

機械学習・ディープラーニングのための
基礎数学講座 微分・線形代数

SkillUP AI

1章 様々な関数の微分

例題

例題 1 : 関数

以下(1)-(3)のグラフを描け

$$(1) \quad y = 2x + 1$$

$$(2) \quad y = x^2 + 1$$

$$(3) \quad y = 3^x$$

以下(4)-(7)を計算せよ ($a > 0$)

$$(4) \quad \log_2 8 + \log_3 9$$

$$(5) \quad \log_a a$$

$$(6) \quad \log_a 1$$

$$(7) \quad \log_3 \sqrt{9}$$

例題 2 : 関数

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$
$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \text{ を示せ}$$

例題 3 : 合成関数

$$f(x) = 2x + 3, \quad g(x) = 2x^2, \quad h(x) = x^2 + x$$

のとき、以下の合成関数を求めよ

(1) $f \circ g(x)$

(2) $g \circ f(x)$

(3) $f \circ g \circ h(x)$

例題 4 : 極限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{2x^2 - x - 6}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25}$$

例題 5 : 1変数 n 次多項式

以下(1)-(3)式を微分せよ

$$(1) y = -x^5 + \frac{1}{3}x^2 - x^{-1}$$

$$(2) y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$$

$$(3) y = \log x + e^x + \sin x + \cos x + 100 + a \text{ (} a \text{は定数)}$$

例題 6 : 合成関数の微分

(1) $h(x) = (x^2 + 4)^2$ を x で微分せよ

(2) $y = (x^2 + 3x + 1)^4$ を x で微分せよ

例題 7 : 合成関数の微分

(1) $y = e^{-7x}$ を x で微分せよ。

(2) $y = (2x + 3)^3$ を x で微分せよ

(3) $y = \sqrt{-3x + 1}$ を x で微分せよ

例題 8 : 積の微分

(1) $x^3 e^x$ を微分せよ。

$$(x^3 e^x)' =$$

(2) $x^{10} e^{2x}$ を微分せよ。 \Rightarrow 合成関数の微分との合わせ技

$$(x^{10} e^{2x})' =$$

(3) $x e^{x^2}$ を微分せよ。 \Rightarrow 合成関数の微分との合わせ技

$$(x e^{x^2})' =$$

例題 9 : 商の微分

(1) $\frac{x^2+2}{x+1}$ を微分せよ

$$\left(\frac{x^2+2}{x+1}\right)' =$$

(2) $\frac{e^x}{\sqrt{x}}$ を微分せよ

$$\left(\frac{e^x}{\sqrt{x}}\right)' =$$

(3) $\frac{1}{x^3+1}$ を微分せよ

$$\left(\frac{1}{x^3+1}\right)' =$$

演習

演習 1 : 関数

以下(1)-(4)を計算せよ ($a(> 0)$, k, l は定数)

$$(1) \quad e^2 \cdot e^3 =$$

$$(2) \quad e^{2a} \cdot e^{5a} =$$

$$(3) \quad 2ke + 3ke + 5le =$$

$$(4) \quad (e^2)^3 + (e^x)^3 =$$

演習 2 : 関数

以下(5)-(8)を計算せよ ($a(> 0)$, k, l は定数)

$$(5) \quad k \log_3 9 + l \log_2 8 =$$

$$(6) \quad \log_a a^k =$$

$$(7) \quad \log_a 1 + \log e =$$

$$(8) \quad \log_3 \sqrt{27} =$$

演習 3 : 極限

$$(1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 4x - 16}{5x^2 - 17x - 12} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{(2x+1)^2}{(2x+1)(2x-1)} =$$

演習 4 : 基本的な関数の微分

以下(1)-(3)の関数を x で微分せよ

(1) $y = \log(2x + 1)$

(2) $y = 4x^3 + 3x^2 + x^{-1}$

(3) $y = \cos 3x - \sin(-2x + 1)$

演習 5 : 合成関数の微分

以下(1), (2)の関数を x で微分せよ

(1) $y = \sqrt{2x + 3}$

(2) $y = \log(x^2 + 2 \sin^2 x + e^{2x})$

演習 6 : 積の微分

以下(1), (2)の関数を x で微分せよ

$$(1) y = (2x + 1)(3x + 1)$$

$$(2) y = (e^{-2x} + 1)(3 \log x + 1)$$

演習 7 : 商の微分

以下(1)-(3)の関数を x で微分せよ

$$(1) y = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$$

$$(2) y = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$$

$$(3) y = \frac{1}{x^3 + 1}$$

宿題

次のページ以降の 10 個の関数を
 x で微分してください！

宿題 1 : 微分

$$(1) y = -\frac{1}{x}$$

$$(2) y = \cos 2x$$

$$(3) y = 4^x$$

宿題 2 : 微分

$$(4) y = \sin 3x$$

$$(5) y = e^{-x}$$

$$(6) y = (2x + 1)(3x + 1)$$

宿題 3 : 微分

$$(7) y = (\log 2x^2)^2$$

宿題 4 : 微分

$$(8) \ y = (e^{-2x} + 1)(3 \log x + 1)$$

宿題 5 : 微分

$$(9) y = \cos^4(3x - 2)$$

宿題 6 : 微分

$$(10) y = (x^2 + 1)^3 e^{5x^3}$$