

令和6年度 機械知能・航空実験II A班

# ファイナ<sup>3</sup> 球と平面の接触特性

東北大学 機械知能・航空工学科  
ファイナメカニクスコース 高・松隈研究室

学籍番号 C2TB1505

千葉 匠

共同実験者 シダーサダヌコンダ，川口朋也，蔦森公亨，  
吉村悠太

実験日 2024年11月6日

提出日 2024年11月13日

連絡先 [chiba.takumi.s4@dc.tohoku.ac.jp](mailto:chiba.takumi.s4@dc.tohoku.ac.jp)

# 目次

1	目的	2
2	原理	2
2.1	点接触におけるヘルツの弾性接触理論 . . . . .	2
2.2	ビッカース硬さ . . . . .	3
2.3	球と平面の静的接触における基本的な 3 形態 . . . . .	4
3	実験方法	5
3.1	試験片 . . . . .	5
3.2	ビッカース硬さ試験方法 . . . . .	5
3.3	摩擦試験方法 . . . . .	5
4	実験結果	6
4.1	ビッカース硬さ試験 . . . . .	6
4.2	摩擦試験 . . . . .	7
4.3	$P_m/H_v$ 値および静的接触形態について . . . . .	10
5	考察	12

# 1 目的

二つの固体平面の接触において、固体の表面に全く粗さが存在しないとすれば、二つの固体面は全面的に直接接触する。このような接触状態を面接触と呼ぶ。しかし、実際の工学的表面は表面粗さを有するため、接触は突起頂点同士で順次起こり、接触した突起部が荷重によって弾性変形あるいは塑性変形し、接触変形部分が荷重を支えると考えられる。このような接触状態を分散接触と呼ぶ。分散接触状態において実際に接触している面積(真実接触面積)は、見かけの接触面積に比べ極めて小さく、場合によっては、見かけの接触面積の数万分の1程度になることもある。したがって、わずかな面積に荷重が集中し、極めて高い接触圧力が発生することになり、これらが表面損傷の原因となる場合もある。このような接触問題は、転がり軸受や歯車のような、外力接触下において転がり/すべり運動をする機械要素の設計において重要である。また、接触問題は、摩擦や潤滑のみならず、熱伝導、電気接点、機械加工、塑性加工などの問題を扱う場合にまず解決しなければならない重要課題である。本実験では、接触問題の基本であるヘルツの弾性接触理論を理解し、球と平面の静的接触形態と摩擦係数との関係を実験的に明らかにすることにより、接触問題に対する理解を深めることを目的とする。

## 2 原理

### 2.1 点接触におけるヘルツの弾性接触理論

縦弾性係数  $E_1$ ,  $E_2$ , ポアソン比  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ , 半径  $R_1$ ,  $R_2$  の二つの球が荷重  $W$  で接触する場合の圧力分布は点対象であり、接触部は円形となる(図1)。この場合の圧力分布、ヘルツ最大接触圧力、平均接触圧力、接触円半径、接触中心の変形量の関係式をそれぞれ式(1)から式(5)にかけて示す。

$$p = P_{max} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad (1)$$

$$P_{max} = \frac{3W}{2\pi a^2} \quad (2)$$

$$P_m = \frac{W}{\pi a^2} = \frac{2}{3} P_{max} \quad (3)$$

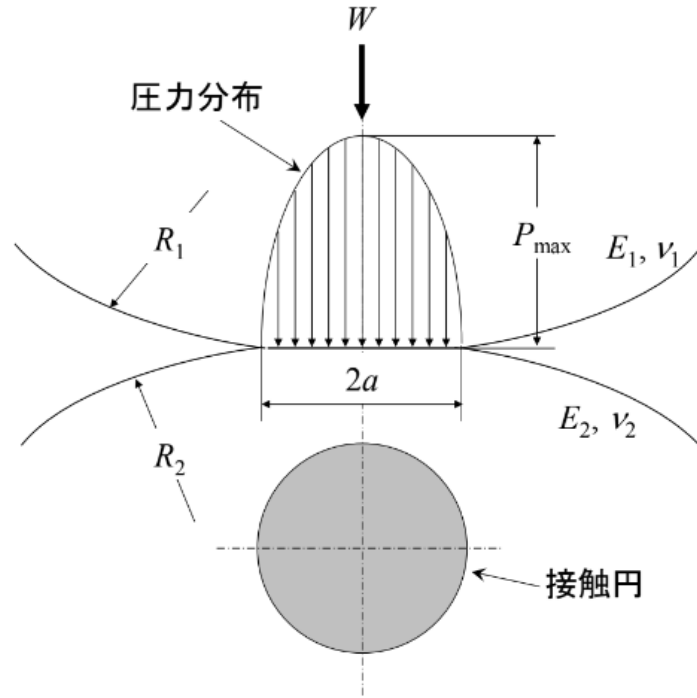
$$a = \sqrt[3]{\frac{3W R}{4 E}} \quad (4)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} \quad (5)$$

ここで,  $p$ ,  $P_{max}$ ,  $P_m$  の単位は [Pa] であり,  $a$ ,  $\delta$  の単位は [m] である. また,  $R$  及び  $E$  は等価半径及び等価縦弾性係数とよばれ, 次のように定義される.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (6)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (7)$$

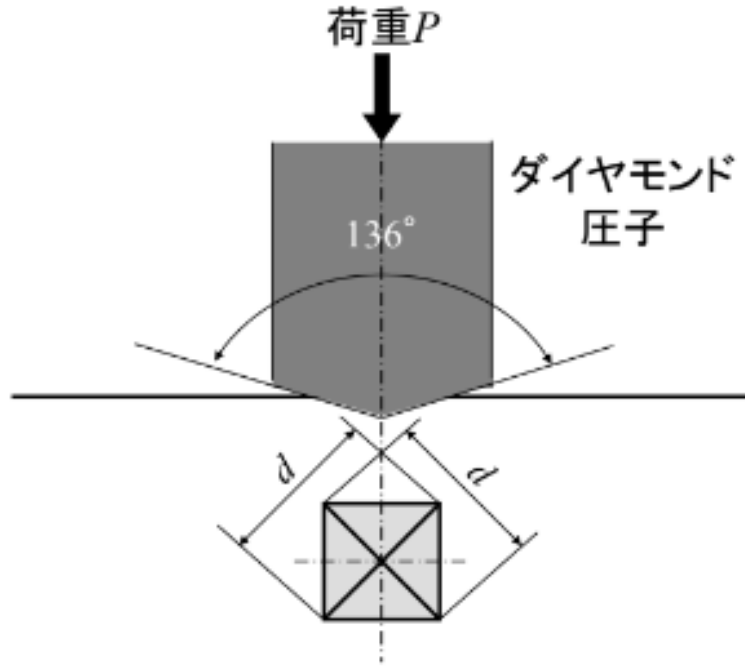


**Fig.1:** Hertzian contact in a point contact.

## 2.2 ビッカース硬さ

ビッカース硬さとは, 対面角  $136^\circ$  の正四角錐ダイヤモンド圧子を用いて, 試験面にピラミッド形のくぼみ (図 2) をつけたときの荷重を, 永久くぼみの対角線の長さから求めた表面積で除した値をいい, 次の式で算出される.

$$H_v = \frac{P}{S} = \frac{2P \sin \frac{\alpha}{2}}{d^2} = 1.854 \frac{P}{d^2} \quad (8)$$

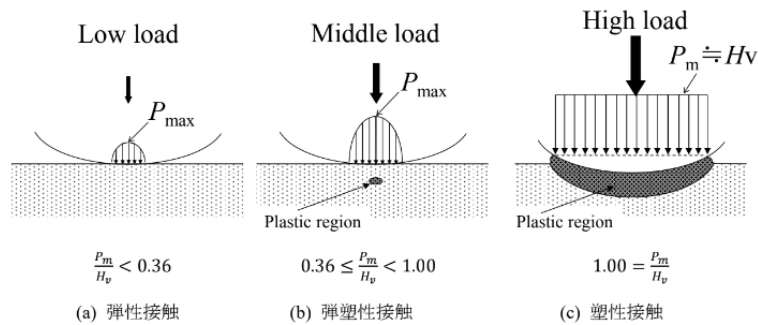


**Fig.2:** Vickers indenter and indentation.

ここで,  $H_v$  はビッカース硬さ [ $\text{kgf}/\text{mm}^2$ ],  $P$  は荷重 [ $\text{kgf}$ ],  $S$  はくぼみの表面積 [ $\text{mm}^2$ ],  $d$  はくぼみ対角線の長さの平均値 [ $\text{mm}$ ],  $\alpha$  は対面角 [ $^\circ$ ] である. この硬さの単位は  $\text{kgf}/\text{mm}^2$  であるが, 換算して  $\text{GPa}$  が用いられる場合も多い.

### 2.3 球と平面の静的接触における基本的な3形態

理想的に滑らかな平面と球との静的接触の形態は, 弾性接触, 弾塑性接触, 塑性接触の3種類に分類される. 分類をまとめたものを図に示す.



**Fig.3:** Classification of contact morphology in static contact.

### 3 実験方法

まず、平面のビッカース硬さ測定を行った。次に、直線運動型すべり摩擦試験機を用いて、大気中無潤滑下における球と平面の間の摩擦係数の測定を行い、接触形態と摩擦係数の関係を調査した。

#### 3.1 試験片

ボール試験片として高炭素クロム軸受鋼 (JIS SUJ2) 球、プレート試験片としてアルミ合金 (A5052) を用いた。それぞれの試験片の機械的性質を表 1 に示す。また、ボール試験片、プレート試験片はそれぞれヘキサン中で 5 分間超音波洗浄し、デシケータ内で脱気したのち、実験に供した。

**Table1:** Mechanical properties of ball and plate specimens.

	ボール試験片	プレート試験片
材質	軸受鋼球 (JIS SUJ2)	アルミ合金 (A5052)
算術平均粗 $R_a$ , $\mu\text{m}$	0.14	0.10
ビッカース硬さ $H_v$ , GPa	7.51	(実験により決定)
縦弾性係数 $E$ , GPa	206	70
ポアソン比 $\nu$	0.30	0.30

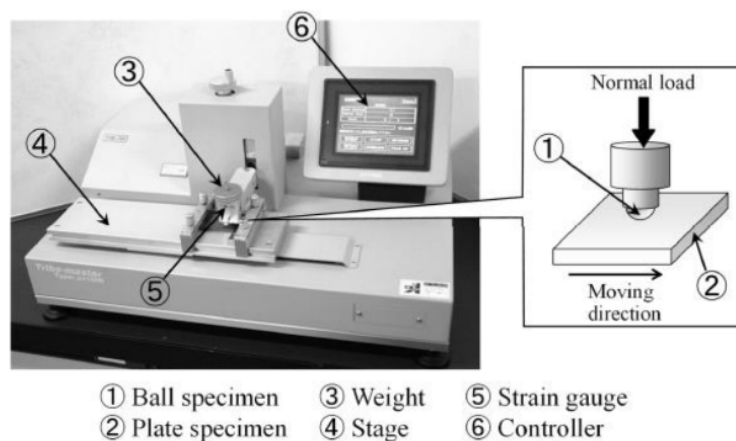
#### 3.2 ビッカース硬さ試験方法

プレート試験片のビッカース硬さの測定には、マイクロビッカース硬さ試験機を用いた。負荷重量を 1kgf, 荷重負荷時間を 20s とし、圧痕の対角線長さからビッカース硬さを算出した。プレート試験片上において 5 点測定し、平均値及び標準偏差を求めた。

#### 3.3 摩擦試験方法

図 4 に摩擦係数測定のための試験装置の模式図を示す。ボール試験片①は、試験片ホルダーに装着したのち上部のアームに固定した。プレート試験片②は下部のステージ④に固定した。錘③により一定の荷重を加え、下部ステージを任意のすべり速度で直線運動させることにより、すべり摩擦を行った。このとき、摩擦力は上部のアームに取り付けら

れたロードセル⑤により検出され、PC に記録された。なお、ステージの移動には加速と減速が伴うため、試験開始後および終了前 0.1s がそれぞれ加速域、減速域となり、それ以外が定速領域となる。摩擦力は定速領域の値を扱った。表 2 に、摩擦試験条件を示す。摩擦試験における同一条件の試行回数は、5 回である。



**Fig.4:** Schematic diagram of reciprocating sliding friction tester.

**Table2:** Experimental conditions.

ボール半径 R, mm	1	4	8
垂直荷重 W, N	0.98	0.98	0.098
	4.9	4.9	0.196
	9.8	9.8	0.49
すべり速度 v, mm/s	1		
ストローク l, mm	5		
同一条件の試行回数 N, cycles	5		
潤滑状態	大気中無潤滑		

## 4 実験結果

### 4.1 ビッカース硬さ試験

表 3 にビッカース硬さの測定結果、表 4 にビッカース硬さの平均と標準偏差を示す。

**Table3:** Vickers hardness test results.

試験回数	対角線長さ (横)[ $\mu\text{m}$ ]	対角線長さ (縦)[ $\mu\text{m}$ ]	対角線長さの平均値 [ $\mu\text{m}$ ]	ビッカース硬さ $H_v$ [GPa]
1	157.3	154.0	155.65	0.74995
2	156.0	157.8	156.90	0.73805
3	157.2	154.6	155.90	0.74755
4	157.2	155.1	156.15	0.74516
5	158.4	159.2	158.80	0.72050

**Table4:** Mean and standard deviation of Vickers hardness.

	平均値 $H_v$ [GPa]	標準偏差 [GPa]
ビッカース硬さ $H_v$ [GPa]	0.7402	0.01190

## 4.2 摩擦試験

摩擦係数の測定結果をボール試験片の曲率半径  $R = 1\text{mm}$ ,  $4\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$  のそれぞれについて表 5 から表 7 にかけて示す. また, 横軸に摩擦係数の平均値  $\mu$ , 縦軸に垂直荷重  $W$  として測定結果をプロットしたものを図 5 から図 7 にかけてそれぞれ示す.

どの曲率半径においても, 垂直荷重の増加による摩擦係数の変化はほとんど起こっていない.  $R = 1\text{mm}$  と  $4\text{mm}$  を比較しても, 摩擦係数の変化はほとんど見られない.  $R = 8\text{mm}$  の場合は, 垂直荷重が小さいため, 相対的に外乱の影響が大きくなっており, 標準偏差が大きくなっている.

**Table5:** Coefficient of friction measurement results( $R=1[\text{mm}]$ ).

試験回数	0.98[N]	4.9[N]	9.8[N]
1	0.676	0.673	0.656
2	0.635	0.614	0.622
3	0.621	0.569	0.658
4	0.564	0.56	0.71
5	0.56	0.604	0.744
平均値 $\mu$	0.611	0.604	0.678
標準偏差	0.0493	0.0448	0.0485

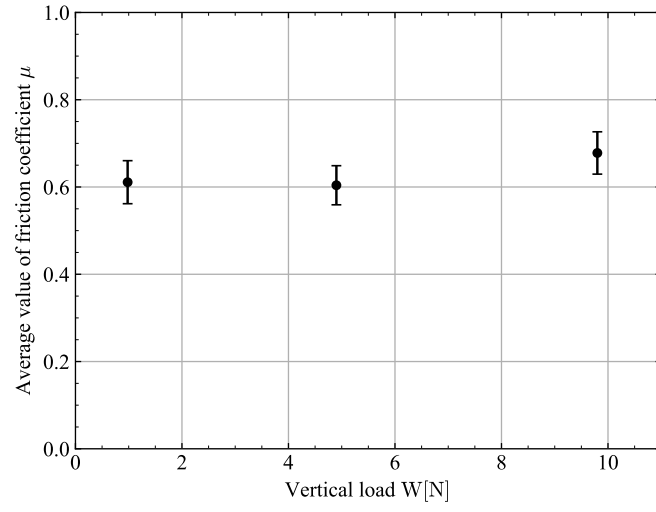


**Table6:** Coefficient of friction measurement results( $R=4[\text{mm}]$ ).

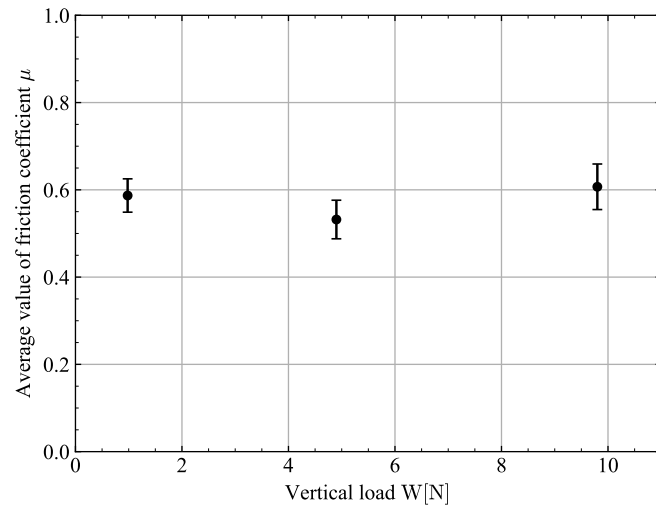
試験回数	0.98[N]	4.9[N]	9.8[N]
1	0.581	0.601	0.585
2	0.546	0.53	0.566
3	0.557	0.495	0.625
4	0.638	0.492	0.69
5	0.612	0.54	0.568
平均値 $\mu$	0.587	0.532	0.607
標準偏差	0.0382	0.0442	0.0522

**Table7:** Coefficient of friction measurement results( $R=8[\text{mm}]$ ).

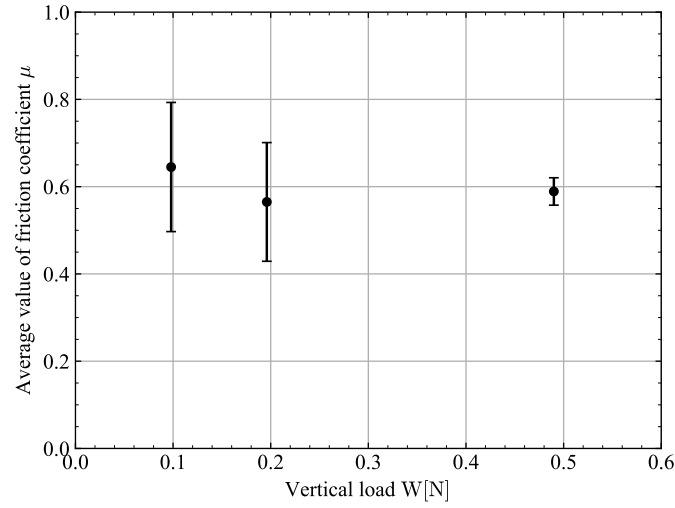
試験回数	0.098[N]	0.196[N]	0.49[N]
1	0.839	0.417	0.61
2	0.454	0.418	0.61
3	0.656	0.657	0.572
4	0.718	0.639	0.613
5	0.558	0.693	0.542
平均値 $\mu$	0.645	0.565	0.589
標準偏差	0.148	0.136	0.0314



**Fig.5:** Value of coefficient of friction for vertical load( $R=1$ [mm]).



**Fig.6:** Value of coefficient of friction for vertical load( $R=4$ [mm]).



**Fig.7:** Value of coefficient of friction for vertical load( $R=8[\text{mm}]$ ).

### 4.3 $P_m/H_v$ 値および静的接触形態について

ヘルツの弾性接触理論を用いて, 各摩擦条件における理論上の接触面積  $A$ , 平均接触圧力  $P_m$ ,  $P_m/H_v$  値および静的接触形態を表 8 から表 10 にかけて示す.

$P_m/H_v$  値を横軸, 摩擦係数  $\mu$  を縦軸としてプロットしたものを図 8 に示す.

**Table8:** Theoretical contact area, average contact pressure,  $P_m/H_v$  value and static contact morphology( $R=1[\text{mm}]$ ).

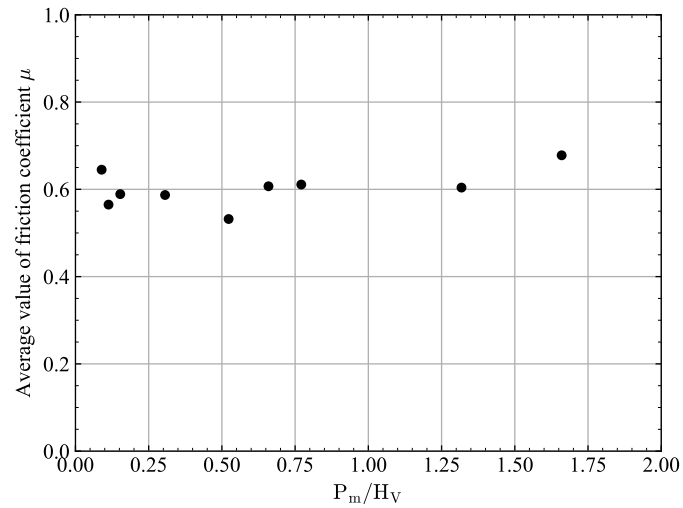
垂直荷重 [N]	0.98	4.9	9.8
接触円半径 [mm]	0.0234	0.0400	0.0504
接触円面積 [mm <sup>2</sup> ]	0.00172	0.00503	0.00798
平均接触圧力 [GPa]	0.570	0.975	1.23
$P_m/H_v$	0.771	1.318	1.66
静的接触形態	弾塑性接触	塑性接触	塑性接触

**Table9:** Theoretical contact area, average contact pressure,  $P_m/H_v$  value and static contact morphology( $R=4[\text{mm}]$ ).

垂直荷重 [N]	0.98	4.9	9.8
接触円半径 [mm]	0.0371	0.0635	0.0800
接触円面積 [mm <sup>2</sup> ]	0.00433	0.0127	0.0201
平均接触圧力 [GPa]	0.226	0.387	0.488
$P_m/H_v$	0.306	0.523	0.659
静的接触形態	弾性接触	弾塑性接触	弾塑性接触

**Table10:** Theoretical contact area, average contact pressure,  $P_m/H_v$  value and static contact morphology( $R=8[\text{mm}]$ ).

垂直荷重 [N]	0.098	0.196	0.49
接触円半径 [mm]	0.0217	0.0274	0.0371
接触円面積 [mm <sup>2</sup> ]	0.00148	0.00235	0.00433
平均接触圧力 [GPa]	0.0662	0.0834	0.1132
$P_m/H_v$	0.0894	0.113	0.153
静的接触形態	弾性接触	弾性接触	弾性接触



**Fig.8:** Relationship between coefficient of friction and  $P_m/H_v$  value.

## 5 考察

### 参考文献

- [1] 高偉, 清水裕樹, 羽根一博, 祖山均, 足立幸志. "Bilingual education 計測工学 Measurement and Instrumentation". 朝倉書店 (2020)53-63.
- [2] 小山秀夫. "曲げ加工." 軽金属 58.2 (2008): 84-85.
- [3] 鈴木金属工業 (株) 林博昭. "第 40 回 残留応力測" 日本ばね学会 (2024/11/4 閲覧)  
<https://www.jsse-web.jp/kandokoro/kan40.pdf>
- [4] 日鉄テクノロジー. "X 線残留応力測定" (2024/11/4 閲覧)  
[https://www.nstec.nipponsteel.com/technology/physical-analysis/structural/structural\\_02\\_xrs.html](https://www.nstec.nipponsteel.com/technology/physical-analysis/structural/structural_02_xrs.html)
- [5] IHI 検査計測 三上隆男. "穿孔法による残留応力測定について (その 1)" (2024/11/5 閲覧)  
[https://www.iic-hq.co.jp/library/048/pdf/048\\_12.pdf](https://www.iic-hq.co.jp/library/048/pdf/048_12.pdf)