

令和6年度 機械知能・航空実験II A班

ファイン7 曲げ試験による脆性 材料の強度物性測定

東北大学 機械知能・航空工学科
ファインメカニクスコース 高・松隈研究室

学籍番号 C2TB1505

千葉 匠

共同実験者 シダーサダヌコンダ，川口朋也，蔦森公亨，
吉村悠太

実験日 2024年12月4日

提出日 2024年12月11日

連絡先 chiba.takumi.s4@dc.tohoku.ac.jp

目次

1	目的	2
2	原理	2
2.1	曲げ試験とは	2
2.2	原理	2
3	実験方法	6
4	実験結果	6
5	考察	10
6	課題	10

1 目的

本実験では，脆性材料のとしてガラスを選択して曲げ試験を行い，強度分布を考慮した強度評価法を習得するとともに，脆性材料の機械的性質を理解することを目的とする．

2 原理

2.1 曲げ試験とは

曲げ試験とは，単純な曲げ荷重を受ける材料の挙動を測定する試験である．具体的には試験片を 2 本の支持棒で支え，中央に荷重をかけて行う．セラミックスのような脆い脆性材料に対しては，引張試験が事実上困難であるという理由から多くの場合，曲げ試験を行い材料の機械特性，破壊特性を評価する．本実験においては，四点曲げ試験を行い材料の変形特性を評価した．

2.2 原理

四点曲げでは，はりの測定部にせん断応力はかからず，純粋な曲げモーメントがかかるため正確な弾性率を測定可能な手法である．図 1 のような四点曲げを想定したとき，それ

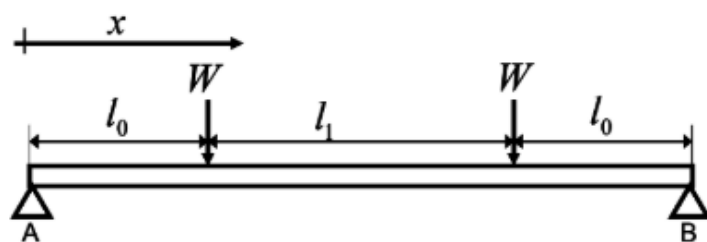


Fig.1: Four-point bending.

ぞれ反力を R_A , R_B とすると，

$$R_A + R_B = 2W \quad (1)$$

点 B におけるモーメントの釣り合いの条件から

$$R_B(2l_0 + l_1) = Wl_0 + W(l_0 + l_1) \quad (2)$$

したがって,

$$R_A = R_B = W \quad (3)$$

となり, はりにかかるせん断力 F , 曲げモーメント M は次のように示すことができる.

$$0 < x < l_0 \quad F = R_A = W, M = R_A x = Wx \quad (4)$$

$$l_0 < x < l_0 + l_1 \quad F = R_A - W = 0, M = R_A x - W(x - l_0) = Wl_0 \quad (5)$$

$$l_0 + l_1 < x < 2l_0 + l_1 \quad F = R_A - W = -W, M = R_A x - W(x - l_0) - W(x - l_0 - l_1) = W(2l_0 + l_1 - x) \quad (6)$$

これより, 曲げモーメント線図 (Bending Moment Diagram:BMD), せん断力線図 (Shearing Force Diagram:SFD) は図 2, 3 のように表すことができる. このように四点曲

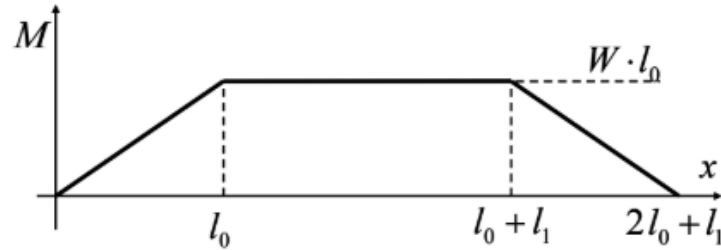


Fig.2: BMD.

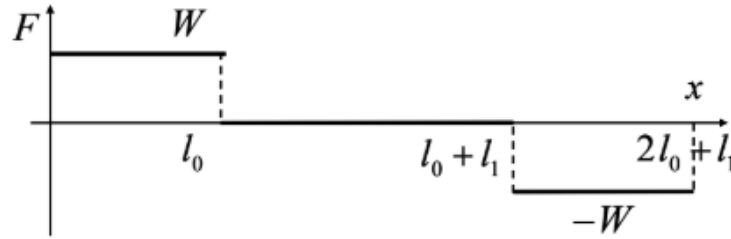


Fig.3: SFD.

げでは, 測定部で曲げモーメントが一定であり, せん断応力がかからないことがわかる.

図 4 のようなはりの断面が長方形で様な材料において, 曲げによるはりに掛かる断面内の任意の位置の応力 $\sigma(y)$ は次のように表すことができる.

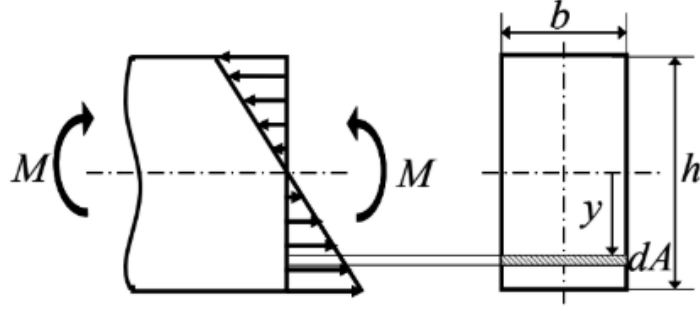


Fig.4: Bending moment, bending stress applied to it, and beam cross section.

$$\sigma(y) = \frac{M \cdot y}{I} \quad (7)$$

M は曲げモーメント, y は中立軸からの距離, I は断面 2 次モーメントである. この応力は曲げによって生じるものであるから曲げ応力ともいわれる. 曲げ応力は中立軸からはりの断面内で最も遠い距離で最大引張応力となり, 次のように表すことができる.

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot h}{2I} \quad (8)$$

また, 長方形の断面 2 次モーメントは次のように表せる.

$$I = \int y^2 dA = \frac{bh^3}{12} \quad (9)$$

曲げモーメントおよびせん断応力を受けて変形したはりの軸線をたわみ曲線という. 曲げモーメント M を受けて変形したはりの軸線の曲率半径を ρ とすると, その間には次式の関係がある.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (10)$$

上式は ρ = 一定の純曲げに対するもので, E ははりの材料の縦弾性係数である. また EI は曲げこわさという. 曲げモーメントが針の長さに沿って変化する場合にも上の式はそれぞれの断面で成立するものと仮定すると, たわみ曲線の曲率半径もそれに応じて変化する. 図 5 に示すように, はりの変形前の軸線の x 軸, それに鉛直に y 軸をとった場合, 点 x の垂直変位 y をたわみといい, またたわみ曲線の点 x における接線と x 軸とのなす角 θ をたわみ角という. たわみ曲線は平面曲線でその曲率半径を ρ とすると次の式で表される.

$$\frac{1}{\rho} = \left| \frac{d\theta}{ds} \right| = \left| \frac{d\theta}{dx} \frac{dx}{ds} \right|, ds = \{(dx)^2 + (dy)^2\}^{1/2}, \tan\theta = \frac{dy}{dx} \quad (11)$$

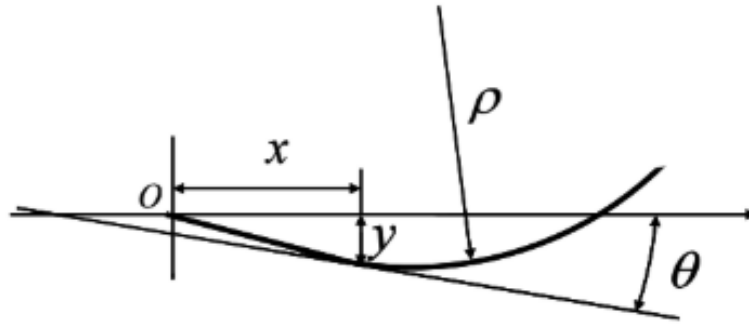


Fig.5: Deflection curve.

したがって

$$\frac{1}{\rho} = \left| \frac{d^2y}{dx^2} \right| / \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{3/2} \quad (12)$$

曲げモーメントの符号は図5の座標軸をとると上に凹の曲率を生じる曲げモーメントを正としており，曲げモーメントが正の時は $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ となる．また，たわみ曲線の傾斜の小さな変形を対象とすれば， $1 \gg \left(\frac{dy}{dx} \right)^2$ であるから，

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (13)$$

この式はたわみ曲線の微分方程式といい，たわみ曲線を求めるための基本となる式である．この式を解くとたわみ曲線は次のように表すことができる．

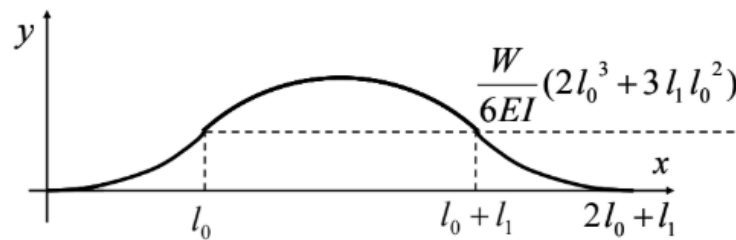


Fig.6: Deflection curves for four-point bending.

3 実験方法

実験は以下の手順で進めた。

1. 表面を加工したガラス片と加工していないガラス片をそれぞれ 5 枚用意した。加工は紙やすりで行った。
2. 試験片の寸法を測定した。
3. 試験片中央部にひずみゲージを瞬間接着剤により貼り付けた。
4. 四点曲げ治具の支点間距離を 60mm, 荷重点間距離を 30mm にし, 島津精密万能試験機上にセットした。試験片を四点曲げ治具に装着した。治具のセンターと試験片のセンターが合致することを確認した。
5. 試験条件の設定をノートパソコン上で行った。
6. ひずみゲージのリード線をひずみゲージにつないだ。
7. レコーダーの設定を行った。
8. ノートパソコンの画面の指示に従い, 試験を開始した。
9. 試験片が破断したら, 試験機を止めて試験片を取り出した。
10. データを Excel で整理した。

4 実験結果

表 1 に各試験片の四点曲げ試験の結果及び寸法を示す。

Table1: Four-point bending test results and dimensions of each specimen.

	破断時の荷重 [kN]	破断時のストローク [mm]	寸法	
			厚み [mm]	幅 [mm]
1(傷なし)	0.0572	0.444	1.25	25.90
2(傷なし)	0.0844	0.617	1.25	25.90
3(傷なし)	0.0571	0.427	1.20	25.90
4(傷なし)	0.0703	0.500	1.25	25.95
5(傷なし)-ひずみゲージ	0.0553	0.411	1.30	26.00
1(傷あり)	0.0307	0.253	1.25	26.10
2(傷あり)	0.0392	0.300	1.25	25.80
3(傷あり)	0.0425	0.333	1.20	25.85
4(傷あり)	0.0374	0.322	1.25	25.85
5(傷あり)	0.0423	0.331	1.25	25.90

ひずみゲージにより得られた荷重-ひずみ線図を図 7 に、応力-ひずみ線図を図 8 に示す.

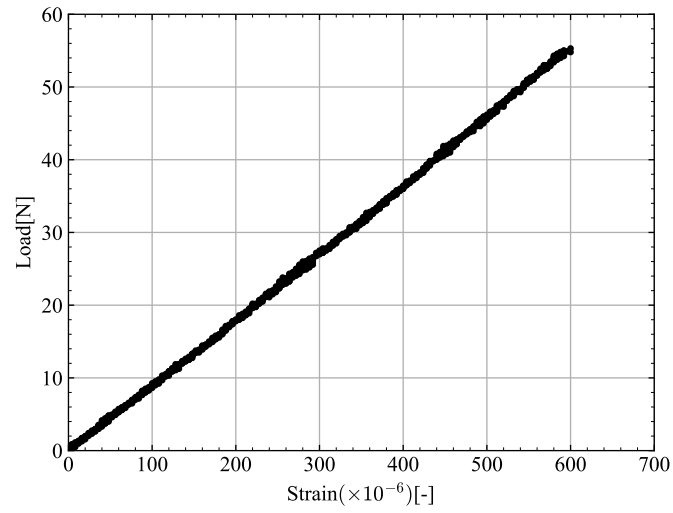


Fig.7: Load strain diagram.

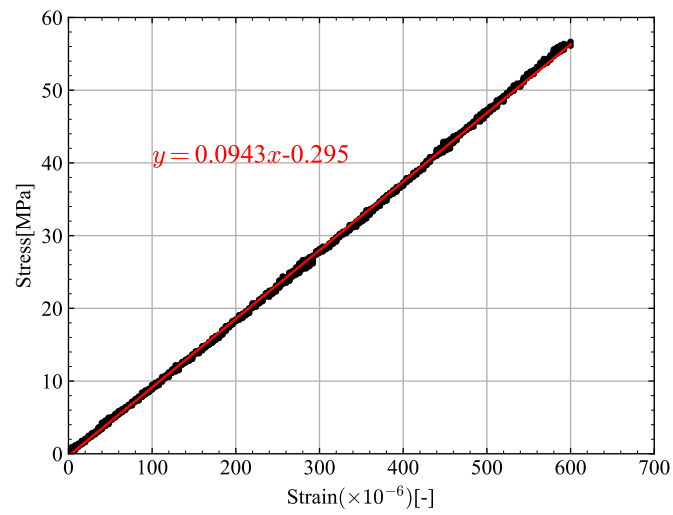


Fig.8: Stress strain diagram.

曲げ弾性係数は図 8 の近似曲線から以下のようになった.

$$E = 94.3[\text{GPa}] \quad (14)$$

比例限度は図 8 の最大応力であるから、56.6[MPa]であった。また、図 8 では降伏点がみられないため、降伏応力は比例限度と同じく 56.6[MPa]である。

表 2 に各試験片の曲げ弾性係数と破断応力を示す。傷なしの平均曲げ応力は 72.2[MPa]であり、傷ありの平均曲げ応力は 68.3[MPa]であった。

Table2: Bending modulus of elasticity and fracture stress of each specimen.

	曲げ弾性係数 [GPa]	破断応力 [MPa]
1(傷なし)	68.8	63.625
2(傷なし)	73.0	93.822
3(傷なし)	80.7	68.925
4(傷なし)	74.9	78.035
5(傷なし).ひずみゲージ	63.6	56.615
1(傷あり)	64.2	33.828
2(傷あり)	70.0	43.744
3(傷あり)	77.2	51.416
4(傷あり)	62.1	41.640
5(傷あり)	68.2	47.050

破断伸び率は図 8 から、 $\varepsilon = 600 \times 10^{-6}$ であった。

破断応力についてのワイブル分布を傷なしと傷ありでそれぞれ図 9 と図 10 に示す。i 番目の累積頻度 $F(\sigma)$ は以下の平均ランク法を用いた。

$$F(\sigma) = \frac{i}{n+1} \quad (15)$$

図 9 の傾きと切片から、 $F(\sigma) = 0.5$ より傷なしガラスの 50% 強度は以下のように求められる。

$$\sigma_{\text{flawless}} = \exp\left\{\frac{\ln(\ln 2) + 19.4}{4.44}\right\} = 72.7[\text{MPa}] \quad (16)$$

同様に図 10 から、傷ありガラスの 50% 強度は以下のように求められる。

$$\sigma_{\text{damaged}} = \exp\left\{\frac{\ln(\ln 2) + 21.4}{5.56}\right\} = 43.9[\text{MPa}] \quad (17)$$

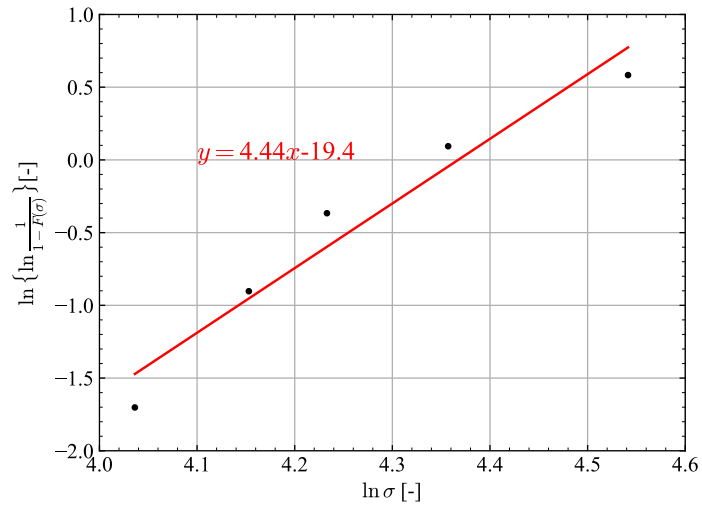


Fig.9: Weibull distribution for fracture stress(flawless).

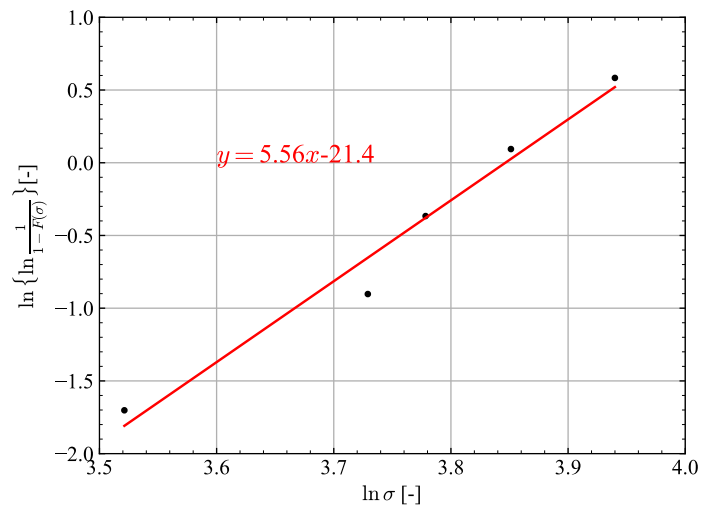


Fig.10: Weibull distribution for fracture stress(damaged).

5 考察

本実験をとおして脆性材料はヤング率が高く，アルミニウム並みの剛性があることが分かった．これは荷重に対してほとんど変形しないことを示している．また，破断に至るまでの変形量が小さく，韌性に乏しいことも改めて認識できた．

傷なしと傷なしでは，曲げ弾性係数，破断応力ともに傷ありのほうが低い値を示した．これは，傷があることで応力集中が生じ，亀裂が進展しやすくなるためだと考えられる．

破壊データがばらついた原因として，ガラス表面の傷の状態がガラスによって異なることがあげられる．手作業で傷をつけたガラス片はもちろん，傷をつけていないガラス片にも実際には，目に見えない大きさの傷が数多く存在する．ガラスのような脆性材料では，このような微小な傷による応力集中に敏感であり，破壊強度に影響を及ぼしたと考えられる．

セラミックスの応用例として，セラミック工具があげられる．セラミックは高い硬度と優れた耐熱特性，化学的安定性を有しているのが特徴であり，高速切削に適している．セラミックの主な成分としては，アルミナ，窒化ケイ素，サイアロンなどがある．セラミック最大の欠点は，強度が低く信頼性が小さいことである．大きな力，特に衝撃がかかる場合には容易に破損するため，軽切削などに用途が限られる．そこで，基材に強度の高い工具鋼や超硬合金を用い，その表面をセラミック化することで，耐摩耗性が高くかつ欠けにくい工具にするセラミック・コーティングが行われている．

6 課題

対称性から $0 \leq x \leq l_0 + \frac{1}{2}l_1$ の範囲で考えればよい。

$0 \leq x \leq l_0$ でたわみ曲線の微分方程式は

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{W}{EI}x \quad (18)$$

x について積分すると

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{W}{2EI}x^2 + C_1 \quad (19)$$

$$y = -\frac{W}{6EI}x^3 + C_1x + C_2 \quad (20)$$

$x = 0$ で $y = 0$ より $C_2 = 0$ である。

$l_0 \leq x \leq l_0 + \frac{1}{2}l_1$ でたわみ曲線の微分方程式は

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{W}{EI}l_0 \quad (21)$$

x について積分すると

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Wl_0}{EI}x + C_3 \quad (22)$$

$$y = -\frac{Wl_0}{2EI}x^2 + C_3x + C_4 \quad (23)$$

$x = l_0 + \frac{1}{2}l_1$ で $\frac{dy}{dx} = 0$ より

$$C_3 = \frac{Wl_0}{EI}(l_0 + \frac{1}{2}l_1) \quad (24)$$

$x = l_0$ で, 式 (19) と式 (22) が連続であるから

$$-\frac{W}{2EI}l_0^2 + C_1 = -\frac{Wl_0}{EI}l_0 + \frac{Wl_0}{EI}(l_0 + \frac{1}{2}l_1) \quad (25)$$

$$C_1 = \frac{Wl_0}{2EI}(l_0 + l_1) \quad (26)$$

以上から得られた C_1 と C_2 を式 (20) に代入すると

$$y = -\frac{W}{6EI}x^3 + \frac{Wl_0}{2EI}(l_0 + l_1)x \quad (27)$$

$x = l_0$ のとき

$$y = \frac{W}{6EI}(2l_0^3 + 3l_1l_0^2) \quad (28)$$

参考文献

- [1] 波多野祐規, and 豊田亮二. "セラミック工具およびセラミック複合工具." 精密工学会誌 86.11 (2020): 848-852. (2024/12/10 閲覧)
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jjspe/86/11/86_848/_pdf
- [2] 高津宗吉. "工具材料へのセラミック表面処理." 実務表面技術 32.5 (1985): 212-219.(2024/12/10 閲覧)
https://www.jstage.jst.go.jp/article/sfj1970/32/5/32_5_212/_pdf