機械学習・ディープラーニングのための 基礎数学講座 微分・線形代数

SkillUP AI

4章

固有値・固有ベクトル

解答

問題

解答

問題1:固有值分解

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$
を対角化した後、固有値分解せよ

WolframAlphaでEigenvalues[{{3,5}, {4,2}}]と打つ

固有値は
$$\lambda_1 = 7$$
,  $\lambda_2 = -2$ であり、

$$\lambda_1 = 7$$
に対応する固有ベクトル $x_1 = {5 \choose 4}$ 

$$\lambda_2 = -2$$
に対応する固有ベクトル $x_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 

問題1:固有值分解

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$
を対角化した後、固有値分解せよ

$$P = (x_1 \quad x_2) = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$
$$|P| = 5 \cdot 1 - (-1) \cdot 4 = 9$$

 $|P| \neq 0$ よりPは正則行列であり、逆行列は

$$P^{-1} = \frac{1}{|P|} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{4}{9} & \frac{5}{9} \end{pmatrix}$$

inverse[{{5, -1}, {4, 1}}] でも出てきます 問題1:固有值分解

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$
を対角化した後、固有値分解せよ

対角化 
$$P^{-1}AP = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = diag(7, -2)$$

$$A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$