人工智能笔记

陈鸿峥

2019.09*

目录

1 简介

1.1 概述

- 1997 Deep Blue
- 2011 IBM Watson
- 2016 Google DeepMind

什么是AI?

- 像人类一样思考(thinking humanly)：中文屋子
- 理智思考(thinking rationally)
- 像人类一样行为(acting humanly)：图灵测试(1950)
- 理智行为(acting rationally)

常见术语

*Build 20190910

- 强AI：机器像人类一样思考
- 弱AI：机器有智能的行为
- 通用AI(AGI)：能够解决任何问题
- 窄AI：专注于某一特定任务

不以模拟人类作为实现人工智能的最好方法

- 计算机和人类的体系结构不同：数值计算、视觉、并行处理
- 对人类大脑的了解太少了!

1.2 历史

- 1950-70: Early excitement, great expections
  - Samuel(1952)跳棋程序
  - Newell(1955)逻辑理论家
  - Dartmouth会议(1956)：AI诞生
- 1970-90: Knowledge is power
- 1990-: rise of machine learning "AI Spring"
- 2010-: Deep learning

2 搜索

搜索主要包括无信息(uninformed)搜索和有信息搜索。

- 状态空间(state space)
  - 传统搜索：状态空间可见、动作确定性
  - 非传统搜索：局部搜索、模拟退火、爬坡
- 动作(action)：不同状态之间的转换
- 初始状态(initial state)
- 目标/期望(goal)

树搜索，边界集(frontier)是未探索的状态集合

Algorithm 1 Tree Search

```
procedure TreeSearch((Frontier, Successors, Goal?))
    if Frontier is empty then
        return failure
    Curr = select state from Frontier
    if Goal?(Curr) then
        return Curr
    Frontier' = (Frontier − {Curr}) ∪ Successors(Curr)
    return TreeSearch(Frontier',Successors,Goal?)
```

搜索需要关注的几个特性：

- 完备性：若解存在，搜索是否总能找到解
- 最优性：是否总能找到最小代价的解
- 时间复杂性：最大需要被**生成或展开**[1]的结点数
- 空间复杂性：最大需要被存储在内存中的结点数

2.1 无信息搜索

2.1.1 宽度优先搜索(BFS)

将后继加入边界集的后面，b为最大状态后继数目/分支因子(branching factor)，d为最短距离解的行动数（注意是**边数**，而不是层数！）

- 完备性与最优性：所有短路总在长路前被探索，某一长度只有有限多条路径，最终可以检测所有长度为d的路径，从而找到最优解
- 时间复杂度：$1+b+b^2+\cdots+b^d+(b^d-1)b=O(b^{d+1})$，最差情况在最后一层的最后一个节点才探索到最优解，从而前面b个节点都要展开第$d+1$层
- 空间复杂度：$b(b^d-1)=O(b^{d+1})$，需要将边界集都存储下来

2.1.2 深度优先搜索(DFS)

将后继加入边界集的前面，即总是展开边界集中最深的节点

- 完备性
  - 无限状态空间：不能保证
  - 有限状态空间无限路径：不能保证
  - 有限状态空间+路径/重复状态剪枝：可以保证
- 最优性：因完备性不能保证，故最优性也不能保证

[1]而不是探索的结点数目

- 时间复杂性：$O(b^m)$，其中m为状态空间的最长路的长度（若$m >> d$，则非常糟糕；但如果有大量解路径，则会快于BFS）
- 空间复杂性：$O(bm)$，**线性空间复杂性**是DFS最大的优点。边界集只包含当前路径的最深节点以及回溯节点（backtrack points为当前路径上节点的未探索的兄弟sibling）

2.1.3 一致代价(Uniform-cost)

一致代价搜索(Uniform cost search, UCS)[2]的边界集以路径开销升序排序，总是先展开最低开销的路径。如果每一个动作都是一样的代价，则一致代价等价于BFS。

- 完备性与最优性：假设所有转移都有代价$\geq \varepsilon > 0$，所有更低代价的路径都在高代价路径之前被展开，只有有限多的路径开销小于最优解的开销，故最终一定会到达最优解
- 时间复杂性：$O(b^{C^\star/\varepsilon+1})$，对应着BFS中$d = C^\star/\varepsilon$，其中$C^\star$为最优解的开销，最坏情况就是每一层开销都很小为$\varepsilon$
- 空间复杂性：$O(b^{C^\star/\varepsilon+1})$

2.1.4 深度受限搜索(Depth-limited)

执行只在最大深度执行DFS，因此无穷路径长不会存在问题

- 完备性与最优性：不能保证，若解的深度大于L
- 时间复杂度：$O(b^L)$
- 空间复杂度：$O(bL)$

2.1.5 迭代加深搜索(Iterative Deepening)

迭代加深搜索(Iterative Deepening Searching, IDS)逐渐增加最大深度L，对每一个L做深度受限搜索

- 完备性：可以保证
- 最优性：如果开销一致[3]，则可以保证
- 时间复杂性：$(d+1)b^0 + db + (d-1)b^2 + \cdots + b^d = O(b^d)$，第0层搜了$(d+1)$次，可以看到时间复杂度是**比BFS优**的
- 空间复杂性：$O(bd)$，同DFS

2.1.6 双向搜索(Bidirectional)

从源结点和汇结点同时采用BFS，直到两个方向的搜索汇聚到中间。

- 完备性：由BFS保证

[2]至于为什么叫Uniform，可以看https://math.stackexchange.com/questions/112734/in-what-sense-is-uniform-cost-search-uniform和https://cs.stackexchange.com/questions/6072/why-is-uniform-cost-search-called-uniform-cost-search，比较合理的解释是到达同一结点的cost都被认为是相同的（寻找最优解时）。一致的算法总是选择边界集中第一个元素。

[3]若开销不一致，则可以采用代价界(cost bound)来代替：仅仅展开那些路径开销小于代价界的路径，同时要记录每一层深搜的最小代价。这种方式的搜索开销会非常大，有多少种不同路径开销就需要多少次迭代循环。

- 最优性：若一致代价则可保证
- 时间复杂性：$O(b^{d/2})$
- 空间复杂性：$O(b^{d/2})$

2.1.7 环路/路径检测

- 环路(cycle)检测：检测当前状态是否与已探索的状态重复(BFS)
- 路径(path)检测：只检测当前状态是否与该路径上的状态重复(DFS)

注意不能将环路检测运用在BFS上，因为开销太大。

环路检测运用到UCS上依然**可以保证最优性**[4]。因为UCS第一次探索到某一状态的时候已经发现最小代价路径，因而再次探索该状态不会发现路径比原有的更小。

2.1.8 总结

	BFS	UCS	DFS	Depth-limited	IDS	Bidirectional
完备性	✓	✓	✗	✗	✓	✓
时间复杂度	$O(b^d)$	$O(b^{\lfloor C^\star/\varepsilon \rfloor+1})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
空间复杂度	$O(b^d)$	$O(b^{\lfloor C^\star/\varepsilon \rfloor+1})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
最优性	✓	✓	✗	✗	✓	✓

例 1. *N个传教士和N个食人族要过河，他们都在河的左岸。现在只有一条船能够运载K个人，要把他们都运往右岸。要满足无论何时何地，传教士的数目都得大于等于食人族的数目，或者传教士数目为0。*

分析. *考虑对问题形式化为搜索问题*

- *状态(M,C,B)，其中M为左岸传教士数目，C为左岸食人族数目，$B=1$指船在左岸*
- *动作(m,c)指运m个传教士和c个食人族到对岸*
- *先决条件：传教士数目和食人族数目满足限制*
- *效果：$(M,C,1) \overset{(m,c)}{\Longrightarrow} (M-m,C-c,0)$*
  $(M,C,0) \overset{(m,c)}{\Longrightarrow} (M+m,C+c,1)$

2.2 有信息搜索

在无信息搜索中，我们从不估计边界集中最有期望(promising)获得最优解的结点，而是无区别地选择当前边界集中第一个结点。然而事实上，针对不同问题我们是有对结点的先验知识(apriori knowledge)的，即从当前结点到目标结点的开销有多大。而这就是有信息搜索(informed)，或者称为启发式搜索(heuristics)。

关键在于领域特定启发式函数$h(n)$的设计，它估计了从结点n到目标结点的开销(cost)。注意满足目标状态的结点$h(n)=0$。

[4]注意这在启发式搜索中不一定成立

2.2.1 贪心最优搜索(Greedy Best-First Search)

直接使用$h(n)$对边界集进行排序，但这会导致贪心地选择**看上去**离目标结点开销最小的路径。

如果存在环路，贪心最优搜索是不完备的，会陷入死循环。

2.2.2 A*搜索

综合考虑当前已走的开销和未来估计的开销。定义一个估值函数

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

其中$g(n)$为路径到节点n的代价，$h(n)$为从n到目标节点的代价，采用$f(n)$对边界集内的节点进行排序。

$f(n)$需要满足下列两个性质。

定义 1 (可采纳的(admissibility)). 假设所有代价$c(n1 \to n2) \geq \varepsilon > 0$，令$h^\star(n)$为从$n$到目标节点$\infty$的最优解[5]，若

$$\forall n: \ h(n) \leq h^\star(n)$$

则称$h(n)$是可采纳的。即一个可采纳的启发式函数总是**低估**了当前结点到目标结点的真实开销（这样才能保证最优解不被排除）。

定义 2 (一致性(consistency)/单调性(monotonicity)). 若对于所有的结点n_1和n_2，$h(n)$满足（三角不等式）

$$h(n_1) \leq c(n_1 \to n_2)_h(n_2)$$

则称$h(n)$是单调的。

定理 1. 一致性蕴含可采纳性

分析. 分类讨论

- 当结点n没有到目标结点的路径，则$h(n) \leq h^\star(n) = \infty$恒成立
- 令$n = n_1 \to n_2 \to \cdots \to n_k$为从结点$n$到目标结点的最优路径，则可以用数学归纳法证明$\forall i$: $h(n_i) \leq h^\star(n_i)$，如下从后往前推

$$h(n_i) \leq c(n_i \to n_{i+1}) + h(n_{i+1}) \leq c(n_i \to n_{i+1}) + h^\star(n_{i+1}) = h^(n_i)$$

定理 2. 可采纳性蕴含最优性

分析. 假设最优解有开销$C^\star$，则任何最优解一定会在开销大于$C^\star$的路径之前被展开。因此在最优解展开之前的路径一定有开销$\leq C^\star$，最终我们一定会检测到最优解，而且次优解不会在最优解之前被检测。

做环检测可能导致找不到最优解

但如果满足单调性，有以下几个性质

[5]如果没有路径则$h^\star(n) = \infty$

命题 1. 路径上的f一定是非递减的

分析.

$$\begin{aligned}f(n) &= g(n) + h(n)\\ &\leq g(n) + c(n \to n') + h(n')\\ &= g(n') + h(n')\\ &= f(n')\end{aligned}$$

命题 2. 如果n_2在n_1之后被扩展，则$f(n_1) \leq f(n_2)$

分析. n_2在边界上 n_1

命题 3. 当n在任何小于f值得路径之前被展开

分析.

命题 4. $A^\star$算法第一次展开某个状态时，它已经找到了到达那个状态的最小开销路径。

分析.

若满足单调性，则进行环检测不会破坏最优性

2.2.3 迭代加深$A^\star$(IDA)算法

$A^\star$算法有和BFS或UCS同样的空间复杂性问题，而迭代加深$A^\star$算法同样解决空间复杂度的问题

2.2.4 构造启发式函数

常常需要考虑一个更加简单的问题，然后让$h(n)$为到达一个简单问题解的开销

例 2. 现有积木若干，积木可以放在桌子上，也可以放在另一块积木上面。有两种操作：

1. `move(x,y)`：把积木x放到积木y上面，前提是积木x和积木y上面都没有其他积木
2. `moveToTable(x)`：把积木x放到桌子上，前提是积木x上面无其他积木，且积木x不在桌子上

设计一个可采纳的启发式函数$h(n)$

分析. $h(n) = h_1(n) + h_2(n)$

2.3 博弈树搜索

博弈的一些前提

- 两个博弈玩家
- 离散值：游戏和决策都可以映射到离散空间
- 有限的：只有有限的状态和可能的决策
- 零和博弈：完全竞争，即如果一个玩家胜利，则另外一个失去同样数量的收益

- 确定性的：没有牵涉到概率性事件，如色子、抛硬币等
- 完美信息博弈：状态的所有方面都可以被完全观察，即没有隐藏的卡牌

剪刀石头布是简单的一次性(one-shot)博弈

- 一次移动
- 在博弈论中称为策略或范式博弈(strategic/normal form)

但很多游戏是牵涉到多步操作的

- 轮回(turn-taking)游戏，如棋类
- 在博弈论中称为扩展形式博弈(extensive form)

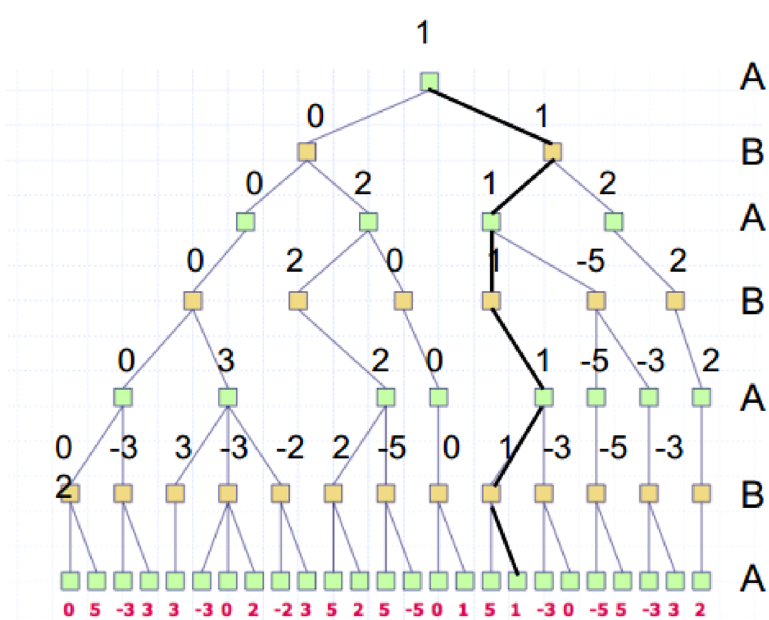
两个玩家A（最大化己方收益）和B（最小化对方收益）

- 状态集合$\mathcal{S}$
- 初始状态$I \in \mathcal{S}$
- 终止位置$T \subset \mathcal{S}$
- 后继：下一可能状态的集合
- 效益(utility)/收益(payoff)函数$V : T \mapsto \mathbb{R}$，表明终止状态对A玩家有多好，对B玩家有多坏（都站在A角度给出）

minimax算法：自己选max，对方选min

- 构建整棵博弈树，然后将终止/叶子结点标上收益
- 回溯整棵树，然后将每个结点都标记上收益

$$U(n) = \begin{cases} \min\{U(c):\ c \text{is a child of} n\} & n \text{is a Min node} \\ \max\{U(c):\ c \text{is a child of} n\} & n \text{is a Max node} \end{cases}$$



用DFS可以遍历整棵树，同时保持线性的空间复杂度，每次回溯时更新结点为min/max即可

α-β剪枝

- 只要当前Max结点的值≥祖先某一Min结点的值，就可以在该Max结点上做α剪枝
- 只要当前Min结点的值≤祖先某一Max结点的值，就可以在该Min结点上做α剪枝

Algorithm 2 Alpha-Beta Pruning

```
procedure AlphaBeta(n,Player,alpha,beta)
    if n is TERMINAL then
        return V(n)                                        ▷ Return terminal states utility
    ChildList = n.Successors(Player)
    if Player == MAX then
        for c in ChildList do
            alpha = max(alpha, AlphaBeta(c,MIN,alpha,beta))
            if beta ¡= alpha then
                break
        return alpha
    else                                                   ▷ Player == MIN
        for c in ChildList do
            beta = min(beta, AlphaBeta(c,MAX,alpha,beta))
            if beta ¡= alpha then
                break
        return beta
                              ▷ Initial call: AlphaBeta(START-NODE,Player,−∞,+∞)
```

可以证明，如果原始情况需要访问$O(b^D)$个结点，则经过α-β剪枝后只需访问$O(b^{D/2})$个结点。

但在现实生活的游戏中，即使采用了α-β剪枝，博弈树也太过庞大。如棋类的分支因子大致是35，深度为10的树已经到2.7×10^{14}个结点。因此不能将整棵博弈树展开，需要采用一些启发式方式进行估计。