

# Tín hiệu và hệ thống

Ngày 7 tháng 3 năm 2025

## 1 Phương trình sai phân

### 1.1 Biểu diễn hệ thống

Một hệ thống là một cấu trúc sẽ có một cấu hình chung như này:

$$x[n] \rightarrow h[n] \rightarrow y[n]$$

trong đó thì  $h[n]$  được gọi là ĐÁP ỨNG XUNG CỦA HỆ THỐNG. Một hệ thống rời rạc bất kỳ có thể được biểu diễn bằng phương trình sai phân.

Ví dụ:  $y[n] = y[n-1] + x[n]$ , tức là có thể biểu diễn mọi hệ thống với đầu ra là một hàm số theo đầu vào.

### 1.2 Mô tả hệ thống bằng phương trình sai phân

#### 1.2.1 Đáp ứng của hệ thống

Khi phân tích một hệ thống bất kỳ thì đều phải đi qua 2 giai đoạn: giai đoạn khởi tạo và giai đoạn ổn định.

Vậy ta phải phân tích hệ thống thành hai phần (hai nghiệm) để biểu diễn hai quá trình, nghiệm đầu tiên gọi là nghiệm **ĐÁP ỨNG TỰ NHIÊN** (kí hiệu là  $y_N[n]$ ) và nghiệm còn lại gọi là nghiệm **ĐÁP ỨNG LỰC** (kí hiệu là  $y_F[n]$ ).

#### 1.2.2 Phân tích đáp ứng hệ thống

1. Nghiệm đáp ứng tự nhiên được tính như sau: nghiệm đáp ứng tự nhiên là nghiệm thỏa mãn *ĐAU VAO BANG 0* (tức là  $x[n] = 0$ ) và điều kiện khởi tạo của hệ thống ( $y[-1] = \dots, y[-2] = \dots$ )
2. Nghiệm đáp ứng lực được tính như sau: nghiệm đáp ứng lực là nghiệm thỏa mãn *DIEU KIEN KHOI TAO BANG 0* (tức là  $y[-1] = y[-2] = 0$ ) và đầu vào của hệ thống.

## 2 Bai tap

**2.1**  $y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = x[n-1]$  **voi**  $y[-1] = 0, y[-2] = 3$

Tim dap ung cua he thong.

1. Dap ung tu nhien  $y_N[n]$  la dap ung thoa man khong co dau vao, tuc la ve phai bang 0, va thoa man dieu kien khoi tao. Nghiem  $y_N[n]$  phai thoa man:  $y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = 0$  va  $y[-1] = 0, y[-2] = 3$ . Nhung phuong trinh ma co dang  $y[n] + 2y[n-1] - 3y[n-2] = 0$  co dang nghiem la  $y_N[n] = K.\lambda^n$ , thay vao thi ta co:

$$K.\lambda^n + 2K\lambda^{n-1} - 3K\lambda^{n-2} = 0 \Leftrightarrow 1 + 2\lambda^{-1} - 3\lambda^{-2} = 0$$

$$\lambda = 1 \text{ or } \lambda = -3$$

Vay ta co  $y_N[n] = K_1(1)^n + K_2(-3)^n$ , tiep tục la nhìn cái điều kiện  $y[-1] = 0, y[-2] = 3$  rồi thay vào, tính  $K_1 = \frac{9}{4}$  voi  $K_2 = \frac{27}{4}$

2. Không có đáp ứng lúc.

**2.2**  $4y[n] - y[n-2] = x[n]$  **voi**  $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

1. Không có đáp ứng tu nhien
2. Dap ung luc tinh nhu sau: thoa man dau vao voi dieu kien khoi tao bang 0.

$$4y[n] - y[n-2] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

Cách giải như sau: an thang luôn dau ra la nghiem của dau vao, tuc la an thang  $y_F[n] = C \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ , thay vào thì ta có

$$4C \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - C \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} u[n-2] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

Ta có với  $n \geq 2$  thì  $u[n] = u[n-2] = 1$  (cái này rất quan trọng và không được quên), với  $n \geq 2$ , ta có:

$$4C \left(\frac{1}{2}\right)^n - C \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$