编译原理笔记

陈鸿峥

2020.07*

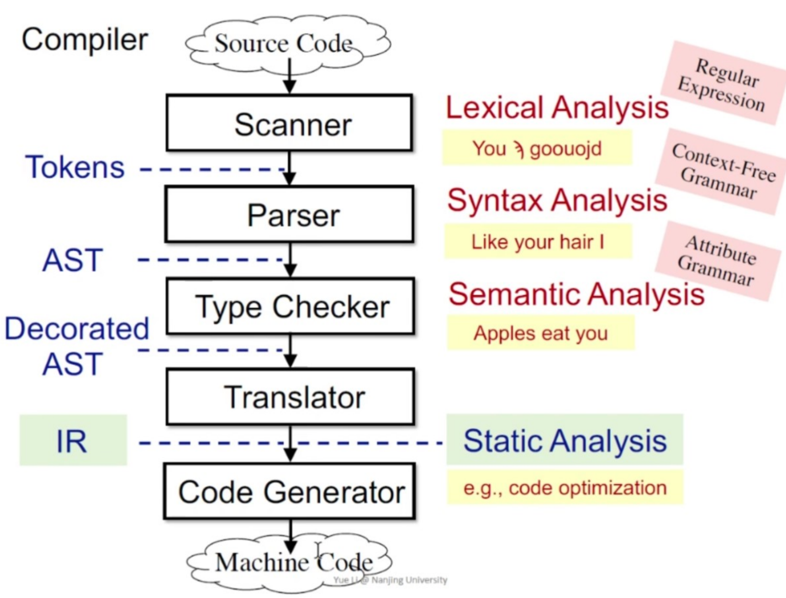
目录

*Build 20200726

本课程采用书目Alfred V. Aho, Monica S. Lam, Ravi Sethi, Jeffrey D. Ullman, *Compilers: Principles, Techniques & Tools (2nd ed)*，即大名鼎鼎的龙书。同时也参考了Stanford CS143: Compilers这门课程。

1 简介

编译器的几个阶段如下，前端包括词法(lexical)、语法(syntax)、语义(semantic)分析，中端IR生成、优化，后端代码生成。



编程语言设计的思想：

- 抽象(abstraction)：核心在于信息隐藏(infomation hiding)，只把必要的暴露出来
- 类型(types)：表达抽象、查出常见错误、使程序安全
- 重用(reuse)：开发软件系统中常见的模式（类型参数化、类与继承）

2 词法分析

分离词法分析和语法分析可以简化这两个任务，同时提升编译器的性能与兼容性。

2.1 基本定义

定义 1. 令牌*(token)*是一个令牌名字与可选属性值构成的对；模式*(pattern)*描述了每个词素*(lexeme)*要遵循什么规则；而词素（最小意义单位）则是源程序中一连串满足模式的字母，作为令牌的实例化。

例 1. *考虑C语句*

```
printf("Total = %d\n", score);
```

其中`printf`*和*`score`*是匹配(match)上令牌**id**模式的词素，而*`"Total = %d\n"`*是匹配上字面值**literal**的词素。*

简单来讲，令牌是一个更大的概念，是同类词素的集合。比如一个令牌**comparison**的样例词素可以有`<=`和`!=`。

定义 2 (字母表与语言)**.** *字母表(alphabet)Σ是有限符号(symbol)的集合，如ASCII就是一个字母表。字符串(string)s是从字母表中抽取的有限符号的序列，$|s|$为字符串长度，ϵ为空串。语言(language)是字符串的可数集合。*

例 2. *字母表$\Sigma = \{0, 1\}$，则$\{001, 1001\}$和$\{\}$都是定义在Σ上的语言。*

定义 3 (字符串术语)**.** *前缀(prefix)和后缀(suffix)都可以包括ϵ。字串(substring)可通过删除任意前缀和任意后缀（包括零个）获得。真(proper)字串则不包含ϵ。子序列(subsequence)是删除零个或多个**不一定连续**的字母得到的字符串。*

语言是一种集合，故集合运算也适用于语言。

并集(union)	$L \cup M$
连接(concatenation)/交集	LM
柯林闭包(Kleene closure)	$L^* = \cup_{i=0}^{\infty} L^i$
正闭包(positive)	$L^+ = \cup_{i=1}^{\infty} L^i$

2.2 正则表达式

定义 4 (正则表达式(regular expression, regex))**.** *正则表达式r定义了语言$L(r)$，以递归形式定义：*

1. *奠基：*
   - *ϵ是正则表达式，即$L(\epsilon) = \{\epsilon\}$*
   - *$a \in \Sigma$是正则表达式，即$L(\mathbf{a}) = \{a\}$（这里用斜体代表符号，粗体代表符号对应的正则表达式）*
2. *推论(induction)：若r和s都是正则表达式给出了语言$L(r)$和$L(s)$，则*
   - *$(r)|(s)$是正则表达式，表示$L(r) \cup L(s)$*
   - *$(r)(s)$是正则表达式，表示$L(r)L(s)$*
   - *$(r)^*$是正则表达式，表示$(L(r))^*$*
   - *(r)是正则表达式，表示$L(r)$*

正则表达式表示的语言叫做正规集。如果两个正则r和s定义了相同的正则集，则记作$r = s$。

正则表达式的拓展[1]：

[1]更多可参见Regex101

- r^+代表一个或多个
- $r?$代表零或一个
- $[a-z]$字母类

有以下运算规定：

- 一元运算符*有最高优先级，左结合（也包括+、?等扩展）
- 连接优先级次之，左结合
- |优先级**最低**，左结合

等价规则：

- 连接具有分配律：$r(s|t) = rs|rt$，$(s|t)r = sr|tr$
- ϵ在闭包里被保证：$r^* = (r|\epsilon)^*$
- 闭包幂等(idempotent)：$r^{**} = r^*$

定义 5 (正则定义)**.** $d_i \to r_i$，其中d_i都是名字，且各不相同。每个r_i是$\Sigma \cup \{d_1, \ldots, d_{i-1}\}$中符号上的正则表达式。

例 3. 比如C语言的标识符可记为

$$\begin{aligned} letter\_ &\to A|B|\cdots|Z|a|b|\cdots|z|\_ \\ digit &\to 0|1|\cdots|9 \\ id &\to letter\_(letter\_|digit)^* \end{aligned}$$

更简洁的写法

$$\begin{aligned} letter\_ &\to [A-Za-z\_] \\ digit &\to [0-9] \\ id &\to letter\_(letter|digit)^* \end{aligned}$$

例 4. 下列正则表达式描述什么语言？

- `a(a|b)*a`：首尾是a中间任意个（可为*0*）a或b的字符串
- `(a|b)*a(a|b)(a|b)`：倒数第三个字符为a仅含a或b的字符串
- `a*ba*ba*ba*`：只含*3*个b且a在中间穿插（可没有）的字符串
- `((E|a)b*)*`：空、全a全b、开头一个a紧接多个b的重复串
- `b*(ab*ab*)*`：所有包含偶数个a的由a和b组成的字符串

注意考虑**闭包为空**的情况，ϵ出现也可能导致空串！

例 5. 用正则表达式描述下列语言：

- 所有由按词典递增序排列的小写字母组成的字符串（如add、low都符合要求，而zzg则不符合）[2]：`a+b*c*...z* | a*b+c*...z* | a*b*c+...z* | ...`
- 不以ab开头的所有只含有字母a和b的字符串：`(ba|aa|bb)(a|b)*`

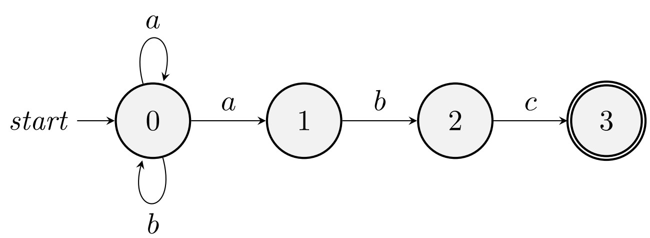
[2]参见https://www.zhihu.com/question/28714623/answer/41865697

2.3 有限自动机

2.3.1 确定性/非确定性有限自动机

确定有限自动机(DFA)不可对ϵ进行移动，而且对于每一状态s，输入符号a，只有唯一一条出边标记为a；而非确定性有限自动机(NFA)可能有多种转换路径，而且有ϵ移动。有限状态集S，状态$s_0 \in S$为初始状态(start/initial)，$F \subset S$为终止状态(accepting/final)。

例 6. *识别语言$L((a|b)^*abb)$，下面为一个NFA*



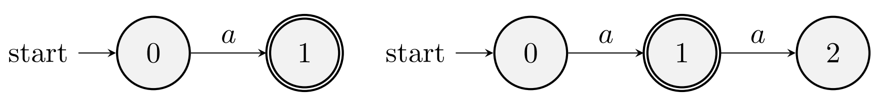
判别字符串能否被DFA识别很简单，只需要读入字符按照状态转移表跳转，判断末态是不是终态即可（即模拟）。

Algorithm 1 基于DFA的识别算法

$s = s_0$
$c = nextChar()$
while (c!=**eof**) **do**
    $s = move(s, c)$
    $c = nextChar()$
if $s \in F$ **then**
    return "yes"
elsereturn "no"

时间复杂度为$O(|str|)$。

对于DFA或NFA**求反**相当于将所有接受状态改为非接受状态，非接受状态改为接受状态。注意可能出现DFA无对应符号出边的情况，如a，这时可以添加冗余结点来接受这些非法输入。



定理 1. *对任一正则表达式R，一定存在另一正则表达式R'，使得$L(R')$是$L(R)$的补集.*

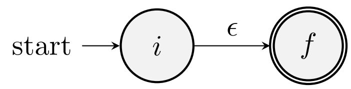
分析. *由正则表达式与DFA的等价性，对于正则表达式R，必然存在DFA M可以识别$L(R)$，那么将M中的接受状态改为非接受状态，将非接受状态改为接收状态，得到新的DFA M'可以识别$L(R)$的补集，进而存在M'对应的正则表达式R'，使得$L(R')$是$L(R)$的补集.*

2.3.2 正则表达式转NFA

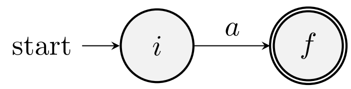
McNaughton-Yamada-Thompson算法

1. 奠基

   - 对于表达式ϵ，构建NFA

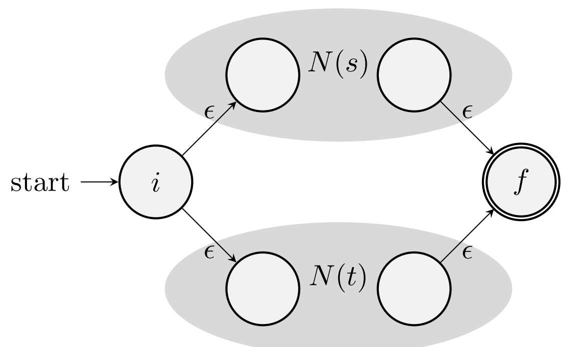


   - 对于任意子表达式$a \in \Sigma$，构建NFA

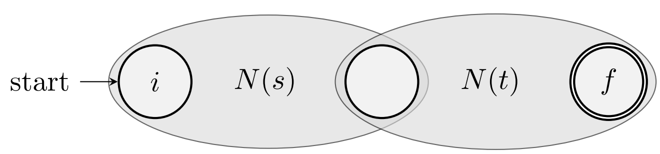


2. 推论

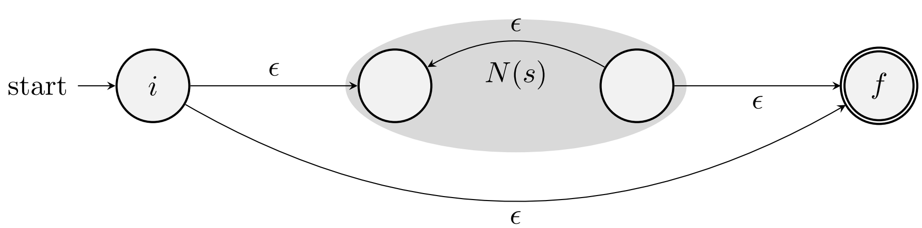
   - $r = s|t$，取并集



   - $r = st$，取连接



   - $r = s^*$，Kleene闭包



其他拓展符号可通过上述基本符号得到，如

- R^+等价于RR^*
- $R?$等价于$\epsilon|R$

2.3.3 NFA转DFA

定义 6 (ϵ闭包及$move$)**.** ϵ闭包是可通过NFA的ϵ边转换的状态（包括自己）。 $move(T,a)$为状态$s \in T$通过输入符号a可到达的新的状态。

Algorithm 2 子集构造（NFA转DFA）

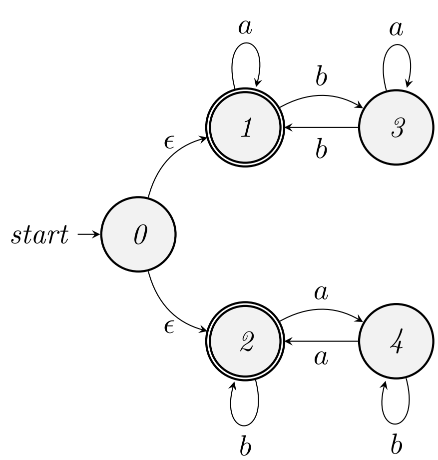
Require: NFA N

Ensure: DFA D（与N接受相同的语言）

ϵ-$closure(s_0)$是$Dstates$的唯一状态，且未被标记(unmarked)
while 在$Dstates$中还有未被标记的状态T **do**
    标记T
    for 每一个输入符号a **do**
        $U = \epsilon$-$closure(move(T,a))$
        if $U \notin Dstates$ **then**
            将U作为未标记的状态加入$Dstates$
        $Dtran[T,a] = U$

思路即**先求出初态的ϵ闭包，然后对每个输入符号做转移后再求ϵ闭包，看是否产生新的子集状态**。注意这里的输入符号转移一定得转，即不能留在原状态。

例 7. 考虑以下NFA:

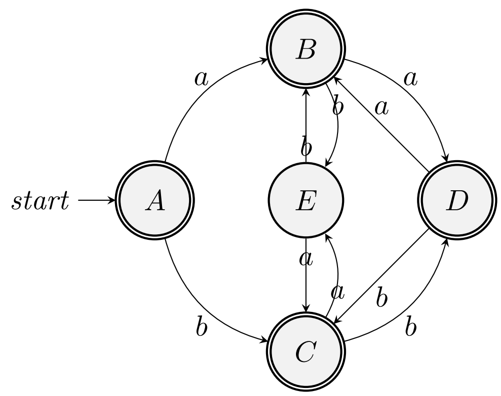


1. 这一NFA接受什么语言（用自然语言描述）？
2. 构造接受同一语言的DFA.

分析. 1. 含有偶数个a或偶数个b的由a、b构成的字符串，或者全是a或全是b

2. 由$subset\ construction$算法构造如下

NFA	DFA	a	b
$\{0,\underline{1,2}\}$	A	$\{1,4\}$	$\{2,3\}$
$\{\underline{1},4\}$	B	$\{1,2\}$	$\{3,4\}$
$\{\underline{2},3\}$	C	$\{3,4\}$	$\{1,2\}$
$\{\underline{1,2}\}$	D	$\{1,4\}$	$\{2,3\}$
$\{3,4\}$	E	$\{2,3\}$	$\{1,4\}$



直接用NFA识别语言算法如下，需要每次算所有当前**可能状态**执行动作c后的ϵ闭包。

Algorithm 3 用NFA识别语言

$S = \epsilon\text{-}closure(s_0)$
$c = nextChar()$
while c!=**eof** **do**
    $S = \epsilon\text{-}closure(move(S, c))$
    $c = nextChar()$
if $S \cap F \mathrel{!}= \varnothing$ **then**
    return "yes"
else
    return "no"

定理 2. *DFA*，*NFA*和正则表达式三者的描述能力是一样的。

但从NFA转为DFA可能导致状态数的指数增长。

例 8. $L_n = (a \mid b)^* a (a \mid b)^{n-1}$，与此$NFA$等价的$DFA$状态数必不少于$2^n$。

分析. 反证法。假设存在一个DFA D接受语言L_n，且状态数少于2^n。构造2^n个长度为n的字符串

$aa \cdots a$

$aa \cdots 1$

$\cdots$

$bb \cdots a$

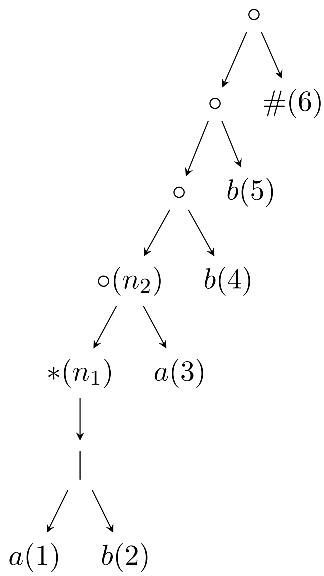
$bb \cdots b$

由于D的状态数少于2^n，故上面必存在两个不同的字符串s和t，它们在DFA上会走到同一状态。因为s和t不等，因此总存在i，使得$s[i] \neq t[i]$。不妨设$s[i] = 0$，$t[i] = 1$，令$s' = s + (n-1)$个a，$t' = t + (n-1)$个a。由L_n的表达式，s'应该走到接受状态，而t'应该走到非接受状态。但由于s和t走到同一状态，那么它们再走$(n-1)$个a也应该到达同一状态，但这个状态既是接受状态又是非接受状态，因此矛盾。

2.4 Regex转DFA

可以由正则表达式通过NFA转为DFA，本节则讲述直接由正则表达式转为DFA。

构造正则表达式的语法树，以#结尾。



$*$为star，$|$为or，$\circ$为cat

- $nullable(n)$：ϵ包含在子树中则为真
- $firstpos(n)$：符合regex子树的字符串中第一个字符可能出现的位置
- $lastpos(n)$：符合要求字符串最后一个字符可能出现的位置
- $followpos(p)$：紧跟p可能的位置

例 9. 结点n_1代表$(a|b)^*$，结点n_2代表$(a|b)^*a$

- $nullable(n_1) = true \qquad nullable(n_2) = false$
- $firstpos(n_2) = \{1, 2, 3\}$
- $lastpos(n_2) = \{3\}$
- $followpos(1) = \{1, 2, 3\}$

计算上述函数的方式：

结点n	$nullable(n)$	$firstpos(n)$	$lastpos(n)$
标记为ϵ的叶子	**true**	$\varnothing$	$\varnothing$
位置为i的叶子	**false**	$\{i\}$	$\{i\}$
or结点$n = c_1 \vert c_2$	$nullable(c_1)$ **or** $nullable(c_2)$	$firstpos(c_1) \cup firstpos(c_2)$	$lastpos(c_1) \cup lastpos(c_2)$
cat结点$n = c_1c_2$	$nullable(c_1)$ **and** $nullable(c_2)$	**if** $(nullable(c_1))$ $firstpos(c_1) \cup firstpos(c_2)$ **else** $firstpos(c_1)$	**if** $(nullable(c_2))$ $lastpos(c_1) \cup lastpos(c_2)$ **else** $lastpos(c_2)$
star结点$n = c_1^*$	**true**	$firstpos(c_1)$	$followpos(c_1)$

- 若n为cat结点，则对于左子树c_1的所有$i \in lastpos(c_1)$，有右子树$firstpos(c_2) \in followpos(i)$
- 若n为star结点，则对于所有$i \in lastpos(n)$，有$firstpos(n) \in followpos(i)$

构建$followpos$的过程实际上是深搜的过程，可构造出一个有向图表示状态迁移。

Algorithm 4 Regex转DFA

Require: 正则表达式 r

Ensure: DFA D可识别$L(r)$

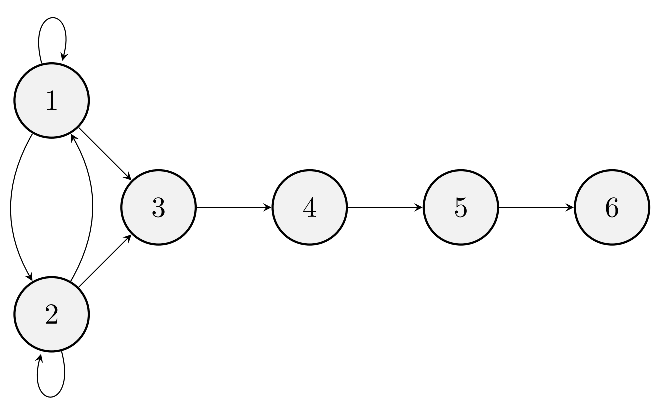
语法树T的根节点为n_0，$firstpos(n_0)$是$Dstates$的唯一状态，且未被标记(unmarked)
while 在$Dstates$中还有未被标记的状态S **do**
    标记S
    for 每一个输入符号a **do**
        $U = \bigcup_{\text{对应}a\text{的位置}p\in S} followpos(p)$
        if $U \notin Dstates$ **then**
            将U作为未标记的状态加入$Dstates$
        $Dtran[S,a] = U$

例 10. 考虑正则表达式 $\begin{matrix} (& a & \mid & b &)^* & a & b & b & \# \\ & 1 & & 2 & & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix}$

分析. 由表达式其实可以直接得到$followpos$函数

$position$	$followpos(i)$
1	$\{1,2,3\}$
2	$\{1,2,3\}$
3	$\{4\}$
4	$\{5\}$
5	$\{6\}$
6	$\varnothing$

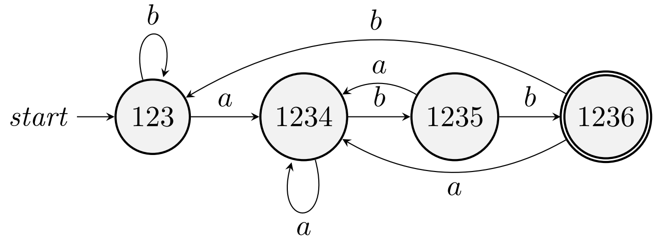
进而构造出一个有向图（加上标号可变成NFA）



由正则表达式转DFA的算法可得以下状态转移表

	a	b
$\{1,2,3\}$	$\{1,2,3,4\}$	$\{1,2,3\}$
$\{1,2,3,4\}$	$\{1,2,3,4\}$	$\{1,2,3,5\}$
$\{1,2,3,5\}$	$\{1,2,3,4\}$	$\{1,2,3,6\}$
$\{1,2,3,6\}$	$\{1,2,3,4\}$	$\{1,2,3\}$

然后可得DFA



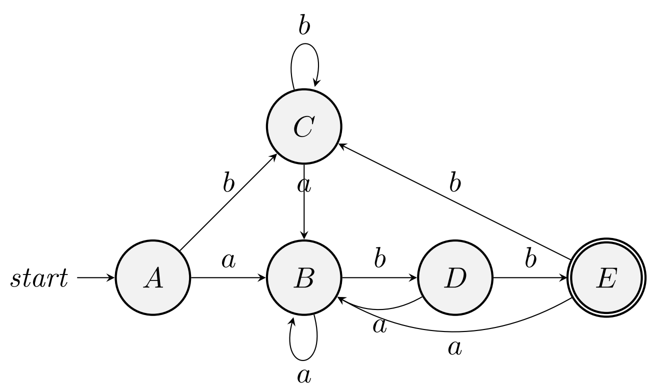
2.5 最小化DFA

定义 7 (区别(distinguish))**.** 字符串w**区别**状态s和t，如果$DFA\ M$从状态s出发，对输入串w进行状态转换，最后停在某个接受状态；从t出发，对输入串w进行状态转换，停在一个非接受状态；反之亦然。

定理 3. 每一个正则集都可以**唯一**由一个状态数最少的DFA识别。

分析. 反证法。设算法得到的DFA为D，假设存在另一个$DFA\ D'$，D'和D接受同一语言，并且D'的状态数比D更少。设D的起始状态为S，D'的起始状态为S'，则S与S'不可区分。如果对于S和输入符号a，在D中迁移到状态A；对于S'和输入符号a，在D'中迁移到状态A'，则A与A'不可区分。依此类推可知对于D中的任一状态T，在D'中都有一个状态T'与T不可区分。又由于D的状态数多于D'的状态数，所以D中至少存在两个状态T_1和T_2，使得D'中的一个状态T与它们均不可区分。因此T_1和T_2也不可区分，于是矛盾。

例 11. 如下状态转移图



分析. 初始划分Π包括两个组*(group)*：接受状态组(E)和非接受状态组$(ABCD)$[3]。构造Π_{new}，先考虑(E)，仅一个状态，不可划分，仍将(E)放回Π_{new}。然后考虑$(ABCD)$，对于输入a，这些状态都转换到B，分组$(ABCD)$不变；但对于输入b，A、B和C都转换到状态组$(ABCD)$的一个成员，而D转换到另一组成员E。因此，在Π_{new}中，状态组$(ABCD)$需要分裂为两个新组(ABC)和D，$\Pi_{new} = (ABC)(D)(E)$。继续执行下一轮操作，最终得到$\Pi_{final} = (AC)(B)(D)(E)$。因此选择$A$作为$(AC)$的代表，其他不变，可得到简化的自动机。

[3]准确来说是接受状态的补，如果接受状态组为全集，那么另一组将为空。另外需要考虑转移到外部结点的情况，即DFA中无对应跳转符号。

	a	b
A	B	A
B	B	D
D	B	E
E	B	A

3 语法分析

3.1 上下文无关法

语法分析需要解决：从词法分析中获得的每个属性字(token)在语句中承担什么角色，同时检查语句是否符合程序语言的语法。

很多语言并非是正则的，比如匹配的括号串$\{(^i)^i \mid i \geq 0\}$，原因是FA不能记住其访问某一状态的次数，因此需要有更加强大的语言。

定义 8 (上下文无关法(context-free gramma, CFG)). *包括四部分*

- *终端符号(terminal)的集合*T*（即token名字）*
- *非终端符号的集合*N
- *唯一的开始符号*$S \in N$
- *若干以下形式的产生式(production)*

$$X \to Y_1 Y_2 \dots Y_n$$

其中$X \in N$*且*$Y_i \in T \cup N \cup \{\epsilon\}$*。多个左侧相同的产生式右侧可用|合并。*

定义 9 (推导(derivation)). *从开始符号开始，每一步推导就是用一个产生式的右方取代左端的非终端符号。*

CFG定义语言的能力比正则表达式强很大原因是它引入了递归的因素。

例 12. *用上下文无关文法定义下列语言：*

- $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$*：*$E \to 0E1 \mid 01$
- *只含有0和1的回文串：*$S \to 0S0 \mid 1S1 \mid 0 \mid 1 \mid \epsilon$
- *只含有(和)的匹配括号串：*$E \to (E) \mid EE \mid \epsilon$

- 最左推导(left-most)：每步推导都替换最左侧的非终端符号

$$E \overset{lm}{\Longrightarrow} -E \overset{lm}{\Longrightarrow} -(E) \overset{lm}{\Longrightarrow} -(E+E) \overset{lm}{\Longrightarrow} -(id+E) \overset{lm}{\Longrightarrow} -(id+id)$$

- 最右推导(right-most)：每步推导都替换最右侧的非终端符号

$$E \overset{rm}{\Longrightarrow} -E \overset{rm}{\Longrightarrow} -(E) \overset{rm}{\Longrightarrow} -(E+E) \overset{rm}{\Longrightarrow} -(E+id) \overset{rm}{\Longrightarrow} -(id+id)$$

定义 10 (二义性). 如果对于一个文法，存在一个句子，对这个句子可以构造两棵不同的分析树，那么我们称这个文法为二义的。

看语法分析树的叶子结点能不能连成句子。

例 13. 对于文法$E \to E + E \mid E * E \mid -E \mid (E) \mid id$及句子$id + id * id$，有以下两种推导：

$$\begin{aligned} E &\implies E + E \\ &\implies id + E \\ &\implies id + E * E \\ &\implies id + id * E \\ &\implies id + id * id \end{aligned} \qquad \begin{aligned} E &\implies E * E \\ &\implies E + E * E \\ &\implies id + E * E \\ &\implies id + id * E \\ &\implies id + id * id \end{aligned}$$

文法二义性可通过引入更多的产生式来消除。

例 14. $E \to E + E \mid E * E \mid (E) \mid id$是有二义的，因为不知道应该先算加法还是乘法。可将其改为

$$E \to E + T \mid T$$
$$T \to T * F \mid F$$
$$F \to (E) \mid id$$

其中E为*Expression*，T为*Term*，F为*Facotr*，即可消除二义性（必然得先算乘法）。相当于先算F，再算T，最后算E，强行添加了括号/优先级。

例 15. 悬挂的*if-else*：`if E1 then if E2 then E3 else E4`，可以令`else`匹配最近的`then`。

$$\begin{aligned} E &\to MIF && //\text{所有的}then\text{都被匹配} \\ &\mid UIF && //\text{仅有一些}then \\ MIF &\to if\ E\ then\ MIF\ else\ MIF \\ &\mid OTHER \\ UIF &\to if\ E\ then\ E \\ &\mid if\ E\ then\ MIF\ else\ UIF \end{aligned}$$

并不是所有上下文无关文法都可以做到无二义，也无法判断一个上下文无关文法是否是二义的。

3.2 NFA转CFG

1. 对于NFA的每一状态i，创建非终态A_i
2. 若状态i在输入a上有转换边到状态j，则添加生成式$A_i \to aA_j$；若状态i在输入ϵ上转换到状态j，则添加生成时$A_i \to A_j$
3. 若i是接受状态，则添加$A_i \to \epsilon$
4. 若i是初始状态，则令A_i为语法的初始符号

定义 11 (右线性文法). 如果每个产生式都属于下列形式之一

$$A \to aB \qquad A \to a \qquad A \to \epsilon$$

则这样的文法称为右线性文法

定义 12 (左线性文法). 如果每个产生式都属于下列形式之一

$$A \to Ba \qquad A \to a \qquad A \to \epsilon$$

则这样的文法称为左线性文法

定理 4. 正则表达式/*NFA*/*DFA*与左/右线性文法得表达能力是等价的

在处理程序时，上下文无法文法存在局限性，无法解决诸如以下问题：

- 变量先声明，再使用
- 调用函数时，实参个数和形参个数一致

都得留到语义分析阶段才解决。

3.3 递归下降

递归下降语法翻译即从顶层的非终端符号E开始，顺序尝试E的所有规则，不断回溯遍历，完整例子可见此文档，但需要先消除左递归。

定义 13 (左递归). 对于非终端符号A有生成式$A \to A\alpha$，则该文法是左递归的。

例 16. 消除左递归的方法：先把单元素拎出来放左侧，然后把所有递归移至右侧

$$A \to A\alpha_1 \mid \cdots \mid A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \cdots \beta_n \implies \begin{array}{l} A \to \beta_1 A' \mid \cdots \mid \beta_n A' \\ A' \to \alpha_1 A' \mid \cdots \mid \alpha_m A' \mid \epsilon \end{array}$$

如果是多级左递归，则需要先将上级生成式代入到中间级生成式中，再做消除

$$\begin{aligned} S &\to Aa \mid b \\ A &\to Ac \mid Sd \mid \epsilon \end{aligned}$$

将下式改写为$A \to Ac \mid Aad \mid bd \mid \epsilon$，进而可消除左递归

$$\begin{aligned} S &\to Aa \mid b \\ A &\to bdA' \mid A' \\ A' &\to cA' \mid adA' \mid \epsilon \end{aligned}$$

定义 14 (提取左因子(left-factoring)). 将生成式右侧左部相同的因子部分提取出来，找最长前缀

$$A \to \alpha\beta_1 \mid \alpha\beta_2 \mid \cdots \alpha\beta_n \mid \gamma$$

γ代表所有不以α开始的生成式，提取左因子则得到（将α拿出来）

$$A \to \alpha A' \mid \gamma$$
$$A' \to \beta_1 \mid \beta_2 \mid \cdots \beta_n$$

直至没有生成式有相同前缀

Algorithm 5 递归下降(top-down parser)

选择A生成式$A \to X_1 X_2 \cdots X_k$
for $i = 1$ to k **do**
    if X_i是非终端符号 **then**
        调用$X_i()$
    else
        if X_i等于当前的输入符号a **then**
            读取下一输入符号
        else
            $error()$

定义 15 (FIRST集与FOLLOW集)**.** $FIRST(\alpha)$集为从α中推导出来的字符串第一个终端符号的集合，若$\alpha \to \epsilon$，则$\epsilon \in FIRST(\alpha)$；若$A \to c\gamma$，则$c \in FIRST(A)$。 $FOLLOW(A)$集为可以出现在A右侧的终端符号的集合。若A是最右端的符号，则字符串结束符号$\$ \in FOLLOW(A)$。

算法 1. 计算$FIRST(X)$集

1. 如果X是终端符号，则$FIRST(X) = \{X\}$
2. 如果X是非终端符号，且$X \to Y_1 Y_2 \cdots Y_k$。
   - 若$Y_1 \cdots Y_{i-1} \to \epsilon$，则将$a \in FIRST(Y_i)$放入$FIRST(X)$。
   - 若$\epsilon \in FIRST(Y_j), j = 1, 2, \ldots, k$，则将$\epsilon$放入$FIRST(X)$中。
3. 若$X \to \epsilon$是生成式，将ϵ放入$FIRST(X)$中

算法 2. 计算$FOLLOW(A)$集

1. 将\$放入$FOLLOW(S)$，其中S是开始符号
2. 如果有生成式$A \to \alpha B\beta$，那么$\forall a \in FIRST(\beta), a \neq \epsilon$： $a \in FOLLOW(B)$
3. 如果有生成式$A \to \alpha B$，或生成式$A \to \alpha B\beta$，且$\epsilon \in FIRST(\beta)$，则$\forall a \in FOLLOW(A)$： $a \in FOLLOW(B)$

简而言之，$FOLLOW$集看下一符号的$FIRST$，如果ϵ在下一符号的$FIRST$集中，则看生成式左端的$FOLLOW$集。

另一种方式：

1. $\$ \in FOLLOW(S)$

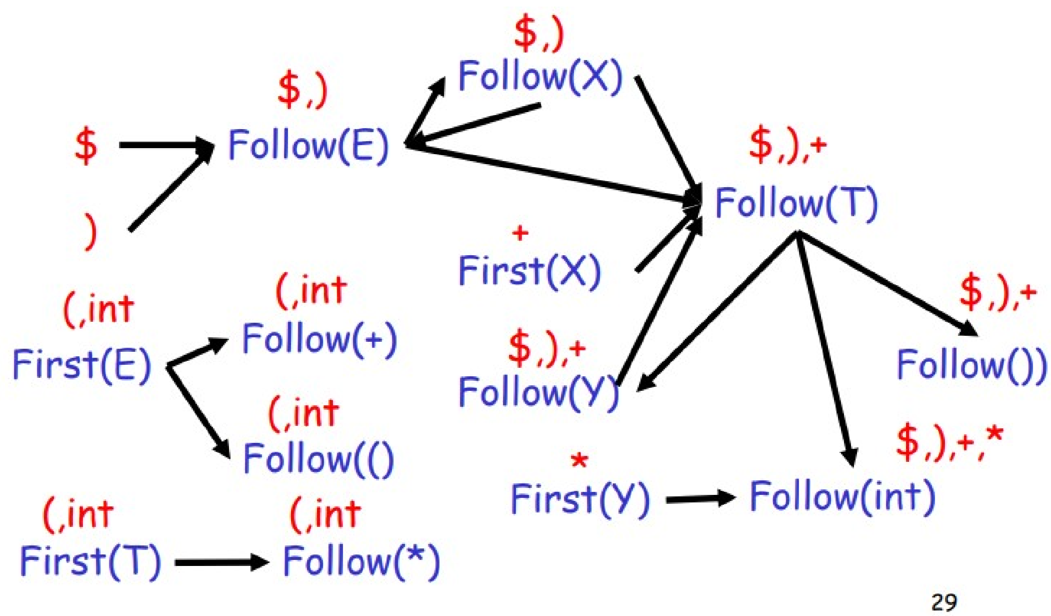
2. $\forall A \to \alpha X \beta:\ FIRST(\beta) - \{\epsilon\} \subset FOLLOW(X)$
3. $\forall A \to \alpha X \beta, \epsilon \in FIRST(\beta):\ FOLLOW(A) \subset FOLLOW(X)$

- Recall the grammar

  $E \to T\,X \qquad\qquad X \to +\,E \mid \varepsilon$

  $T \to (\,E\,) \mid \text{int}\ Y \qquad Y \to *\,T \mid \varepsilon$

- $\$ \in$ Follow(E)
- First(X) $\subseteq$ Follow(T)
- Follow(E) $\subseteq$ Follow(X)
- Follow(E) $\subseteq$ Follow(T)
-) $\in$ Follow(E)
- Follow(T) $\subseteq$ Follow(Y)
- Follow(X) $\subseteq$ Follow(E)
- Follow(Y) $\subseteq$ Follow(T)



算法 3 (构造预测语法表). 对于每一生成式$A \to \alpha$，

1. 对于每一终端符号$a \in FIRST(\alpha)$，将$A \to \alpha$添加到$M[A,a]$中。
2. 若$\epsilon \in FIRST(\alpha)$，则对$b \in FOLLOW(A)$，将$A \to \alpha$添加到$M[A,b]$中（$\beta$可以为$\$$）。

注意是生成式右端。

例 17. 考虑下面语法

$$\begin{aligned}
&(1)\quad E &&\to TE' \\
&(2)\quad E' &&\to +TE' \mid \epsilon \\
&(3)\quad T &&\to FT' \\
&(4)\quad T' &&\to *FT' \mid \epsilon \\
&(5)\quad F &&\to (E) \mid id
\end{aligned}$$

计算$FIRST$集

- 从终端符号多的开始*(5)*，$FIRST(F) = \{(, id\}$
- 向上找含F的生成式*(3)*，$FIRST(T) = FIRST(F)$
- 向上找含T的生成式*(1)*，$FIRST(E) = FIRST(T)$
- $FIRST(E') = \{+, \epsilon\}$
- $FIRST(T') = \{*, \epsilon\}$

计算$FOLLOW$集

- 从起始符号开始*(1)*，注意*(5)*也有E，故$FOLLOW(E) = \{), \$\}$
- E'只出现在E的生成式末尾，因此$FOLLOW(E') = FOLLOW(E) = \{), \$\}$
- $FOLLOW(T) \subset FIRST(E') = \{+, \epsilon\}$，由于$\epsilon \in FIRST(E')$，故$FOLLOW(T) \subset FOLLOW(E) = \{), \$\}$，即$FOLLOW(T) = \{+,), \$\}$
- $FOLLOW(F) \subset FIRST(T') = \{*, \epsilon\}$，由于$\epsilon \in FIRST(T')$，故$FOLLOW(F) \subset FOLLOW(T) = \{+,), \$\}$，即$FOLLOW(F) = \{*, +,), \$\}$
- T'只出现在T的生成式末尾，因此$FOLLOW(T') = FOLLOW(T) = \{*, +,), \$\}$

对应有语法预测表

	id	$+$	$*$	(	)	$
E	$E \to TE'$			$E \to TE'$		
E'		$E' \to +TE'$			$E' \to \epsilon$	$E' \to \epsilon$
T	$T \to FT'$			$T \to FT'$		
T'		$T' \to \epsilon$	$T' \to *FT'$		$T' \to \epsilon$	$T' \to \epsilon$
F	$F \to id$			$F \to (E)$		

3.4 自顶向下分析

定义 16 (LL(1)文法[4])**.** 语法G是*LL(1)*文法当且仅当对于任意$A \to \alpha \mid \beta$为G两个不同的生成式，满足

1. α和β不会同时推导出由同一终端符号a开始的字符串
2. α和β中至多一个能获得空字串
3. 若$\beta \to \epsilon$，则α不能推出任何以$FOLLOW(A)$中终端符号开始的字符串；同样地，若$\alpha \to \epsilon$，则β不能推出任何以$FOLLOW(A)$中终端符号开始的字符串

[4]第一个L代表输入字符串从左边开始扫描，第二个L代表得到的推导是最左推导，(1)代表向前看1个输入符号（或单词）

前两个条件等价于$FIRST(\alpha) \cap FIRST(\beta) = \varnothing$，第三个条件等价于若$\epsilon \in FIRST(\beta)$，则$FIRST(\alpha) \cap FOLLOW(A) = \varnothing$，反之同理

通常没有左递归、无歧义的语法可以是LL(1)。

递归下降在每一步都会有多种生成式的选择，这会导致大量的回溯。而在LL(1)文法中，每一步都只有一种生成式的选择，避免了回溯。

左因子分解(left-factoring)将生成式的**共同前缀**分解出来。

例 18. 考虑以下文法

$$E \to T + E \mid T$$
$$T \to int \mid int * T \mid (E)$$

共同前缀分解后即得

$$E \to TX$$
$$X \to +E \mid \epsilon$$
$$T \to int\, Y \mid (E)$$
$$Y \to *T \mid \epsilon$$

有*LL(1)*语法表，其中最左列为最左非终端符号，最上行为下一输入符号，表格内容为使用的右端生成式。

	int	$*$	$+$	$($	$)$	$\$$
E	TX			TX		
X			$+E$		ϵ	ϵ
T	$int\, Y$			(E)		
Y		$*T$	ϵ		ϵ	ϵ

例 19. 经典的二义*if-else*语法（已提取左因子）

$$S \to iEtSS' \mid a$$
$$S' \to eS \mid \epsilon$$
$$E \to b$$

可以求得

$$FIRST(S) = \{i, a\}$$
$$FIRST(S') = \{\epsilon, e\}$$
$$FIRST(E) = b$$
$$FOLLOW(S) = \{\$\} + FIRST(S') - \{\epsilon\} = \{\$, e\}$$
$$FOLLOW(S') = \{\$\} + FOLLOW(S) = \{\$, e\}$$
$$FOLLOW(E) = \{\$, t\}$$

因为$\epsilon \in FIRST(S' \to \epsilon)$里，而$FIRST(S' \to eS) \cap FOLLOW(S') = \{e\} \neq \varnothing$，所以不是*LL(1)*文法。

Algorithm 6 Table-Driven Predictive Parsing

```
ip=0
X=stack.top()
while X ≠ $ do
    if X == w[ip] then
        stack.pop(); ip++;
    else
        if X is a terminal or M[X,a]=∅ then
            Error()
        else
            Output production M[X,a]= X → Y1 Y2 ··· Yk
            stack.pop()
            push Yk, Yk−1, ..., Y1 onto the stack
    X=stack.top()
if w[ip] != '$' then
    Error()
```

基于表的预测语法分析，用栈实现。

例 20. 考虑以下文法：

$$S \to (L) \mid a$$
$$L \to L, S \mid S$$

1. 消除文法的左递归.
2. 构造文法的LL(1)分析表.
3. 对于句子$(a,(a,a))$，给出语法分析的详细过程（参照课本228页的图4.21）.

分析. 1. 如下

$$S \to (L) \mid a$$
$$L \to SL'$$
$$L' \to , SL' \mid \epsilon$$

2. 先求出FIRST集和FOLLOW集（由于文法中存在逗号，故将字符用引号括起来以示区分）

$$\begin{aligned} FIRST(S) &= \{'(', 'a'\} & FOLLOW(S) &= \{'\$', ')'\} \\ FIRST(L) &= \{'(', 'a'\} & FOLLOW(L) &= \{')'\} \\ FIRST(L') &= \{',', \epsilon\} & FOLLOW(L') &= \{')'\} \end{aligned}$$

LL(1)分析表如下，其中第一列为非终端符号，第一行为输入符号.

	(	)	a	,	\$
S	$S \to (L)$		$S \to a$		
L	$L \to SL'$		$L \to SL'$		
L’		$L' \to \epsilon$		$L' \to , SL'$	

3. 语法分析过程如下

Matched	*Stack*	*Input*	*Action*
	$S\$$	$(a,(a,a))\$$	
	$(L)\$$	$(a,(a,a))\$$	*output* $S \to (L)$
$($	$L)\$$	$a,(a,a))\$$	
$($	$SL')\$$	$a,(a,a))\$$	*output* $L \to SL'$
$($	$aL')\$$	$a,(a,a))\$$	*output* $S \to a$
$(a$	$L')\$$	$,(a,a))\$$	
$(a$	$,SL')\$$	$,(a,a))\$$	*output* $L' \to ,SL'$
$(a,$	$SL')\$$	$(a,a))\$$	
$(a,$	$(L)L')\$$	$(a,a))\$$	*output* $S \to (L)$
$(a,($	$L)L')\$$	$a,a))\$$	
$(a,($	$SL')L')\$$	$a,a))\$$	*output* $L \to SL'$
$(a,($	$aL')L')\$$	$a,a))\$$	*output* $S \to a$
$(a,(a$	$L')L')\$$	$,a))\$$	
$(a,(a$	$,SL')L')\$$	$,a))\$$	*output* $L' \to ,SL'$
$(a,(a,$	$SL')L')\$$	$a))\$$	
$(a,(a,$	$aL')L')\$$	$a))\$$	*output* $S \to a$
$(a,(a,a$	$L')L')\$$	$))\$$	
$(a,(a,a$	$)L')\$$	$))\$$	*output* $L' \to \epsilon$
$(a,(a,a)$	$L')\$$	$)\$$	
$(a,(a,a)$	$)\$$	$)\$$	*output* $L' \to \epsilon$
$(a,(a,a))$	$\$$	$\$$	

3.5 自底向上分析

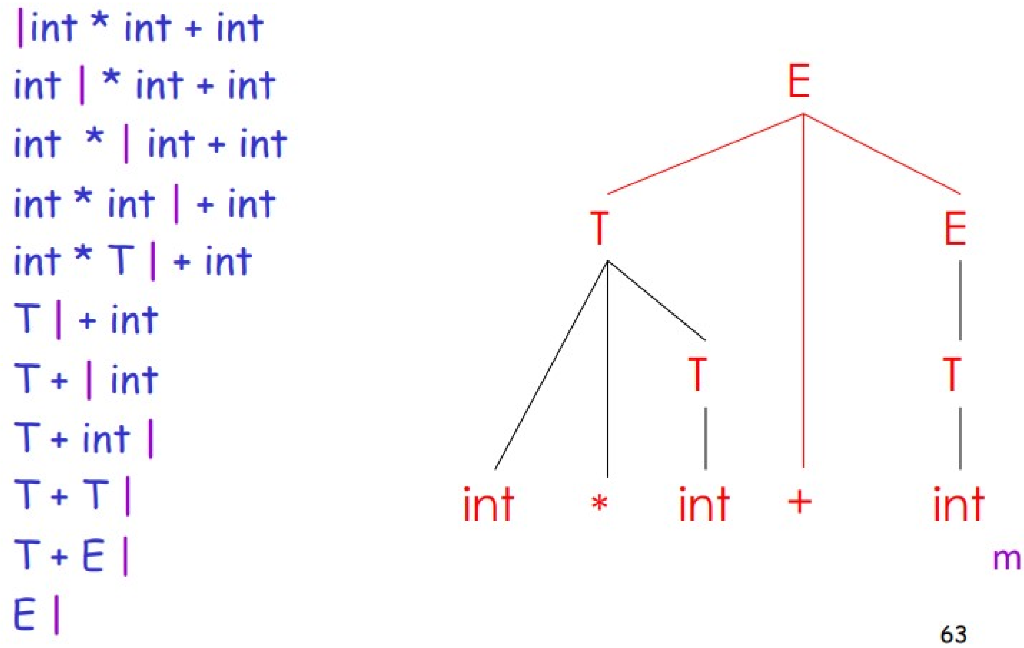
自底向上的语法分析采用两种动作：

- 移进(shift)：将 **|** 向右移动一格

$$ABC \mid xyz \implies ABCx \mid yz$$

- 规约(reduce)：在字符串右侧逆向应用生成式

$$Cbxy \mid ijk \implies CbA \mid ijk$$



移进将终端符号移入栈中，规约将生成式的右端符号弹出，将生成式的左端**非终端**符号推入。

定义 17 (句柄(handle))**.** *A handle is a string that can be* ***reduced*** *and also allows further reductions back to the start symbol.* 可以理解为当前正在处理的*token*，用于**规约**而不是移进。

定义 18 (活前缀(viable prefix))**.** α是活前缀若存在ω使得$\alpha \mid \omega$是移进-规约语法分析器的状态。

LR分析是最通用的**非回溯**移进-规约语法解析方法，难点在于构建分析表太过麻烦，但Yacc等工具可辅助构建。

3.5.1 LR(0)语法

为构建规范(canoical)LR(0)项，定义增量语法G'有生成式$S' \to S$，其中S为原语法G的开始符号。这个生成式用于告知parser接受(accept)输入并停止解析，即接受仅发生在要对$S' \to S$进行规约的时候。

定义 19 (CLOSURE)**.** 若I为语法G项的集合，则$CLOSURE(I)$为从I中构造出项的集合：

1. 初始时，在I中的每一项都会被加到$CLOSURE(I)$中
2. 若$A \to \alpha \cdot B\beta$在$CLOSURE(I)$中且$B \to \beta$是一个生成式，则将项$B \to \cdot\gamma$加入到$CLOSURE(I)$中；重复使用此规则，直至没有新项可以被加入

定义 20 (GOTO)**.** I是项的集合，X为输入符号，$GOTO(I, X)$为所有项$[A \to \alpha X \cdot \beta]$的闭包使得$[A \to \alpha \cdot X\beta]$在$I$中

定义 21 (核项(kernel item))**.** 初始项$S' \to \cdot S$及所有$\cdot$不在左端的项称为核项，除了初始项外所有$\cdot$在左端的项称为非核项（即那些新加入闭包的项）

LR(0)语法：

- 栈包含α，下一输入是t，DFA在输入α上终止在状态s

- 当s包含$X \to \beta$的项时进行规约（没有得移进就规约，自动机无对应符号出边）
- 当s包含$X \to \beta.t\omega$的项时移进

LR(0)可能存在以下两种冲突：

- 规约-规约冲突：$X \to \beta.$且$Y \to \omega.$
- 移进-规约冲突：$X \to \beta.$且$Y \to \omega.t\delta$

3.5.2 SLR分析

SLR(simple left-to-right scan)[5]用启发式算法提升了LR(0)移进规约的效率，减少冲突。

- 栈包含α，下一输入是t，DFA在输入α上停在状态s
- 当s包含$X \to \beta$的项且$t \in FOLLOW(X)$时进行$X \to \beta$规约
- 当s包含$X \to \beta.t\omega$的项时移进

算法 4 (SLR(1)分析表). 构造$\mathcal{C} = \{I_0, I_1, \ldots, I_n\}$为*LR(0)*项的集合$G'$

1. 若$[A \to \alpha \cdot a\beta] \in I_i$且$GOTO(I_i, a) = I_j$，则设$ACTION[i, a]$为移进$j$，
2. 若$[A \to \alpha \cdot] \in I_i$，则$\forall a \in FOLLOW(A)$，设$ACTION[i, a]$为规约$A \to \alpha$
3. 若$[S' \to S \cdot] \in I_i$，则设$ACTION[i, \$]$为接受*(ACC)*

若上述有冲突的动作，则该文法不是*SLR(1)*的。

依照分析表可以得到语法分析的算法

- 若$ACTION[s, a]$为移进t，则将t**推入**栈中
- 若$ACTION[s, a]$为**规约**$A \to \beta$，则将$|\beta|$个符号从栈顶**弹出**，令t为**栈顶符号**，**将**$GOTO[t, A]$**推入栈中**，输出规约$A \to \beta$
- 若$ACTION[s, a] = acc$，则语法解析结束

例 21. 考虑以下文法：

$$
\begin{array}{llll}
(1) & E & \to & E + T \\
(2) & E & \to & T \\
(3) & T & \to & TF \\
(4) & T & \to & F \\
(5) & F & \to & F^* \\
(6) & F & \to & a \\
(7) & F & \to & b
\end{array}
$$

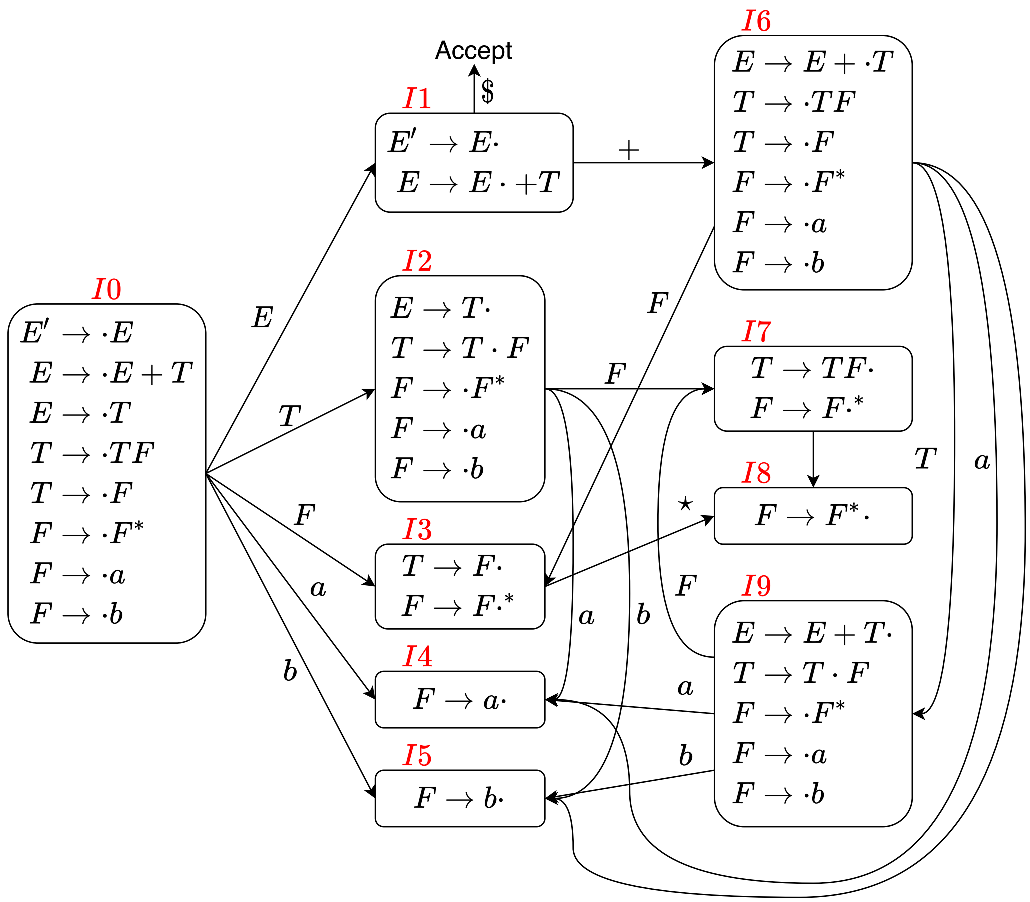
1. 写出每个非终端符号的*FIRST*集和*FOLLOW*集.
2. 构造识别这一文法所有活前缀*(viable prefixes)*的*LR(0)*自动机（参照课本*4.6.2*节图*4.31*）.
3. 构造这一文法的*SLR*分析表（参照课本*4.6.3*节图*4.37*）.
4. 给出*SLR*分析器识别输入串$a + ab^*$的过程（参照课本*4.6.4*节图*4.38*）

[5]或SLR(1)分析，通常省略(1)。用的是LR(0)项，但是在语法分析时才前看1个输入符号.

分析. 1. $FIRST$集和$FOLLOW$集如下

$$
\begin{array}{llll}
FIRST(E) & =\{a,b\} & FOLLOW(E) & =\{\$,+\} \\
FIRST(T) & =\{a,b\} & FOLLOW(T) & =\{\$,+,a,b\} \\
FIRST(F) & =\{a,b\} & FOLLOW(F) & =\{\$,+,*,a,b\}
\end{array}
$$

2. 构造增广语法$E' \to E$，并得到$LR(0)$自动机如下



3. 依据上述两问结果，可构造SLR分析表如下（s后面的数字为DFA状态编号，r后面的数字为生成式的编号）

STATE	ACTION					GOTO		
	a	b	+	*	$	E	T	F
0	s4	s5				1	2	3
1			s6		ACC			
2	s4	s5	r2		r2			7
3	r4	r4	r4	s8	r4			
4	r6	r6	r6	r6	r6			
5	r7	r7	r7	r7	r7			
6	s4	s5					9	3
7	r3	r3	r3	s8	r3			
8	r5	r5	r5	r5	r5			
9	s4	s5	r1		r1			7

4. 依上述ACTION-GOTO表，可得以下过程

	STACK	SYMBOLS	INPUT	ACTION
(1)	0		$a+ab^*\$$	$[0,a]s4$
(2)	04	a	$+ab^*\$$	$[4,a]r6\ F\to a,\ [0,F]s3$
(3)	03	F	$+ab^*\$$	$[3,+]r4\ T\to F,\ [0,T]s2$
(4)	02	T	$+ab^*\$$	$[2,+]r2\ E\to T,\ [0,E]s1$
(5)	01	E	$+ab^*\$$	$[1,+]s6$
(6)	016	$E+$	$ab^*\$$	$[6,a]s4$
(7)	0164	$E+a$	$b^*\$$	$[4,b]r6\ F\to a,\ [6,F]s3$
(8)	0163	$E+F$	$b^*\$$	$[3,b]r4\ T\to F,\ [6,T]s9$
(9)	0169	$E+T$	$b^*\$$	$[9,b]s5$
(10)	01695	$E+Tb$	$^*\$$	$[5,*]r7\ F\to b,\ [9,F]s7$
(11)	01697	$E+TF$	$^*\$$	$[7,*]s8$
(12)	016978	$E+TF^*$	$\$$	$[8,\$]r5\ F\to F^*,\ [9,F]s7$
(13)	01697	$E+TF$	$\$$	$[7,\$]r3\ T\to TF,\ [6,T]s9$
(14)	0169	$E+T$	$\$$	$[9,\$]r1\ E\to E+T,\ [0,E]s1$
(15)	01	E	$\$$	$[1,\$]ACC$

例 22. 下面的文法并非SLR(1)

$$S\to L=R\mid R$$
$$L\to *R\mid id$$
$$R\to L$$

对于I_2项：

$$S\to L\cdot=R$$
$$R\to L\cdot$$

有$ACTION[2,=]$是移进，但$FOLLOW(R)=\{\$,=\}$又会导致在=上进行规约，故移进-规约冲突，该文法不是*SLR(1)*的

3.5.3 LR(1)语法

定义 22 (LR(1)项)**.** $[A\rightarrow\alpha\cdot\beta,a]$，其中$A\rightarrow\alpha\cdot\beta$为该项的核*(core)*，$A\rightarrow\alpha\beta$为生成式，$a$是终端符号或*\$*，*1*指项中第二个元素的长度，a也被称为前看*(lookahead)*。只有当*LR(1)*项有$[A\rightarrow\alpha\cdot,a]$的形式，**且下一输入符号为$a$时，才会用$A\rightarrow\alpha$进行规约**（这在构造解析表时会用到）。$a$总会是$FOLLOW(A)$的子集，但往往是真子集。

算法 5 (计算$CLOSURE(I)$)**.** 对于每一$[A\rightarrow\alpha\cdot B\beta,a]\in I$，每一$G'$中的生成式$B\rightarrow\gamma$，$\forall b\in FIRST(\beta a)$，将$[B\rightarrow\cdot\gamma,b]$加入$I$中。

初始化$\mathcal{C}=\{CLOSURE(\{[S'\rightarrow\cdot S,\$]\})\}$。

例 23. 考虑下面的增量语法

$$\begin{aligned}
&(1)\quad S' &&\rightarrow S\\
&(2)\quad S &&\rightarrow CC\\
&(3)\quad C &&\rightarrow cC\mid d
\end{aligned}$$

有$FIRST(C)=\{c,d\}$，可以构造得下面的*LR(1)*自动机。以$[S\rightarrow\cdot CC,\$]$为例，考虑$FIRST(C\$)=\{c,d\}$，故闭包会新增四项$[C\rightarrow\cdot cC,c]$、$[C\rightarrow\cdot cC,d]$、$[C\rightarrow\cdot d,c]$、$[C\rightarrow\cdot d,d]$。

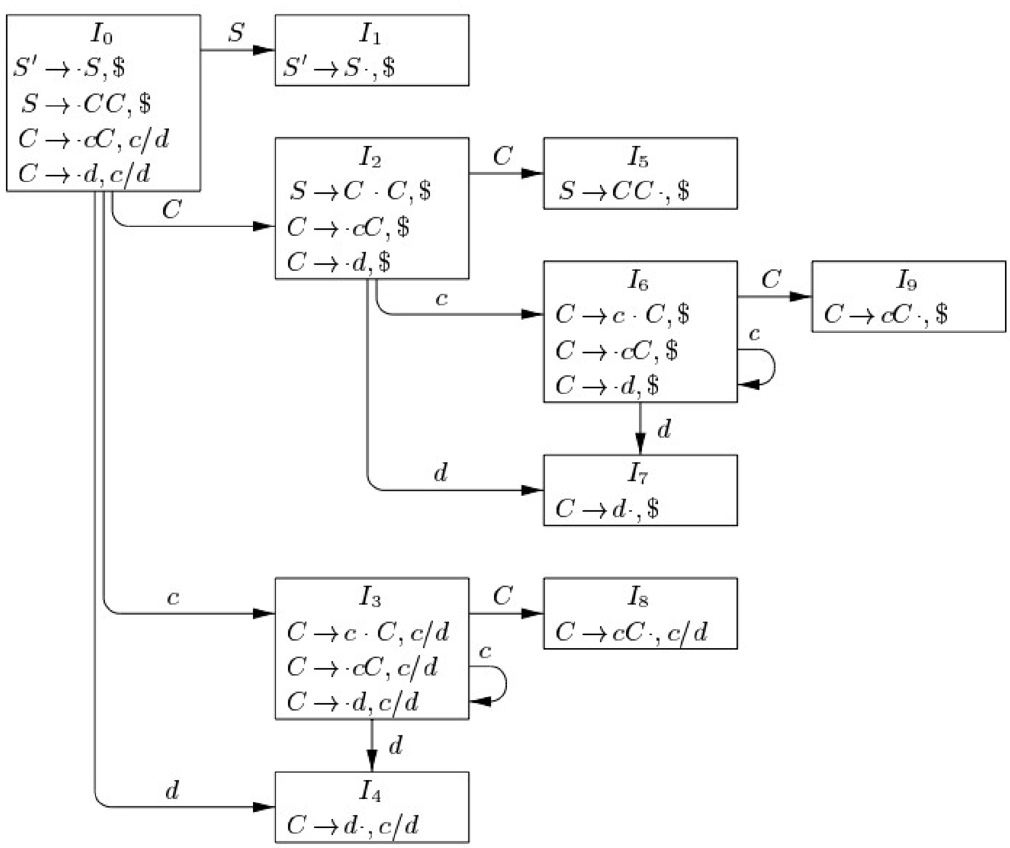


Figure 4.41: The GOTO graph for grammar (4.55)

类似地有规范*LR(1)*解析表

	c	d	$\$$	S	C
0	*s3*	*s4*		*1*	*2*
1			*acc*		
2	*s6*	*s7*			*5*
3	*s3*	*s4*			*8*
4	*r3*	*r3*			
5			*r1*		
6	*s6*	*s7*			*9*
7			*r3*		
8	*r2*	*r2*			
9			*r2*		

LR(0)=SLR(1)的表项较少，但LR(1)的表项就指数级上涨。

3.5.4 LALR分析

LALR(Lookahead LR)在实践中很常用，表大小通常远小于规范LR表。核心思想是将LR(1)中具有**相同核**的表项合并。

例 24. 将上面例子中的I_3和I_6合并得到

$$C \to c \cdot C, c/d/\$$$

$$C \to \cdot cC, c/d/\$$$

$$C \to \cdot d, c/d/\$$$

I_4和I_7合并得到

$$C \to d\cdot, c/d/\$$$

I_8和I_9合并得到

$$C \to cC\cdot, c/d/\$$$

进而有*LALR*解析表

	c	d	$\$$	S	C
0	*s36*	*s47*		*1*	*2*
1			*acc*		
2	*s36*	*s47*			*5*
36	*s36*	*s47*			*89*
47	*r3*	*r3*	*r3*		
5			*r1*		
89	*r2*	*r2*	*r2*		

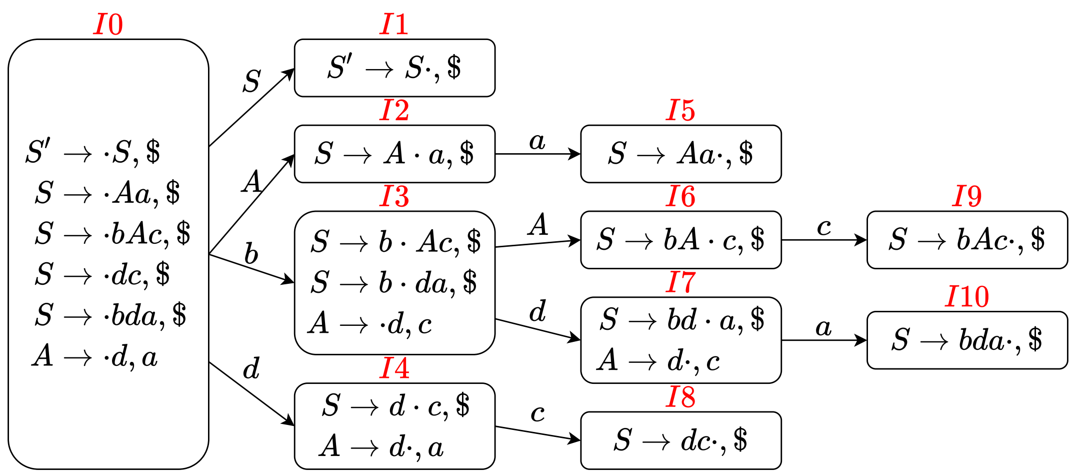
合并LR(1)项不会导致新的移进-规约冲突，但可能会产生新的**规约-规约冲突**。

例 25. 证明下列文法

$$S \to Aa \mid bAc \mid dc \mid bda$$
$$A \to d$$

是*LALR(1)*文法但不是*SLR(1)*文法.

分析. 构造增广文法$S' \to \cdot S$，$FIRST(\epsilon\$) = \$$，$FIRST(a\$) = a$，可以得到$I_0$。



由上图知，没有相同核心*(core)*的状态，因此不需要合并，从而*LALR*分析表不冲突，该文法是*LALR(1)*文法。

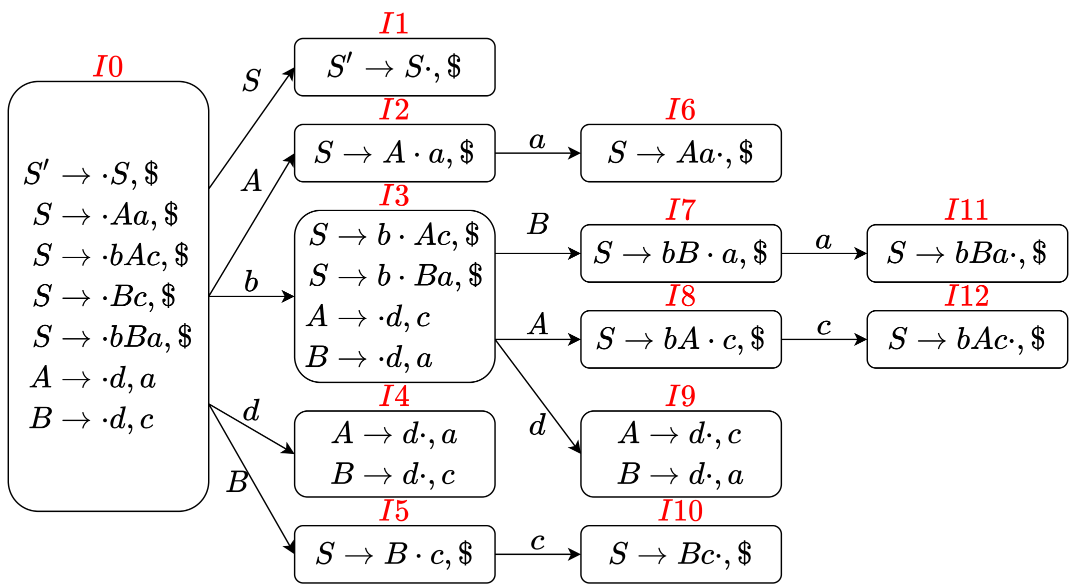
又有$FOLLOW(A) = \{a, c\}$，考虑图中的状态$I4$，当输入符号为c时，$c \in FOLLOW(A)$，既有移进$S \to d \cdot c$，又有归约$S \to d\cdot$，因此*SLR*分析表有冲突，该文法不是*SLR(1)*文法。

例 26. 证明下列文法

$$S \to Aa \mid bAc \mid Bc \mid bBa$$
$$A \to d$$
$$B \to d$$

是*LR(1)*文法但不是*LALR(1)*文法.

分析. 构造增广文法$S' \to \cdot S$，$FIRST(a\$) = a$，$FIRST(c\$) = c$，可以得到状态$I_0$。



由上面的*DFA*知*LR*分析表没有冲突，因此该文法是*LR(1)*文法。

但如果将图中相同核心的状态$I4$和$I9$合并，会有

$$A \to d\cdot, a/c$$

$$B \to d\cdot, a/c$$

即出现了规约-规约冲突，因此该文法不是*LALR(1)*文法。

可以在解析表(parsing table)层面来解决语法的二义性，即选择移进/规约的特定操作。

3.6 语法制导翻译

抽象语法树(Abstract Syntax Trees, AST)是将原本语法树中冗余的成分给去除，比如左右括号原本都是各自一个结点，但在AST中不会呈现。

语法制导翻译(syntax-directed translation)给语法符号提供了属性(attribute)，给生成式提供了动作(action)。

例 27. 对下列语法进行求值

$$E \to int \mid E + E \mid (E)$$

有语法制导定义

$$\begin{aligned} &E \to int && E.val = int.val \\ &E \to E_1 + E_2 && E.val = E_1.val + E_2.val \\ &E \to (E_1) && E.val = E_1.val \end{aligned}$$

可以在AST上标注(annotate)两种属性：

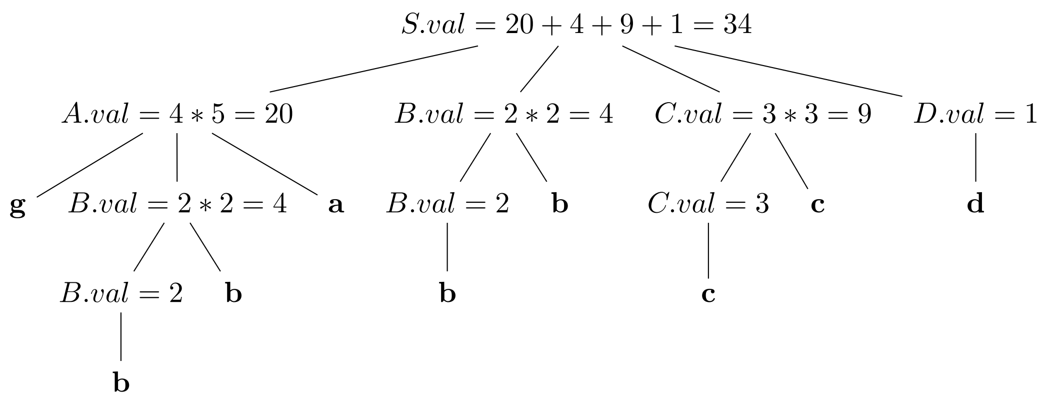
- 继承属性(inherited)：从语法树的父亲或兄弟中计算得到
- 综合属性(synthesized)：从后代计算得到

例 28. 考虑以下语法制导定义：

语法规则	语义规则
$S \to ABCD$	$S.val = A.val + B.val + C.val + D.val$
$A \to gBa$	$A.val = B.val * 5$
$B \to B_1 b$	$B.val = B_1.val * 2$
$B \to b$	$B.val = 2$
$C \to C_1 c$	$C.val = C_1.val * 3$
$C \to c$	$C.val = 3$
$D \to d$	$D.val = 1$

对于输入串$gbbabbccd$构造带注释的分析树*(annotated parse tree)*.

分析. 带注释的分析树如下



例 29. 下列文法定义了二进制整数的语法规则

$$N \to SL$$
$$L \to LB \mid B$$
$$S \to + \mid -$$
$$B \to 0 \mid 1$$

给出语法制导定义，求出该二进制整数的十进制值，存在综合属性val中

序号	生成式	语义规则
1	$N \to SL$	$N.val = S.sign * L.val$
2	$L \to L_1 B$	$L.val = L_1.val * 2 + B.val$
3	$L \to B$	$L.val = B.val$
4	$S \to +$	$S.sign = 1$
5	$S \to -$	$S.sign = -1$
6	$B \to 0$	$B.val = 0$
7	$B \to 1$	$B.val = 1$

扩展文法：

$$
\begin{aligned}
expr &\to expr_1 + term && \{print('+')\} \\
expr &\to expr_1 - term && \{print('-')\} \\
expr &\to term && \\
term &\to 0 && \{print('0')\} \\
term &\to 1 && \{print('1')\} \\
&\vdots && \\
term &\to 9 && \{print('9')\}
\end{aligned}
$$

大括号中的语句称为动作(action)，这一系列产生式称为翻译模式(translation scheme)。

将动作视为产生式右端的一部分，则可得到扩展的语法树。对语法分析树做先序遍历，则可以得到后缀表达式。

4 语义分析与中间表示

- 高层中间表示：语法树、有向无环图(DAG)，用于静态类型检查
- 低层中间表示：三地址码，适合机器相关的任务（寄存器分配、指令选择）

```
x = y op z // arithmetic and logical
x = op y // negation and conversion
x = y // copy
goto L // unconditional jump
if x goto L // conditional jump
if False x goto L // conditional jump
if x op y goto L // relational operation
param x1 // parameter passing
param x2
...
param xn
call p, n // procedure call
y = call p, n // function call
return y // return a value
x = y[i] // indexed copy, i is the offset
x[i] = y
x = &y // address and pointer assignment
x = *y
*x = y
```

`top`指代当前的符号表，`gen`代表生成中间代码，`||`代表代码的连接。

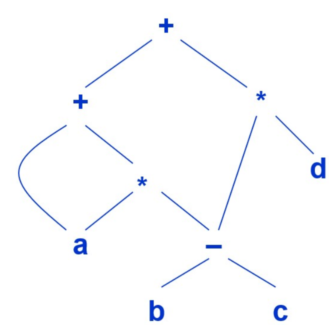
$S \to id = E$	`S.code = E.code || gen(top.get(id.lexeme) '=' E.addr)`
$E \to E_1 + E_2$	`E.addr = new Temp()` `E.code = E1.code || E2.code || gen(E.addr '=' E1.addr '+' E2.addr)`
$E \to -E_1$	`E.addr = new Temp()` `E.code = E1.code || gen(E.addr '=' minus E1.addr)`
$E \to (E_1)$	`E.addr = E1.addr` `E.code = E1.code`

$L \to L_1[E]$	`L.array = L1.array`
	`L.type = L1.type.element`
	`t = new Temp()`
	`L.addr = new Temp()`
	`gen(t '=' E.addr '*' L.type.width)`
	`gen(L.addr '=' L1.addr '+' t)`

`S→if (B) S1 else S2`	`B.true = new Label()`
	`B.false = new Label()`
	`S1.next = S2.next = S.next`
	`S.code = B.code || label(B.true) || S1.code ||`
	`gen('goto' S.next) || label(B.false) || S2.code`

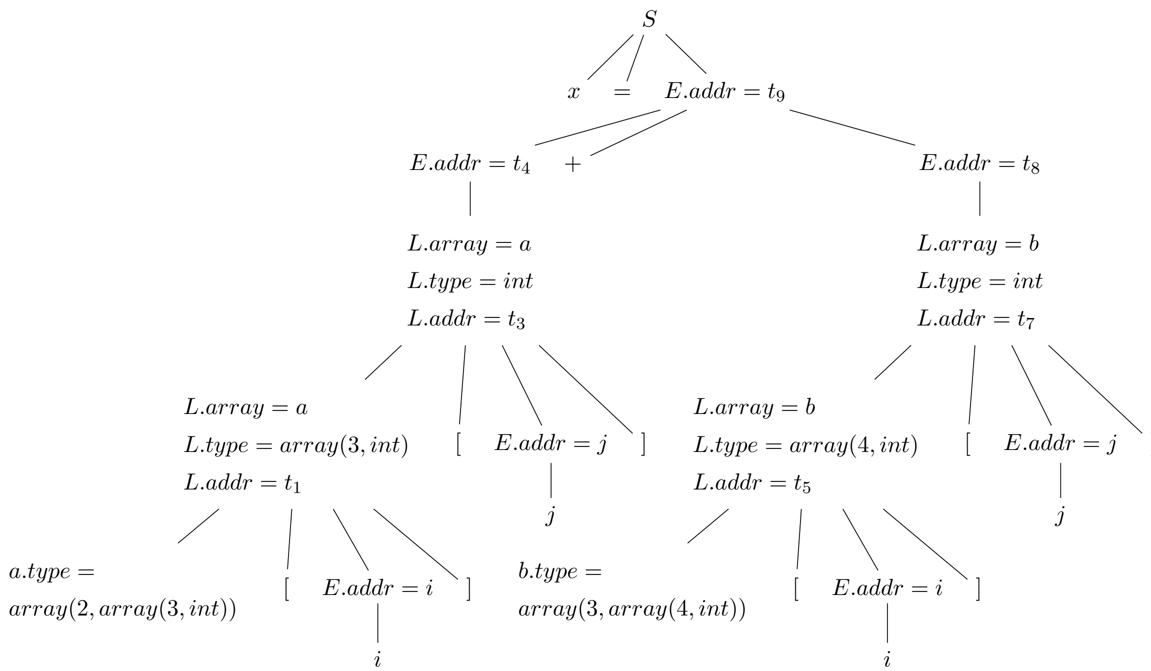
三地址码与对应的DAG如下图所示

$$t_1 = b - c$$
$$t_2 = a * t_1$$
$$t_3 = a + t_2$$
$$t_4 = t_1 * d$$
$$t_5 = t_3 + t_4$$



例 30. 令a表示一个2×3的整型数组，b表示一个3×4的整型数组. 假定一个整数的宽度为4. 试使用课本图*6.22*的翻译模式，翻译赋值语句`x=a[i][j]+b[i][j]`. 提示：参考课本例*6.12*.

分析. 带注释的分析树如下

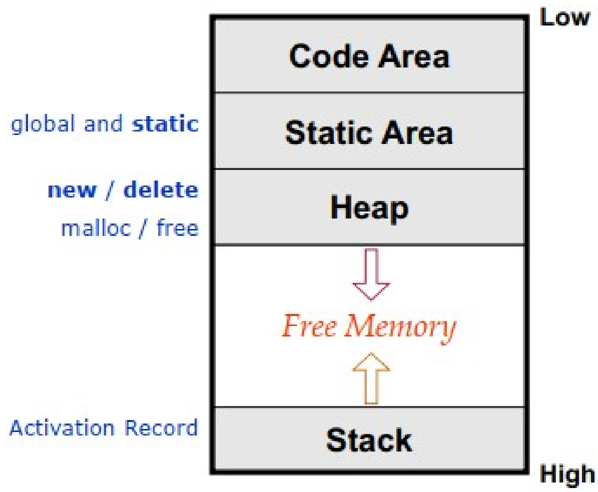


生成的三地址码如下

$$
\begin{aligned}
&t_1 = i * 12 \\
&t_2 = j * 4 \\
&t_3 = t_1 + t_2 \\
&t_4 = a[t_3] \\
&t_5 = i * 16 \\
&t_6 = j * 4 \\
&t_7 = t_5 + t_6 \\
&t_8 = b[t_7] \\
&t_9 = t_4 + t_8 \\
&x = t_9
\end{aligned}
$$

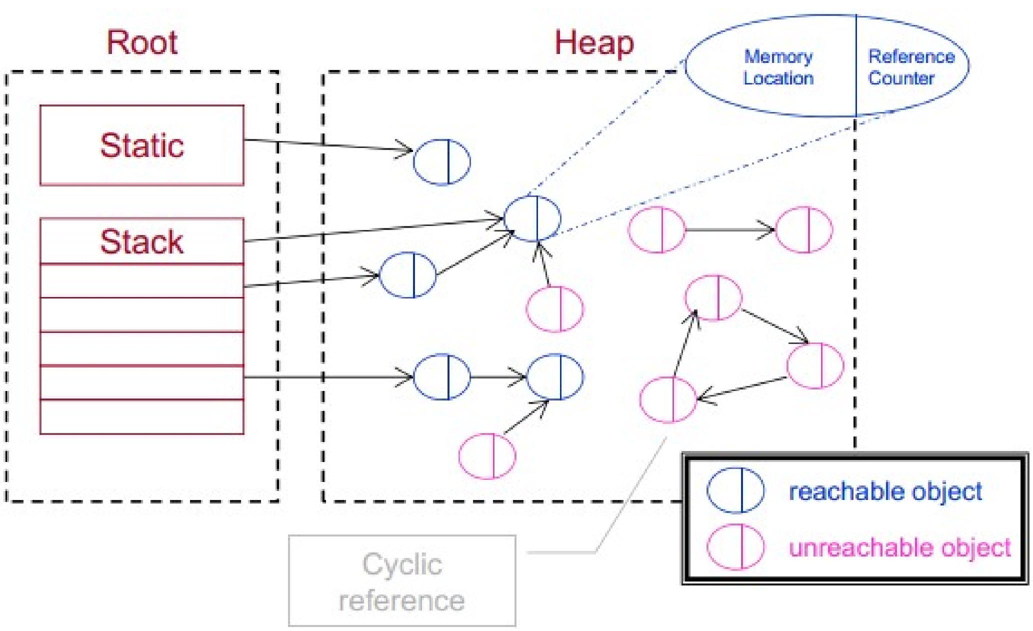
5 运行时系统

5.1 存储管理



5.2 垃圾回收

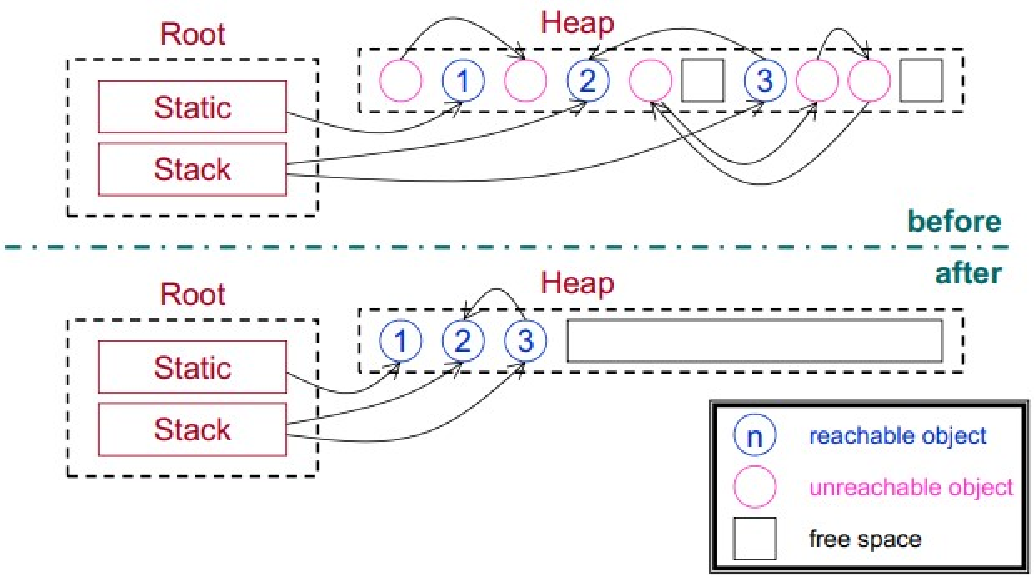
- 引用计数(reference counting)：创建加1，删除减1
  - 简单、立即增量式回收
  - 不能回收循环引用的示例



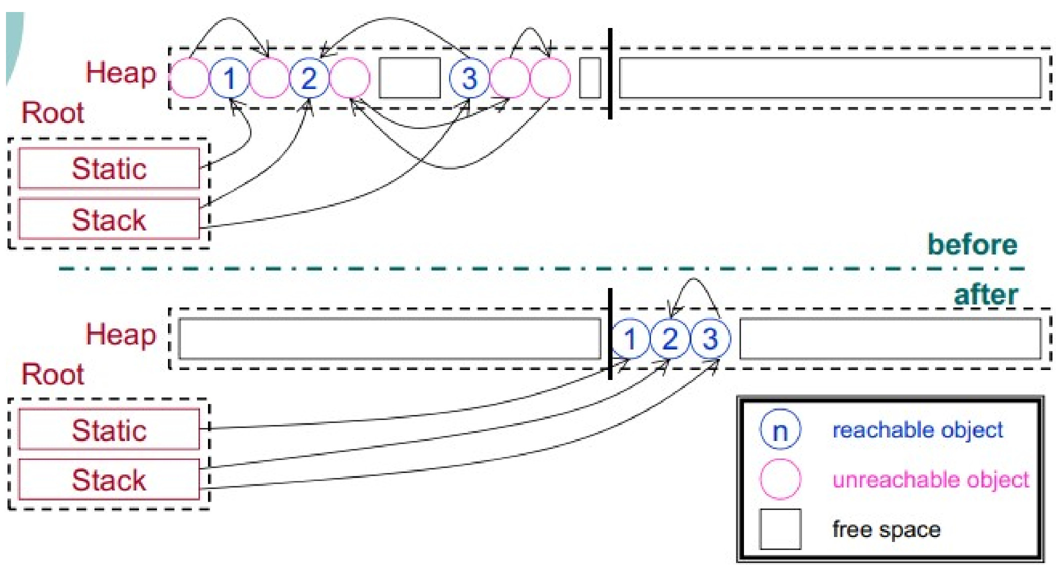
- 标记扫除(mark and sweep)：做图深搜找连通块
  - 有办法清除循环引用

- 大量垃圾时效率低，无法满足实时应用

- 标记压缩(mark and compact)：标记，计算新地址，拷贝对象到新地址并更新引用



- 拷贝收集(copying collector)：堆被划分为两个区域，可达对象一旦被发现就会立即被移动，但不可达对象不做改动



JVM采用了两代(young & old)的方式，对于年轻的对象采用拷贝收集，对于老的对象则采用标记压缩。

6 代码生成及优化

6.1 代码生成

- 指令选择：选择最适合目标机器的指令来实现IR

- 寄存器分配和指派
- 指令调度

定义 23 (基本块(basic block)). 单一入口单一出口。成为*leader*的指令：

1. 第一条三地址指令
2. 条件或无条件跳转指令的目标
3. 条件或无条件跳转指令的下一指令

6.2 代码优化

- 窥孔优化(peephole)：基于滑动窗口，最小粒度

```
x = x + 0 // eliminated
x = x * 1 // eliminated
y = x * 2 // y = x << 1
LD R0, a
ST a, R0 // eliminated
```

- 局部优化：在基本块内的优化
  - 公共子表达式删除
  - 常量/拷贝传递
  - 荣誉操作消除
- 循环优化：在循环内的优化
- 全局优化：最粗粒度的优化

定义 24 (循环(loop)). 只有唯一入口/头的强连通子图