) = \{')'\}$$

$$FIRST(L') = \{',',\epsilon\} \mid FOLLOW(L') = \{')'\}$$

LL(1)分析表如下, 其中第一列为非终端符号, 第一行为输入符号.

	()	a	,	\$
S	$S \to (L)$		$S \to a$		
L	$L \to SL'$		$L \to SL'$		
L'		$L' \to \epsilon$		$L' \rightarrow, SL'$	

3. 语法分析过程如下

36.1.1	α. 1	.	4
Matched	Stack	Input	Action
	S\$	(a,(a,a))\$	
	(L)\$	(a,(a,a))\$	$output S \to (L)$
(L)\$	a,(a,a)	
(SL')\$	a,(a,a)	$output \ L \to SL'$
(aL')\$	a,(a,a)	$output \ S \rightarrow a$
(a	L')\$, (a, a))\$	
(a	,SL')\$, (a, a))\$	$output\ L' \rightarrow, SL'$
(a,	SL')\$	(a,a)	
(a,	(L)L')\$	(a,a)	$output S \to (L)$
(a, (L)L')\$	(a,a)	
(a, (SL')L')\$	(a,a)	$output \ L \to SL'$
(a, (aL')L')\$	(a,a)	$output \ S \to a$
(a,(a	L')L')\$,a))\$	
(a,(a	,SL')L')\$,a))\$	$output\ L' \rightarrow, SL'$
(a, (a,	SL')L')\$	a))\$	
(a, (a,	aL')L')\$	a))\$	$output \ S \rightarrow a$
(a,(a,a	L')L')\$))\$	
(a,(a,a)L')\$))\$	$output \ L' \to \epsilon$
(a,(a,a)	L')\$)\$	
(a,(a,a))\$)\$	$output \ L' \to \epsilon$
(a,(a,a))	\$	\$	

3.5 自底向上分析

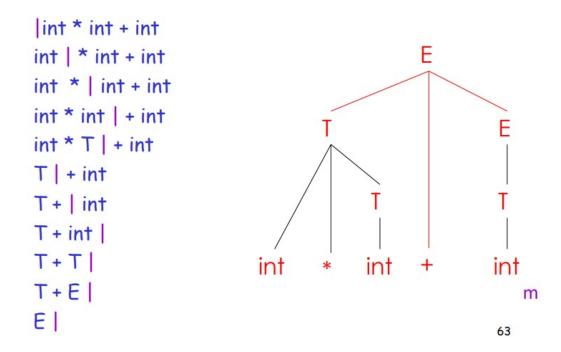
自底向上的语法分析采用两种动作:

• 移进(shift): 将 | 向右移动一格

$$ABC \mid xyz \implies ABCx \mid yz$$

• 规约(reduce): 在字符串右侧逆向应用生成式

$$Cbxy \mid ijk \implies CbA \mid ijk$$



移进将终端符号移入栈中,规约将生成式的右端符号弹出,将生成式的左端非终端符号推入。

定义 17 (句柄(handle)). A handle is a string that can be **reduced** and also allows further reductions back to the start symbol. 可以理解为当前正在处理的token, 用于规约而不是移进。

定义 18 (活前缀(viable prefix)). α 是活前缀若存在 ω 使得 $\alpha \mid \omega$ 是移进-规约语法分析器的状态。

LR分析是最通用的**非回溯**移进-规约语法解析方法,难点在于构建分析表太过麻烦,但Yacc等工具可辅助构建。

3.5.1 LR(0)语法

为构建规范(canoical)LR(0)项,定义增量语法G'有生成式 $S' \to S$,其中S为原语法G的开始符号。这个生成式用于告知parser接受(accept)输入并停止解析,即接受仅发生在要对 $S' \to S$ 进行规约的时候。

定义 19 (CLOSURE). 若I为语法G项的集合,则CLOSURE(I)为从I中构造出项的集合:

- 1. 初始时, 在I中的每一项都会被加到CLOSURE(I)中

定义 20 (GOTO). I是项的集合,X为输入符号,GOTO(I,X)为所有项 $[A \to \alpha X \cdot \beta]$ 的闭包使得 $[A \to \alpha \cdot X\beta]$ 在I中

定义 21 (核项(kernel item)). 初始项 $S' \to \cdot S$ 及所有·不在左端的项称为核项,除了初始项外所有·在左端的项称为非核项(即那些新加入闭包的项)

LR(0)语法:

• 栈包含 α , 下一输入是t, DFA在输入 α 上终止在状态s

- $\exists s \exists s \exists X \rightarrow \beta$ 的项时进行规约(没有得移进就规约,自动机无对应符号出边)
- $\exists s$ 包含 $X \to \beta.t\omega$ 的项时移进

LR(0)可能存在以下两种冲突:

- 规约-规约冲突: $X \to \beta$.且 $Y \to \omega$.
- 移进-规约冲突: $X \to \beta$.且 $Y \to \omega.t\delta$

3.5.2 SLR分析

SLR(simple left-to-right scan)⁵用启发式算法提升了LR(0)移进规约的效率,减少冲突。

- 栈包含 α ,下一输入是t, DFA在输入 α 上停在状态s
- 当s包含 $X \to \beta$ 的项且 $t \in FOLLOW(X)$ 时进行 $X \to \beta$ 规约
- 当s包含 $X \to \beta.t\omega$ 的项时移进

算法 4 (SLR(1)分析表). 构造 $\mathcal{C} = \{I_0, I_1, \dots, I_n\}$ 为LR(0)项的集合G'

- 1. 若 $[A \to \alpha \cdot a\beta] \in I_i$ 且 $GOTO(I_i, a) = I_i$,则设ACTION[i, a]为移进j,
- 2. 若 $[A \to \alpha \cdot] \in I_i$, 则 $\forall a \in FOLLOW(A)$, 设ACTION[i, a]为规约 $A \to \alpha$

若上述有冲突的动作,则该文法不是SLR(1)的。

依照分析表可以得到语法分析的算法

- 若ACTION[s,a]为移进t,则将t推入栈中

例 21. 考虑以下文法:

(1)
$$E \rightarrow E + T$$

$$(2)$$
 $E \rightarrow T$

$$(3)$$
 $T \rightarrow TF$

$$(4)$$
 $T \rightarrow F$

$$(5)$$
 $F \rightarrow F^*$

$$(6)$$
 $F \rightarrow a$

$$(7) \quad F \quad \rightarrow \quad b$$

- 1. 写出每个非终端符号的FIRST集和FOLLOW集.
- 2. 构造识别这一文法所有活前缀($viable\ prefixes$)的LR(0)自动机(参照课本4.6.2节图4.31).
- 3. 构造这一文法的SLR分析表(参照课本4.6.3节图4.37).
- 4. 给出SLR分析器识别输入串 $a + ab^*$ 的过程(参照课本4.6.4节图4.38)

⁵或SLR(1)分析,通常省略(1)

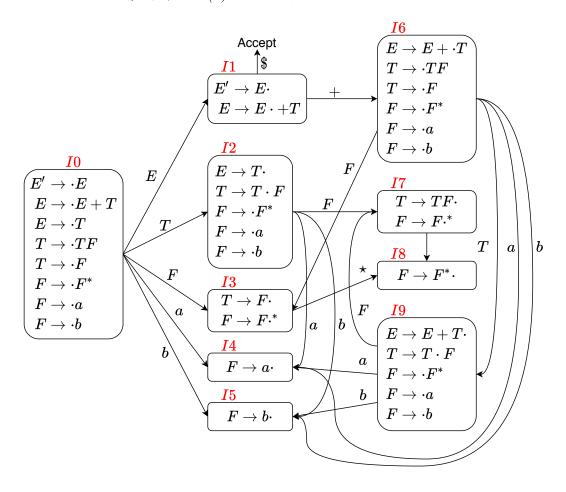
分析. 1. FIRST集和FOLLOW集如下

$$FIRST(E) = \{a, b\} \quad FOLLOW(E) = \{\$, +\}$$

$$FIRST(T) = \{a, b\} \quad FOLLOW(T) = \{\$, +, a, b\}$$

$$FIRST(F) = \{a, b\} \quad FOLLOW(F) = \{\$, +, *, a, b\}$$

2. 构造增广语法 $E' \to E$, 并得到LR(0)自动机如下



3. 依据上述两问结果,可构造SLR分析表如下(s后面的数字为DFA状态编号,r后面的数字为生成式的编号)

STATE	ACTION					GOTO		
	a	b	+	*	\$	E	T	F
0	<i>s</i> 4	s5				1	2	3
1			s6		ACC			
2	s4	s5	r2		r2			γ
3	r4	r4	r4	s8	r_4			
4	r6	r6	r6	r6	r6			
5	$r\gamma$	$r\gamma$	$r\gamma$	$r\gamma$	r7			
6	s4	s5					9	3
7	r3	r3	r3	s8	r3			
8	r5	r5	r5	r5	r5			
9	<i>s</i> 4	s5	r1		r1			7

4. 依上述ACTION-GOTO表,可得以下过程

	STACK	SYMBOLS	INPUT	ACTION
(1)	0		$a + ab^*$ \$	[0, a]s4
(2)	04	a	$+ab^*\$$	$[4, a]r6F \to a, [0, F]s3$
(3)	03	F	$+ab^*\$$	$[3,+]r4T \to F, [0,T]s2$
(4)	02	T	$+ab^*\$$	$[2,+]r2E \to T, [0,E]s1$
(5)	01	E	$+ab^*\$$	[1, +]s6
(6)	016	E+	$ab^*\$$	[6,a]s4
(7)	0164	E + a	b*\$	$[4,b]r6F \to a, [6,F]s3$
(8)	0163	E+F	b*\$	$[3,b]r4T \rightarrow F, [6,T]s9$
(9)	0169	E+T	b*\$	[9,b]s5
(10)	01695	E+Tb	*\$	$[5,*]r7F \to b, [9,F]s7$
(11)	01697	E + TF	*\$	[7,*]s8
(12)	016978	$E + TF^*$	\$	$[8,\$]r5F \to F^*, [9,F]s7$
(13)	01697	E + TF	\$	$[7,\$]r3T \to TF, \ [6,T]s9$
(14)	0169	E+T	\$	$[9,\$]r1E \to E + T, \ [0,E]s1$
(15)	01	E	\$	[1,\$]ACC

3.6 语法制导翻译

抽象语法树(Abstract Syntax Trees, AST)是将原本语法树中冗余的成分给去除,比如左右括号原本都是各自一个结点,但在AST中不会呈现。

语法制导翻译(syntax-directed translation)给语法符号提供了属性(attribute),给生成式提供了动作(action)。

例 22. 对下列语法进行求值

$$E \rightarrow int \mid E + E \mid (E)$$

有语法制导定义

$$E \rightarrow int$$
 $E.val = int.val$
 $E \rightarrow E_1 + E_2$ $E.val = E_1.val + E_2.val$
 $E \rightarrow (E_1)$ $E.val = E_1.val$

- 综合属性(synthesized): 从后代计算得到
- 继承属性(inherited): 从语法树的父亲或兄弟中计算得到

4 语义分析与中间表示

- 高层中间表示: 语法树、有向无环图(DAG), 用于静态类型检查
- 低层中间表示: 三地址码, 适合机器相关的任务(寄存器分配、指令选择)

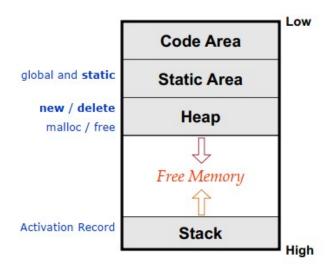
```
x = y \text{ op } z // \text{ arithmetic and logical}
x = op y // negation and conversion
x = y // copy
goto L // unconditional jump
if x goto L // conditional jump
if False x goto L // conditional jump
if x op y goto L // relational operation
param x1 // parameter passing
param x2
param xn
call p, n // procedure call
y = call p, n // function call
return y // return a value
x = y[i] // indexed copy, i is the offset
x[i] = y
x = &y // address and pointer assignment
x = *y
*x = y
```

top指代当前的符号表,gen代表生成中间代码,11代表代码的连接。

$S \rightarrow id = E$	S.code = E.code gen(top.get(id.lexeme) '=' E.addr)		
$E \to E_1 + E_2$	E.addr = new Temp()		
	E.code = E1.code E2.code gen(E.addr '=' E1.addr '+' E2.addr)		
$E \rightarrow -E_1$	E.addr = new Temp()		
	E.code = E1.code gen(E.addr '=' minus E1.addr)		
$E \to (E_1)$	E.addr = E1.addr		
	E.code = E1.code		
$L o L_1[E]$	L.array = L1.array		
	L.type = L1.type.element		
	t = new Temp()		
	L.addr = new Temp()		
	gen(t '=' E.addr '*' L.type.width)		
	gen(L.addr '=' L1.addr '+' t)		
S→if (B) S1 else S2	B.true = new Label()		
	B.false = new Label()		
	S1.next = S2.next = S.next		
	S.code = B.code label(B.true) S1.code		
	gen('goto' S.next) label(B.false) S2.code		

5 运行时系统

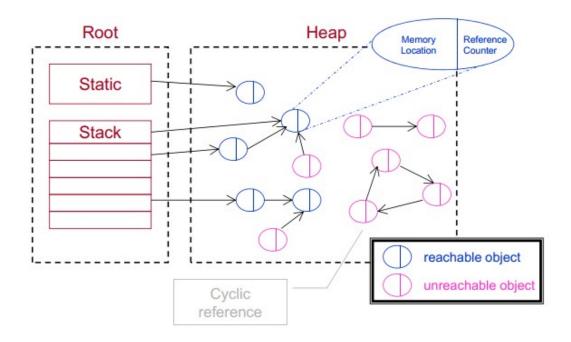
5.1 存储管理



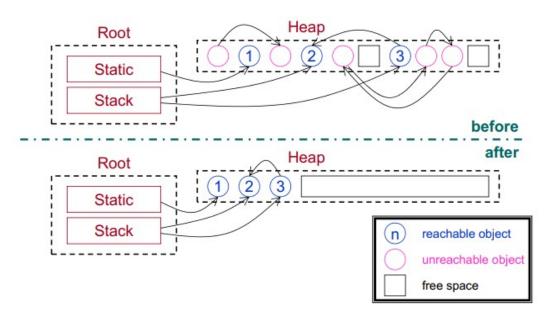
5.2 垃圾回收

- 引用计数(reference counting): 创建加1, 删除减1
 - 简单、立即增量式回收

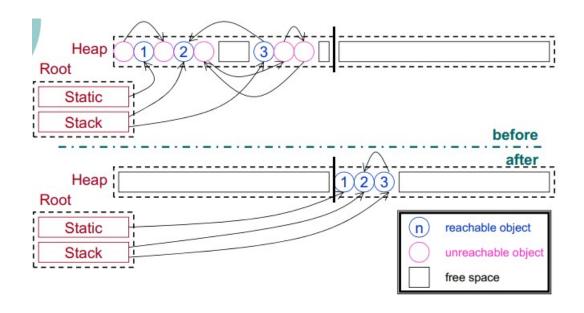
- 不能回收循环引用的示例



- 标记扫除(mark and sweep): 做图深搜找连通块
 - 有办法清除循环引用
 - 大量垃圾时效率低,无法满足实时应用
- 标记压缩(mark and compact): 标记,计算新地址,拷贝对象到新地址并更新引用



● 拷贝收集(copying collector): 堆被划分为两个区域,可达对象一旦被发现就会立即被移动,但不可达对象不做改动



JVM采用了两代(young & old)的方式,对于年轻的对象采用拷贝收集,对于老的对象则采用标记压缩。

6 代码生成及优化

6.1 代码生成

- 指令选择: 选择最适合目标机器的指令来实现IR
- 寄存器分配和指派
- 指令调度

定义 22 (基本块(basic block)). 单一入口单一出口。成为leader的指令:

- 1. 第一条三地址指令
- 2. 条件或无条件跳转指令的目标
- 3. 条件或无条件跳转指令的下一指令

6.2 代码优化

• 窥孔优化(peephole): 基于滑动窗口, 最小粒度

```
x = x + 0 // eliminated
x = x * 1 // eliminated
y = x * 2 // y = x << 1
LD RO, a
ST a, RO // eliminated</pre>
```

- 局部优化: 在基本块内的优化
 - 公共子表达式删除

- 常量/拷贝传递
- 荣誉操作消除
- 循环优化: 在循环内的优化
- 全局优化: 最粗粒度的优化

定义 23 (循环(loop)). 只有唯一入口/头的强连通子图