Urejanje II

Uroš Čibej

5.3. 2025

Ponovimo

- spoznali smo 3 (+1) algoritme za urejanje
- urejamo v $O(n^2)$
- empirično potrdili, da lahko urejamo tabele $n \approx 20000$

Dve lastnosti urejanja

1. urejanje v istem prostoru
2. stabilnost

Isti prostor

- razen par dodatnih spremenljivk, vse delamo v istem pomnilnku
- zgolj zamenjujemo vrednosti v tabeli (swap)
- vsi trije algoritmi uporabljajo isti prostor (razen tisti s štetjem)

Stabilnost

- enaki elementi ohranijo pozicijo tudi po urejanju
- (1,8),(2,3),(2,5),(5,2),(1,3) uredimo po prvi komponenti
- **stabilno** : (1,8),(1,3),(2,3),(2,5),(5,2)
- **ne stabilno** : **(1,3),(1,8)**,(2,3),(2,5),(5,2)

Znani algoritmi

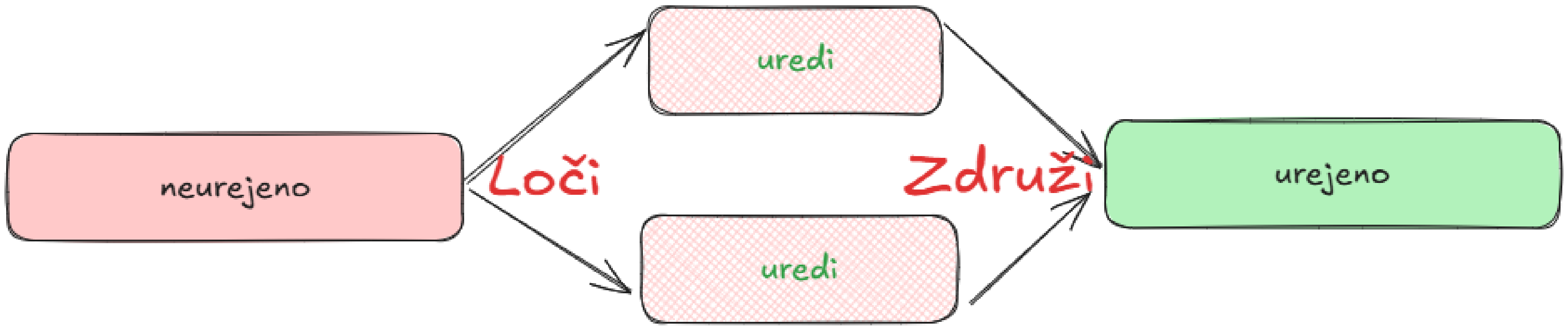
algoritem	Isti prostor	stabilnost
zamenjave	✅	✅
izbira	✅	❌
vstavljanje	✅	✅

Zakaj selection sort ni stabilen?

Uredimo s selection sort: (1,8),(2,3),(2,5),(5,2),(1,3)

(Naj)boljši algoritmi

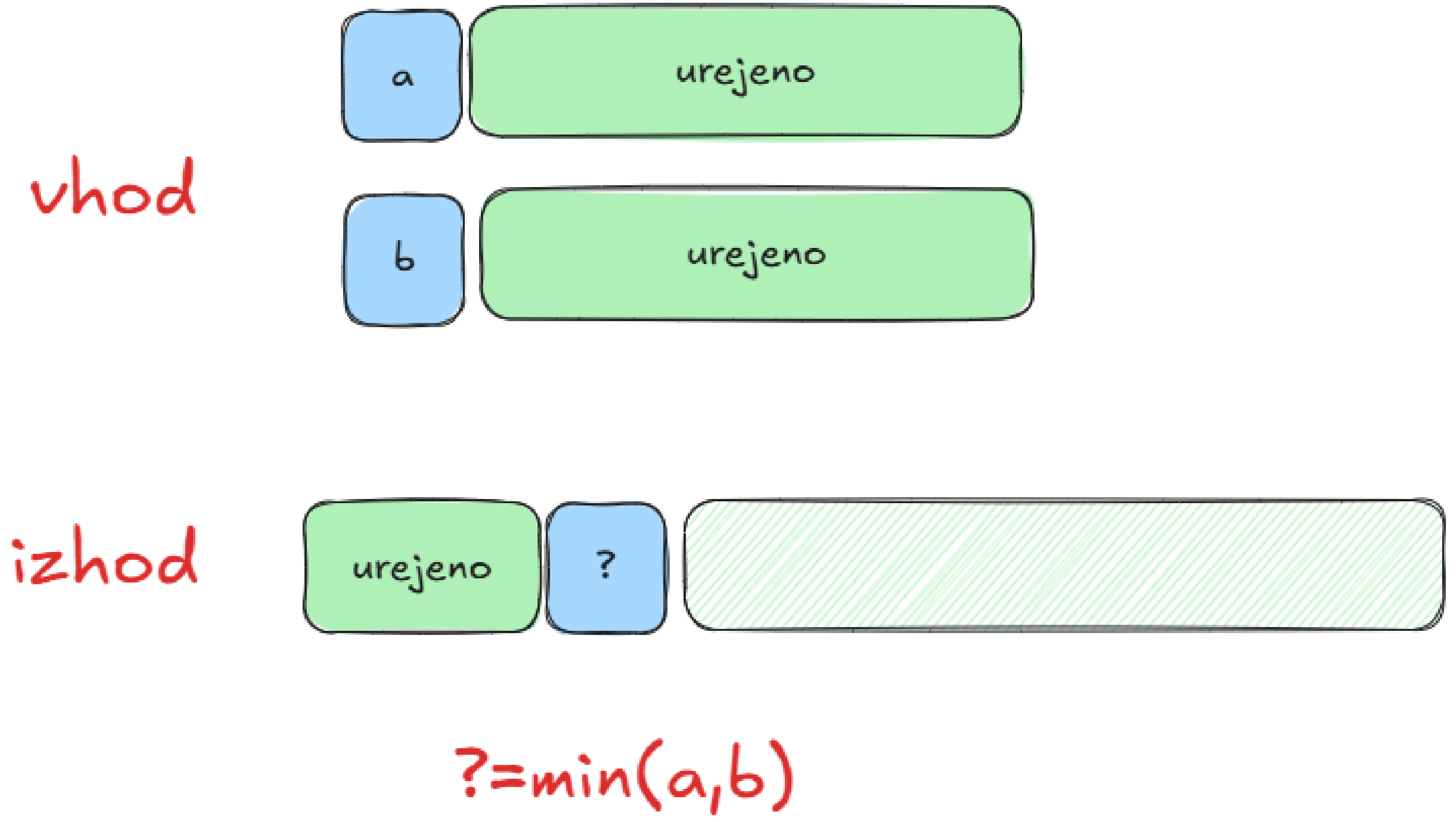
Ogledali si bomo dva algoritma, ki izgledata takole:



1. zlivanje (mergesort)
   - **ločevanje*** je enostavno, **združevanje** zahteva več pozornosti
2. hitro urejanje (quicksort)
   - **ločevanje** je bolj zahtevno, **združevanje** je enostavno

Zlivanje (združevanje za mergesort)

Začnemo z dvema urejenima tabelama, kako ju združiti v eno urejeno tabelo?



Primer zlivanja

$$[2, 6, 9, 15, 33, 48, 49]$$
$$[7, 8, 10, 17, 22, 34, 38, 52]$$

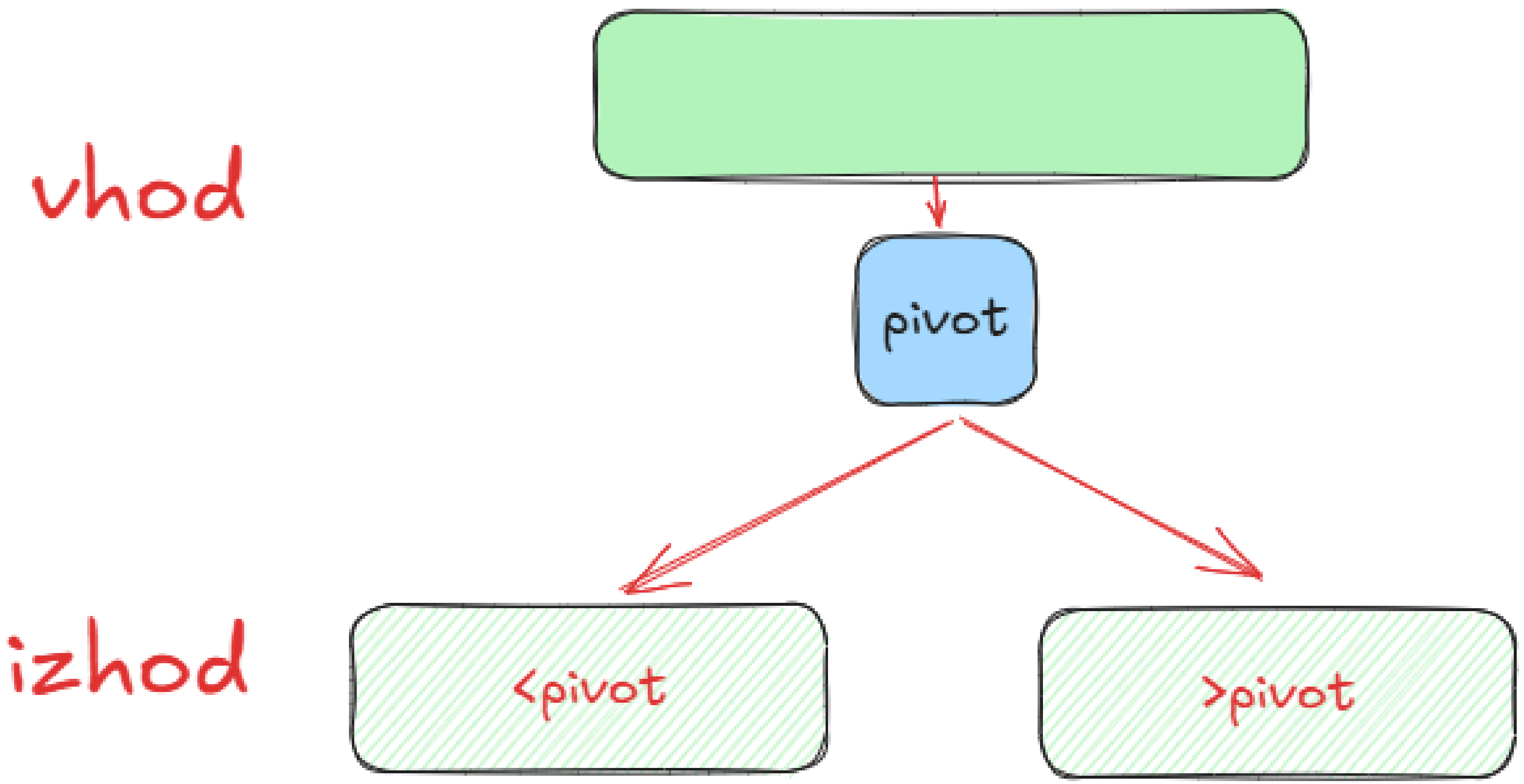
Implementacija

```python
def merge(left, right):

    sorted_array = []
    i = j = 0
    # zlivanje
    while i < len(left) and j < len(right):
        if left[i] < right[j]:
            sorted_array.append(left[i])
            i += 1
        else:
            sorted_array.append(right[j])
            j += 1
        # TODO - kako prepisati še ostanek?

    return sorted_array
```

Razbijanje



Primer razbijanja

$$[28, 5, 17, 22, 10, 8, 22, 45, 29, 6, 33]$$

Urejanje z zlivanjem

```python
def merge_sort(a):
        n = len(a)
        if n <= 1:
                return a
        else:
                mid = n//2
                left = merge_sort(a[:mid])
                right = merge_sort(a[mid:])
                return merge(left,right)
```

Hitro urejanje (zelo podobno urejanju z zlivanjem)

```python
def quick_sort(a):
        n = len(a)
        if n <= 1:
                return a
        else:
                pivot = a[0]
                less = [x for x in a if x < pivot]
                eq = [x for x in a if x == pivot]
                greater = [x for x in a if x > pivot]
                return quick_sort(less) + eq + quick_sort(greater)
```

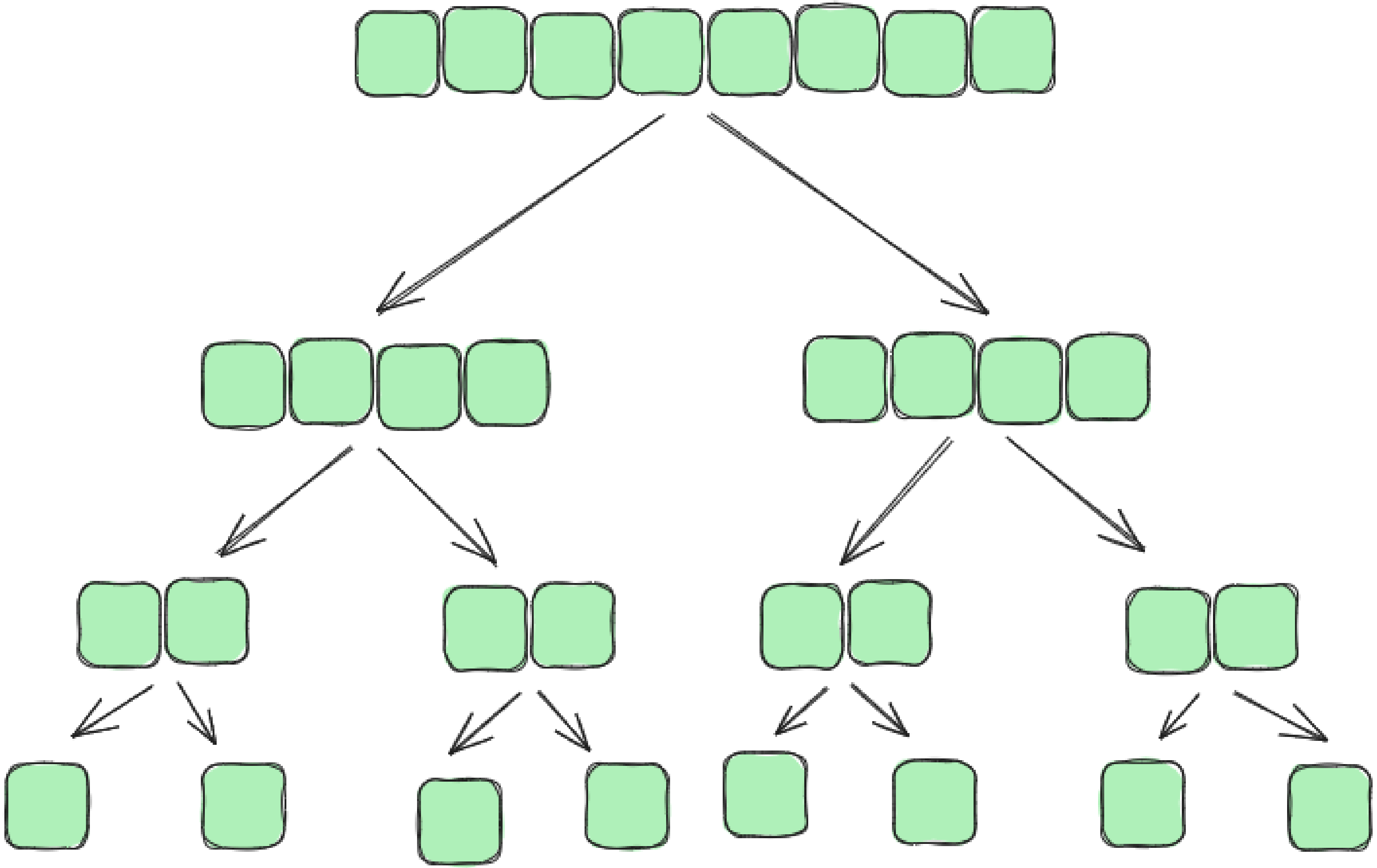
Poraba časa

- pri enostavnih urejanjih smo rekli: zanka $= \Sigma$
- pri rekurzivnih programih imamo rekurzivno enačbo za porabo časa:

$$T(n) = 2T(n/2) + c$$

- obstaja tudi matematična metoda za reševanje takih enačb
- mi bomo do rezultata prišli bolj intuitivno

Drevo izvajanja

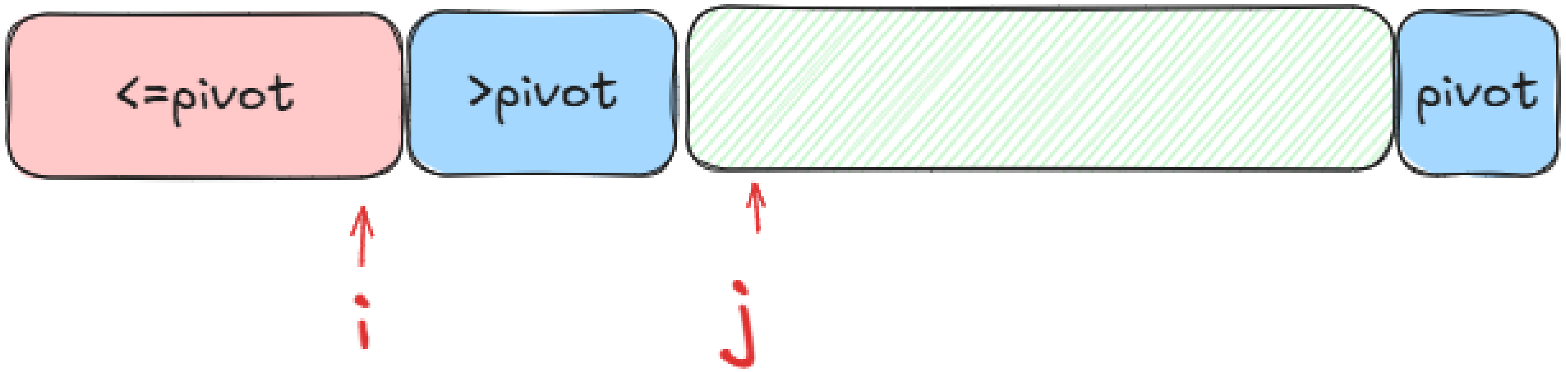


Razbijanje v istem prostoru

- oba predstavljena algoritma potrebujeta dodaten prostor
- zlivanja se praktično ne da implementirati "in-place"
- za razbijanje obstaja ogromno "in-place" algoritmov
    - mi si bomo ogledali Lomutovo metodo

Razbijanje Lomuto

- zadnji element je pivot
- s for zanko (j) bodisi povečamo del (<=pivot>) ali pa pustimo element v delu >pivot



Primer

$$[28, 5, 17, 22, 10, 8, 20, 45, 29, 6, 21]$$

Implementacija (Lomuto razbijanje)

```python
# pozor - low in high sta indeksa prvega in zadnjega elementa
def lomuto_partition(a, low, high):
    pivot = a[high]  # zadnji element naj bo pivot
    i = low - 1  # pozicija trenutno najmanjšega elementa

    for j in range(low, high):
        if arr[j] <= pivot:
            i += 1
            arr[i], arr[j] = arr[j], arr[i]  #

    # Premik pivota na pravo mesto
    arr[i + 1], arr[high] = arr[high], arr[i + 1]
    return i + 1
```

Stabilnost Lomuta?

Eksperimentirajmo