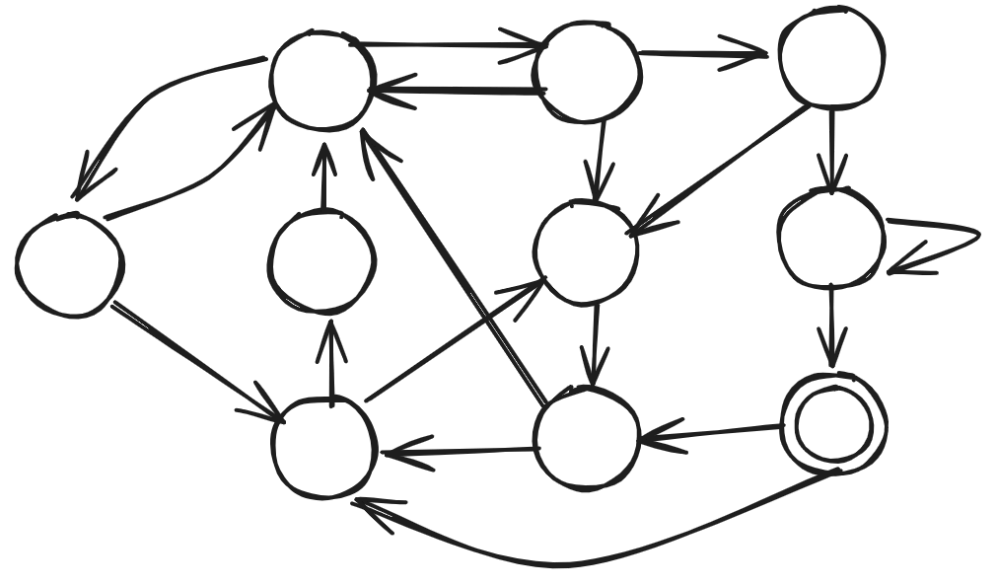


Predstavitev podatkov + končni avtomati

Uroš Čibej



Pregled

- matematični objekti kot podatki
- končni avtomati
- primeri reševanja problemov s končnimi avtomati
- nedeterminizem
- razpoznavanje vzorcev

Literatura

- Sipser razdelka 1.1 in 1.2
- https://introtcs.org/public/lec_02_representation.html

Kodiranje podatkov

Podano imamo zgolj abecedo Σ , kako predstavimo nek (matematičen) objekt s podanimi simboli?

$$X \rightarrow \Sigma^*$$

Števila

$$\mathbb{N} \rightarrow \Sigma^*$$

Eniško kodiranje

$$n \rightarrow a^n$$

Pozicijski številski sistemi

$$n \rightarrow s_0 s_1 \dots s_{m-1}$$

$$n = \sum_{i=0}^{m-1} k^i s_i$$

Problemi s števili

- Ali je število sodo?
- Ali je število ≥ 17 ?
- Ali je število praštevilo?
- Ali je število sestavljeno?
- ...

Seznami (zaporedja) števil

Uvedemo "ločilo"

npr.

$3, 5, 10 \rightarrow 11101111101111111111$

Problemi z zaporedji števil

a, b, c, d, e, f, g, h

- Ali so vsa števila ≥ 17
- Ali je vsota vseh števil enaka 1632?
- Ali je zaporedje urejeno?
- ...

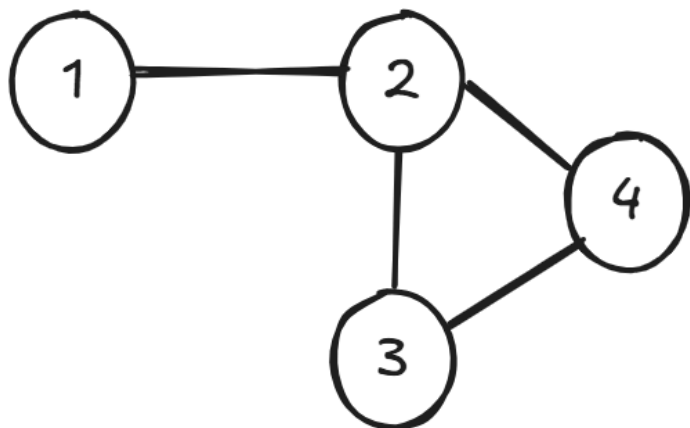
Problemi nad množicami števil

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

- Ali obstaja podmnožica $\subseteq A$, ki vsebuje natanko 5 zaporednih števil?
- Ali obstaja podmnožica, katere vsota je natanko 137?

Grafi

Graf lahko gledamo kot zaporedje parov števil (vozlišč).



1011011011101101111011101111

Problemi nad grafi

- Ali je graf povezan?
- Ali je premer grafa ≥ 27 ?
- Ali v grafu obstaja Eulerjev cikel?
- Ali v grafu obstaja Hamiltonov cikel?
- ...

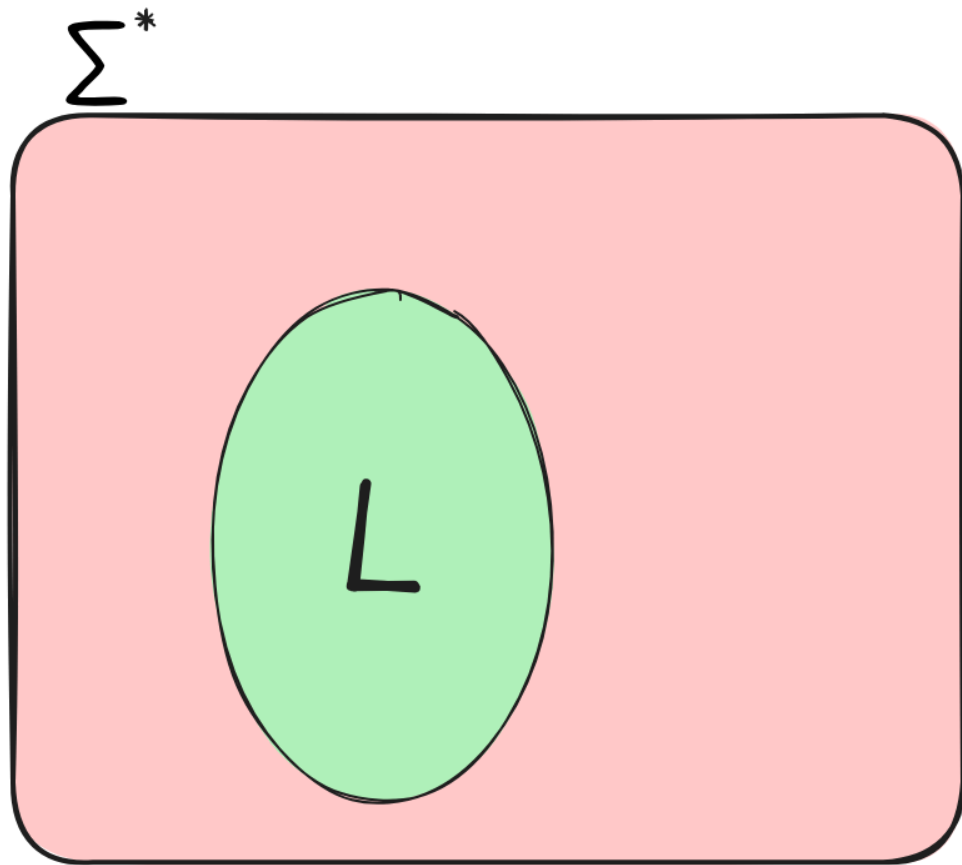
Notacija

Kodo objekta X zapišemo kot:

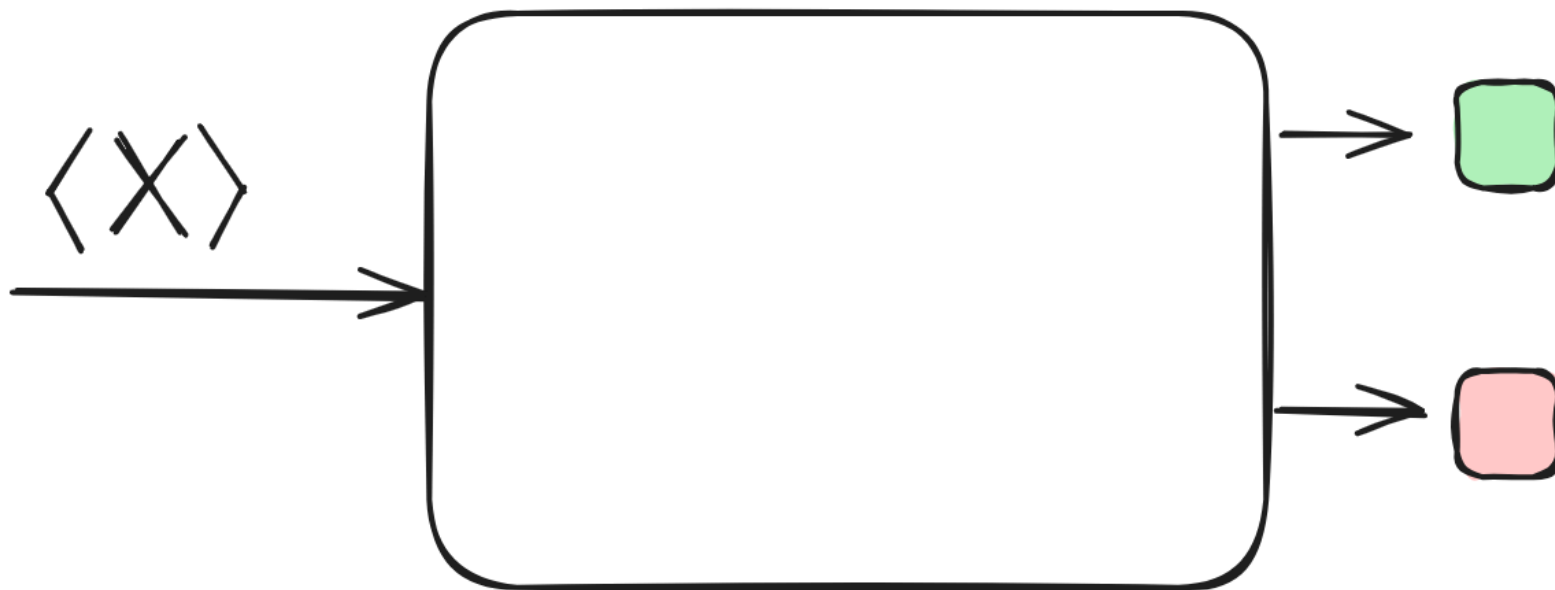
$$\langle X \rangle$$

Reševanje problemov

$$\langle x \rangle \in L?$$

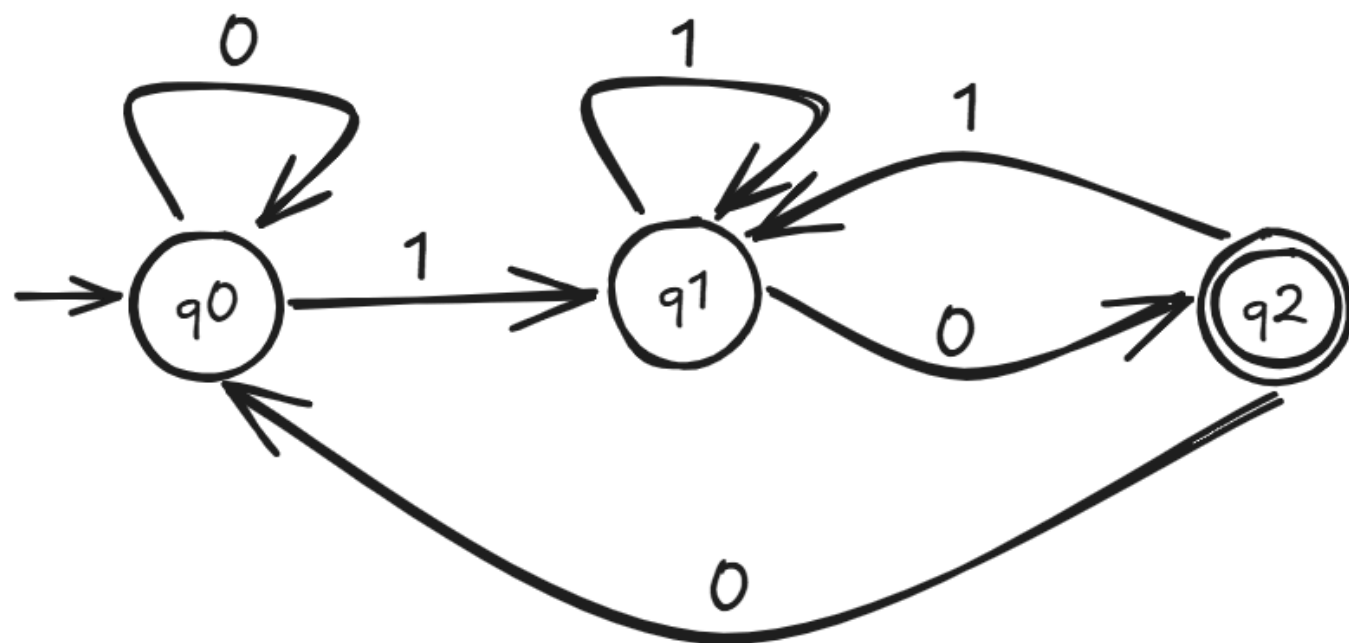


Računski modeli



Deterministični končni avtomati (DKA)

Primer



Sled izvajanja

$$w = 0100110$$

q_0 : 0100110

q_0 : 100110

q_1 : 00110

q_1 : 0110

q_2 : 110

q_1 : 10

q_1 : 0

q_2 :

Formalna definicija

$$M = (Q, \Sigma, q_0, F, \delta)$$

- Q končna množica stanj
- Σ končna abeceda
- $q_0 \in Q$ začetno stanje
- $F \subseteq Q$ množica končnih stanj
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ -totalna funkcija prehodov

Podajanje končnih avtomatov

- diagram prehodov
- tabelarično podajanje
- neposreden zapis delta funkcije

Izvajanje ($\hat{\delta}$)

Definirajmo funkcije $\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

1. $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$

2. $\hat{\delta}(q, xa) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a) ; a \in \Sigma, x \in \Sigma^*$

Jezik končnega avtomata

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in F\}$$

Primer 1

(vedno naj bo $\Sigma = \{0, 1\}$)

$$L = \emptyset$$

Primer 2

$$L = \{01, 10, 0001\}$$

Primer 3

$$L = \{w \mid \text{število } 0 \text{ je sodo, število } 1 \text{ je liho}\}$$

Primer 4

$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{beseda predstavlja število v dvojiškem sistemu deljivo s } 3\}$

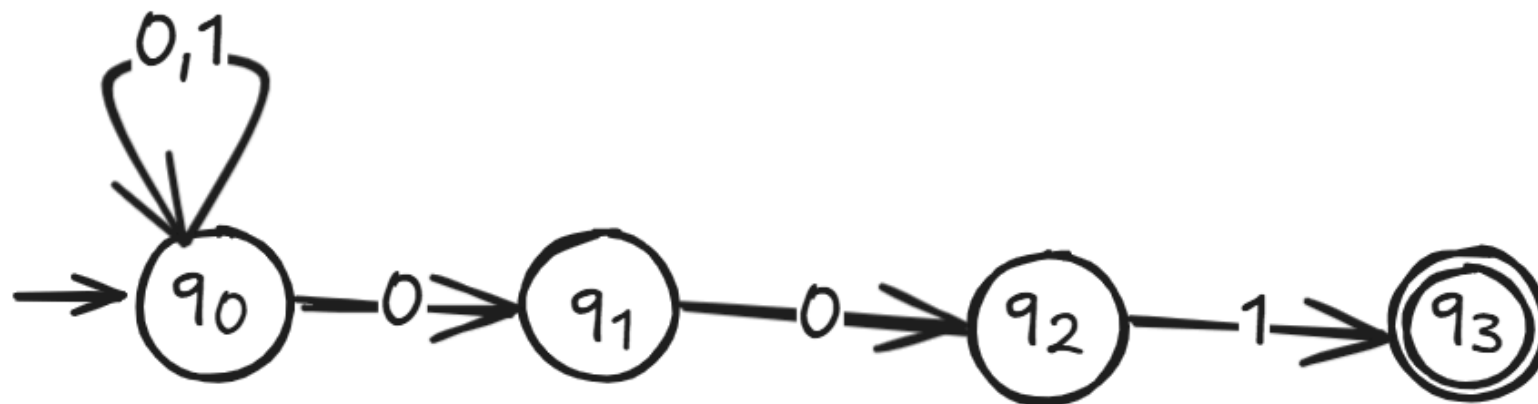
Nedeterminizem

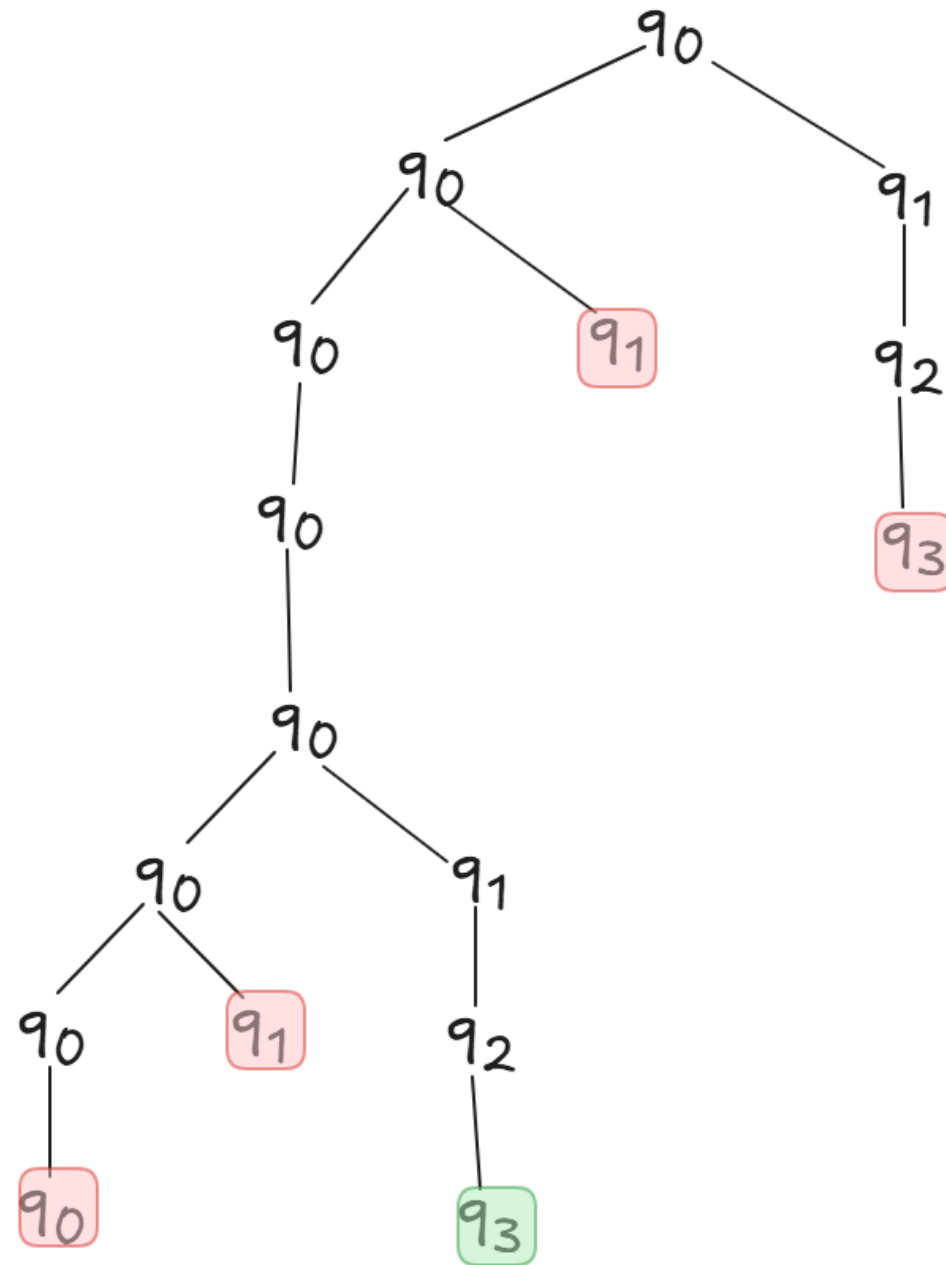
Kaj je to?

- Kaj če imamo v nekem stanju več možnosti?
- Nedeterminizem se je uveljavil v 1960-ih (poskus širitve izrazne moči)
- **Motivacija:**
 - Poenostavi opis avtomatov – lažje definiramo kompleksne jezike.
 - Teoretično orodje tudi za močnejše modele
 - poenostavi določene dokaze (npr. ekvivalenca z reg. izrazi)

Primer

Vse besede, ki se končajo na 001.



$$w = 0011001$$


Formalno

$$M = (Q, \Sigma, q_0, F, \delta)$$

- Q končna množica stanj
- Σ končna abeceda
- $q_0 \in Q$ začetno stanje
- $F \subseteq Q$ množica končnih stanj
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

Izvajanje $\hat{\delta}$

$$\begin{aligned}\hat{\delta}(q, \varepsilon) &= \{q\} \\ \hat{\delta}(q, xa) &= \bigcup_{p \in \hat{\delta}(q, x)} \delta(p, a)\end{aligned}$$

Jezik nedeterminističnega končnega avtomata

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$$

Primer

$$L = \{aab, abb, aaaa\}^*$$

Nedeterminizem za razpoznavanje vzorcev

