Urejanje I

Uroš Čibej

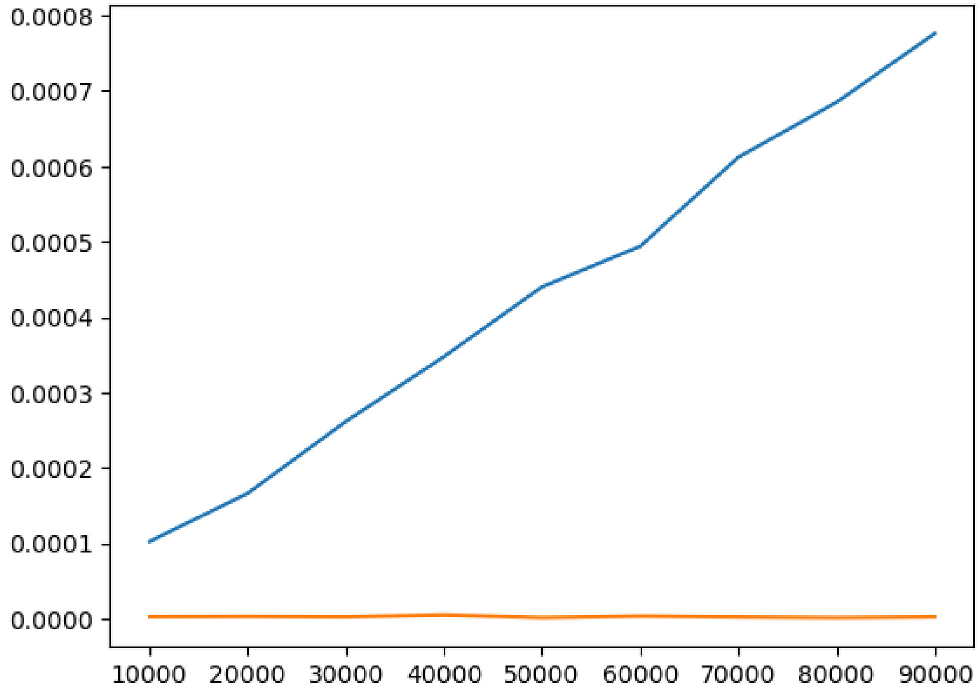
26.2. 2025

Ponovimo

- pri predmetu se bomo lotili predvsem vprašanj o **učinkovitosti** algoritmov
- empirično smo definirali nekaj "škatel" kamor bomo shranjevali algoritme (n-velikost problema, iščemo odvisnost izvajalnega časa od n)
  - $O(n)$ - linearna odvisnost od velikosti problema
  - $O(\lg(n))$ - logaritemska odvisnost
  - $O(1)$ - neodvisnost od velikost problema

Iskanje

- najprej se bomo lotili problemov v zaporednih podatkih (tabelah)
- zahtevnost iskanja (kot smo narisali zadnjič)



- spodnja črta je zahtevnost iskanja podatka v urejenih podatkih

Zakaj urejanje?

- praktični aspekti
  - lažje iskanje (kot smo na prejšnji prosojnici omenili)
  - osnova za marsikateri algoritem (če ne veš kako rešiti problem, najprej uredi)
- didaktični aspekti
  - enostaven problem za opis in razumevanje
  - izjemno bogastvo algoritmov
  - veliko različnih željenih lastnosti algoritmov (nekaj o tem pozneje)

Predpostavke o urejanju

- imamo neko urejenost podatkov $\leq$
  - števila
  - nizi
  - ... neka druga totalna urejenost
- edino kar vemo o podatkih je, da za vsak par podatkov

$$(p_1, p_2) : p_1 \leq p_2 \vee p_2 \leq p_1$$

Urejanje s štetjem (naiven, neuporaben alg.)

- predpostavimo, da so vsi elementi v tabeli različni
- za vsak element tabele a ugotovimo kje je v urejeni tabeli, če preštejemo koliko elementov je $<$

$$urejena[k] = a[i], k = |\{x|x < a[i]\}|$$

Preizkusimo na primeru:

$$17, 12, 15, 28, 23, 7, 19, 2, 44, 33, 11$$

Inverzije

V tabeli a dva elementa na pozicijah i in j tvorita inverzijo, če velja $i < j$ in $a[i] > a[j]$.

Preštejmo inverzije:

$$17, 12, 15, 28, 23, 7, 19, 2, 44, 33, 11$$

- Koliko je lahko najmanj inverzij v tabeli?
- Koliko je lahko največ inverzij tabeli?

Matematični intermezzo

Izrek. Če imamo nekje v tabeli inverzijo, potem gotovo obstajata dva zaporedna elementa, ki tudi tvorita inverzijo.

A bi znali to dokazati?

Urejanje z zamenjavami

Ideja

- zamenjujemo sosednje inverzije, dokler jih ni več

Preizkusimo na primeru:

$$17, 12, 15, 28, 23, 7, 19, 2, 44, 33, 11$$

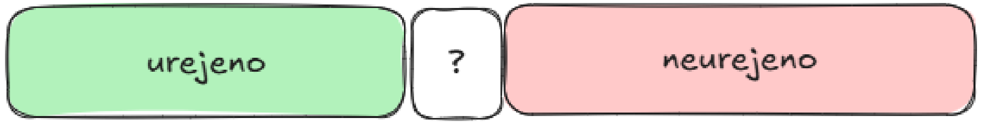
Implementacija (zamenjave)

```
def bubble_sort(a):
        n = len(a)
        for i in range(n-1):
                for j in range(n-1):
                        if a[j]>a[j+1]:
                                a[j], a[j+1] = a[j+1],a[j]
        return a
```

Zanke in vsote

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} 1 = ?$$

Urejanje z izbiranjem



Ideja

- v neurejenem dela najdemo najmanjši element
- z njim podaljšamo urejeni del (zamenjamo z ?)

Preizkusimo na primeru:

$$17, 12, 15, 28, 23, 7, 19, 2, 44, 33, 11$$

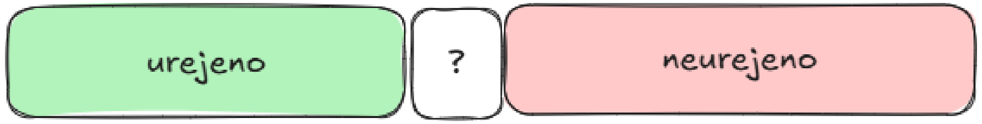
Implementacija (izbiranje)

```
def select_sort(a):
        n = len(a)
        for i in range(n-1):
                m = i
                for j in range(i+1,n):
                        if a[j]<a[m]:
                                m = j
                a[i], a[m] = a[m],a[i]
```

Zanke in vsote

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n-1} 1 = ?$$

Urejanje z vstavljanjem



Ideja

- element ? vrinemo na pravo mesto v urejeni del
- z tem podaljšamo urejeni del za en element

Preizkusimo na primeru:

$$17, 12, 15, 28, 23, 7, 19, 2, 44, 33, 11$$

Implementacija (vstavljanje)

```
def insert_sort(arr):
        n = len(arr)
        for i in range(1,n):
                j = i
                while j>0 and arr[j]<arr[j-1]:
                        arr[j], arr[j-1] = arr[j-1],arr[j]
                        j-=1
```

Zanke in vsote

$$\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=i}^{x} 1 = ?$$

- koliko je x v najboljšem primeru?
- koliko je x v najslabšem primeru?

Eksperimentirajmo