

# Chương 0: Giới thiệu môn học

## Tín hiệu và hệ thống

Tín Vũ

tinvu1309@gmail.com

- ➊ Giới thiệu playlist
- ➋ Giới thiệu khái quát môn học
- ➌ Kiến thức cơ sở tiên quyết
- ➍ Phương pháp học đúng
- ➎ Tài liệu tham khảo
- ➏ Ôn tập số phức (optional)
  - Các phép toán cơ bản với số phức
    - Mặt phẳng phức
    - Đồng nhất thức Euler
  - Số phức trong Vật lý
    - Dao động điều hòa
    - Mạch RLC
  - Tại sao lại dùng số phức để biểu diễn tín hiệu ?

# Giới thiệu playlist

- Mình là Tín Vũ, hiện tại đang là sinh viên học tại Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội. Mình tạo playlist video này để hỗ trợ các bạn học môn Tín hiệu và hệ thống trong các trường đại học kỹ thuật theo hướng **trực quan hóa** nhất có thể.
- Do đó, mục tiêu của mình khi thực hiện playlist này không chỉ giúp các bạn ôn thi được điểm cao mà còn **hiểu sâu công thức để làm nền tảng cho các môn học sau**.
- Để đạt được hai mục tiêu trên, các bạn nên xem **toàn bộ** video của mình, còn nếu chỉ cần ôn thi cấp tốc và đạt điểm cao thì hãy **bỏ qua** các video "optional".
- Nội dung playlist này chủ yếu bám sát nội dung môn học Tín hiệu và hệ thống tại trường của mình; nếu các bạn học trường khác, hãy tham khảo kỹ đề cương hay đề thi của trường bạn để đối chiếu sao cho ôn tập đúng trọng tâm và hợp lý.
- Môn học này bao gồm **6** chương, các chương đều liên quan rất chặt chẽ và logic với nhau nên hãy học cẩn thận ngay từ **chương 0** để ôn thi cuối kỳ đỡ vất vả.

# Giới thiệu khái quát môn học

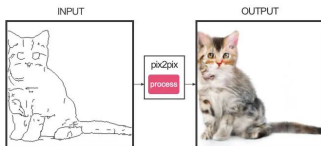


"What is life?"

"Everything is File."

- Average Linux nerd philosophy's about life.

# Giới thiệu khái quát môn học



"Why is everything File?"

"Because

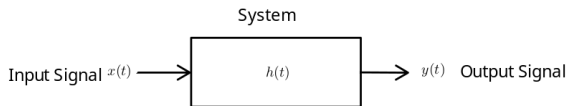
everything can mathematically be represented as an I/O mechanism - which is exactly how the **Signals and Systems** model works.

If I know its function, I can predict the **future**."

- Me in real life.

# Giới thiệu khái quát môn học

- Tất cả các hệ thống vật lý trong tự nhiên đều có thể được biểu diễn bằng mô hình **Signals and Systems** như sau:



Hình: Signal and System model

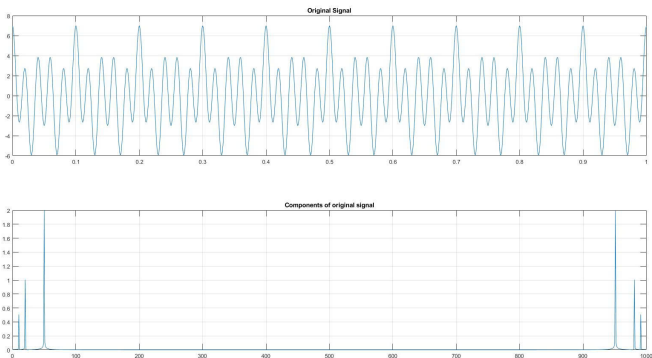
- Ví dụ như: khi các bạn bật điện, tín hiệu cơ học (input signal) sẽ đi qua một hệ thống điện (system) để kích hoạt tín hiệu điện (output signal) làm đèn sáng; khi các bạn lấy tay đâm vào tường (don't do it bro), lực từ nắm tay của các bạn (input signal) sau khi đi qua bức tường (system) sẽ trả về một lực phản hồi từ bức tường theo định luật III Newton (output signal) khiến cho tay bị đau.  
⇒ Và còn vô số các ví dụ khác trong thực tiễn cuộc sống...
- Môn học này sẽ tập trung đi sâu vào tìm hiểu các mối quan hệ cơ bản giữa **Tín hiệu** và **Hệ thống** bằng cách sử dụng mô hình toán học như phương trình vi phân, sơ đồ khối để trả lời các câu hỏi như: Làm thế nào để biết được tín hiệu ra của hệ thống? Tín hiệu được cấu tạo từ những cái gì? Ta có thể tạo ra hệ thống nào đó để điều khiển tín hiệu vào/ra theo ý muốn không?

# Giới thiệu khái quát môn học

Một trong những ứng dụng cực kì tiêu biểu và phổ thông nhất của môn này đó là thiết kế bộ **lọc** tín hiệu. Hãy tưởng tượng các bạn là phóng viên thể thao đang tường thuật trực tiếp một trận bóng đá, ở sân bóng người ta thường sử dụng còi và hò hét rất ồn. Vậy làm thế nào để bạn có thể **lọc** được tất cả các âm thanh nhiễu (noise) đó để khán giả xem truyền hình vẫn có thể nghe được tiếng của bạn nói? Để giải quyết bài toán này, chúng ta cần phải trả lời các câu hỏi sau đây:

- Tín hiệu trước và sau khi lọc được cấu tạo từ những cái gì (hay những phần tử nào) ?
- Sau khi đã trả lời được câu hỏi trên, ta có thể tạo ra hệ thống để điều khiển tín hiệu vào/ra theo ý muốn không ?
- Cuối cùng, sau khi đã tạo ra được hệ thống thì làm thế nào ta có thể biết được đầu ra của nó? Đầu ra của nó có **lọc** được tín hiệu nhiễu đúng như yêu cầu không ?

# Giới thiệu khái quát môn học

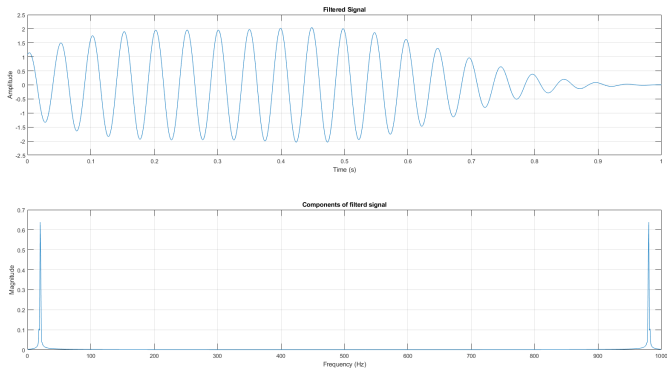


Hình: Original signal and its components

Ta sử dụng **phép biến đổi Fourier** (sẽ được học rất kĩ ở chương 3) để tách tín hiệu input vào thành các thành phần điều hòa (harmonic) tuần hoàn với các tần số tương ứng nhất định, được biểu diễn rất rõ trên hình.



# Giới thiệu khái quát môn học



Hình: Filtered signal and its components

Giả sử trong trận bóng này, âm thanh gây nhiễu từ cổ động viên và còi tương ứng là 2 "thanh" tần số thứ nhất và thứ ba, và âm thanh của nhà báo thể thao tương ứng có tần số được biểu diễn ở "thanh" thứ hai. Ta cần phải thiết kế hệ thống để loại bỏ hai "thanh" tín hiệu nhiễu sao cho chỉ còn "thanh" của nhà báo.

# Kiến thức cơ sở tiên quyết

## • Giải tích I

- Đây là môn học **tối quan trọng**, tiên quyết bắt buộc phải **qua** trước khi học **Tín hiệu và hệ thống**.
- Nếu bạn trượt môn này, hãy học lại cho đến khi **qua** thì thôi rồi học **Tín hiệu và hệ thống cũng chưa muộn**. Đừng cố đăng kí học khi bạn trượt **Giải tích I** nếu bạn không muốn trượt thêm một môn nữa.

## • Giải tích II

- Kiến thức môn này mặc dù không quá liên quan nhưng tương đối quan trọng khi liên hệ giữa công thức Fubini đổi thứ tự tính tích phân 2 và 3 lớp với phép toán đổi thứ tự tính chuỗi vô hạn với tích phân dùng rất nhiều trong môn học này.
- Nhìn chung, nếu bạn đã học môn này thì rất tốt, nhưng nếu chưa học thì cũng không sao cả.

## • Vật lý đại cương I, II

- Nội dung môn học này sẽ **cực kì thú vị** nếu bạn thích Vật lý.
- Cũng giống như **Giải tích II**, nếu bạn học tốt môn này thì rất tuyệt vời, còn không thì cũng không sao cả.

## • Kỹ thuật điện

- Nếu bạn học chắc môn này, bạn sẽ hiểu được tư tưởng của **Tín hiệu và hệ thống** mạch lạc và rõ ràng hơn, nhất là sau khi bạn đã hoàn toàn thành thạo với tính toán trên tập  $\mathbb{C}$  và giải phương trình vi phân.
- Cũng như hai môn học trên, nếu bạn đã học rồi thì rất tốt, còn nếu không thì không sao cả.

# Phương pháp học đúng

- Phải tự làm hết bài tập về nhà của các thầy/cô, không được đi chép.
- **Nếu không tự làm bài tập, bạn sẽ không bao giờ có thể "thấm" nổi môn này !**
- Nếu cảm thấy chưa thỏa mãn, hãy làm thêm các bài tập sau (mình cũng đã từng làm qua trong quá trình học) <https://shorturl.at/slR55>.
- Mình cũng sẽ tìm và lọc các bài tập hay cùng với đề thi cuối/giữa kì của trường mình để chữa cho các bạn nữa. Mình nghĩ các bạn rất nên làm các bài này.
- Rất nên đọc textbook và xem Youtube để bổ trợ kiến thức.

- Tài liệu tham khảo chính: Signals and Systems (2nd edition) Alan V. Oppenheim and Alan S. Willsky.
- Tài liệu tham khảo phụ: Bài tập của mình học khóa trước, đề thi các năm cũ,...
- Tài liệu tham khảo phụ: Nếu bạn là sinh viên trường mình và muốn học "tủ" nhiều bài thì nên đọc Signals and Systems (2nd edition) Simon Haykin vì các thầy cô chủ yếu dạy và ra đề trong cuốn này, thế nhưng mình đánh giá cuốn này không đầy đủ và chi tiết như sách của Alan V. Oppenheim.

# Ôn tập số phức (optional)

- Các phép toán cơ bản với số phức

- Mặt phẳng phức

- Chúng ta định nghĩa đơn vị ảo (imaginary unit) như sau:

$$i^2 = -1$$

- Trong sách vật lý và các tài liệu kĩ thuật điện khác, người ta thường kí hiệu:

$$j^2 = -1$$

để tránh bị nhầm lẫn với cường độ dòng điện.

- Chúng ta định nghĩa số phức (complex number) là các số có dạng:

$$s = a + jb$$

với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tập hợp của các số phức là tập  $\mathbb{C}$ , ta có thể dễ dàng nhận thấy  $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ .

- Chúng ta định nghĩa số phức liên hợp của số phức  $s$  (complex conjugate) là:

$$\bar{s} = a - jb$$

- Chúng ta định nghĩa các phép toán cơ bản như cộng, trừ, nhân, chia số phức với trường hợp đơn giản nhất với hai số phức  $s_1 = a + jb$  và  $s_2 = c + jd$  như sau:

$$s_1 + s_2 = a + jb + c + jd = (a + c) + j(b + d)$$

$$s_1 - s_2 = a + jb - (c + jd) = (a - c) + j(b - d)$$

$$s_1 s_2 = (a + jb)(c + jd) = (ac - bd) + j(ad + bc)$$

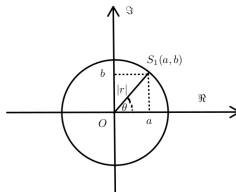
$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(\overline{c + jd})}{(c + jd)(\overline{c + jd})} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$

# Ôn tập số phức (optional)

- Các phép toán cơ bản với số phức

- Mặt phẳng phức

- Chúng ta định nghĩa một mặt phẳng phức (complex plane) với hai trục  $\Re$  và  $\Im$  như hình vẽ:



Hình: Complex plane

- Số phức  $s_1 = a + jb$  được định nghĩa ở trên có thể được biểu diễn trong mặt phẳng phức thông qua điểm  $S_1(a, b)$ . Lấy  $s_2 = c + jd$  và điểm  $S_2(c, d)$ , các bạn có thể tự nghiệm thu lại được kết quả của các phép toán cộng, trừ số phức ở trên bản chất chỉ là cộng, trừ vector trong mặt phẳng phức mà thôi. Chưa vẽ đường tròn vội.
- Đo độ lớn của vector  $\overrightarrow{OS_1}$ ,  $|\overrightarrow{OS_1}| = r$ , vẽ đường tròn tâm  $O$  bán kính  $r$  như hình vẽ, chúng ta có thể tiếp tục định nghĩa thêm các khái niệm sau:
  1. Module của số phức  $s_1$ :

$$|s_1| = |\overrightarrow{OS_1}| = |r| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

2. Dạng biểu diễn lượng giác của số phức: rất hiển nhiên, khi ta vẽ đường tròn trên mặt phẳng phức, ta sẽ liên tưởng ngay đến **đường tròn đơn vị**:

$$s_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{jb}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) = |s_1|(\cos \theta + j \sin \theta)$$

# Ôn tập số phức (optional)

- Các phép toán cơ bản với số phức

- Đồng nhất thức Euler

- Đồng nhất thức Euler (Euler's identity) là một trong các phương trình đẹp nhất của toán học, nó bắc cầu nối giữa phép tính mũ phức với dạng biểu diễn lượng giác của số phức như sau:

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

- Đồng nhất thức này có thể được chứng minh vô cùng đơn giản như sau, dựa vào khai triển chuỗi Taylor-Maclaurine:

$$\begin{aligned} e^{j\theta} &= \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(j\theta)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(j\theta)^{2k}}{(2k)!} + \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(j\theta)^{2k+1}}{(2k+1)!} = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{(\theta)^{2k}}{(2k)!} + j \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{(\theta)^{2k+1}}{(2k+1)!} \\ &= \cos \theta + j \sin \theta \end{aligned}$$

- Một kết quả đặc biệt của Đồng nhất thức Euler được coi như là biểu thức đẹp nhất của môn toán, khi nó đã chỉ ra mối liên hệ của 5 hằng số cơ bản nhất:

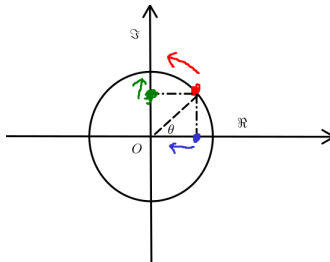
$$e^{j\pi} + 1 = 0$$

- Việc bắc cầu nối giữa phép tính cộng và phép tính mũ đã mở ra cho chúng ta một công cụ cực kì mạnh để thực hiện phép tính nhân, chia, lũy thừa,... với số phức, chẳng hạn như để tính lũy thừa bậc  $n$  của một số phức bất kì, ta viết lại số phức đó về dạng lượng giác (tất cả các số phức đều có thể viết dưới dạng lượng giác) rồi biến đổi như sau:

$$\begin{aligned} (s_1)^n &= [|r|(\cos \theta + j \sin \theta)]^n \\ &= |r|^n (e^{jn\theta}) = |r|^n (\cos n\theta + j \sin n\theta) \end{aligned}$$

# Ôn tập số phức (optional)

- Số phức trong vật lý
  - Dao động điều hòa



Hình: Harmonic Oscillation

- Ta xét một vật xanh đang dao động điều hòa như hình minh họa trên **đường tròn đơn vị**, để cho đơn giản ta quy ước pha ban đầu của vật xanh  $\phi = 0$  rad. Theo định nghĩa, để vật xanh dao động điều hòa được trên trục  $\Re$  thì nó phải là **hình chiếu vuông góc** của vật đỏ đang chuyển động tròn đều trên đường tròn. Hiển nhiên ta có phương trình dao động của vật xanh là:

$$x(t) = \cos(\theta) = \cos(\omega t)$$

với  $\omega$  là tốc độ góc của vật đỏ.

- Không chỉ dừng lại ở vật xanh, ta muốn biểu diễn thêm phương trình dao động của vật đỏ với trục  $\Im$  nữa, để làm được điều này, ta hạ hình chiếu màu xanh lá cây xuống trục  $\Im$  như hình vẽ. Để thấy phương trình dao động của vật xanh lá (vị trí tương đối của vật đỏ với trục  $\Im$ ) là:

$$y(t) = \sin(\theta) = \sin(\omega t)$$



# Ôn tập số phức (optional)

- Số phức trong vật lý

- Dao động điều hòa

- Để biểu diễn một cách hoàn chỉnh quá trình một vật đang dao động điều hòa, chúng ta không chỉ biểu diễn chính phương trình của vật đó đang dao động (phương trình  $x(t)$  của vật xanh với trục  $\Re$ ), mà còn cần phải biểu diễn cả phương trình của tác nhân chuyển động tròn đều gây ra dao động điều hòa đấy nữa (phương trình  $y(t)$  của vật đỏ với trục  $\Im$ ).
    - Các quá trình dao động điều hòa trong tự nhiên như con lắc lò xo hay con lắc đơn, trên thực tế chúng ta chỉ có thể quan sát được quá trình dao động của **vật xanh** (tức là chỉ quan sát được vật thể đang dao động điều hòa), chứ không thể quan sát được **vật đỏ** (tức là tác nhân khiến cho vật xanh dao động điều hòa). Chính vì thế nên chúng ta biểu diễn quá trình dao động của vật xanh (vật thật) trên trục  $\Re$  (vì nó thật sự tồn tại và quan sát được), còn quá trình dao động của vật đỏ trên trục  $\Im$  (vì nó chỉ là phép quy ước toán học chứ không có thật).
    - Vậy để biểu diễn được toàn bộ quá trình dao động điều hòa một cách **hoàn chỉnh**, ta cần phải xây dựng một biểu thức gồm 2 phần, phần thực ( $\Re$ ) để biểu diễn vật xanh và phần ảo ( $\Im$ ) để biểu diễn vật đỏ. Biểu thức này có dạng như sau:

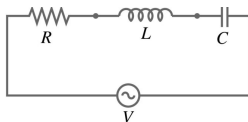
$$z(t) = x(t) + jy(t) = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t) = e^{j\omega t}$$

- Tổng quát hóa, chúng ta có thể biểu diễn tất cả các dao động điều hòa dưới dạng mũ phức như biểu thức trên. Việc biểu diễn dưới dạng này rất tiện trong việc xử lý các phép toán nhân, chia,... và đặc biệt hơn nữa là **xử lý các bài toán có yếu tố pha thay đổi**.

## Ôn tập số phức (optional)

- Số phức trong vật lý

- Mạch RLC: cho một nguồn điện AC được nối với các linh kiện  $R$ ,  $L$ ,  $C$  như hình vẽ, hãy tìm phương trình của cường độ dòng điện và hiệu điện thế giữa hai đầu từng linh kiện trong mạch.



Hình: AC circuit

- Cách 1: tiếp cận bài toán vật lý không sử dụng phương pháp dòng phức:  
Từ tính chất của các linh kiện trong mạch và các linh kiện được đầu nối tiếp, ta có các phương trình tương ứng sau:

$$\begin{cases} v = V \cos(\omega t + \theta) \\ v = v_R + v_L + v_C \\ v_R = iR \\ v_L = L \frac{di}{dt} \\ i = C \frac{dv_C}{dt} \end{cases}$$

Ta xét phương trình tổng quát của dòng điện  $i$  như sau (cùng tần số với  $v$  do các linh kiện thụ động không có khả năng thay đổi tần số dao động):  $i = I \cos(\omega t + \phi)$ , biến đổi từ đây, ta lần lượt biểu diễn được phương trình của các hiệu điện thế giữa hai đầu các linh kiện trong mạch như sau:

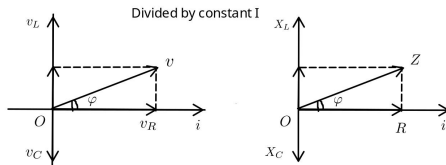
## Ôn tập số phức (optional)

- Số phức trong vật lý

- Cách 1: tiếp cận bài toán vật lý không sử dụng phương pháp dòng phức:

$$\begin{cases} v_R = IR \cos(\omega t + \phi) \\ v_L = -IL\omega \sin(\omega t + \phi) = IL\omega \cos(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2}) = IX_L \cos(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2}) \\ v_C = \frac{I}{C\omega} \sin(\omega t + \phi) = \frac{I}{C\omega} \cos(\omega t + \phi - \frac{\pi}{2}) = IX_C \cos(\omega t + \phi - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

Ta lần lượt biểu diễn các vector trên giản đồ Fresnel:



Hình: Fresnel diagram

Quan sát giản đồ và bằng phép cộng vector và biến đổi hình học, ta lần lượt thu được kết quả:

$$\varphi = \theta - \phi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} \quad I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

# Ôn tập số phức (optional)

- Số phức trong vật lý

- Cách 2: tiếp cận bài toán vật lý bằng phương pháp dòng phức:

$$\begin{cases} \mathbf{V} = V\angle\theta \\ R = R \\ Z_L = j\omega L \\ Z_C = \frac{1}{j\omega C} \\ \mathbf{Z} = R + Z_L + Z_C \end{cases} \Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{V}}{R + Z_L + Z_C}$$

Suy ngẫm: hãy giải thích vì sao ta chỉ cần xét  $\mathbf{V} = V\angle\theta$  chứ không phải  $\omega t + \theta$ , bản chất của phép biến đổi dòng phức từ  $v \rightarrow \mathbf{V}$  là gì, chứng minh lại tất cả các công thức tìm  $Z$ .

Sau này ở chương 3 ta sẽ hiểu phép biến đổi dòng phức này theo góc nhìn khác, đây chính là phép biến đổi **Fourier**. Phép biến đổi **Fourier** có thể chuyển phép đạo hàm và tích phân thành phép tính đơn giản hơn là nhân và chia, chúng ta sẽ phân tích sâu và kĩ hơn sau.

- Tại sao lại dùng số phức để biểu diễn tín hiệu ?

Các bạn hãy tự suy ngẫm và phân tích để tìm ra câu trả lời của chính mình!