

機械学習・ディープラーニングのための
基礎数学講座 微分・線形代数

SkillUP AI

2章

微分の応用・偏微分

例題

例題 1 : 極値の判定

$f(x) = -2x^3 + 6x$ について極値が存在するのであれば求めよ

例題 2 : 高階微分

$f(x) = x^2 + e^{2x} + \sin x$ について以下を計算せよ

$$(1) \frac{df(x)}{dx} =$$

$$(2) \frac{d^2f(x)}{dx^2} =$$

$$(3) \frac{d^3f(x)}{dx^3} =$$

例題 3 : 導関数と増減表

以下の誘導に従い、 $y = \log(x + 1) - x$ の増減表をかけ

(1) 定義域を確認せよ

ヒント : $\log(x)$ の定義域は $x > 0$

(2) 一階微分の情報を得よ

(3) (1), (2)で得た情報を増減表にまとめよ

例題 4 : 関数のグラフの概形

以下の誘導に従い $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x}$ のグラフの概形を描け

- (1) 定義域を確認せよ
- (2) 増減表をかけ（二階微分まで考慮せよ）
- (3) 漸近線を調べよ

演習

演習 1 : 関数の概形

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 1$ (定義域：実数全体) の概形を描け
(増減表は二階微分を考慮しなくてよい)

演習 2 : 偏微分

$\sin x + \cos^2 y$ を各変数で偏微分せよ

(1) x で偏微分したとき

$$\frac{\partial(\sin x + \cos^2 y)}{\partial x} =$$

(2) y で偏微分したとき

$$\frac{\partial(\sin x + \cos^2 y)}{\partial y} =$$

演習 3 : 高階微分

$f(x) = e^{ax} \log(ax)$ について以下を計算せよ (a : 実数)

$$(1) \frac{df(x)}{dx} =$$

$$(2) \frac{d^2f(x)}{dx^2} =$$

$$(3) \frac{d^3f(x)}{dx^3} =$$

宿題

宿題 1 : 偏微分

以下の関数を x と y それぞれにおいて偏微分しなさい

$$f(x, y) = 3x^2 + 6xy + 8y^4$$

(1) x で偏微分したとき

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

(2) y で偏微分したとき

$$\frac{\partial f}{\partial y} =$$

宿題 2 : 二階偏微分

$f(x, y) = e^{x+3y}$ のとき、次を求めよ。

(1) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

(2) $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$

(3) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

(4) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$