# 深度学习笔记

陈鸿峥

2020.03*

## 目录



本课程主要选用Ian Goodfellow, Yoshua Bengio, Aaron Courville的《深度学习》(Deep Learning)一书。一些众所周知的概念会在笔记中略过，而着重在一些容易忽略的知识点上面。

## 1 简介

图 1反映了**深度学习**与其他几个常见概念之间的关系。传统的**机器学习**（如决策树、SVM、随机森林等）常需要人工提取特征，这一步经常涉及到**特征工程**(feature engineering)，如果特征没有进行一定处理，直接丢进去让其学习，往往会产生非常糟糕的结果。在一种表示下可能可以对数据进行线性二分，而另一种表示下则没有办法。因此，为了避免对特征的强依赖性，一种方法是利用机器学习来学习**表示(representation)本身**，再将新的表示送入到后面的学习器中让它学习**表示到输出的映射**，此即**表示学习**。再到后来，深度学习则更加将这种思想发扬光大，表示学习只能学习到**浅层简单的特征**，那深度学习则尝试去学习**深层复杂的特征**。

*Build 20200324

事实上现在**图神经网络**(GNN)也是遵循这样的发展过程，最开始尝试在图上做机器学习[1, 2, 3]；然后又开始在图上以各种随机游走的方式做图表示学习-图嵌入(embedding)[4, 5]；后来发现图嵌入能够获得的特征依然太浅层了，因此现在更多则采用图神经网络[6, 7, 8, 9]的方式来做图相关的工作。

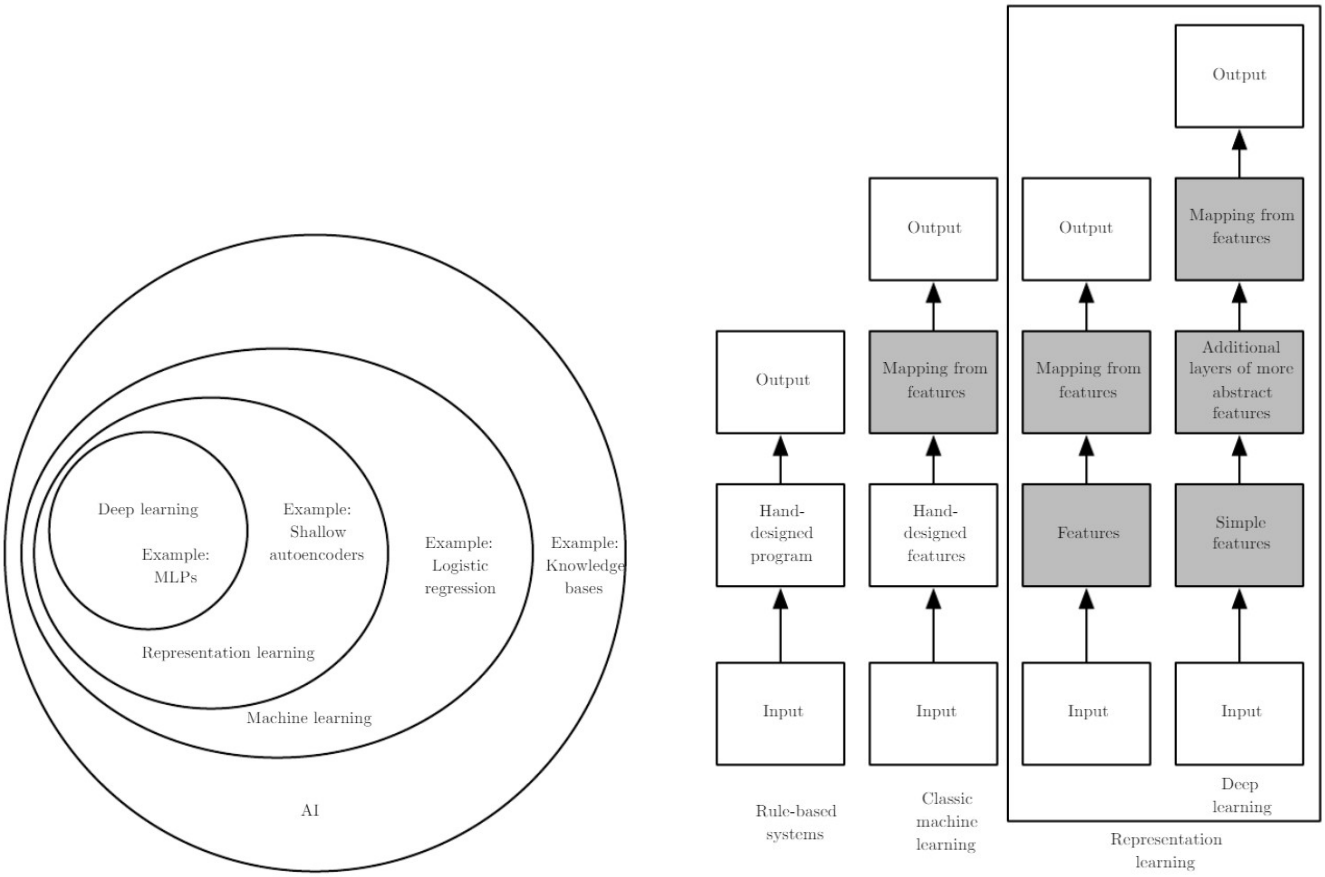



图 1: 深度学习Venn图

深度学习在发展过程中也起过几个名字：在1940年代到1960年代被称为**控制论**(cybernetics)，之后1980到1990年代则被称为**连接主义**(connectionism)，而后从2006年到现在才被称为**深度学习**。2018年的图灵奖正式颁发给深度学习三巨头—Geoffrey Hinton，Yoshua Bengio和Yann LeCun，也奠定了深度学习在学术界的历史地位。

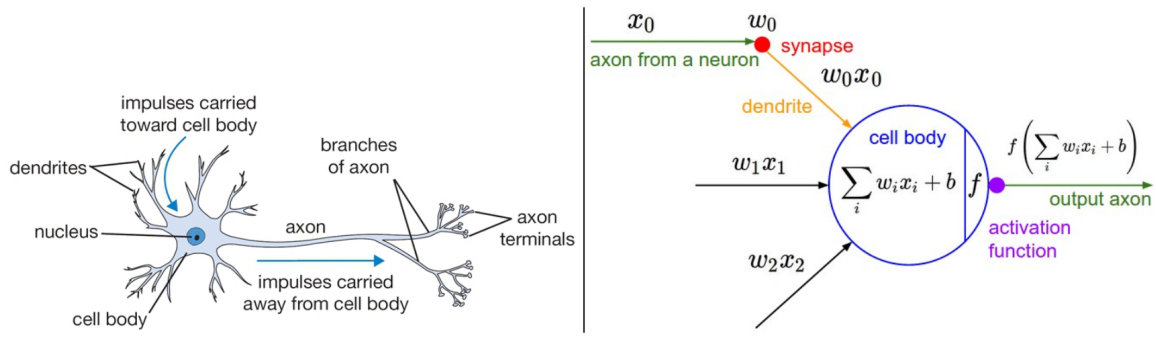
我也一直在思考是什么造成了深度学习在2010年代的兴起，使得如今我们快速进入软件2.0时代[10]。总结来讲有以下几点：

- **数据**：我们每天产生的数据量越来越多，能够处理的数据量越来越大，名副其实地进入了大数据时代。其中的一些数据经过处理能够变得很干净，2010年拥有大量标注图片的数据集ImageNet[11]就是这样的例子，它的提出使得有监督学习迎来了一波兴起。
- **算法**：我们有更多更优秀的模型，从AlexNet的dropout[12]，再到后来ResNet的残差模块[13]。ImageNet的发展历程，也是深度学习算法/模型改进和发展的历程。
- **软件系统**：早年的深度学习框架Caffe[14]、Theano[15]、MXNet[16]等使得研究人员可以方便地编写神经网络模型，而2015年前后诞生的TensorFlow[17]和PyTorch[18]则是成为了现在深度学习框架的主流范式，程序员不需知道底层的实施细节，只用“调库”和“调参”也可以实现很高效的模型，这些软件系统的诞生极大程度推动了深度学习的遍地开花。再到现在XLA[19]和TVM[20]等深度学习编译器的出现，更是进一步解放程序员，使上层模型可以方便快捷地部署到后端不同硬件平台上。
- **硬件**：GPU为深度学习做出了不可磨灭的贡献，没有GPGPU的发展，很多深度学习任务根本没有办法完成。现在的TPU[21]及各种神经网络加速器[22]也都是在拓宽这一层面，以进一步提升深度学习的能力。

上面提到的这几点都不可或缺，它们共同造就了整个深度学习栈，从而带来现在深度学习的繁荣。

# 2 人工神经网络基础

## 2.1 神经元与多层神经网络




A cartoon drawing of a biological neuron (left) and its mathematical model (right).

图 2: 神经元(neuron)

常见的激活函数：

- Sigmoid：$g(x) = \frac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}}$
- Tanh：$g(x) = \tanh(x) = \frac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}$

- ReLU：$g(x) = \max(0, x)$

之所以要采用非线性激活函数，是因为它可以使神经网络也变成非线性的，进而捕获到更加复杂的特征。

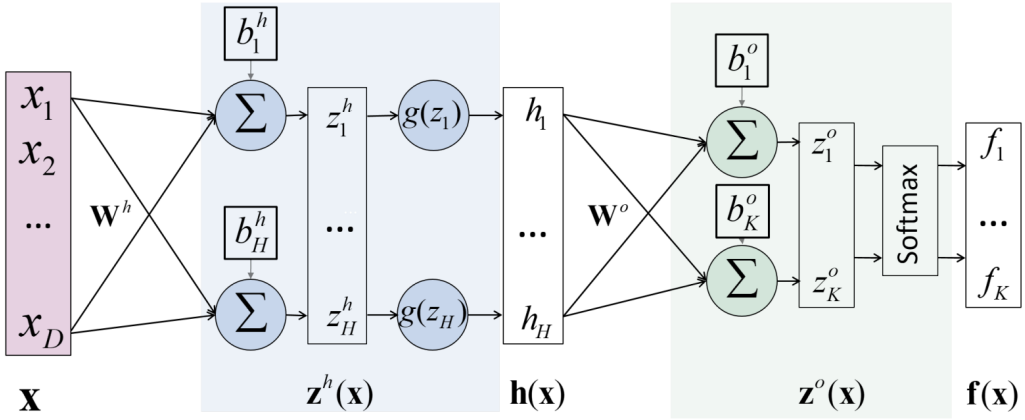



图 3: 多层神经网络(MLP)

但全连接层一个问题在于参数量巨大，当网络变大时计算量将爆炸，故要采用更加好的方法，既能提取出特征，同时计算量也能维持在一个合理的程度，因此就有了**卷积**(convolution)层。

## 2.2 卷积

$f$为原图，$g$为**卷积核**(kernel)或**滤波器**(filter)

$$(f * g)[i, j] = \sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} f[i-m, j-n] g[m, n]$$

即对应元素相乘后相加（但注意卷积与相关操作的不同，卷积要先取反）。卷积在边界时可用0填充(padding)。

上面的公式只是2维卷积，现实我们训练的图片通常采用4维张量表示，即NCHW格式

$$\text{n\_samples} \times \text{n\_channels} \times \text{height} \times \text{width}$$

因此对于每一张多通道的图片，卷积核也应表示为3维，且确保卷积核通道数与图片的通道数相同，这样就可以在3维空间做卷积，但出来的图片只剩1个通道了。故可以采用$k$个权重不同的卷积核分别对图片做卷积，那么就可以提取到$k$种不同的特征，出来的特征图(feature map)也会有$k$个通道。

在具体实施中，卷积层也是可训练的，卷积核的权重和偏置就可以通过网络学习得到。

卷积具有以下三个特征：

- **稀疏交互**(sparse interactions)：卷积层不像全连接层，是对整个图像进行权重计算，它只选择与卷积层交叠的部分进行计算。参数少了，自然计算量也少了。
- **参数共享**(parameter sharing)：由于卷积核是滑过整个图片进行计算，因此对于卷积核的参数，都是被多次运用在不同位置的；而传统的全连接层的参数在图片的每一个位置只会被使用一次，因此

捕获细节特征的能力也会相对弱一些。

- **平移等变**(equivariant representation)：哪怕图片进行一定的平移变换，卷积依然有办法将对应特征提取出来。

在图卷积神经网络(GCN)[6]中的卷积也是类似的道理，在一层中的所有图结点采用相同的神经网络进行聚集(aggregate)和更新(update)计算，这样子可以确保神经网络的参数共享，从而关注到图中的局部特征。

### 2.3 池化

普通的小卷积只能捕获到低层的特征，想要获得高层的语义特征则卷积核应该有更大的**感受野**(receptive field)，但大卷积又会使图片的细节部分被忽略。为解决这两者之间的矛盾，可以在缩小后的特征图做高层次的卷积。那么问题就变成了怎么缩小特征图，常见有两种方法：

- 改变步长(stride)
- **池化**(pooling)/**降采样**(subsampling)：对卷积核覆盖的范围取最值或平均

池化可以使得表示对于输入的微小变换保持近似不变(invariant)，这也是好理解的，因为池化考虑的是一片区域的整体特征，对于取最值或是取平均来说，当局部区域一并改变时，池化后的结果确实不会有太多变化。

看到这好像也就能明白经典的LeNet为什么这么设计了。先做卷积是为了提取图片中的小的/低层细节特征，然后做激活使得网络非线性，接着做池化，则是将图片进行缩放，方便后续的卷积提取出更大/更高层的语义特征。

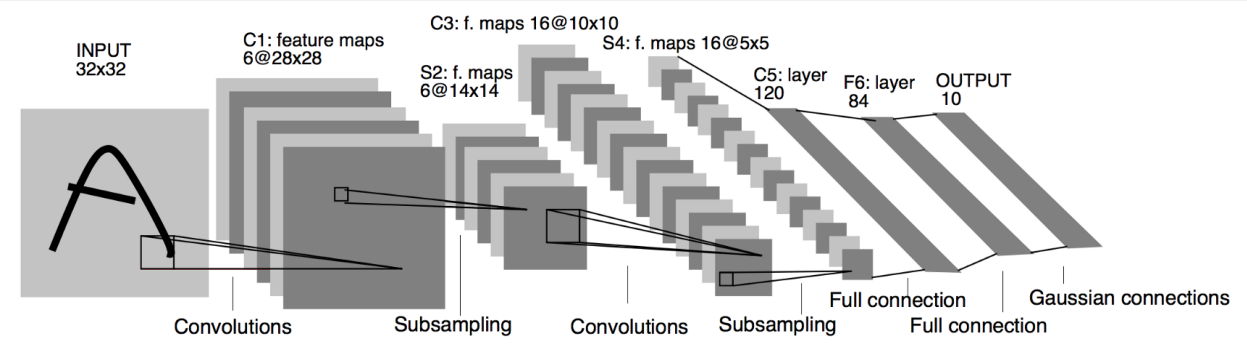



图 4: LeNet5

## 3 优化

为了方便叙述，这里采用Stanford CS229的记号，矩阵微积分的推导主要参考：

- Andrew Ng, Kian Katanforoosh, Anand Avati, *Stanford CS 229 Lecture Notes: Deep Learning*

- Andrew Ng, Kian Katanforoosh, *Stanford CS 229 Lecture Notes: Backpropagation*
- Kaare Brandt Petersen, Michael Syskind Pedersen, *Matrix Cookbook*
- 矩阵求导术 - 长躯鬼侠的文章 - 知乎
- Daiwk，机器学习中的矩阵、向量求导

### 3.1 反向传播算法

设输入特征为$x_1, x_2, \ldots$，即输入层。$x^{(i)}$代表第$i$个训练样本，$z_j^{[l]}$代表第$l$层第$j$个神经元的输出，$a_j^{[l]}$代表激活后的输出，有

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1^{[0]} \\ x_2 &= a_2^{[0]} \\ z_1^{[1]} &= {W_1^{[1]}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + b_1^{[1]} \quad a_1^{[1]} = g(z_1^{[1]}) \\ z_1^{[2]} &= {W_1^{[2]}}^{\mathrm{T}}\mathbf{a}^{[1]} + b_1^{[2]} \quad a_1^{[2]} = g(z_1^{[2]}) \end{aligned}$$

其中$W$是参数矩阵，$W_1$代表其中的第1行，激活后的输出为

$$\mathbf{a}^{[1]} = \begin{bmatrix} a_1^{[1]} \\ a_2^{[1]} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

用矩阵的形式写，有

$$\underbrace{\begin{bmatrix} z_1^{[1]} \\ z_2^{[1]} \\ \vdots \\ z_m^{[1]} \end{bmatrix}}_{\mathbf{z}^{[1]} \in \mathbb{R}^{m\times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} — & {W_1^{[1]}}^{\mathrm{T}} & — \\ & \vdots & \\ & \vdots & \\ — & {W_m^{[1]}}^{\mathrm{T}} & — \end{bmatrix}}_{W^{[1]} \in \mathbb{R}^{m\times n}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n\times 1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_1^{[1]} \\ b_2^{[1]} \\ \vdots \\ b_m^{[1]} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}^{[1]} \in \mathbb{R}^{m\times 1}}$$

因此有三层神经网络（单隐含层）的前向传播

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^{[1]} &= W^{[1]}\mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{b}^{[1]} \\ \mathbf{a}^{[1]} &= h(\mathbf{z}^{[1]}) \\ \mathbf{z}^{[2]} &= W^{[2]}\mathbf{a}^{[1]} + \mathbf{b}^{[2]} \\ \hat{\mathbf{y}}^{(i)} &= \mathbf{a}^{[2]} = g(\mathbf{z}^{[2]}) \end{aligned}$$

其中真实结果$\mathbf{y}^{(i)}$为独热码(one-hot encoding)。

考虑损失函数(loss)为交叉熵

$$\mathcal{L}(\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y}) = -\mathbf{y}^{\mathrm{T}} \ln \hat{\mathbf{y}}^{(i)}$$

且激活函数$h(\cdot)$为sigmoid函数，$g(\cdot)$为softmax函数。

接下来推导反向传播(backpropagation, BP)算法，利用链式法则求导数。比如想得到隐含层的权重，则计算

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W^{[2]}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{a}^{[2]}} \frac{\partial \mathbf{a}^{[2]}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} \frac{\partial \mathbf{z}^{[2]}}{\partial W^{[2]}}$$

注意上式并非良定，其中涉及到实值函数对向量求导，也涉及到向量对向量求导（雅可比矩阵），还有向量对矩阵求导。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{a}^{[2]}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{a}^{[2]}}(-\mathbf{y}^{\mathrm{T}} \ln \hat{\mathbf{a}}^{[2]}) \qquad \text{实数对向量求导} \\
&= -\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{a}^{[2]}} \qquad \text{逐元素相除}
\end{aligned}$$

设$\mathbf{u} = \exp(\mathbf{z}^{[2]})$为逐元素指数，分两步计算

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{a}^{[2]}}{\partial \mathbf{u}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \operatorname{softmax}(\mathbf{z}^{[2]}) \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \frac{\exp(\mathbf{z}^{[2]})}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \exp(\mathbf{z}^{[2]})} \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} \\
&= \mathbf{u} \frac{\partial (1/\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^{\mathrm{T}}} + \frac{1}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{u}} \qquad \text{乘法法则} \\
&= -\frac{1}{(\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u})^2} \mathbf{u} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} + \frac{1}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} I \\
\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} &= \frac{\partial \exp(\mathbf{z}^{[2]})}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} \\
&= \operatorname{diag}(\exp(\mathbf{z}^{[2]})) \\
&= \operatorname{diag}(\mathbf{u})
\end{aligned}$$

由雅可比矩阵的链式法则

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{a}^{[2]}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} &= \frac{\partial \mathbf{a}^{[2]}}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} \\
&= \left( -\frac{1}{(\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u})^2} \mathbf{u} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} + \frac{1}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} I \right) \operatorname{diag}(\mathbf{u}) \\
&= -\frac{1}{(\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u})^2} \mathbf{u} \mathbf{u}^{\mathrm{T}} + \frac{1}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} \operatorname{diag}(\mathbf{u}) \\
&= -\frac{\mathbf{u}}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} \left( \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} \right)^{\mathrm{T}} + \frac{1}{\mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}} \operatorname{diag}(\mathbf{u}) \\
&= -\mathbf{a}^{[2]} \mathbf{a}^{[2]\mathrm{T}} + \operatorname{diag}(\mathbf{a}^{[2]})
\end{aligned}$$

进而

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} &:= \delta^{[2]} \qquad \text{损失函数对未激活前}\mathbf{z}\text{的导数} \\
&= \left(\frac{\partial \mathbf{a}^{[2]}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}}\right)^{\mathrm{T}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{a}^{[2]}} \\
&= -\left(-\mathbf{a}^{[2]}{\mathbf{a}^{[2]}}^{\mathrm{T}} + \operatorname{diag}(\mathbf{a}^{[2]})\right)^{\mathrm{T}} \left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{a}^{[2]}}\right) \\
&= \mathbf{a}^{[2]} \left({\mathbf{a}^{[2]}}^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{a}^{[2]}}\right) - \operatorname{diag}(\mathbf{a}^{[2]}) \left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{a}^{[2]}}\right) \\
&= \mathbf{a}^{[2]} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{y} - \mathbf{y} \\
&= \mathbf{a}^{[2]} - \mathbf{y} \qquad \text{独热码满足} \mathbf{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{y} = 1
\end{aligned}
$$

之后可计算

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W^{[2]}} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} \frac{\partial \mathbf{z}^{[2]}}{\partial W^{[2]}} &&= \delta^{[2]} {\mathbf{a}^{[1]}}^{\mathrm{T}} \qquad \text{线性变换求导法则} \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b^{[2]}} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{z}^{[2]}} \frac{\partial \mathbf{z}^{[2]}}{\partial b^{[2]}} &&= \delta^{[2]}
\end{aligned}
$$

再往前推一层

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{a}^{[1]}} &= {W^{[2]}}^{\mathrm{T}} \delta^{[2]} \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{z}^{[1]}} &:= \delta^{[1]} \\
&= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{a}^{[1]}} \frac{\partial \mathbf{a}^{[1]}}{\partial \mathbf{z}^{[1]}} \\
&= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{a}^{[1]}} \odot h'(\mathbf{z}^{[1]}) \\
&= \left({W^{[2]}}^{\mathrm{T}} \delta^{[2]}\right) \odot h(\mathbf{z}^{[1]}) \odot (\mathbf{1} - h(\mathbf{z}^{[1]})) \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial W^{[1]}} &= \delta^{[1]} \mathbf{x}^{\mathrm{T}} \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{b}^{[1]}} &= \delta^{[1]} \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} &= {W^{[1]}}^{\mathrm{T}} \delta^{[1]}
\end{aligned}
$$

总结来说，对于$l = N-1, N-2, \ldots, 1$层，设

$$
\delta^{[l]} = \left({W^{[l+1]}}^{\mathrm{T}} \delta^{[l+1]}\right) \odot h'(\mathbf{z}^{[l]})
$$

则有权重和偏置的梯度

$$
\begin{aligned}
\nabla_{W^{[l]}} \mathcal{L}(W, b) &= \delta^{[l]} {\mathbf{a}^{[l-1]}}^{\mathrm{T}} \\
\nabla_{b^{[l]}} \mathcal{L}(W, b) &= \delta^{[l]}
\end{aligned}
$$

## 3.2 梯度下降

### 3.2.1 挑战

神经网络优化的过程中主要存在以下这些挑战：

- 病态(ill-conditioning)Hessian矩阵：小步长也会导致大损失（参见数值计算）
- 局部极小值
- 平台(plateau)和鞍点(saddle point)
- 悬崖和梯度爆炸：梯度裁剪(clipping)可解决
- 长期依赖：网络太深时会导致梯度消失或爆炸

### 3.2.2 基本算法

- 批梯度下降

$$\boldsymbol{\theta}_{t+1} = \boldsymbol{\theta}_t - \frac{\eta}{N}\sum_{n=1}^{N}\nabla\mathcal{L}(\mathbf{y}_n, \mathbf{f}(\mathbf{x}_n;\boldsymbol{\theta}_t))$$

- 随机梯度下降(SGD)

$$\boldsymbol{\theta}_{t+1} = \boldsymbol{\theta}_t - \eta\nabla\mathcal{L}(\mathbf{y}_n, \mathbf{f}(\mathbf{x}_n;\boldsymbol{\theta}_t))$$

- 子批(minibatch)梯度下降

$$\boldsymbol{\theta}_{t+1} = \boldsymbol{\theta}_t - \frac{\eta}{|S|}\sum_{(\mathbf{x}_n,\mathbf{y}_n)\in S}\nabla\mathcal{L}(\mathbf{y}_n, \mathbf{f}(\mathbf{x}_n;\boldsymbol{\theta}_t))$$

添加Nesterov动量(momentum)项，使得梯度下降可以保持原来的方向，以减少震荡

$$\begin{cases}\boldsymbol{\nu}_{t+1} = \gamma\boldsymbol{\nu}_t - \eta\nabla\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}_t) \\ \boldsymbol{\theta}_{t+1} = \boldsymbol{\theta}_t + \boldsymbol{\nu}_{t+1}\end{cases}$$

通常$\gamma$取0.9。

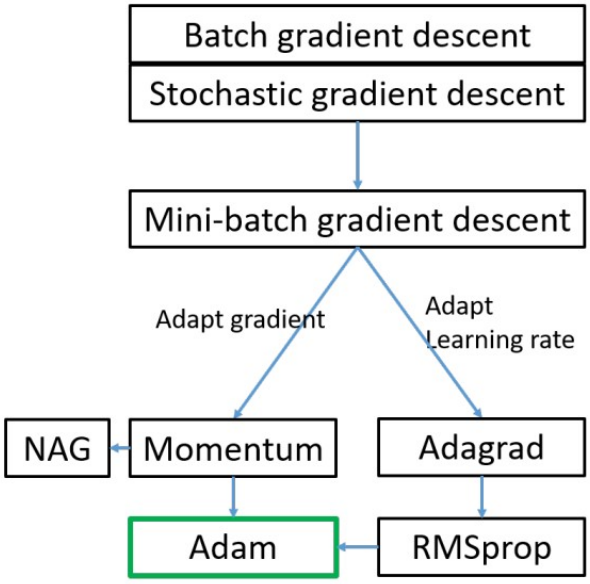



图 5: 梯度下降算法分类

### 3.3 过拟合

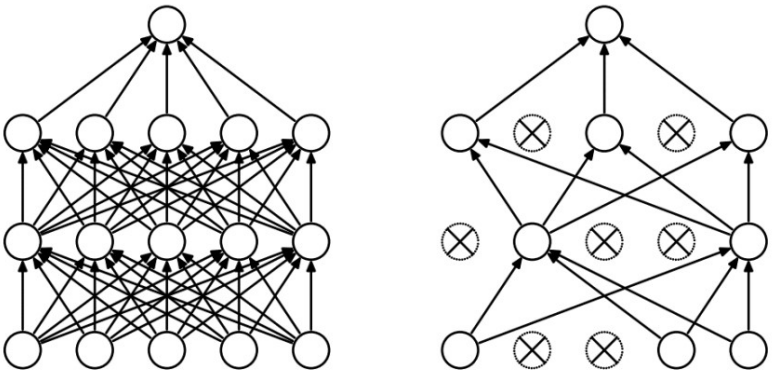
提升模型泛化能力的几种方法：

- 数据集分划：训练集60%、验证集20%、测试集20%
- 早停(early stopping)：验证集误差不再下降时
- 规范化(regularization)

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N}\mathcal{L}(\mathbf{y}_n, \mathbf{f}(\mathbf{x}_n; \boldsymbol{\theta})) + \lambda \|\boldsymbol{\theta}\|_p$$

  - $p = 2$：权重衰减(weight decay)/岭回归(ridge)，更小的权重值
  - $p = 1$：更少的非零权重

- Dropout：训练时某一神经元只有$p$概率出现



(a) Standard Neural Net (b) After applying dropout.

图 6: Dropout示意图

- 数据增量(augmentation)：对原始图片做变换
- 集成学习(ensemble)

# 参考文献


[1] Limin Yao, David Mimno, and Andrew McCallum. Efficient methods for topic model inference on streaming document collections. In *Proceedings of the 15th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, 2009.

[2] Mu Li, David G Andersen, and Alexander Smola. Distributed delayed proximal gradient methods. In *NIPS Workshop on Optimization for Machine Learning*, 2013.

[3] Rainer Gemulla, Erik Nijkamp, Peter J. Haas, and Yannis Sismanis. Large-scale matrix factorization with distributed stochastic gradient descent. In *Proceedings of the 17th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, 2011.

[4] Bryan Perozzi, Rami Al-Rfou, and Steven Skiena. DeepWalk: Online learning of social representations. 2014.

[5] Aditya Grover and Jure Leskovec. node2vec: Scalable feature learning for networks. In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining - KDD '16*, 2016.

[6] Thomas N. Kipf and Max Welling. Semi-supervised classification with graph convolutional networks. In *Proceedings of the International Conference on Learning and Representation (ICLR)*, 2017.

[7] William L. Hamilton, Rex Ying, and Jure Leskovec. Inductive representation learning on large graphs. In *Advances in neural information processing systems (NeurIPS)*, 2017.

[8] Yujia Li, Daniel Tarlow, Marc Brockschmidt, and Richard Zemel. Gated graph sequence neural networks. In *Proceedings of the International Conference on Learning and Representation (ICLR)*, 2016.

[9] Petar Veličković, Guillem Cucurull, Arantxa Casanova, Adriana Romero, Pietro Liò, and Yoshua Bengio. Graph attention networks. In *Proceedings of the International Conference on Learning and Representation (ICLR)*, 2018.

[10] Kunle Olukotun. Designing computer systems for software 2.0. In *Keynote of the 45th International Symposium on Computer Architecture (ISCA)*, 2018.

[11] Jia Deng, Wei Dong, Richard Socher, Li-Jia Li, Kai Li, and Li Fei-Fei. ImageNet: A large-scale hierarchical image database. In *2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2009.

[12] Alex Krizhevsky, Ilya Sutskever, and Geoffrey E. Hinton. ImageNet classification with deep convolutional neural networks. In *Proceedings of the 25th International Conference on Neural Information Processing Systems - Volume 1*, 2012.

[13] Kaiming He, Xiangyu Zhang, Shaoqing Ren, and Jian Sun. Deep residual learning for image recognition. In *2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2016-06.

[14] Yangqing Jia, Evan Shelhamer, Jeff Donahue, Sergey Karayev, Jonathan Long, Ross Girshick, Sergio Guadarrama, and Trevor Darrell. Caffe: Convolutional architecture for fast feature embedding. In *Proceedings of the 22nd ACM international conference on Multimedia*, 2014.

[15] Rami Al-Rfou, Guillaume Alain, Amjad Almahairi, Christof Angermueller, Dzmitry Bahdanau, Nicolas Ballas, et al. Theano: A python framework for fast computation of mathematical expressions. 2016.

[16] Tianqi Chen, Mu Li, Yutian Li, Min Lin, Naiyan Wang, Minjie Wang, Tianjun Xiao, Bing Xu, Chiyuan Zhang, and Zheng Zhang. MXNet: A flexible and efficient machine learning library for heterogeneous distributed systems. In *In Neural Information Processing Systems, Workshop on Machine Learning Systems*, 2016.

[17] Martin Abadi, Paul Barham, Jianmin Chen, Zhifeng Chen, Andy Davis, Jeffrey Dean, Matthieu Devin, Sanjay Ghemawat, Geoffrey Irving, Michael Isard, Manjunath Kudlur, Josh Levenberg, Rajat Monga, Sherry Moore, Derek G. Murray, Benoit Steiner, Paul Tucker, Vijay Vasudevan, Pete Warden, Martin Wicke, Yuan Yu, and Xiaoqiang Zheng. TensorFlow: A system for large-scale machine learning. In *12th USENIX Symposium on Operating Systems Design and Implementation (OSDI 16)*, 2016.

[18] Adam Paszke, Sam Gross, Francisco Massa, Adam Lerer, James Bradbury, Gregory Chanan, Trevor Killeen, Zeming Lin, Natalia Gimelshein, Luca Antiga, Alban Desmaison, Andreas Kopf, Edward Yang, Zachary DeVito, Martin Raison, Alykhan Tejani, Sasank Chilamkurthy, Benoit Steiner, Lu Fang, Junjie Bai, and Soumith Chintala. PyTorch: An imperative style, high-performance deep learning library. In *In Advances in Neural Information Processing Systems 32 (NIPS 2019)*, 2019.

[19] Google. XLA: Optimizing compiler for machine learning, 2017.

[20] Tianqi Chen, Thierry Moreau, Ziheng Jiang, Lianmin Zheng, Eddie Yan, Meghan Cowan, Haichen Shen, Leyuan Wang, Yuwei Hu, Luis Ceze, Carlos Guestrin, and Arvind Krishnamurthy. TVM: an automated end-to-end optimizing compiler for deep learning. In *Proceedings of the 12th USENIX conference on Operating Systems Design and Implementation (OSDI)*, 2018.

[21] Norman P. Jouppi, Cliff Young, Nishant Patil, David Patterson, Gaurav Agrawal, Raminder Bajwa, et al. In-datacenter performance analysis of a tensor processing unit. 2017.

[22] Thierry Moreau, Tianqi Chen, Ziheng Jiang, Luis Ceze, Carlos Guestrin, and Arvind Krishnamurthy. VTA: An open hardware-software stack for deep learning. 2018.