

令和6年度 機械知能・航空実験II A班

# ファイナ 3 球と平面の接触特性

東北大学 機械知能・航空工学科  
ファイナメカニクスコース 高・松隈研究室

学籍番号 C2TB1505

千葉 匠

共同実験者 シダーサダヌコンダ，川口朋也，蔦森公亨，  
吉村悠太

実験日 2024年11月6日

提出日 2024年11月13日

連絡先 [chiba.takumi.s4@dc.tohoku.ac.jp](mailto:chiba.takumi.s4@dc.tohoku.ac.jp)

# 目次

1	目的	2
2	原理	2
2.1	点接触におけるヘルツの弾性接触理論 . . . . .	2
2.2	ビッカース硬さ . . . . .	3
2.3	球と平面の静的接触における基本的な 3 形態 . . . . .	4
2.4	すべり摩擦の機構 . . . . .	5
3	実験方法	5
3.1	試験片 . . . . .	6
3.2	ビッカース硬さ試験方法 . . . . .	6
3.3	摩擦試験方法 . . . . .	6
4	実験結果	7
4.1	ビッカース硬さ試験 . . . . .	7
4.2	摩擦試験 . . . . .	8
4.3	$P_m/H_v$ 値および静的接触形態について . . . . .	11
5	考察	13

# 1 目的

二つの固体平面の接触において、固体の表面に全く粗さが存在しないとすれば、二つの固体面は全面的に直接接触する。このような接触状態を面接触と呼ぶ。しかし、実際の工学的表面は表面粗さを有するため、接触は突起頂点同士で順次起こり、接触した突起部が荷重によって弾性変形あるいは塑性変形し、接触変形部分が荷重を支えると考えられる。このような接触状態を分散接触と呼ぶ。分散接触状態において実際に接触している面積(真実接触面積)は、見かけの接触面積に比べ極めて小さく、場合によっては、見かけの接触面積の数万分の1程度になることもある。したがって、わずかな面積に荷重が集中し、極めて高い接触圧力が発生することになり、これらが表面損傷の原因となる場合もある。このような接触問題は、転がり軸受や歯車のような、外力接触下において転がり/すべり運動をする機械要素の設計において重要である。また、接触問題は、摩擦や潤滑のみならず、熱伝導、電気接点、機械加工、塑性加工などの問題を扱う場合にまず解決しなければならない重要課題である。本実験では、接触問題の基本であるヘルツの弾性接触理論を理解し、球と平面の静的接触形態と摩擦係数との関係を実験的に明らかにすることにより、接触問題に対する理解を深めることを目的とする。

## 2 原理

### 2.1 点接触におけるヘルツの弾性接触理論

縦弾性係数  $E_1$ ,  $E_2$ , ポアソン比  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ , 半径  $R_1$ ,  $R_2$  の二つの球が荷重  $W$  で接触する場合の圧力分布は点対象であり、接触部は円形となる(図1)。この場合の圧力分布、ヘルツ最大接触圧力、平均接触圧力、接触円半径、接触中心の変形量の関係式をそれぞれ式(1)から式(5)にかけて示す。

$$p = P_{max} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad (1)$$

$$P_{max} = \frac{3W}{2\pi a^2} \quad (2)$$

$$P_m = \frac{W}{\pi a^2} = \frac{2}{3} P_{max} \quad (3)$$

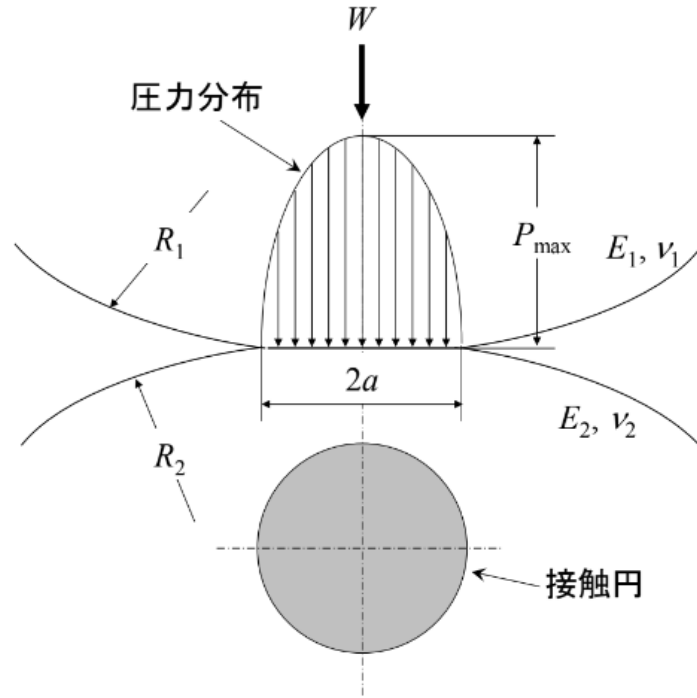
$$a = \sqrt[3]{\frac{3WR}{4E}} \quad (4)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} \quad (5)$$

ここで,  $p$ ,  $P_{max}$ ,  $P_m$  の単位は [Pa] であり,  $a$ ,  $\delta$  の単位は [m] である. また,  $R$  及び  $E$  は等価半径及び等価縦弾性係数とよばれ, 次のように定義される.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (6)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (7)$$

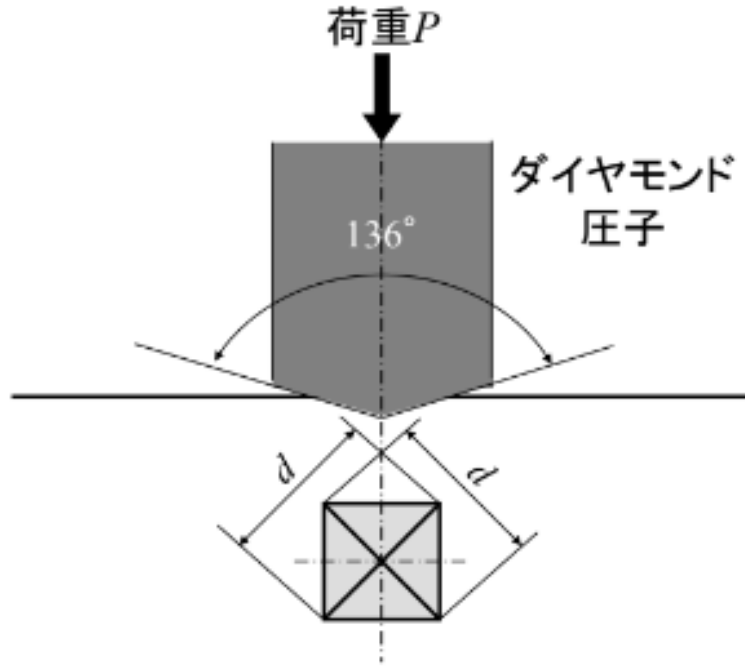


**Fig.1:** Hertzian contact in a point contact.

## 2.2 ビッカース硬さ

ビッカース硬さとは, 対面角  $136^\circ$  の正四角錐ダイヤモンド圧子を用いて, 試験面にピラミッド形のくぼみ (図 2) をつけたときの荷重を, 永久くぼみの対角線の長さから求めた表面積で除した値をいい, 次の式で算出される.

$$H_v = \frac{P}{S} = \frac{2P \sin \frac{\alpha}{2}}{d^2} = 1.854 \frac{P}{d^2} \quad (8)$$

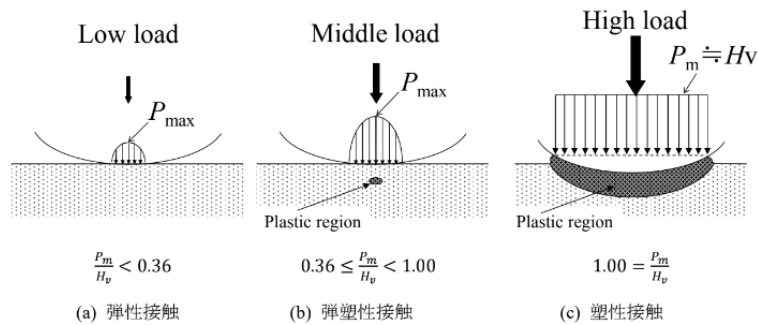


**Fig.2:** Vickers indenter and indentation.

ここで,  $H_v$  はビッカース硬さ [ $\text{kgf}/\text{mm}^2$ ],  $P$  は荷重 [ $\text{kgf}$ ],  $S$  はくぼみの表面積 [ $\text{mm}^2$ ],  $d$  はくぼみ対角線の長さの平均値 [ $\text{mm}$ ],  $\alpha$  は対面角 [ $^\circ$ ] である. この硬さの単位は  $\text{kgf}/\text{mm}^2$  であるが, 換算して  $\text{GPa}$  が用いられる場合も多い.

### 2.3 球と平面の静的接触における基本的な3形態

理想的に滑らかな平面と球との静的接触の形態は, 弾性接触, 弾塑性接触, 塑性接触の3種類に分類される. 分類をまとめたものを図に示す.



**Fig.3:** Classification of contact morphology in static contact.

## 2.4 すべり摩擦の機構

### 2.4.1 凝着項

摩擦面同士が相対すべり運動するためには、真実接触部での凝着部分をせん断することが必要であり、このせん断力  $F_a$  が摩擦力となる。ここで凝着とは、二つの固体表面が第三の物質を介して、互いに接合する現象のことであり、その結合形態は、共有・金属・イオン結合からなる一次結合と、分子間力を主体とした二次結合に分類される。

$$F_A = A_\tau \tau \quad (9)$$

ここで  $A_\tau$  は真実接触面積、 $\tau$  は凝着部をせん断するために必要な界面のせん断応力 [Pa] である。

### 2.4.2 掘り起こし項

硬い金属の突起が軟らかい金属の中に押し込まれた状態で互いにすべるためには、前面にある部分を排除、すなわちすき起こさなければならない。これに必要な力  $F_p$  が摩擦力となり、次のように表すことができる。

$$F_p = A_h p_0 \quad (10)$$

ここで、 $A_h$  は進行方向前面の投影面積 [ $\text{m}^2$ ],  $p_0$  は塑性流動圧力 [Pa] である。

摩擦力は  $F = F_a + F_h$  と表されるが、一般に機械要素として表される摩擦面の表面粗さは小さいため、掘り起こし項は凝着項に比較して小さく無視できる。したがって、摩擦係数  $\mu$  は次のように表される。

$$\mu = \frac{F}{W} \approx \frac{F_a}{W} = \frac{A_\tau \tau}{W} \quad (11)$$

## 3 実験方法

まず、平面のビッカース硬さ測定を行った。次に、直線運動型すべり摩擦試験機を用いて、大気中無潤滑下における球と平面の間の摩擦係数の測定を行い、接触形態と摩擦係数の関係を調査した。

### 3.1 試験片

ボール試験片として高炭素クロム軸受鋼 (JIS SUJ2) 球, プレート試験片としてアルミ合金 (A5052) を用いた. それぞれの試験片の機械的性質を表 1 に示す. また, ボール試験片, プレート試験片はそれぞれヘキサン中で 5 分間超音波洗浄し, デシケータ内で脱気したのち, 実験に供した.

**Table1:** Mechanical properties of ball and plate specimens.

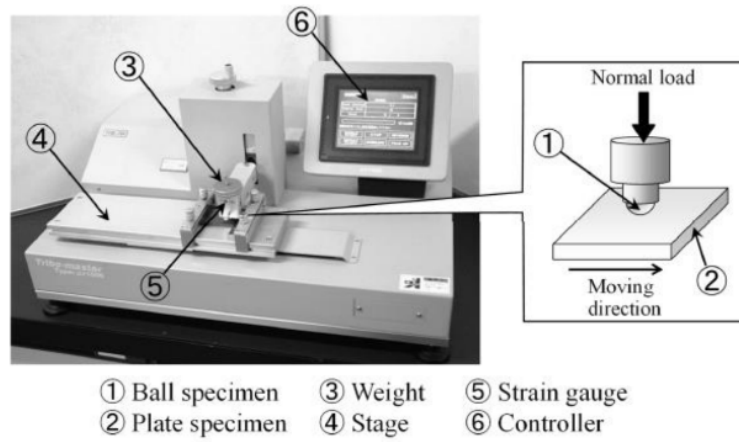
	ボール試験片	プレート試験片
材質	軸受鋼球 (JIS SUJ2)	アルミ合金 (A5052)
算術平均粗 $R_a$ , $\mu\text{m}$	0.14	0.10
ビッカース硬さ $H_v$ , GPa	7.51	(実験により決定)
縦弾性係数 $E$ , GPa	206	70
ポアソン比 $\nu$	0.30	0.30

### 3.2 ビッカース硬さ試験方法

プレート試験片のビッカース硬さの測定には, マイクロビッカース硬さ試験機を用いた. 負荷重量を 1kgf, 荷重負荷時間を 20s とし, 圧痕の対角線長さからビッカース硬さを算出した. プレート試験片上において 5 点測定し, 平均値及び標準偏差を求めた.

### 3.3 摩擦試験方法

図 4 に摩擦係数測定のための試験装置の模式図を示す. ボール試験片①は, 試験片ホルダーに装着したのち上部のアームに固定した. プレート試験片②は下部のステージ④に固定した. 錘③により一定の荷重を加え, 下部ステージを任意のすべり速度で直線運動させることにより, すべり摩擦を行った. このとき, 摩擦力は上部のアームに取り付けられたロードセル⑤により検出され, PC に記録された. なお, ステージの移動には加速と減速が伴うため, 試験開始後および終了前 0.1s がそれぞれ加速域, 減速域となり, それ以外が定速領域となる. 摩擦力は定速領域の値を扱った. 表 2 に, 摩擦試験条件を示す. 摩擦試験における同一条件の試行回数は, 5 回である.



**Fig.4:** Schematic diagram of reciprocating sliding friction tester.

**Table2:** Experimental conditions.

ボール半径 $R$ , mm	1	4	8
垂直荷重 $W$ , N	0.98	0.98	0.098
	4.9	4.9	0.196
	9.8	9.8	0.49
すべり速度 $v$ , mm/s	1		
ストローク $l$ , mm	5		
同一条件の試行回数 $N$ , cycles	5		
潤滑状態	大気中無潤滑		

## 4 実験結果

### 4.1 ビッカース硬さ試験

表 3 にビッカース硬さの測定結果, 表 4 にビッカース硬さの平均と標準偏差を示す.

**Table3:** Vickers hardness test results.

試験回数	対角線長さ (横)[ $\mu\text{m}$ ]	対角線長さ (縦)[ $\mu\text{m}$ ]	対角線長さの平均値 [ $\mu\text{m}$ ]	ビッカース硬さ $H_v$ [GPa]
1	157.3	154.0	155.65	0.74995
2	156.0	157.8	156.90	0.73805
3	157.2	154.6	155.90	0.74755
4	157.2	155.1	156.15	0.74516
5	158.4	159.2	158.80	0.72050



**Table4:** Mean and standard deviation of Vickers hardness.

	平均値 $H_v$ [GPa]	標準偏差 [GPa]
ビッカース硬さ $H_v$ [GPa]	0.7402	0.01190

## 4.2 摩擦試験

摩擦係数の測定結果をボール試験片の曲率半径  $R = 1\text{mm}$ ,  $4\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$  のそれぞれについて表 5 から表 7 にかけて示す. また, 横軸に摩擦係数の平均値  $\mu$ , 縦軸に垂直荷重  $W$  として測定結果をプロットしたものを図 5 から図 7 にかけてそれぞれ示す.

どの曲率半径においても, 垂直荷重の増加による摩擦係数の変化はほとんど起こっていない.  $R = 1\text{mm}$  と  $4\text{mm}$  を比較しても, 摩擦係数の変化はほとんど見られない.  $R = 8\text{mm}$  の場合は, 垂直荷重が小さいため, 相対的に外乱の影響が大きくなっており, 標準偏差が大きくなっている.

**Table5:** Coefficient of friction measurement results( $R=1[\text{mm}]$ ).

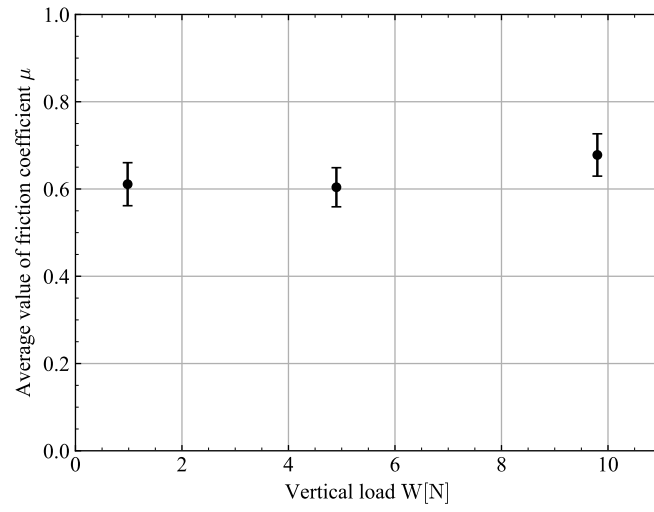
試験回数	0.98[N]	4.9[N]	9.8[N]
1	0.676	0.673	0.656
2	0.635	0.614	0.622
3	0.621	0.569	0.658
4	0.564	0.56	0.71
5	0.56	0.604	0.744
平均値 $\mu$	0.611	0.604	0.678
標準偏差	0.0493	0.0448	0.0485

**Table6:** Coefficient of friction measurement results( $R=4[\text{mm}]$ ).

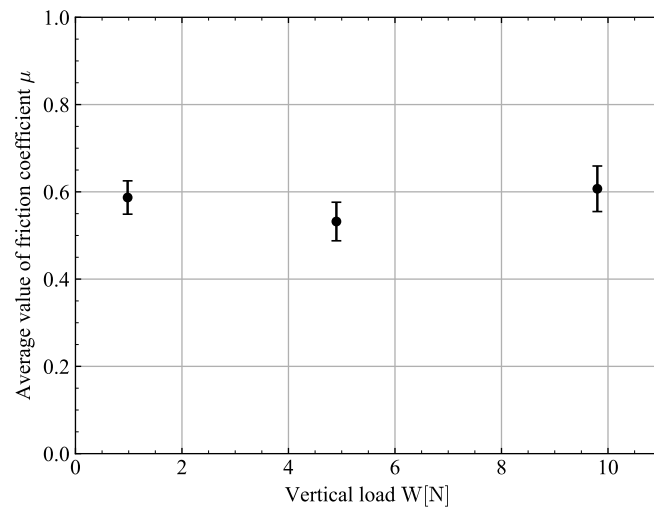
試験回数	0.98[N]	4.9[N]	9.8[N]
1	0.581	0.601	0.585
2	0.546	0.53	0.566
3	0.557	0.495	0.625
4	0.638	0.492	0.69
5	0.612	0.54	0.568
平均値 $\mu$	0.587	0.532	0.607
標準偏差	0.0382	0.0442	0.0522

**Table7:** Coefficient of friction measurement results( $R=8[\text{mm}]$ ).

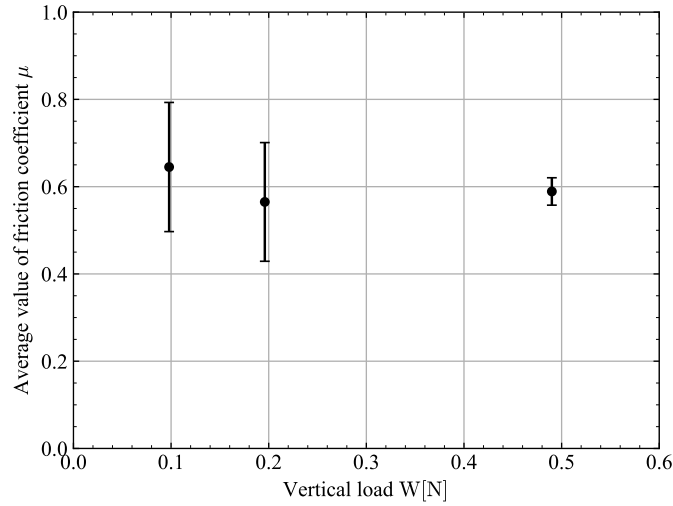
試験回数	0.098[N]	0.196[N]	0.49[N]
1	0.839	0.417	0.61
2	0.454	0.418	0.61
3	0.656	0.657	0.572
4	0.718	0.639	0.613
5	0.558	0.693	0.542
平均値 $\mu$	0.645	0.565	0.589
標準偏差	0.148	0.136	0.0314



**Fig.5:** Value of coefficient of friction for vertical load( $R=1$ [mm]).



**Fig.6:** Value of coefficient of friction for vertical load( $R=4$ [mm]).



**Fig.7:** Value of coefficient of friction for vertical load( $R=8[\text{mm}]$ ).

### 4.3 $P_m/H_v$ 値および静的接触形態について

ヘルツの弾性接触理論を用いて、各摩擦条件における理論上の接触面積  $A$ , 平均接触圧力  $P_m$ ,  $P_m/H_v$  値および静的接触形態を表 8 から表 10 にかけて示す。

$P_m/H_v$  値を横軸、摩擦係数  $\mu$  を縦軸としてプロットしたものを図 8 に示す。  $P_m/H_v$  値の変化による摩擦係数の大きな変化は見られなかった。しかし、およそその傾向として  $P_m/H_v = 0$  から 0.5 付近の範囲では値の増加に伴って摩擦係数がやや減少。  $P_m/H_v = 0.6$  から 1.3 付近の範囲では摩擦係数 0.6 まで増加してほぼ一定の値となり、  $P_m/H_v = 1.7$  で再び増加するグラフとなっている。

**Table8:** Theoretical contact area, average contact pressure,  $P_m/H_v$  value and static contact morphology( $R=1[\text{mm}]$ ).

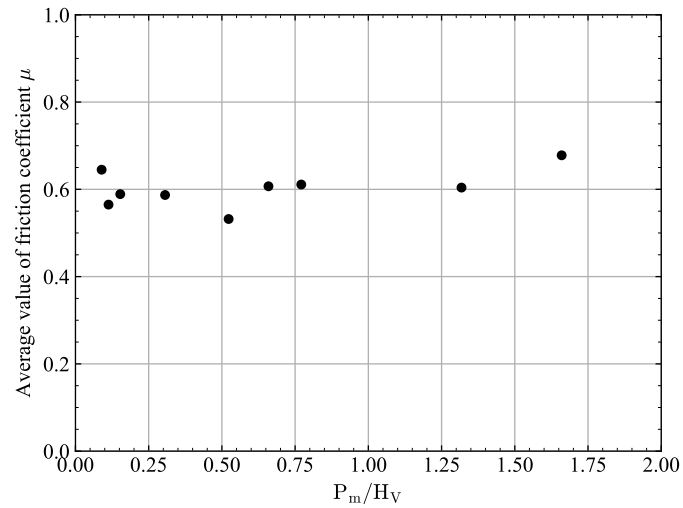
垂直荷重 [N]	0.98	4.9	9.8
接触円半径 [mm]	0.0234	0.0400	0.0504
接触円面積 [mm <sup>2</sup> ]	0.00172	0.00503	0.00798
平均接触圧力 [GPa]	0.570	0.975	1.23
$P_m/H_v$	0.771	1.318	1.66
静的接触形態	弾塑性接触	塑性接触	塑性接触

**Table9:** Theoretical contact area, average contact pressure,  $P_m/H_v$  value and static contact morphology( $R=4[\text{mm}]$ ).

垂直荷重 [N]	0.98	4.9	9.8
接触円半径 [mm]	0.0371	0.0635	0.0800
接触円面積 [mm <sup>2</sup> ]	0.00433	0.0127	0.0201
平均接触圧力 [GPa]	0.226	0.387	0.488
$P_m/H_v$	0.306	0.523	0.659
静的接触形態	弾性接触	弾塑性接触	弾塑性接触

**Table10:** Theoretical contact area, average contact pressure,  $P_m/H_v$  value and static contact morphology( $R=8[\text{mm}]$ ).

垂直荷重 [N]	0.098	0.196	0.49
接触円半径 [mm]	0.0217	0.0274	0.0371
接触円面積 [mm <sup>2</sup> ]	0.00148	0.00235	0.00433
平均接触圧力 [GPa]	0.0662	0.0834	0.1132
$P_m/H_v$	0.0894	0.113	0.153
静的接触形態	弾性接触	弾性接触	弾性接触



**Fig.8:** Relationship between coefficient of friction and  $P_m/H_v$  value.

## 5 考察

弾性接触において、摩擦係数  $\mu$  が垂直荷重  $W$  により理論的にどのように変化するか、式 (11) からせん断強度  $\tau$  が一定として考察する。式 (11) の分母である  $W$  が増加すると、接触面の変形により接触面積も増加する。弾性接触では式 (4) から接触面積は  $W$  の  $2/3$  乗で増加するため、 $W$  が増加すると分母の増加速度のほうがやや速くなり、摩擦係数は減少していくと考えられる。一方、塑性接触では接触面積が  $W$  に比例して増加するため、摩擦係数は変化しないと考えられる。

ここで式 (3)、式 (4) から  $P_m$  は  $W$  の増加に伴って増加するので、図 8 から実験結果との対応を考察する。グラフでは弾性接触の範囲である  $P_m/H_v = 0$  から  $0.36$  の範囲で摩擦係数が減少する傾向があり、 $P_m/H_v = 0.5$  を過ぎたあたりからはほぼ一定値となっている。これはおおそ理論通りの挙動であると考えることができる。一方、 $P_m/H_v = 1.7$  あたりでは摩擦係数が増加する傾向がみられた。これは、 $P_m/H_v = 1$  を超える塑性接触により、ボール試験片がプレート試験片に対して削るように運動した結果、掘り起こし項の影響が大きくなったためだと考えられる。

ボール試験片をアルミナに変更した場合の摩擦係数の変化を考察する。アルミナに変更した場合の等価縦弾性係数は約  $64.7[\text{GPa}]$  となり、これは本実験条件における値  $57.4[\text{GPa}]$  よりも大きい。したがって、式 (4) から等価縦弾性係数が大きくなると、接触面積が小さくなるため、弾性接触においては摩擦係数は減少すると考えられる。一方、塑性接触の領域ではプレート試験片の方が軟質であるため、接触面積があまり変わらず、摩擦係数は変化しないと考えられる。

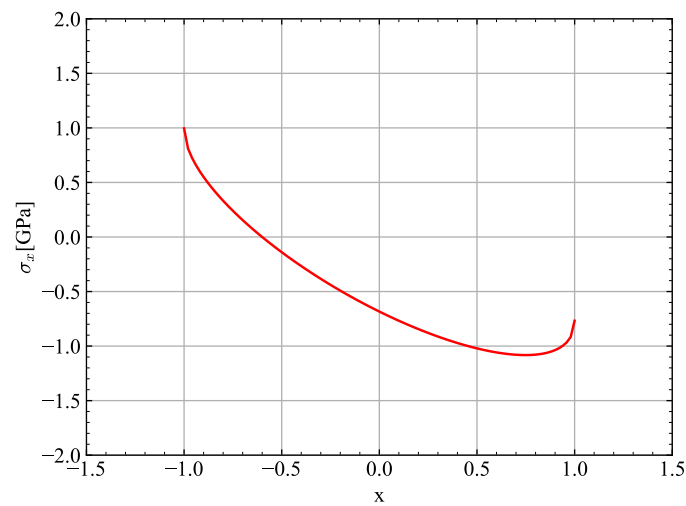
逆にプレート試験片をアルミナに変更した場合の摩擦係数の変化を考察する。アルミ合金をアルミナに変更した場合の等価縦弾性係数はさらに大きくなるため、弾性接触の領域では摩擦係数はさらに減少すると考えられる。一方、塑性接触の領域では軸受鋼球のボール試験片のほうが軟質であるため、アルミ合金を使用した際よりも摩擦係数は減少すると考えられる。

すべり方向に対して接触円前端と降誕ではどのような応力状態となっているか考察する。接触円中心を通りすべり方向に平行な線上のすべり方向応力  $\sigma_x$  は、以下の式で表される。

$$\sigma_x = \frac{3W}{2\pi a^2} \left[ \left( \frac{1-2\nu}{3} \right) \left\{ \frac{1-(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}{x^2} \right\} - (1-x^2)^{\frac{1}{2}} - \pi\mu \left( \frac{4+\nu}{8} \right) x \right] \quad (12)$$

ここで  $x$  は接触半径  $a$  に対する接触円中心からの位置  $d$  の相対比である。この式から  $x$

に対する  $\sigma_x$  の変化をボール半径 1mm, 垂直荷重 0.98 としてプロットしたものを図 9 に示す. グラフから接触円前端では接触部よりも強い圧縮応力が生じており, 後端では引張応力が生じていると考えられる.



**Fig.9:** Variation of stress in slip direction with respect to x.

## 参考文献