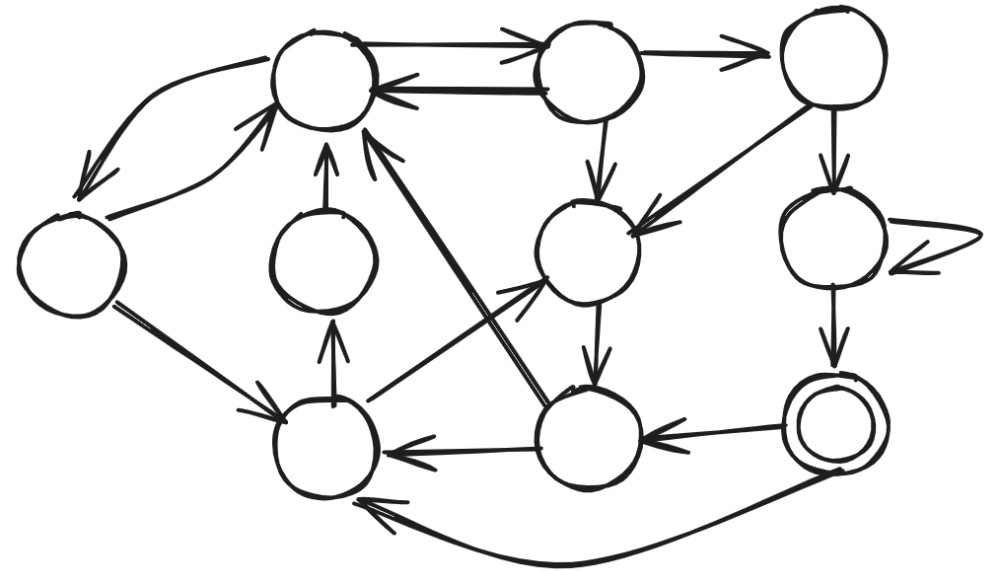


# Predstavitev podatkov + končni avtomati

# Uroš Čibej



# Pregled

- matematični objekti kot podatki
- končni avtomati
- primeri reševanja problemov s končnimi avtomati
- nedeterminizem
- razpoznavanje vzorcev

# Literatura

- Sipser razdelka 1.1 in 1.2
- [https://introtcs.org/public/lec\\_02\\_representation.html](https://introtcs.org/public/lec_02_representation.html)

# Kodiranje podatkov

Podano imamo zgolj abecedo  $\Sigma$ , kako predstavimo nek (matematičen) objekt s podanimi simboli?

$$X \rightarrow \Sigma^*$$

# Števila

$$\mathbb{N} \rightarrow \Sigma^*$$

Eniško kodiranje

$$n \rightarrow a^n$$

Pozicijski številski sistemi

$$n \rightarrow s_0 s_1 \dots s_{m-1}$$

$$n = \sum_{i=0}^{m-1} k^i s_i$$

# Problemi s števili

- Ali je število sodo?
- Ali je število  $\geq 17$ ?
- Ali je število praštevilo?
- Ali je število sestavljeno?
- ...

# Seznami (zaporedja) števil

Uvedemo "ločilo"

npr.

$3, 5, 10 \rightarrow 11101111101111111111$

# Problemi z zaporedji števil

*a, b, c, d, e, f, g, h*

- Ali so vsa števila  $\geq 17$
- Ali je vsota vseh števil enaka 1632?
- Ali je zaporedje urejeno?
- ...



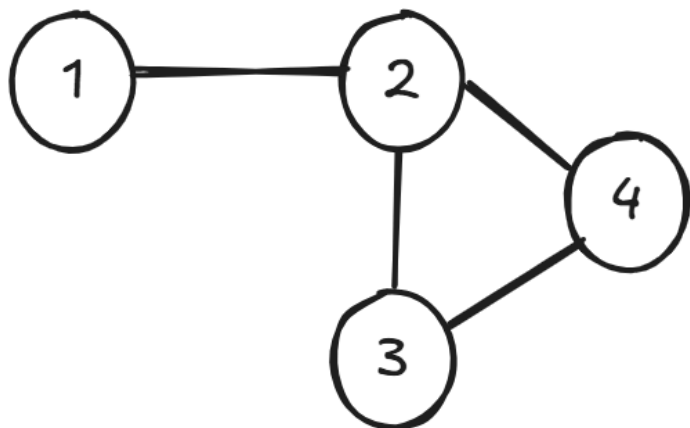
# Problemi nad množicami števil

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

- Ali obstaja podmnožica  $\subseteq A$ , ki vsebuje natanko 5 zaporednih števil?
- Ali obstaja podmnožica, katere vsota je natanko 137?

# Grafi

Graf lahko gledamo kot zaporedje parov števil (vozlišč).



1011011011101101111011101111

# Problemi nad grafi

- Ali je graf povezan?
- Ali je premer grafa  $\geq 27$ ?
- Ali v grafu obstaja Eulerjev cikel?
- Ali v grafu obstaja Hamiltonov cikel?
- ...

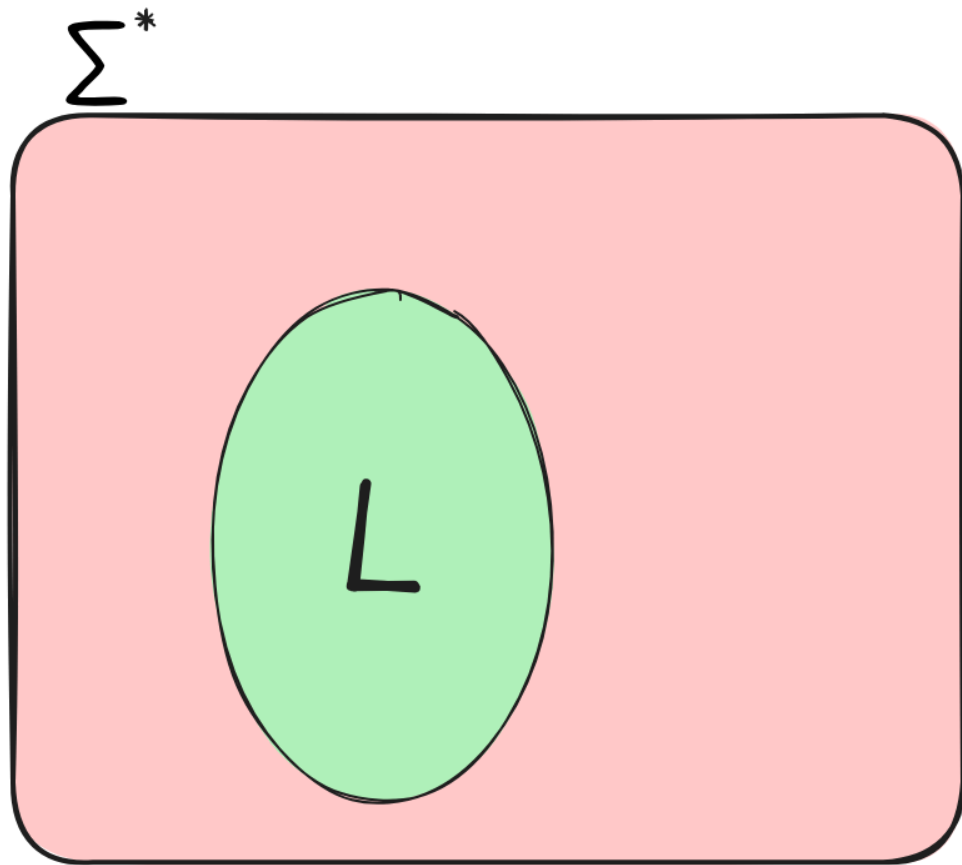
# Notacija

Kodo objekta  $X$  zapišemo kot:

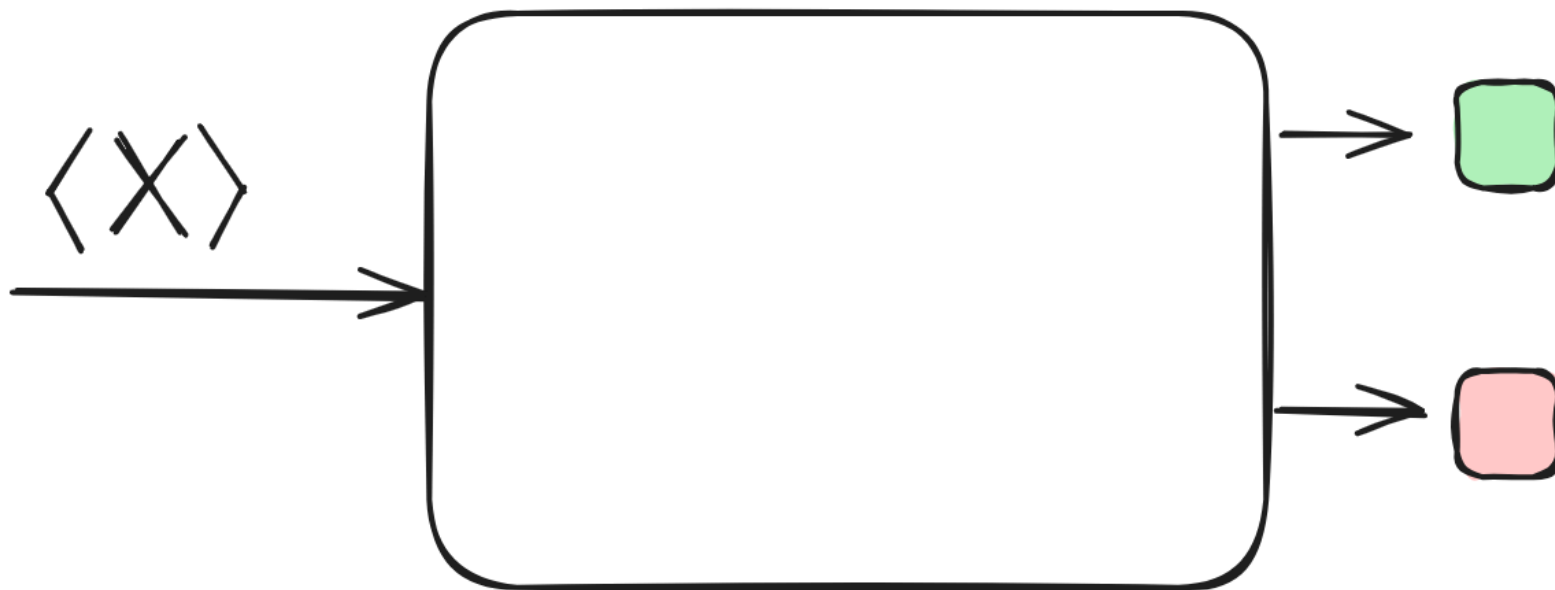
$$\langle X \rangle$$

# Reševanje problemov

$$\langle x \rangle \in L?$$

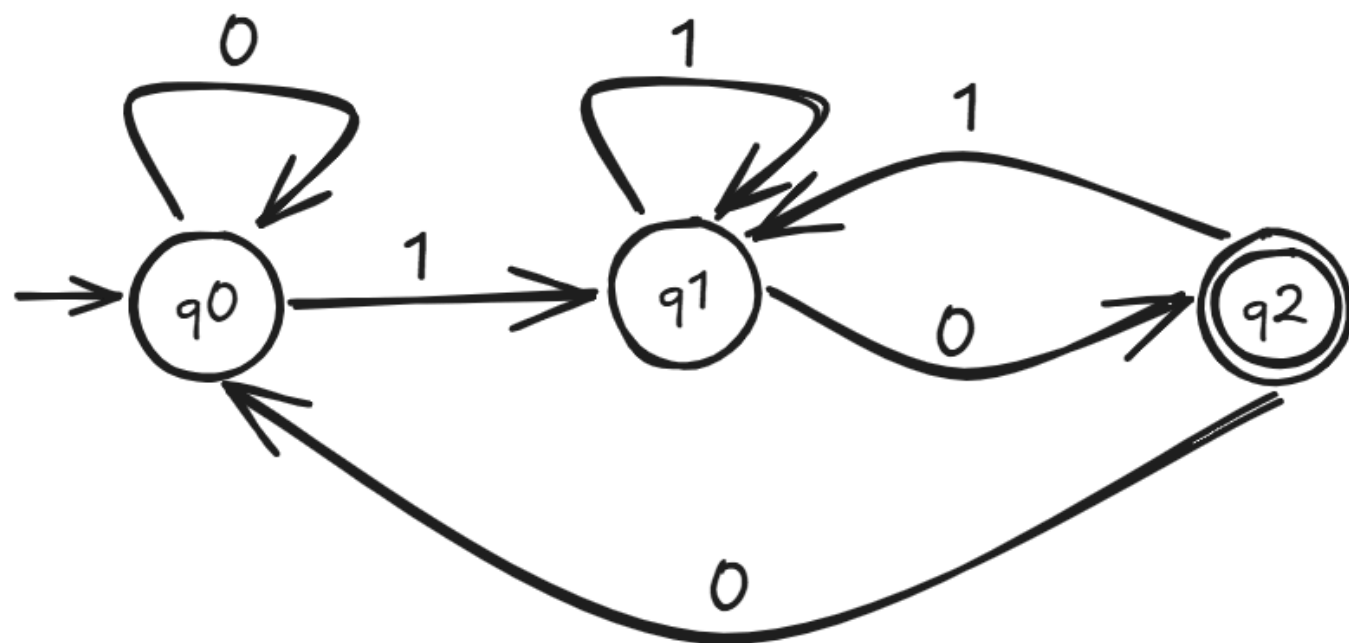


# Računski modeli



# Deterministični končni avtomati (DKA)

# Primer





## Sled izvajanja

$$w = 0100110$$

$q0: 0100110$

$q0: 100110$

$q1: 00110$

$q1: 0110$

$q2: 110$

$q1: 10$

$q1: 0$

$q2:$

# Formalna definicija

$$M = (Q, \Sigma, q_0, F, \delta)$$

- $Q$  končna množica stanj
- $\Sigma$  končna abeceda
- $q_0 \in Q$  začetno stanje
- $F \subseteq Q$  množica končnih stanj
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  -totalna funkcija prehodov

# Podajanje končnih avtomatov

- diagram prehodov
- tabelarično podajanje
- neposreden zapis delta funkcije

# Izvajanje ( $\hat{\delta}$ )

Definirajmo funkcije  $\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

1.  $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$

2.  $\hat{\delta}(q, xa) = \delta(\hat{\delta}(q, x), a) ; a \in \Sigma, x \in \Sigma^*$

# Jezik končnega avtomata

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) \in F\}$$

# Primer 1

(vedno naj bo  $\Sigma = \{0, 1\}$ )

$$L = \emptyset$$

## Primer 2

$$L = \{01, 10, 0001\}$$

## Primer 3

$$L = \{w \mid \text{število } 0 \text{ je sodo, število } 1 \text{ je liho}\}$$



## Primer 4

$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{beseda predstavlja število v dvojiškem sistemu deljivo s } 3\}$

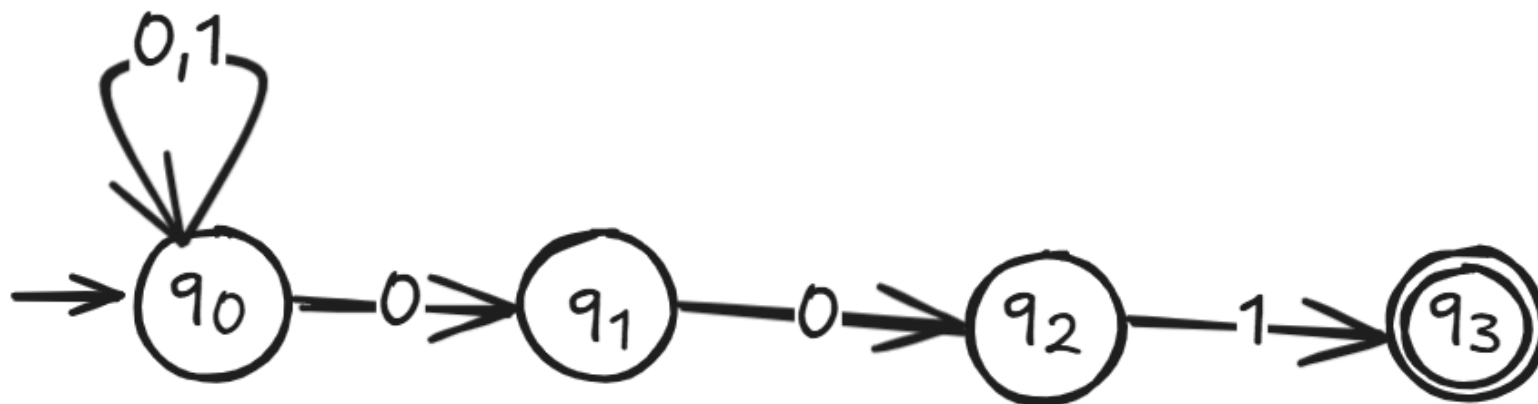
# Nedeterminizem

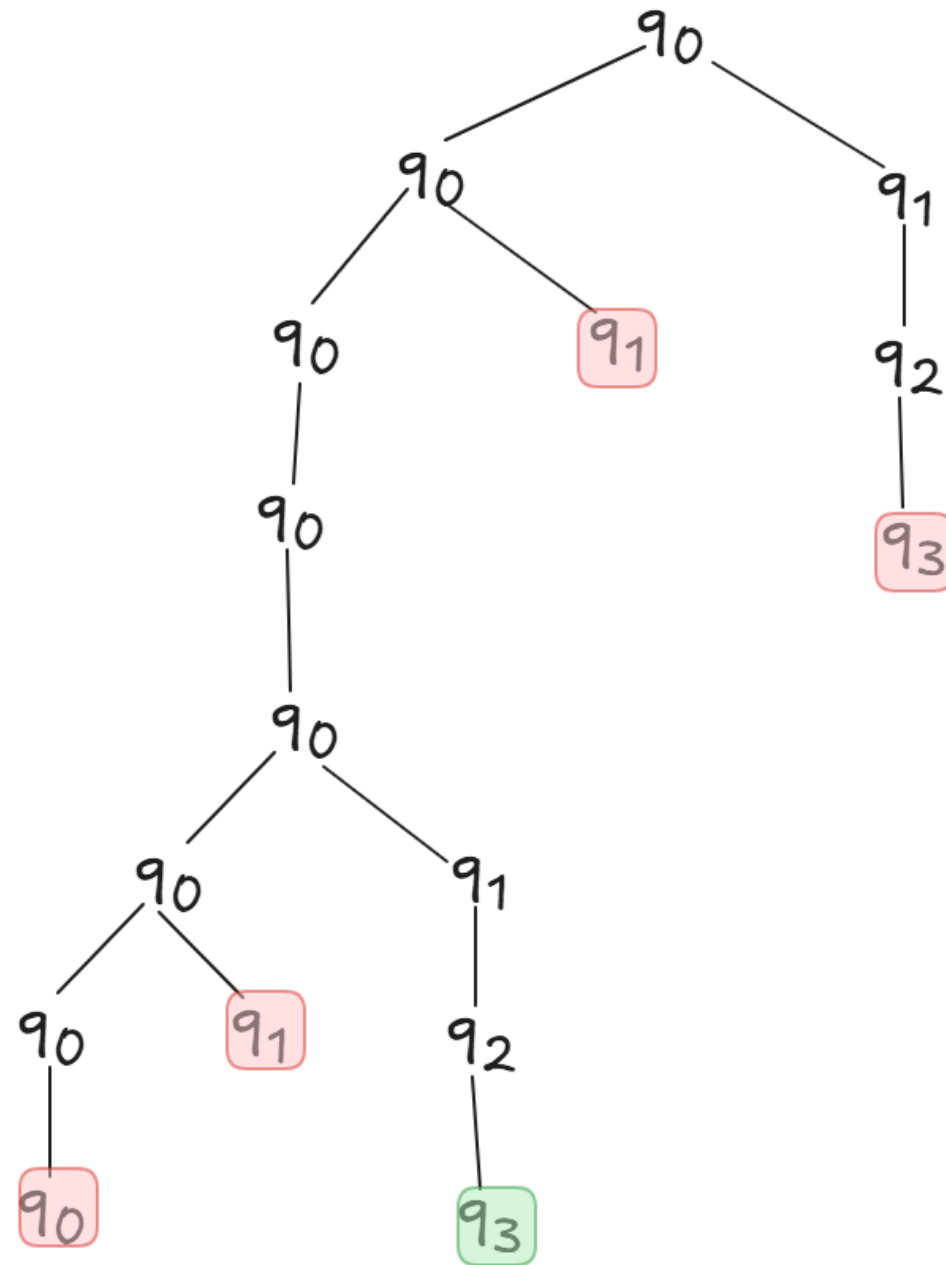
# Kaj je to?

- Kaj če imamo v nekem stanju več možnosti?
- Nedeterminizem se je uveljavil v 1960-ih (poskus širitve izrazne moči)
- **Motivacija:**
  - Poenostavi opis avtomatov – lažje definiramo kompleksne jezike.
  - Teoretično orodje tudi za močnejše modele
  - poenostavi določene dokaze (npr. ekvivalenca z reg. izrazi)

# Primer

Vse besede, ki se končajo na 001.



$$w = 0011001$$


# Formalno

$$M = (Q, \Sigma, q_0, F, \delta)$$

- $Q$  končna množica stanj
- $\Sigma$  končna abeceda
- $q_0 \in Q$  začetno stanje
- $F \subseteq Q$  množica končnih stanj
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

# Izvajanje $\hat{\delta}$

$$\begin{aligned}\hat{\delta}(q, \varepsilon) &= \{q\} \\ \hat{\delta}(q, xa) &= \bigcup_{p \in \hat{\delta}(q, x)} \delta(p, a)\end{aligned}$$

# Jezik nedeterminističnega končnega avtomata

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \emptyset\}$$



# Primer

$$L = \{aab, aab, aaaa\}^*$$

# Nedeterminizem za razpoznavanje vzorcev

