

機械学習・ディープラーニングのための
基礎数学講座 微分・線形代数

SkillUP AI

3章

線形代数の基礎

例題

例題 1 : ベクトルの基礎

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{とする}$$

- (1) \boldsymbol{x} と \boldsymbol{y} の内積を求めよ
- (2) (1)で求めた内積の値から \boldsymbol{x} と \boldsymbol{y} の関係について何が言えるか
- (3) \boldsymbol{x} のノルムを求めよ
- (4) \boldsymbol{y} のノルムを求めよ

例題 2 : 行列の基礎

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \text{とする}$$

(1) AB を求めよ

(2) A が正則かどうか調べよ。正則であるならば逆行列を求めよ

(3) B が正則かどうか調べよ。正則であるならば逆行列を求めよ

演習

演習 1 : ベクトルと行列

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}, A = (\boldsymbol{x}_1 \quad \boldsymbol{x}_2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \text{のとき}$$

(1) $\boldsymbol{x}_1 \cdot \boldsymbol{x}_2$ を求めよ

(2) $\|\boldsymbol{x}_3\|$ を求めよ

(3) $A\boldsymbol{x}_3$ を求めよ

演習 2：機械学習に向けて少し複雑なベクトル・行列の計算

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \text{のとき}$$

(1) 平均ベクトル $\mu = (\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2)^T$ を求めよ。ここで $\bar{x}_i = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^3 x_{ni} \ (i = 1, 2)$

(2) 分散共分散行列 $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ を求めよ

$$\text{ここで } \sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^3 (x_{ni} - \mu_i)(x_{nj} - \mu_j)$$

(3) \mathbf{x}_1 の各成分のz値を求めよ

宿題

宿題 1 : ベクトルと行列

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, A = (\boldsymbol{x}_1 \quad \boldsymbol{x}_2) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{のとき}$$

(1) $\boldsymbol{x}_1 \cdot \boldsymbol{x}_2$ を求めよ

(2) $\|\boldsymbol{x}_3\|$ を求めよ

(3) $A\boldsymbol{x}_3$ を求めよ

宿題 2：機械学習に向けて少し複雑なベクトル・行列の計算

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} \text{のとき}$$

(1) 平均ベクトル $\boldsymbol{\mu} = (\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2)^T$ を求めよ。ここで $\bar{x}_i = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^3 x_{ni} \ (i = 1, 2)$

(2) 分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ を求めよ

$$\text{ここで } \sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^3 (x_{ni} - \mu_i)(x_{nj} - \mu_j)$$

(3) \mathbf{x}_1 の各成分のz値を求めよ