

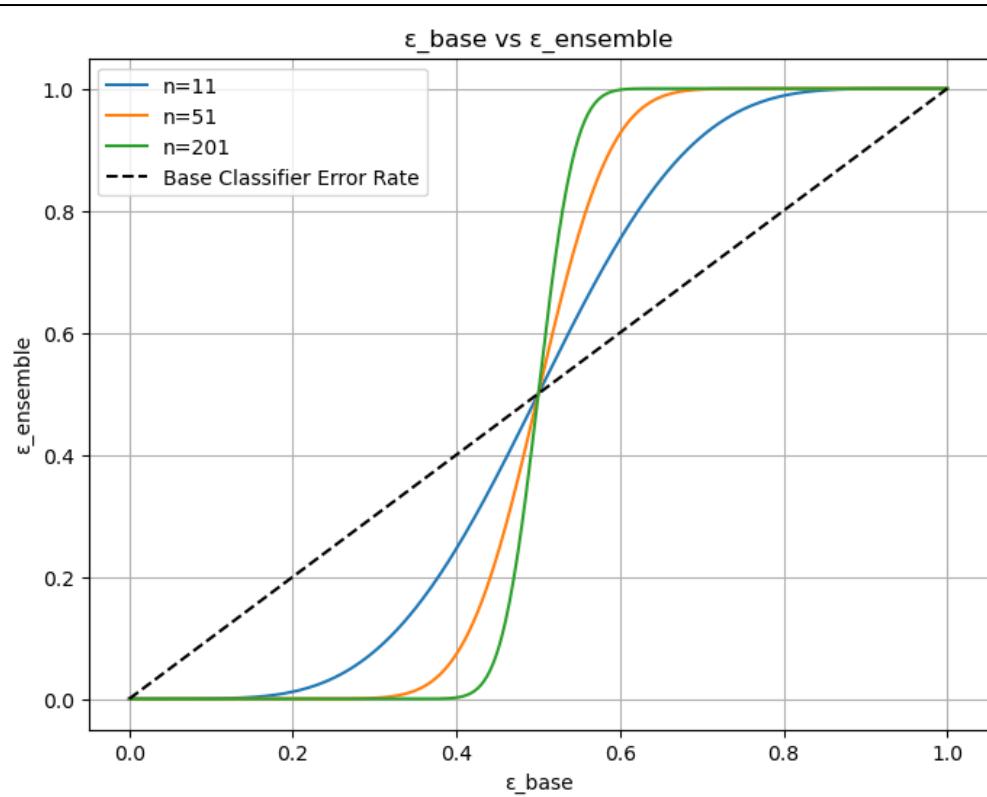
Homework 3 Report
Essay and Programming, Due 21:00, Wednesday, October 15, 2025

Student ID: B12501001
Name: 蔣尚誠

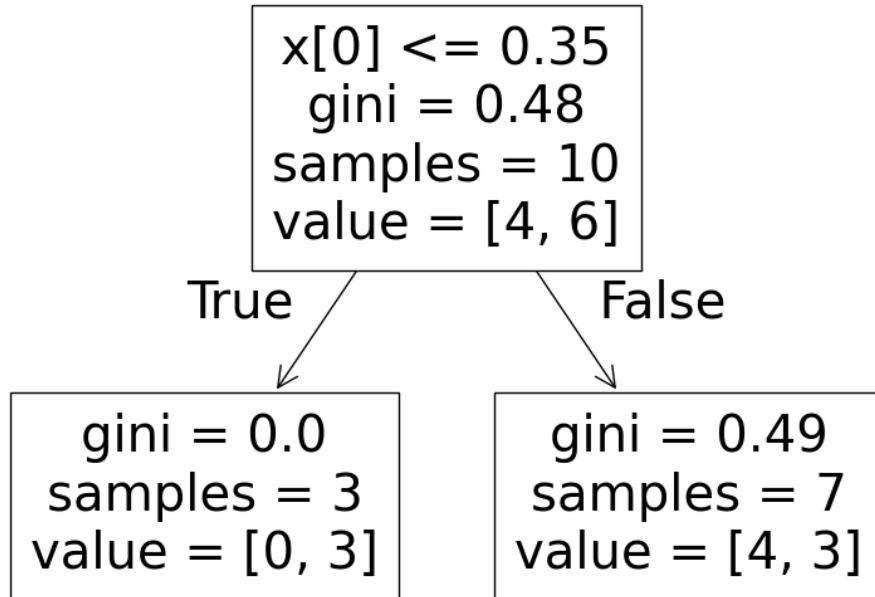
1. Compute the training and testing errors from decision trees in Figure 1(a) and 1(b)

	Training Error (%)	Testing Error (%)
Model M1	0	30
Model M2	20	10

2. Compute $\epsilon_{\text{ensemble}}$ with 11, 51, 201 binary classifiers plot the relationship of ϵ_{base} vs. $\epsilon_{\text{ensemble}}$.



3. Plot the splitting result and write a short essay explaining the contents of the figure



root node 為分裂條件 $x[0] \leq 0.35$ ，也就是依據輸入變數 x 是否小於或等於 0.35 來將資料分成左右兩組。

gini 代表基尼不純度，用來衡量節點中樣本的混雜程度。gini 越接近 0，代表該節點中的資料越「純」，也就是樣本幾乎都屬於同一個類別。

$$Gini = 1 - \sum_{t=1}^c p_t^2$$

C ：類別的總數（本題中有兩類： -1 和 $+1$ ）

p_t ：在該節點中，屬於第 t 類的樣本比例

samples 表示落在該節點的訓練樣本數量。

value = [a, b] 代表該節點中各類別的樣本數量。在本題中，[a, b] 分別對應到類別 $[-1, +1]$ 。

在這棵決策樹中：

root node 顯示 gini = 0.48、samples = 10、value = [4, 6]，表示共有 10 筆資料，其中 4 筆為類別 -1 ，6 筆為類別 $+1$ 。

左子節點包含 3 筆樣本，全部為 $+1$ 類別，因此 gini = 0.0，代表完全純。

右子節點包含 7 筆樣本，其中 4 筆為 -1 、3 筆為 $+1$ ，因此 gini = 0.49，表示該節點仍有部分混雜。

整體來說，這棵 decision stump 根據 x 的數值將資料分為兩群，並且成功找出能最有效區分資料的臨界點 ($x = 0.35$)。

4. Use AdaBoost for two boosting rounds and compute the following

- ε_i , α_i and the updated weights.
- The explicit formula for $h_1(x)$, $h_2(x)$, $H(x)$.
- A brief explanation of how the final classifier improves compared to single stump.

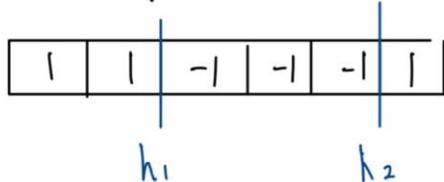
	ε_i	α_i
Round 1	0.17	0.80
Round 2	0.33	0.35

Round 1							
x	0	1	2	3	4	5	
y	1	1	-1	-1	-1	1	
D1(i)	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	$\varepsilon \approx 0.17$
$e^{-\alpha y_i h_1(x_i)}$	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	2.24	$\alpha \approx 0.80$
$D1(i)e^{-\alpha y_i h_1(x_i)}$	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.37	$Z1 \approx 0.75$
D2(i)	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.50	

Round 2							
x	0	1	2	3	4	5	
y	1	1	-1	-1	-1	1	
D2(i)	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.50	$\varepsilon \approx 0.33$
$e^{-\alpha y_i h_2(x_i)}$	1.41	1.41	0.71	0.71	0.71	0.71	$\alpha \approx 0.35$
$D2(i)e^{-\alpha y_i h_2(x_i)}$	0.14	0.14	0.07	0.07	0.07	0.35	$Z2 \approx 0.85$

$$(iii) \quad h_1(x) = \begin{cases} 1, & x < 1.5 \\ -1, & x \geq 1.5 \end{cases} \quad h_2(x) = \begin{cases} -1, & x < 4.5 \\ 1, & x \geq 4.5 \end{cases}$$

$$H(x) = \text{Sign} [0.8 h_1(x) + 0.35 h_2(x)]$$



(iii)

在每一輪訓練中，AdaBoost 會提高前一輪被分錯樣本的權重，使下一個模型更專注於這些資料。經過多輪的權重調整與加權投票後，原本表現有限的弱分類器能夠互相補足，最終形成一個更精確的強分類器 $H(x)$ 。因此，多輪疊代的集成結果會比單一的 decision stump 具有更好的分類效果。

Submission Format

Convert `HW3_report_template.docx` to `HW3_report.pdf`, then place `HW3_report.pdf`, `HW3_2.ipynb`, and `HW3_3.ipynb` into a folder named `{yourStudentID}_HW3` and compress it into a ZIP file for upload to NTU COOL.

For any further questions, please reach out to the following TAs:

黎光曜 (`r13521610@caece.net`)

陳駿曦 (`r13521619@ntu.edu.tw`)