

機械学習・ディープラーニングのための  
基礎数学講座 確率・統計

SkillUP AI

# 2章 確率 問題

# 例題

## 例題 1 : 確率の基礎

---

試行：1つのサイコロを一回投げ、出た目を観察する

(1) 標本空間は？

(2) 根元事象は？

## 例題 2 : 確率の基礎

---

試行： 1 つのサイコロを一回投げ、出た目を観察する

事象 $A$ ：偶数の目が出る

事象 $B$ ：1,2,3の目が出る

(1)  $P(A \cap B)$ を求めよ

(2)  $P(A)$ を求めよ

(3)  $P(B)$ を求めよ

(4)  $P(A \cup B)$ を加法定理を使って求めよ

### 例題 3：確率の基礎

---

試行：サイコロを 2 つ、1 回ずつ投げた

「少なくとも片方が偶数になる」という事象を事象 $A$ とすると

(1) 余事象 $A^c$ は何か

(2)  $P(A)$ を求めよ

## 例題 4 : 条件付き確率

---

3本当たり、5本はずれのくじをAくん、Bくんが順に引く。

引いたくじはもとに戻さないとする。

事象 $A$ ,  $B$ をそれぞれ

$A$ : Aくんが当たりを引く

$B$ : Bくんが当たりを引く

とするとき、 $P(B|A)$  = を求めよ

## 例題 5：条件付き確率

	電車通勤	電車通勤ではない
本社勤務	20	5
本社勤務でない	30	40

事象 $A$ ：電車通勤である

事象 $B$ ：本社勤務である

ランダムに選んだ1人が**本社勤務**であった

このときその人が**電車通勤**である確率を条件付き確率の公式を用いて求めよ



## 例題 6 : ベイズの定理

ある国で病気Aは、1万人あたり40人の割合でかかっていることが知られています。病気Aにかかっている人が検診Bを受けると8割の確率で陽性となります。健常な人が検診Bを受けると9割の確率で陰性となります。検診Bによって、陽性と判定された場合、その受診者が病気Aにかかっている確率はどれくらいでしょうか？ここで、 $A_1$ を病気にかかっている、 $A_2$ を病気にかかっていない、 $B_1$ を陽性、 $B_2$ を陰性とおくことにします。

- (1) この国で、病気にかかっている人が陽性と判定される確率 $P(B_1|A_1)$ はいくらでしょうか。
- (2) この国で、病気にかかっていない人が陽性と判定される確率 $P(B_1|A_2)$ はいくらでしょうか。

## 例題 6 : ベイズの定理

ある国で病気Aは、1万人あたり40人の割合でかかっていることが知られています。病気Aにかかっている人が検診Bを受けると8割の確率で陽性となります。健常な人が検診Bを受けると9割の確率で陰性となります。検診Bによって、陽性と判定された場合、その受診者が病気Aにかかっている確率はどれくらいでしょうか？ここで、 $A_1$ を病気にかかっている、 $A_2$ を病気にかかっていない、 $B_1$ を陽性、 $B_2$ を陰性とおくことにします。

(3) この国のある人に焦点を当てます。この人はまだ検診を受けていませんし、病気にかかっているかどうかも分かっていません。この人が病気Aにかかっている確率 $P(A_1)$ はいくらでしょうか

## 例題 6 : ベイズの定理

ある国で病気Aは、1万人あたり40人の割合でかかっていることが知られています。病気Aにかかっている人が検診Bを受けると8割の確率で陽性となります。健常な人が検診Bを受けると9割の確率で陰性となります。検診Bによって、陽性と判定された場合、その受診者が病気Aにかかっている確率はどれくらいでしょうか？ここで、 $A_1$ を病気にかかっている、 $A_2$ を病気にかかっていない、 $B_1$ を陽性、 $B_2$ を陰性とおくことにします。

- (4) この人が病気Aにかかっていない確率 $P(A_2)$ はいくらでしょうか。
- (5) この人が検査を受けた場合、陽性になる確率 $P(B_1)$ はいくらでしょうか。

## 例題 6 : ベイズの定理

ある国で病気Aは、1万人あたり40人の割合でかかっていることが知られています。病気Aにかかっている人が検診Bを受けると8割の確率で陽性となります。健常な人が検診Bを受けると9割の確率で陰性となります。検診Bによって、陽性と判定された場合、その受診者が病気Aにかかっている確率はどれくらいでしょうか？ここで、 $A_1$ を病気にかかっている、 $A_2$ を病気にかかっていない、 $B_1$ を陽性、 $B_2$ を陰性とおくことにします。

(6) この人が検査を受けたところ、陽性の判定になりました。この人が病気Aにかかっている確率 $P(A_1|B_1)$ はどれくらいでしょうか。ベイズの定理を使って求めましょう。

## 例題 6 : ベイズの定理

ある国で病気Aは、1万人あたり40人の割合でかかっていることが知られています。病気Aにかかっている人が検診Bを受けると8割の確率で陽性となります。健常な人が検診Bを受けると9割の確率で陰性となります。検診Bによって、陽性と判定された場合、その受診者が病気Aにかかっている確率はどれくらいでしょうか？ここで、 $A_1$ を病気にかかっている、 $A_2$ を病気にかかっていない、 $B_1$ を陽性、 $B_2$ を陰性とおくことにします。

(7) この人が検査を受ける前と受けた後で、病気Aにかかっている確率はどのように変化したのでしょうか？

演習

## 演習 1：確率

---

3枚の硬貨を同時に投げるとき表が2枚出る確率を求めよ

また、少なくとも1枚表が出る確率を求めよ

## 演習 2：ベイズの定理

---

人の「疲れ」を判定する機械が発明された。

この機械に人が入ると「疲れている」か「疲れていない」かを判定してくれる画期的なものである。

この機械を使うと、疲れている人の95 %を「疲れている」と判定し、疲れていない人の98 %を「疲れていない」と判定するということが分かっている。

人の70% は疲れているという研究結果があるとき、ある人がこの機械に入って「疲れている」と判定された場合に実際に疲れている確率はいくらか。

(すべて架空の話です)



# 宿題

## 宿題 1：条件付き確率

---

### 条件付き確率の定義

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) \neq 0$$

を変形することにより乗法の定理・ベイズの定理を導出せよ。

## 宿題 2 : ベイズの定理

---

ある映画の試写会を行い、満足度のアンケート調査を行った。

試写会に参加したのは300人でそのうち女性が180人であり、満足したと回答したのは男性の50%、女性の75%であった。

この映画を見て満足しなかったと答えた人が女性である確率はいくらか。