

機械学習・ディープラーニングのための
基礎数学講座 微分・線形代数 Day5

SkillUP AI

Day 5

ベクトルと行列による微分 問題

問題 1 : 微分

以下の(1)-(4)の関数を x で微分せよ

$$(1) y = -\frac{1}{x}$$

$$(2) y = 4^x + \log x$$

$$(3) y = e^{-x}$$

$$(4) y = (2x + 1)(3x + 1)$$

問題 2 : 偏微分

以下の関数を x と y それぞれにおいて偏微分せよ

$$f(x, y) = 3x^2 + 6xy + 8y^4$$

(1) x で偏微分したとき

(2) y で偏微分したとき

問題 3 : スカラー・ベクトル・行列

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} \text{について}$$

- (1) $A + B$ を求めよ
- (2) $\text{Tr}(A)$ を求めよ
- (3) $\text{Tr}(2B)$ を求めよ
- (4) $\text{Tr}(A + 2B)$ を求めよ

問題4：ベクトルによるスカラーの微分

(1) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + c$ (c は定数), $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ のとき $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$ を求めよ

(2) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ のとき $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}$ を求めよ

(3) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $f(\mathbf{w}, \mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}$ のとき $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{w}}$ を求めよ

問題5：ベクトルによるベクトルの微分

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 \end{pmatrix} \text{のとき} \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{x}} \text{を求めよ}$$

問題 6 : 行列によるスカラーの微分

$f(a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}) = a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22}$, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ のとき $\frac{\partial f}{\partial A}$ を求めよ

問題 7 : 総合問題

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} a_{11} & \textcolor{red}{a}_{12} \\ \textcolor{red}{a}_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \text{のとき}$$

- (1) $\boldsymbol{x}^T A \boldsymbol{x}$ を求めよ
- (2) $\boldsymbol{x}^T A \boldsymbol{x}$ を \boldsymbol{x} で微分せよ
- (3) $A \boldsymbol{x} \boldsymbol{x}^T$ を求めよ
- (4) $\text{Tr}(A \boldsymbol{x} \boldsymbol{x}^T)$ を求めよ