Швець Руслан ОІ-11 Алгебра і Геометрія

Завдання 1

$$A=\begin{pmatrix} 11 & -3 & -2 \\ 11 & -7 & 5 \\ 11 & -2 & a+5 \end{pmatrix}$$

$\det(A) = -22a - 55 + 44 - 165 - 44 + 110 + 33a + 165$

$\det(A) = 11a + 33 = 33$

Завдання 2

$\bar{a}(1; -3; -5)$ $b(-2; -3; -10)$ $2\cdot\bar{a} + 3\cdot\bar{b}$; $2 = 2$

$2\cdot\bar{a} = 2\cdot(1; -3; -5) = (2; -6; -10)$

$3\cdot\bar{b} = 3\cdot(-2; -3; -10) = (-6; -9; -30)$

$2\cdot\bar{a} + 3\cdot\bar{b} = (2-6; -6-9; -10-30) = (-4; -15; -40)$

Завдання 3

$|\bar{a}| = 4 = 4$ $|\bar{b}| = 15$ $\bar{c} = \bar{a}\bar{b}$ $\angle(\bar{a}\bar{b}) - ?$

$|\bar{c}| = |\bar{a}\bar{b}| = |\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\sin\angle$ $|\bar{c}| = 15$

$15 = 4\cdot 15\cdot\sin\angle$ $1 = 4\sin\angle$ $\sin\angle = \frac{1}{4}$ $\angle = 90°$ (1)

Завдання 4

$2x-3y-A=0$; $A=5$

$2x-3y-5=0$

$M_1(1;1)$ $2-3-5\neq 0$ не ні

$M_2(3;5)$ $6-15-5\neq 0$ не ні

$M_3(-1;2)$ $-2-6-5\neq 0$ не ні

$M_3(4;1)$ $8-3-5=0$ так

Завдання 5

$M_1(A,B,C)$ $M_2(4;-1;-1)$ $M_3(2;0;2)$ $A=2, B=2, C=2$

$ax+by+cz+d=0$

$M_1(2;2;2)$ $2a+2b+2c+d=0$

$M_2(4;-1;-1)$ $4a-b-c+d=0$

$M_3(2;0;2)$ $2a+2c+d=0$

$$\begin{cases} 2a+2b+2c+d=0 \\ 4a-b-c+d=0 \\ 2a+2c+d=0 \end{cases} -$$

$2a+2b+2c+d-2a-2c-d=0$

$2b=0$ $b=0$

$b=0$

$$\begin{cases} 2a+2c+d=0 \\ 4a-c+d=0 \\ 2a+2c+d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+2c+d=0 \\ 4a-c+d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a-c+d-2a-2c+d=0 \\ 2a-3c=0 \end{cases}$$

$c=\frac{2a}{3}$

$2a+2\left(\frac{2a}{3}\right)+d=0$; $2a+\frac{4a}{3}+d=0$; $\frac{6a}{3}+\frac{4a}{3}+d=0$;

$\frac{10a}{3}+d=0 \quad d=-\frac{10a}{3}$

$ax+by+cz+d=0$; $b=0$; $c=\frac{-2a}{3}$; $d=\frac{-10a}{3}$

$a\left(x+\frac{2}{3}z-\frac{10}{3}\right)=0 \mid \cdot 3$;

$3ax+2az-10a=0 \Rightarrow 3x+2z-10=0$

Завдання 6

$\frac{x^2}{a}-\frac{y^2}{9}=1$; $a=16$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad b^2=9$

Вел півось $=\sqrt{a}=\sqrt{16}=4$

Мал півось $=\sqrt{b^2}=\sqrt{9}=3$

Завдання 7

$\begin{pmatrix}4&3\\0&1\end{pmatrix}-X\cdot\begin{pmatrix}a&1\\1&1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}3&3\\-2&0\end{pmatrix} \quad X-?, a=3$

$3\cdot\begin{pmatrix}3&3\\-2&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&9\\-6&0\end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix}4&3\\0&1\end{pmatrix}-X\cdot\begin{pmatrix}3&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&9\\-6&0\end{pmatrix}$

$-X\cdot\begin{pmatrix}3&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&9\\-6&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4&3\\0&1\end{pmatrix} \quad -X\begin{pmatrix}3&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&6\\-6&-1\end{pmatrix}$

$A=\begin{pmatrix}3&1\\1&1\end{pmatrix}$ $\det = 3-1=2$ $\quad \bar{A}^t = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}5&-0{,}5\\+0{,}5&1{,}5\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}5&6\\-6&-1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}0{,}5&-0{,}5\\-0{,}5&1{,}5\end{pmatrix} = X \quad X = \begin{pmatrix}-3&5\\+1{,}7&4\end{pmatrix}$

Завдання 8

$$\begin{cases} 2x+5y+z=a \\ -x-3y+2z=b \\ 3x+y-z=c \end{cases} \quad a=-17;\ b=-3;\ c=0$$

$x+y+z-?$

$$\begin{cases} 2x+5y+z=-17 \\ -x-3y+2z=-3 \\ 3x+y-z=0 \end{cases} \rightarrow z=3x+y$$

$$\begin{cases} 2x+5y+3x+y=-17 \\ -x-3y+6x+2y=-3 \end{cases} - \begin{cases} 5x+6y=-17 \\ 5x-y=-3 \end{cases}$$

$7y=-14 \quad y=-2 \qquad 5x+2=-3 \quad x=-1$

$z=-3-2=-5 \qquad -1-2-5=-8$

Завдання 9

$\bar{m}\ \bar{n}\ \bar{p}$; $\bar{m}\perp\bar{n}$ і $\bar{m}\perp\bar{p}$; $\alpha(\bar{n},\bar{p})=120^\circ$

$\bar{a}=A\bar{m}+2\bar{n}+6\bar{p}$; $\bar{b}=4\bar{m}-\bar{n}-3\bar{p}$; $A=1$

ab.

$\bar{m} \cdot \bar{n} = 0$

$\bar{m} \cdot \bar{p} = 0$

$\bar{n} \cdot \bar{p} = |\bar{n}| |\bar{p}| \cos\alpha \qquad \bar{n} \cdot \bar{p} = -\frac{1}{2}$

$\bar{a} = \bar{m} + 2\bar{n} + 6\bar{p} \qquad \bar{b} = 4\bar{m} - \bar{n} - 3\bar{p}$

$\bar{a}\bar{b} = (\bar{m} \cdot 4\bar{m}) + (\bar{m} \cdot (-\bar{n})) + (\bar{m} \cdot (-3\bar{p})) + (2\bar{n} \cdot 4\bar{m}) + (2\bar{n} \cdot (-\bar{n})) +$

$+ (2\bar{n} \cdot (-3\bar{p})) + (6\bar{p} \cdot 4\bar{m}) + (6\bar{p} \cdot (-\bar{n})) + (6\bar{p} \cdot (-3\bar{p}))$

$(\bar{m} \cdot 4\bar{m}) = 4 \qquad \bar{m} \cdot \bar{n} = 0$

$(2\bar{n} \cdot (-\bar{n})) = -2 \qquad \bar{m} \cdot \bar{p} = 0$

$(2\bar{n} \cdot (-3\bar{p})) = 3 \qquad \bar{n} \cdot \bar{m} = 0$

$(6\bar{p} \cdot (-3\bar{p})) = -18 \qquad \bar{p} \cdot \bar{m} = 0$

$\bar{a} \cdot \bar{b} = 4 - 2 + 3 - 18 = -18$

Задача 10

$M_1(A, B, C) = (6, 2, 8) \quad M_2(1; 1; 1) \qquad y = 0$

$\bar{v} = M_2 - M_1 = (-5; -1; -7)$

$x = 6 - 5t \qquad 2 - t = 0 \quad t = 2$

$y = 2 - t$

$z = 8 - 7t \qquad x = -4 \quad z = -6$