

# 向心力 1 预习部分

## 自主预习

预习新知 夯实基础

### 一、向心力

1.定义：做匀速圆周运动的物体产生向心加速度的原因是它受到了指向圆心的合力，这个合力叫做向心力.

2.方向：始终沿着半径指向圆心.

3.表达式：

$$(1)F_n=m\frac{v^2}{r}$$

$$(2)F_n=m\omega^2r$$

4.向心力是根据力的作用效果来命名的，凡是产生向心加速度的力，不管属于哪种性质，都是向心力.

### 二、变速圆周运动和一般的曲线运动

1.变速圆周运动的合力：变速圆周运动的合力产生两个方向的效果，如图 1 所示.

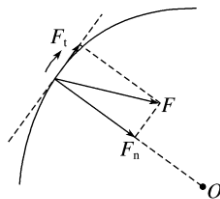


图 1

(1)跟圆周相切的分力  $F_t$ ：产生切向加速度，此加速度描述线速度大小变化的快慢.

(2)指向圆心的分力  $F_n$ ：产生向心加速度，此加速度描述线速度方向改变的快慢.

2.一般的曲线运动的处理方法

(1)一般的曲线运动：运动轨迹既不是直线也不是圆周的曲线运动.

(2)处理方法：可以把曲线分割成许多很短的小段，每一小段可看做一小段圆弧.研究质点在这一小段的运动时，可以采用圆周运动的分析方法进行处理.

### 即学即用

1.判断下列说法的正误.

(1)做匀速圆周运动的物体的向心力是恒力.( × )

(2)向心力和重力、弹力一样，都是根据性质命名的.( × )

(3)向心力可以是物体受到的某一个力，也可以是物体受到的合力.( √ )

(4)变速圆周运动的合力并不指向圆心.( √ )

(5)做变速圆周运动的物体所受合力的大小和方向都改变.( √ )

2.如图 2 所示,圆柱形转筒绕其竖直中心轴转动,小物体贴在圆筒内壁上随圆筒一起转动而不滑落.则下列说法正确的是( )

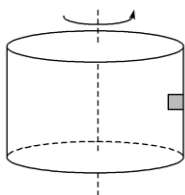


图 2

- A.小物体受到重力、弹力、摩擦力和向心力共 4 个力的作用
- B.小物体随筒壁做圆周运动的向心力是由摩擦力提供的
- C.筒壁对小物体的摩擦力随转速增大而增大
- D.筒壁对小物体的弹力随转速增大而增大

答案 D

解析 小物体随圆筒一起做圆周运动,受重力、弹力和静摩擦力共 3 个力的作用,故选项 A 错误;水平方向上,弹力指向圆心,提供向心力,据牛顿第二定律有:  $F_N = m\omega^2 r$ , 又  $\omega = 2\pi n$  可知转速越大,角速度越大,小物体所受的弹力越大,在竖直方向上,小物体所受的重力和静摩擦力平衡,静摩擦力大小不变,故选项 B、C 错误, D 正确.

## 重点探究

启迪思维 探究重点

### 一、向心力的理解

#### ■ 导学探究

1.如图 3 所示,用细绳拉着质量为  $m$  的小球在光滑水平面上做匀速圆周运动,若小球的线速度为  $v$ ,运动半径为  $r$ ,是什么力产生的向心加速度?该力的大小、方向如何?小球运动的速度  $v$  增大时,绳的拉力大小如何变化?

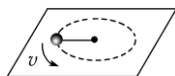


图 3

答案 产生向心加速度的力是小球受到的重力、支持力和绳的拉力的合力.合力等于绳的拉力,大小为  $F = ma_n = m\frac{v^2}{r}$ , 方向指向圆心. $v$  增大,绳的拉力增大.

2.若月球(质量为  $m$ )绕地球做匀速圆周运动的角速度为  $\omega$ ,月地距离为  $r$ ,是什么力产生的加速度?该力的大小、方向如何?

答案 向心加速度  $a_n = \omega^2 r$ , 是地球对月球的引力产生的加速度,引力的大小为  $F = ma_n = m\omega^2 r$ , 方向指向地心.

## ■ 知识深化

1.向心力：使物体做匀速圆周运动的指向圆心的合力.

2.向心力大小： $F_n = ma_n = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$ .

3.向心力的方向

无论是否为匀速圆周运动，其向心力总是沿着半径指向圆心，方向时刻改变，故向心力是变力.

4.向心力的作用效果

改变线速度的方向.由于向心力始终指向圆心，其方向与物体运动方向始终垂直，故向心力不改变线速度的大小.

5.向心力的来源

向心力是根据力的作用效果命名的.它可以由重力、弹力、摩擦力等各种性质的力提供，也可以由它们的合力提供，还可以由某个力的分力提供.

(1)当物体做匀速圆周运动时，由于物体沿切线方向的加速度为零，即切线方向的合力为零，物体受到的合外力一定指向圆心，以提供向心力产生向心加速度.

(2)当物体做非匀速圆周运动时，其向心力为物体所受的合外力在半径方向上的分力，而合外力在切线方向的分力则用于改变线速度的大小.

## 向心力 1 堂练部分

【例 1】关于向心力的说法中正确的是( )

- A.物体由于做圆周运动而产生了向心力
- B.向心力不改变圆周运动中物体速度的大小
- C.对做匀速圆周运动的物体进行受力分析时，一定不要漏掉向心力
- D.做匀速圆周运动的物体其向心力是不变的

答案 B

解析 向心力是物体做圆周运动的原因，故 A 错误；因向心力始终垂直于速度方向，所以它不改变速度的大小，只改变速度的方向，当合外力完全提供向心力时，物体就做匀速圆周运动，该合力大小不变，方向时刻改变，即向心力是变力，故 B 正确，D 错误；向心力是根据力的作用效果命名的，它可能是某种性质的力，也可能是某个力的分力或几个力的合力，受力分析时不能加入向心力，故 C 错误.

【例 2】(多选)如图 4 所示，用长为  $L$  的细线拴住一个质量为  $M$  的小球，使小球在水平面内做匀速圆周运动，细线与竖直方向的夹角为  $\theta$ ，重力加速度为  $g$ ，关于小球的受力情况，下列说法中正确的是( )

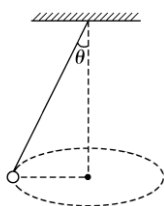


图 4

- A. 小球受到重力、线的拉力和向心力三个力
- B. 向心力是线对小球的拉力和小球所受重力的合力
- C. 向心力的大小等于细线对小球拉力的水平分力
- D. 向心力的大小等于  $Mg \tan \theta$

答案 BCD

## 二、匀速圆周运动问题分析

### 1. 匀速圆周运动问题的求解方法

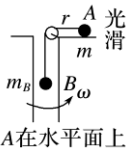
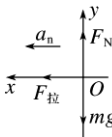
圆周运动问题仍属于一般的动力学问题，无非是由物体的受力情况确定物体的运动情况，或者由物体的运动情况求解物体的受力情况。

解答有关匀速圆周运动问题的一般方法步骤：

- (1) 确定研究对象、轨迹圆周(含圆心、半径和轨道平面)。
- (2) 受力分析，确定向心力的大小(合成法、正交分解法等)。
- (3) 根据向心力公式列方程，必要时列出其他相关方程。
- (4) 统一单位，代入数据计算，求出结果或进行讨论。

### 2. 几种常见的匀速圆周运动实例

图形	画出受力分析图	写出满足的方程及 求出向心加速度
		$\begin{cases} F \cos \theta = mg \\ F \sin \theta = m\omega^2 l \sin \theta \end{cases}$ 或 $mg \tan \theta = m\omega^2 l \sin \theta$ $a_n = g \tan \theta$
		$\begin{cases} F_N \cos \theta = mg \\ F_N \sin \theta = m\omega^2 r \end{cases}$ 或 $mg \tan \theta = m\omega^2 r$ $a_n = g \tan \theta$
		$\begin{cases} F_{\text{机}} \cos \theta = mg \\ F_{\text{机}} \sin \theta = m\omega^2 r \end{cases}$ 或 $mg \tan \theta = m\omega^2 r$

		$a_n = g \tan \theta$
		$\begin{cases} F_N = mg \\ F_{\text{拉}} = m_B g = m \omega^2 r \end{cases}$ $a_n = \omega^2 r$

【例 3】如图 5 所示，已知绳长为  $L=20\text{ cm}$ ，水平杆长为  $L'=0.1\text{ m}$ ，小球质量  $m=0.3\text{ kg}$ ，整个装置可绕竖直轴转动。 $g$  取  $10\text{ m/s}^2$ ，问：(结果保留三位有效数字)

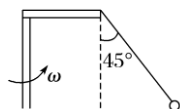


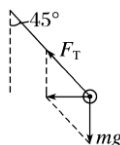
图 5

(1)要使绳子与竖直方向成  $45^\circ$  角，试求该装置必须以多大的角速度转动？

(2)此时绳子的张力为多大？

答案 (1)6.44 rad/s (2)4.24 N

解析 小球绕竖直轴做圆周运动，其轨道平面在水平面内，对小球受力分析如图所示，设绳对小球拉力为  $F_T$ ，小球重力为  $mg$ ，则绳的拉力与重力的合力提供小球做圆周运动的向心力。



(1)对小球利用牛顿第二定律可得： $mg \tan 45^\circ = m \omega^2 r$ ， $r = L' + L \sin 45^\circ$

联立并将数值代入可得  $\omega \approx 6.44\text{ rad/s}$

(2) $F_T = \frac{mg}{\cos 45^\circ} \approx 4.24\text{ N}$ .

针对训练 如图 6 所示，一只质量为  $m$  的老鹰，以速率  $v$  在水平面内做半径为  $R$  的匀速圆周运动，则空气对老鹰的作用力的大小等于(重力加速度为  $g$ )( )



图 6

A.  $m \sqrt{g^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$

B.  $m \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 - g^2}$

C.  $m \frac{v^2}{R}$

D.  $mg$

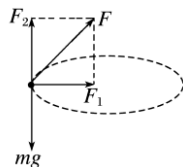
答案 A

解析对老鹰进行受力分析，其受力情况如图所示，老鹰受到重力  $mg$ 、空气对老鹰的作用力

$F$ 由题意可知,力  $F$  沿水平方向的分力提供老鹰做圆周运动的向心力,且其沿竖直方向的分

力与重力平衡,故  $F_1 = \frac{mv^2}{R}$ ,  $F_2 = mg$ , 则  $F = \sqrt{F_2^2 + F_1^2} = \sqrt{(mg)^2 + (m\frac{v^2}{R})^2} = m\sqrt{g^2 + (\frac{v^2}{R})^2}$ ,

A 正确.



## 向心力作业部分

### 达标检测

检测评价 达标过关

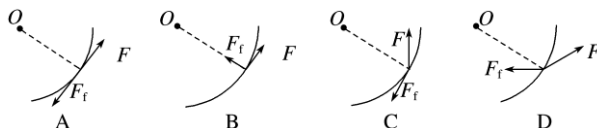
1.(向心力的理解)(多选)下面关于向心力的叙述中,正确的是( )

- A.向心力的方向始终沿着半径指向圆心,所以是一个变力
- B.做匀速圆周运动的物体,除了受到别的物体对它的作用力外,还一定受到一个向心力的作用
- C.向心力可以是重力、弹力、摩擦力中的某个力,也可以是这些力中某几个力的合力,或者是某一个力的分力
- D.向心力只改变物体速度的方向,不改变物体速度的大小

答案 ACD

解析 向心力是根据力的作用效果来命名的,它可以是物体受力的合力,也可以是某一个力的分力,因此,在进行受力分析时,不能再分析向心力.向心力时刻指向圆心,与线速度方向垂直,所以向心力只改变速度方向,不改变速度大小, A、C、D 正确.

2.(向心力的来源)狗拉雪橇沿位于水平面内的圆弧形道路匀速率行驶,下列给出的四个关于雪橇受到的牵引力  $F$  及摩擦力  $F_f$  的示意图(图中  $O$  为圆心)正确的是( )



答案 C

解析 滑动摩擦力的方向与相对运动方向相反,雪橇做匀速圆周运动,合力应该指向圆心,可知 C 正确, A、B、D 错误.

4.(向心力公式的应用)(2019·南阳市高一下学期期末)如图 10 所示,长为  $L$  的细绳的一端固定于  $O$  点,另一端系一个小球,在  $O$  点的正下方钉一个光滑的小钉子  $A$ , 小球从一定高度

摆下，当细绳与钉子相碰时，钉子的位置距小球 $\frac{L}{4}$ ，则细绳碰到钉子前、后瞬间( )

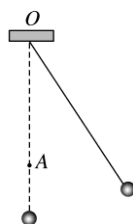


图 10

- A.绳对小球的拉力之比为 1 : 4
- B.小球所受合外力之比为 1 : 4
- C.小球做圆周运动的线速度之比为 1 : 4
- D.小球做圆周运动的角速度之比为 4 : 1

答案 B

解析 细绳与钉子相碰前后线速度大小不变，即线速度之比为 1 : 1，半径变小，根据  $v = \omega r$  得知，角速度之比为 1 : 4，故 C、D 错误。根据  $F_{\text{合}} = F - mg = m\frac{v^2}{r}$ ，则合外力之比为 1 : 4，

选项 B 正确；拉力  $F = mg + m\frac{v^2}{r}$ ，可知拉力之比  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{g + \frac{v^2}{L}}{g + \frac{4v^2}{L}} = \frac{gL + v^2}{gL + 4v^2} \neq \frac{1}{4}$ ，选项 A 错误。

5.(向心力公式的应用)如图 11 所示，两个质量不同的小球用长度不等的细线拴在同一点，并在同一水平面内做同方向的匀速圆周运动，则它们的( )

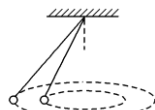
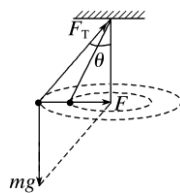


图 11

- A.运动周期不同
- B.运动线速度大小相同
- C.运动角速度大小相同
- D.向心加速度大小相同

答案 C

解析 对其中一个小球受力分析，如图，受重力，绳子的拉力，由于小球做匀速圆周运动，故合力提供向心力；将重力与拉力合成，合力指向圆心，由几何关系得，合力： $F = mg \tan \theta$ ①



由向心力公式得:  $F = m\omega^2 r$  ②

设小球与悬挂点间的高度差为  $h$ , 由几何关系, 得:  $r = h \tan \theta$  ③

由①②③得,  $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$ , 可知角速度大小与绳子的长度和转动半径无关, 两球角速度大小相同, 故 C 正确; 又由  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  可知两球运动周期相同, 故 A 错误; 由  $v = \omega r$  可知, 两球转动半径不等, 线速度大小不同, 故 B 错误; 由  $a = \omega^2 r$  可知, 两球转动半径不等, 向心加速度大小不同, 故 D 错误.

## 课时对点练

注重双基 强化落实

### [基础对点练]

#### 考点一 向心力的理解及向心力来源分析

3.(2019·泉州五中期中)如图 2 所示, 在粗糙水平木板上放一个物块, 使水平木板和物块一起在竖直平面内沿逆时针方向做匀速圆周运动,  $ab$  为水平直径,  $cd$  为竖直直径, 在运动过程中木板始终保持水平, 物块相对木板始终静止, 则( )

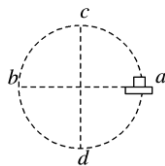


图 2

- A. 物块始终受到三个力作用
- B. 只有在  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  四点, 物块受到的合外力才指向圆心
- C. 从  $a$  到  $b$ , 物块所受的摩擦力先增大后减小
- D. 从  $b$  到  $a$ , 物块处于超重状态

答案 D

解析 在  $c$ 、 $d$  两点处, 只受重力和支持力, 在其他位置处物块受到重力、支持力、静摩擦力三个作用力, 故 A 错误; 物块做匀速圆周运动, 合外力提供向心力, 所以合外力始终指向圆心, 故 B 错误; 从  $a$  运动到  $b$ , 物块的加速度的方向始终指向圆心, 水平方向的加速度先减小后反向增大, 根据牛顿第二定律知, 物块所受木板的摩擦力先减小后增大, 故 C 错误; 从  $b$  运动到  $a$ , 向心加速度有向上的分量, 则物块处于超重状态, 故 D 正确.

4.(多选)(2019·安徽师大附中高一下学期期末)如图 3 所示, 小球  $m$  用两根长度相等的细绳系在竖直杆上, 细绳不可伸长, 当杆旋转时, 对小球受力分析正确的是( )



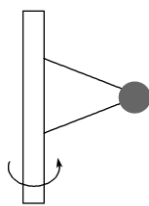


图 3

- A.受重力、绳的拉力和向心力作用
- B.可能受重力、一根绳的拉力共两个力作用
- C.可能受重力、两根绳的拉力共三个力作用
- D.上面一根绳的拉力总大于小球的重力

答案 BCD

解析 转速较小时, 小球受重力和一根绳的拉力作用, 转速较大时, 小球受重力和两根绳的拉力作用, 故 A 错误, B、C 正确. 只有上面一根绳有拉力时, 绳的竖直分力大小等于球的重力; 如果两根绳都有拉力, 上面绳的竖直分力大小等于球的重力和下面绳拉力的竖直分力之和, 所以上面一根绳的拉力一定比球的重力大, 故 D 正确.

#### 考点二 向心力公式的应用

5.(多选)在光滑的水平面上, 用长为  $l$  的细线拴一质量为  $m$  的小球, 以角速度  $\omega$  做匀速圆周运动, 下列说法中正确的是( )

- A. $l$ 、 $\omega$  不变,  $m$  越大, 线越易被拉断
- B. $m$ 、 $\omega$  不变,  $l$  越小, 线越易被拉断
- C. $m$ 、 $l$  不变,  $\omega$  越大, 线越易被拉断
- D. $m$  不变,  $l$  减半且角速度加倍时, 线的拉力不变

答案 AC

解析 线上拉力越大, 线越容易断, 由向心力表达式  $F_{\text{向}} = m\omega^2 l$  可知, A、C 项正确, B 项错误;  $m$  不变,  $l$  减半而角速度  $\omega$  加倍时, 线的拉力加倍, D 项错误.

7.(2019·安徽师大附中高一下学期期末)如图 5 所示, 竖直固定的锥形漏斗内壁是光滑的, 内壁上有两个质量相等的小球 A 和 B, 在各自不同的水平面内做匀速圆周运动. 以下关于 A、B 两球做圆周运动时的速度( $v_A$ 、 $v_B$ )、角速度( $\omega_A$ 、 $\omega_B$ )、加速度( $a_A$ 、 $a_B$ )和对内壁的压力( $F_{NA}$ 、 $F_{NB}$ )的说法正确的是( )

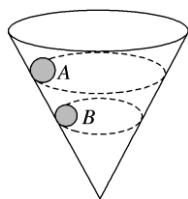


图 5

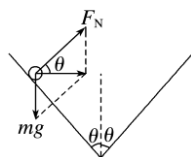
- A. $v_A > v_B$
- B. $\omega_A > \omega_B$

C.  $a_A > a_B$

D.  $F_{NA} > F_{NB}$

答案 A

解析 对小球受力分析如图所示, 可得  $F_N = \frac{mg}{\sin \theta}$ ,  $F_n = \frac{mg}{\tan \theta}$ , 由于两个小球的质量相同, 并且都是在水平面内做匀速圆周运动, 即  $\theta$  相同, 所以两个小球的向心力的大小和受到的支持力的大小都相同, 所以有  $F_{NA} = F_{NB}$ ,  $a_A = a_B$ , 故 C、D 错误; 由于它们的受力相同, 向心力的大小也相同, 由向心力的公式  $F_n = m \frac{v^2}{r}$  可知, 半径大的, 线速度大, 所以  $v_A > v_B$ , 故 A 正确; 由向心力的公式  $F_n = mr\omega^2$  可知, 半径大的, 角速度小, 所以  $\omega_A < \omega_B$ , 故 B 错误.



8.(多选)如图 6 所示, 在双人花样滑冰运动中, 有时会看到被男运动员拉着的女运动员离开地面在空中做圆锥摆运动的精彩场面, 目测体重为  $G$  的女运动员做圆锥摆运动时和水平冰面的夹角约为  $30^\circ$ , 重力加速度为  $g$ , 估算该女运动员( )



图 6

A. 受到的拉力为  $\sqrt{3}G$

B. 受到的拉力为  $2G$

C. 向心加速度为  $\sqrt{3}g$

D. 向心加速度为  $2g$

答案 BC

解析 设女运动员受到的拉力为  $F$ , 分析女运动员受力情况可知,  $F \sin 30^\circ = G$ ,  $F \cos 30^\circ = ma_{\text{向}}$ , 可得:  $F = 2G$ ,  $a_{\text{向}} = \sqrt{3}g$ , 故 B、C 正确.

## 向心力 2 预习部分

### 三、变速圆周运动和一般的曲线运动

#### ■ 导学探究

用绳拴一沙袋, 使沙袋在光滑水平面上做变速圆周运动, 如图 7.

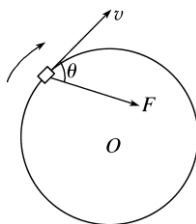


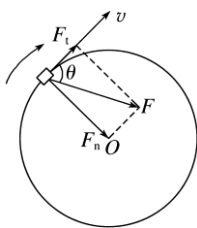
图 7

(1)分析绳对沙袋的拉力的作用效果.

(2)如果将拉力按照其作用效果进行分解,两个分力各产生了怎样的加速度?分加速度的作用效果如何?

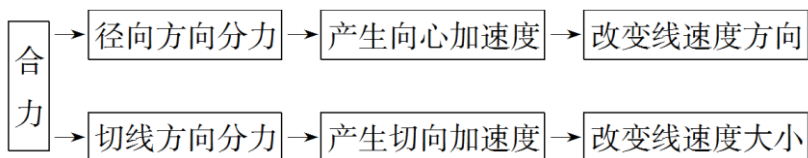
**答案** (1)绳对沙袋的拉力方向不经过圆心,即不与沙袋的速度方向垂直,而是与沙袋的速度方向成一锐角  $\theta$ ,如题图,拉力  $F$  有两个作用效果,一是改变线速度的大小,二是改变线速度的方向.

(2)根据  $F$  产生的作用效果,可以把  $F$  分解为两个相互垂直的分力:与圆周相切的分力  $F_t$  和指向圆心的分力  $F_n$ ;  $F_t$  产生切线方向的加速度,改变线速度的大小,  $F_n$  产生向心加速度,改变线速度的方向.



### 知识深化

1.受力特点:变速圆周运动中合力不指向圆心,合力  $F$  产生改变速度大小和方向两个作用效果.



2.某一点的向心加速度和向心力仍可用公式  $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ ,  $F_n = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$  求解.

**【例 4】** 如图 8 所示,物块  $P$  置于水平转盘上随转盘一起运动,图中  $c$  方向沿半径指向圆心,  $a$  方向与  $c$  方向垂直.当转盘逆时针转动时,下列说法正确的是( )

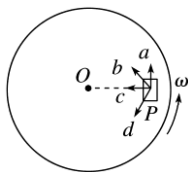


图 8

- A.当转盘匀速转动时,  $P$  所受摩擦力方向为  $c$
- B.当转盘匀速转动时,  $P$  不受转盘的摩擦力
- C.当转盘加速转动时,  $P$  所受摩擦力方向可能为  $a$
- D.当转盘减速转动时,  $P$  所受摩擦力方向可能为  $b$

答案 A

**解析** 转盘匀速转动时,物块  $P$  所受的重力和支持力平衡,摩擦力提供其做匀速圆周运动的向心力,故摩擦力方向指向圆心  $O$  点, A 项正确, B 项错误;当转盘加速转动时,物块  $P$  做加速圆周运动,不仅有沿  $c$  方向指向圆心的向心力,还有指向  $a$  方向的切向力,使线速度大小增大,两方向的合力即摩擦力可能沿  $b$  方向,不可能沿  $a$  方向, C 项错误;当转盘减速转动时,物块  $P$  做减速圆周运动,不仅有沿  $c$  方向指向圆心的向心力,还有与  $a$  方向相反的切向力,使线速度大小减小,两方向的合力即摩擦力可能沿  $d$  方向,不可能沿  $b$  方向, D 项错误.

■ 归纳总结 ■

匀速圆周运动与变速圆周运动的比较

运动种类 项目	匀速圆周运动	变速圆周运动
特点	$v$ 、 $a_n$ 、 $F_n$ 大小不变但方向变化, $\omega$ 、 $T$ 、 $n$ 不变	$v$ 、 $a_n$ 、 $F_n$ 、 $\omega$ 、 $T$ 、 $n$ 均变化
向心力来源	合力	合力沿半径方向的分力
周期性	有	不一定有
条件	合力的大小不变,方向始终与线速度方向垂直且指向圆心	合力方向与线速度方向不垂直
性质	均是非匀变速曲线运动	
公式	$F_n = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$ , $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$	

向心力 2 堂练部分

达标检测 检测评价 达标过关

3.(向心力公式的应用)(2019·棠湖中学高一质检)如图 9 所示,某同学用硬塑料管和一个质量为  $m$  的铁质螺丝帽研究匀速圆周运动,将螺丝帽套在塑料管上,手握塑料管使其保持竖直并在水平方向做半径为  $r$  的匀速圆周运动,则只要运动角速度合适,螺丝帽恰好不下滑,假设螺丝帽与塑料管间的动摩擦因数为  $\mu$ ,认为最大静摩擦力近似等于滑动摩擦力.重力加速度为  $g$ ,则在该同学手转塑料管使螺丝帽恰好不下滑时,下列分析正确的是( )

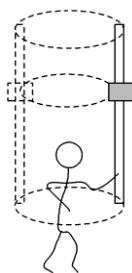


图 9

- A. 螺丝帽在重力和摩擦力作用下处于平衡状态
- B. 螺丝帽受到塑料管的弹力方向水平向外, 背离圆心
- C. 此时手转动塑料管的角速度  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu r}}$
- D. 若塑料管的转动加快, 螺丝帽有可能相对塑料管发生运动

答案 C

解析 螺丝帽恰好不下滑, 则有  $\mu F_N = mg$ , 螺丝帽做匀速圆周运动, 塑料管的弹力  $F_N$  提供向心力, 则  $F_N = m\omega^2 r$ , 联立解得  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu r}}$ , 故 C 正确.

## 向心力 2 作业部分

### 课时对点练

注重双基 强化落实

#### [基础对点练]

- 对做圆周运动的物体所受的向心力说法正确的是( )
  - A. 做匀速圆周运动的物体, 因向心力总是沿半径指向圆心, 且大小不变, 故向心力是一个恒力
  - B. 因向心力指向圆心, 且与线速度方向垂直, 所以它不能改变线速度的大小
  - C. 向心力一定是物体所受的合外力
  - D. 向心力和向心加速度的方向都是不变的

答案 B

解析 做匀速圆周运动的物体向心力大小恒定, 方向总是指向圆心, 是一个变力, A 错; 向心力只改变线速度方向, 不改变线速度大小, B 对; 只有做匀速圆周运动的物体的向心力是由物体所受合外力提供的, C 错; 向心力与向心加速度的方向总是指向圆心, 是时刻变化的, D 错.

- 如图 1, 一水平圆盘可绕一通过圆心且垂直于盘面的竖直轴转动, 在圆盘上放一块橡皮, 橡皮块随圆盘一起转动(俯视为逆时针). 某段时间圆盘转速不断增大, 但橡皮块仍相对圆盘静止, 在这段时间内, 关于橡皮块所受合力  $F$  的方向的四种表示(俯视图)中, 正确的是( )



## 自主预习

## 一、铁路的弯道

## 1. 火车在弯道上的运动特点

火车在弯道上运动时做圆周运动，具有向心加速度，由于其质量太大，因此需要很大的向心力。

## 2. 转弯处内外轨一样高的缺点

如果转弯处内外轨一样高，则由外轨对轮缘的弹力提供向心力，这样铁轨和车轮极易受损。

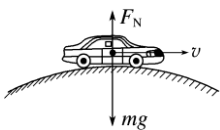
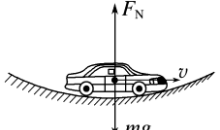
## 3. 铁路弯道的特点

(1) 转弯处外轨略高于内轨。

(2) 铁轨对火车的支持力不是竖直向上的，而是斜向弯道的内侧。

(3) 铁轨对火车的支持力与火车所受重力的合力指向轨道的圆心，它提供了火车以规定速度行驶时的向心力。

## 二、拱形桥

	汽车过凸形桥	汽车过凹形桥
受力分析		
向心力	$F_n = \underline{mg - F_N} = m \frac{v^2}{r}$	$F_n = \underline{F_N - mg} = m \frac{v^2}{r}$
对桥的压力	$F_N' = \underline{mg - m \frac{v^2}{r}}$	$F_N' = \underline{mg + m \frac{v^2}{r}}$
结论	汽车对桥的压力 <u>小于</u> 汽车的重力，而且汽车速度越大，对桥的压力越 <u>小</u>	汽车对桥的压力 <u>大于</u> 汽车的重力，而且汽车速度越大，对桥的压力越 <u>大</u>

## 三、航天器中的失重现象

1. 向心力分析：宇航员受到的地球引力与座舱对他的支持力的合力提供向心力， $\underline{mg - F_N} = m \frac{v^2}{r}$ ，所以  $F_N = \underline{mg - m \frac{v^2}{r}}$ 。

2. 完全失重状态：当  $v = \sqrt{rg}$  时，座舱对宇航员的支持力  $F_N = 0$ ，宇航员处于完全失重状态。

## 四、离心运动

1. 定义：做圆周运动的物体沿切线飞出或做逐渐远离圆心的运动。

2. 原因：向心力突然消失或合力不足以提供所需的向心力。

### 3.离心运动的应用和防止

(1)应用：离心干燥器；洗衣机的脱水筒；离心制管技术.

(2)防止：汽车在公路转弯处必须限速行驶；转动的砂轮、飞轮的转速不能太高.

#### ► 即学即用

1.判断下列说法的正误.

(1)铁路的弯道处，内轨高于外轨.( × )

(2)汽车驶过凸形桥顶部时，对桥面的压力等于车重.( × )

(3)汽车行驶至凹形桥底部时，对桥面的压力大于车重.( √ )

(4)绕地球做匀速圆周运动的航天器中的宇航员处于完全失重状态，故不再受重力.( × )

(5)航天器中处于完全失重状态的物体所受合力为零.( × )

(6)做离心运动的物体可以沿半径方向向外运动.( × )

2.如图 1 所示，汽车在通过水平弯道时，轮胎与地面间的摩擦力已达到最大值，若汽车转弯的速率增大到原来的 $\sqrt{2}$ 倍，为使汽车转弯时仍不打滑，其转弯半径应变为原来的\_\_\_\_\_倍.



图 1

答案 2

解析 汽车所受的摩擦力提供向心力，则有  $F_f = \frac{mv^2}{r}$ ， $F_f$  不变， $v$  增大为  $\sqrt{2}v$ ，则弯道半径要变为原来的 2 倍.

#### 重点探究

启迪思维 探究重点

### 一、火车转弯问题

#### 1.弯道的特点

在实际的火车转弯处，外轨高于内轨，若火车转弯所需的向心力完全由重力和支持力的合力提供，即  $mg \tan \theta = m \frac{v_0^2}{R}$ ，如图 2 所示，则  $v_0 = \sqrt{gR \tan \theta}$ ，其中  $R$  为弯道半径， $\theta$  为轨道平面与水平面间的夹角， $v_0$  为转弯处的规定速度.

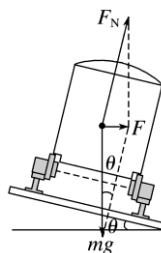




图 2

## 2.速度与轨道压力的关系

(1)当火车行驶速度  $v$  等于规定速度  $v_0$  时, 所需向心力仅由重力和支持力的合力提供, 此时内外轨道对火车无挤压作用.

(2)当火车行驶速度  $v > v_0$  时, 外轨道对轮缘有侧压力.

(3)当火车行驶速度  $v < v_0$  时, 内轨道对轮缘有侧压力.

**【例 1】** 铁路在弯道处的内外轨道高度是不同的, 已知内外轨道平面与水平面的夹角为  $\theta$ , 如图 3 所示, 弯道处的圆弧半径为  $R$ , 若质量为  $m$  的火车转弯时速度等于  $\sqrt{gR \tan \theta}$ , 则( )

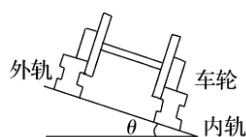


图 3

A.内轨对内侧车轮轮缘有挤压

B.外轨对外侧车轮轮缘有挤压

C.这时铁轨对火车的支持力等于  $\frac{mg}{\cos \theta}$

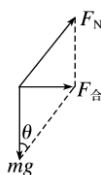
D.这时铁轨对火车的支持力大于  $\frac{mg}{\cos \theta}$

**答案 C**

**解析** 由牛顿第二定律  $F_{\text{合}} = m \frac{v^2}{R}$ , 解得  $F_{\text{合}} = mg \tan \theta$ , 此时火车受重力和铁路轨道的支持力

作用, 如图所示,  $F_N \cos \theta = mg$ , 则  $F_N = \frac{mg}{\cos \theta}$ , 内、外轨道对火车均无侧压力, 故 C 正确,

A、B、D 错误.



**【例 2】** (多选)公路急转弯处通常是交通事故多发地带.如图 4, 某公路急转弯处是一圆弧, 当汽车行驶的速率为  $v_0$  时, 汽车恰好没有向公路内外两侧滑动的趋势.则在该弯道处( )

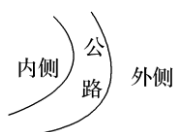


图 4

A.路面外侧高、内侧低

B.车速只要低于  $v_0$ , 车辆便会向内侧滑动

C.车速虽然高于  $v_0$ ，但只要不超出某一最高限度，车辆便不会向外侧滑动

D.当路面结冰时，与未结冰时相比， $v_0$  的值变小

答案 AC

解析 当汽车行驶的速率为  $v_0$  时，汽车恰好没有向公路内外两侧滑动的趋势，即不受静摩擦力，此时由重力和支持力的合力提供向心力，所以路面外侧高、内侧低，选项 A 正确；当车速低于  $v_0$  时，需要的向心力小于重力和支持力的合力，汽车有向内侧运动的趋势，受到的静摩擦力向外侧，并不一定会向内侧滑动，选项 B 错误；当车速高于  $v_0$  时，需要的向心力大于重力和支持力的合力，汽车有向外侧运动的趋势，静摩擦力向内侧，速度越大，静摩擦力越大，只有静摩擦力达到最大以后，车辆才会向外侧滑动，选项 C 正确；由  $mg \tan \theta = m \frac{v_0^2}{r}$  可知， $v_0$  的值只与路面与水平面的夹角和弯道的半径有关，与路面的粗糙程度无关，选项 D 错误。

## 堂练部分

### 二、汽车过桥问题与航天器中的失重现象

#### 1.拱形桥问题

(1)汽车过拱形桥(如图 5)

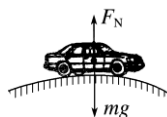


图 5

汽车在最高点满足关系： $mg - F_N = m \frac{v^2}{R}$ ，即  $F_N = mg - m \frac{v^2}{R}$ 。

①当  $v = \sqrt{gR}$  时， $F_N = 0$ 。

②当  $0 \leq v < \sqrt{gR}$  时， $0 < F_N \leq mg$ 。

③当  $v > \sqrt{gR}$  时，汽车将脱离桥面做平抛运动，发生危险。

说明：汽车通过拱形桥的最高点时，向心加速度向下，汽车对桥的压力小于其自身的重力，而且车速越大，压力越小，此时汽车处于失重状态。

(2)汽车过凹形桥(如图 6)

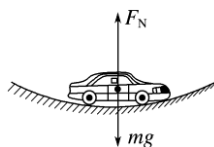


图 6

汽车在最低点满足关系:  $F_N - mg = \frac{mv^2}{R}$ , 即  $F_N = mg + \frac{mv^2}{R}$ .

**说明:** 汽车通过凹形桥的最低点时, 向心加速度向上, 而且车速越大, 压力越大, 此时汽车处于超重状态. 由于汽车对桥面的压力大于其自身重力, 故凹形桥易被压垮, 因而实际中拱形桥多于凹形桥.

## 2. 绕地球做圆周运动的卫星、飞船、空间站处于完全失重状态.

(1) 质量为  $M$  的航天器在近地轨道运行时, 航天器的重力提供向心力, 满足关系:  $Mg = M\frac{v^2}{R}$ ,

则  $v = \sqrt{gR}$ .

(2) 质量为  $m$  的航天员: 航天员的重力和座舱对航天员的支持力的合力提供向心力, 满足关系:  $mg - F_N = \frac{mv^2}{R}$ .

当  $v = \sqrt{gR}$  时,  $F_N = 0$ , 即航天员处于完全失重状态.

(3) 航天器内的任何物体都处于完全失重状态.

**【例 3】** (2018·山西省实验中学高一下期中) 如图 7 所示, 地球可以看成是一个巨大的拱形桥, 桥面半径  $R = 6\,400\text{ km}$ , 地面上行驶的汽车中驾驶员的重力  $G = 800\text{ N}$ , 在汽车不离开地面的前提下, 下列分析中正确的是( )



图 7

- A. 汽车的速度越大, 则汽车对地面的压力也越大
- B. 不论汽车的行驶速度如何, 驾驶员对座椅压力大小都等于  $800\text{ N}$
- C. 只要汽车行驶, 驾驶员对座椅压力大小都小于他自身的重力
- D. 如果某时刻速度增大到使汽车对地面压力为零, 则此时驾驶员会有超重的感觉

**答案 C**

**解析** 汽车的重力和地面对汽车的支持力的合力提供向心力, 则有  $mg - F_N = m\frac{v^2}{R}$ , 重力是一定的,  $v$  越大, 则  $F_N$  越小, 故 A、B 错误; 由  $F_N = mg - m\frac{v^2}{R}$  和牛顿第三定律知驾驶员对座椅压力小于他自身的重力, 故 C 正确; 如果速度增大到使汽车对地面的压力为零, 说明汽车和驾驶员的重力全部用于提供做圆周运动所需的向心力, 处于完全失重状态, 此时驾驶员会有失重的感觉, 故 D 错误.

**【例 4】** 如图 8 所示, 质量  $m = 2.0 \times 10^4\text{ kg}$  的汽车以不变的速率先驶过凹形桥面和凸形桥面, 两桥面的圆弧半径均为  $60\text{ m}$ , 如果桥面承受的压力不超过  $3.0 \times 10^5\text{ N}$ , 则: ( $g$  取  $10\text{ m/s}^2$ )

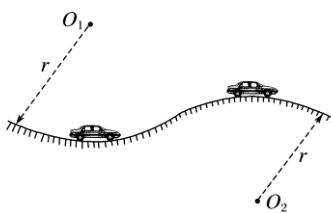


图 8

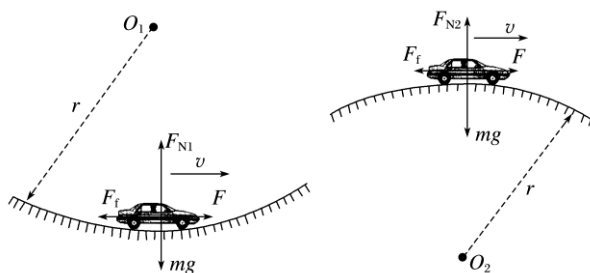
(1)汽车允许的最大速率是多少?

(2)若以所求速率行驶,汽车对桥面的最小压力是多少?

答案 (1) $10\sqrt{3}$  m/s

解析 (1)汽车在凹形桥的底部时,由牛顿第三定律可知,桥面对汽车的支持力  $F_{N1}=3.0\times 10^5$  N, 根据牛顿第二定律  $F_{N1}-mg=m\frac{v^2}{r}$ , 即  $v=\sqrt{(\frac{F_{N1}}{m}-g)r}=10\sqrt{3}$  m/s

由于  $v<\sqrt{gr}=10\sqrt{6}$  m/s, 故在凸形桥最高点上汽车不会脱离桥面, 所以汽车允许的最大速率为  $10\sqrt{3}$  m/s.



## 作业部分

### 达标检测

检测评价 达标过关

1.(火车转弯问题)(多选)全国铁路大面积提速, 给人们的生活带来便利.火车转弯可以看成是在水平面内做匀速圆周运动, 火车速度提高会使外轨受损.为解决火车高速转弯时外轨受损这一难题, 以下措施可行的是( )

- A.适当减小内外轨的高度差
- B.适当增加内外轨的高度差
- C.适当减小弯道半径
- D.适当增大弯道半径

答案 BD

解析 设火车轨道平面的倾角为  $\alpha$  时, 火车转弯时内、外轨均不受损, 根据牛顿第二定律有

$mg \tan \alpha = m \frac{v^2}{r}$ , 解得  $v = \sqrt{gr \tan \alpha}$ , 所以, 为解决火车高速转弯时外轨受损这一难题, 可行的措施是适当增大倾角  $\alpha$  (即适当增加内外轨的高度差) 和适当增大弯道半径  $r$ .

2. (航天器中的失重现象) (多选) 航天飞机在围绕地球做匀速圆周运动过程中, 关于航天员, 下列说法中正确的是( )

- A. 航天员受到的重力消失了
- B. 航天员仍受重力作用, 重力提供其做匀速圆周运动的向心力
- C. 航天员处于超重状态
- D. 航天员对座椅的压力为零

答案 BD

解析 航天飞机在绕地球做匀速圆周运动时, 依然受地球的吸引力, 而且正是这个吸引力提供航天飞机绕地球做圆周运动的向心力, 航天员的加速度与航天飞机的相同, 也是重力提供向心力, 即  $mg = m \frac{v^2}{R}$ , 选项 A 错误, B 正确; 此时航天员不受座椅弹力, 即航天员对座椅的压力为零, 处于完全失重状态, 选项 D 正确, C 错误.

3. (汽车转弯与过桥问题) (2019·山西现代双语学校期中) 在高级沥青铺设的高速公路上, 汽车的设计时速是 108 km/h, 汽车在这种路面上行驶时, 它的轮胎与地面的最大静摩擦力等于车重的  $\frac{3}{5}$  ( $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ ).

(1) 如果汽车在这种高速公路的弯道上拐弯, 假设弯道的路面是水平的, 其弯道的最小半径是多少?

(2) 如果高速公路上设计了圆弧拱形立交桥, 要使汽车能够以设计时速安全通过圆弧拱桥, 这个圆弧拱形立交桥的半径至少是多少?

答案 (1) 150 m (2) 90 m

解析 设汽车的质量为  $m$ .

(1) 汽车在水平路面上拐弯, 可视为汽车做匀速圆周运动, 其向心力由车与路面间的静摩擦力提供, 当静摩擦力达到最大值时, 由向心力公式可知这时的半径最小, 有  $F_{\max} = \frac{3}{5}mg = m \frac{v^2}{r_{\min}}$

由速度  $v = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$  得

弯道半径  $r_{\min} = 150 \text{ m}$

(2) 汽车过圆弧拱桥, 可看做在竖直平面内做匀速圆周运动, 到达最高点时, 根据向心力公式有  $mg - F_N = m \frac{v^2}{R}$

为了保证安全通过, 车与路面间的弹力  $F_N$  必须大于等于零, 即有  $mg \geq m \frac{v^2}{R}$ , 代入  $v = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ , 得  $R \geq 90 \text{ m}$ .

## [基础对点练]

## 考点一 交通工具的转弯问题

1.如图1所示,质量相等的汽车甲和汽车乙,以相等的速率沿同一水平弯道做匀速圆周运动,汽车甲在汽车乙的外侧.两车沿半径方向受到的摩擦力分别为  $F_{f甲}$  和  $F_{f乙}$ .以下说法正确的是 ( )

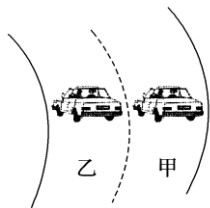


图1

- A.  $F_{f甲}$  小于  $F_{f乙}$
- B.  $F_{f甲}$  等于  $F_{f乙}$
- C.  $F_{f甲}$  大于  $F_{f乙}$
- D.  $F_{f甲}$  和  $F_{f乙}$  的大小均与汽车速率无关

答案 A

解析 汽车在水平面内做匀速圆周运动, 摩擦力提供做匀速圆周运动的向心力, 即  $F_f = F_{向} = m \frac{v^2}{r}$ , 由于  $m_{甲} = m_{乙}$ ,  $v_{甲} = v_{乙}$ ,  $r_{甲} > r_{乙}$ , 则  $F_{f甲} < F_{f乙}$ , A 正确.

2.(多选)如图2所示, 铁路转弯处外轨略高于内轨, 若在某转弯处规定行驶的速度为  $v$ , 则下列说法正确的是( )

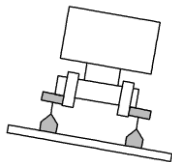


图2

- A. 若火车行驶到转弯处的速度大于规定速度  $v$ , 火车将对外轨有侧向的挤压作用
- B. 弯道半径越大, 火车所需向心力越大
- C. 若火车行驶到转弯处的速度小于规定速度  $v$ , 火车将对外轨有侧向的挤压作用
- D. 若火车要提速行驶, 而弯道半径不变, 弯道的坡度应适当增大

答案 AD

**解析** 火车在转弯处做匀速圆周运动,按规定速度行驶时,其向心力沿水平方向指向弯道内侧,向心力的大小  $F=\frac{mv^2}{r}$ , 弯道半径越大,火车所需的向心力越小, B 错误.若火车行驶到转弯处的速度大于规定速度  $v$ ,则运行过程中需要的向心力增大,火车将对外轨有侧向的挤压作用;若火车行驶到转弯处的速度小于规定速度  $v$ ,则运行过程中需要的向心力减小,而火车重力和支持力的合力将大于需要的向心力,火车将对内轨有侧向的挤压作用,故 A 正确, C 错误.若火车要提速行驶,而弯道半径不变,在转弯处运行需要的向心力增大,应适当增大弯道的坡度,使火车所受的重力和支持力的合力变大, D 正确.

3.在高速公路的拐弯处,通常路面都是外高内低.如图 3 所示,在某路段汽车向左拐弯,司机左侧的路面比右侧的路面低一些.汽车的运动可看做是半径为  $R$  的圆周运动.设内、外路面高度差为  $h$ ,路基的水平宽度为  $d$ ,路面的宽度为  $L$ .已知重力加速度为  $g$ .要使车轮与路面之间的横向摩擦力(即垂直于前进方向)等于零,则汽车转弯时的车速应等于( )

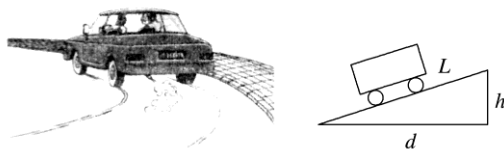


图 3

- A.  $\sqrt{\frac{gRh}{L}}$                       B.  $\sqrt{\frac{gRh}{d}}$   
C.  $\sqrt{\frac{gRL}{h}}$                       D.  $\sqrt{\frac{gRd}{h}}$

**答案 B**

**解析** 设路面的倾角为  $\theta$ ,根据牛顿第二定律得  $mg \tan \theta = m \frac{v^2}{R}$ , 又由数学知识可知  $\tan \theta = \frac{h}{d}$ ,

联立解得  $v = \sqrt{\frac{gRh}{d}}$ , 选项 B 正确.

4.摆式列车是集电脑、自动控制等高新技术于一体的新型高速列车,如图 4 所示.当列车转弯时,在电脑控制下,车厢会自动倾斜;行驶在直轨上时,车厢又恢复原状,就像玩具“不倒翁”一样.假设有一摆式列车在水平面内行驶,以 360 km/h 的速度转弯,转弯半径为 1 km,则质量为 50 kg 的乘客,在转弯过程中所受到的火车对他的作用力为( $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ )( )



图 4

- A. 500 N                      B. 1 000 N  
C.  $500\sqrt{2}$  N                      D. 0

**答案 C**





D.给小球一个很小的初速度, 小球就能在细绳拉力下在竖直面内做圆周运动

答案 D

解析 重物处于完全失重状态, 对台秤的压力为零, 无法通过台秤测量重物的质量, 故 A 错误; 水杯中的水处于完全失重状态, 不会因重力而流入嘴中, 故 B 错误; 沙子处于完全失重状态, 不能通过沉淀法与水分离, 故 C 错误; 小球处于完全失重状态, 给小球一个很小的初速度, 小球能在拉力作用下在竖直面内做圆周运动, 故 D 正确.

## 周末作业

### 考点 1: 向心加速度与向心力

8.(多选)(2019·北京十二中期末)如图 7 所示, 一根细线下端拴一个金属小球  $P$ , 细线的上端固定在金属块  $Q$  上,  $Q$  放在带小孔的水平桌面上, 小球在某一水平面内做匀速圆周运动(即圆锥摆).现使小球在一个更高一些的水平面内做匀速圆周运动(图上未画出), 两次金属块  $Q$  都保持在桌面上静止, 则后一种情况与原来相比较, 下列说法正确的是( )

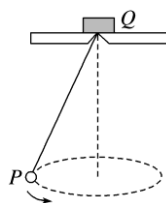


图 7

- A.小球  $P$  运动的周期变大
- B.小球  $P$  运动的线速度变大
- C.小球  $P$  运动的角速度变小
- D. $Q$  受到桌面的支持力不变

答案 BD

解析 设细线与竖直方向的夹角为  $\theta$ , 细线的拉力大小为  $F_T$ , 细线的长度为  $L$ .球  $P$  做匀速圆周运动时, 由重力和细线的拉力的合力提供向心力, 则有  $mg \tan \theta = m\omega^2 L \sin \theta$ , 得角速度  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$ , 周期  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$ , 线速度  $v = r\omega = L \sin \theta \cdot \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}} = \sqrt{gL \tan \theta \sin \theta}$ , 小球在一个更高一些的水平面内做匀速圆周运动时,  $\theta$  增大,  $\cos \theta$  减小, 角速度增大, 周期  $T$  减小, 线速度变大, 选项 B 正确, A、C 错误; 金属块  $Q$  保持在桌面上静止, 对金属块和小球研究, 在竖直方向没有加速度, 根据平衡条件可知,  $Q$  受到桌面的支持力等于  $Q$  与小球的总重力, 保持不变, 选项 D 正确.

9.(多选)如图 8 所示,  $A$ 、 $B$  两球穿过光滑水平杆, 两球间用一细绳连接, 当该装置绕竖直轴  $OO'$  匀速转动时, 两球在杆上恰好不发生滑动. 若两球质量之比  $m_A : m_B = 2 : 1$ , 那么关于  $A$ 、 $B$  两球的下列说法中正确的是( )

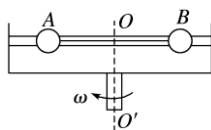


图 8

A.  $A$ 、 $B$  两球受到的向心力之比为  $2 : 1$

B.  $A$ 、 $B$  两球角速度之比为  $1 : 1$

C.  $A$ 、 $B$  两球运动半径之比为  $1 : 2$

D.  $A$ 、 $B$  两球向心加速度之比为  $1 : 2$

答案 BCD

解析 两球的向心力都由细绳的拉力提供, 大小相等, 两球都随杆一起转动, 角速度相等, A 错误, B 正确. 设两球的运动半径分别为  $r_A$ 、 $r_B$ , 转动角速度为  $\omega$ , 则  $m_A r_A \omega^2 = m_B r_B \omega^2$ , 因为  $m_A : m_B = 2 : 1$ , 所以运动半径之比为  $r_A : r_B = 1 : 2$ , C 正确. 由牛顿第二定律  $F = ma$  可知  $a_A : a_B = 1 : 2$ , D 正确.

10. 质量相等的小球  $A$ 、 $B$  分别固定在轻杆的中点及端点, 当杆在光滑的水平面上绕  $O$  点匀速转动时, 如图 9 所示, 求杆的  $OA$  段及  $AB$  段对球的拉力之比.

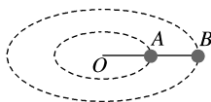
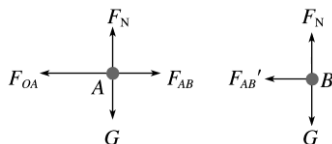


图 9

答案 3 : 2

解析 球所受的重力和水平面的支持力在竖直面内, 且是一对平衡力, 不能提供向心力. 球做圆周运动的向心力由杆的  $OA$  段和  $AB$  段的拉力提供.



分别隔离  $A$ 、 $B$  受力分析, 如图所示. 由于  $A$ 、 $B$  放在水平面上, 故  $G = F_N$ , 又有  $A$ 、 $B$  固定在同一根轻杆上, 所以  $A$ 、 $B$  的角速度相同, 设角速度为  $\omega$ , 则由向心力公式可得: 对  $A$ :  $F_{OA} - F_{AB} = m r \omega^2$ , 对  $B$ :  $F_{AB}' = 2 m r \omega^2$  又  $F_{AB} = F_{AB}'$ , 联立三式, 解得  $F_{OA} : F_{AB} = 3 : 2$ .

11. 如图 10 所示, 有一质量为  $m$  的小球在光滑的半球形碗内做匀速圆周运动, 轨道平面在水平面内. 已知小球与半球形碗的球心  $O$  的连线跟竖直方向的夹角为  $\theta$ , 半球形碗的半径为  $R$ , 重力加速度为  $g$ , 求小球做匀速圆周运动的速度大小及碗壁对小球的弹力大小.

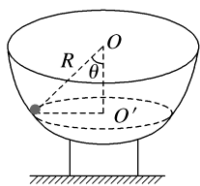
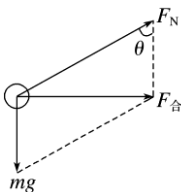


图 10

答案  $\sqrt{\frac{gR}{\cos \theta}} \cdot \sin \theta \quad \frac{mg}{\cos \theta}$

解析

小球受力如图所示,



$$mg \tan \theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = R \sin \theta$$

$$F_N \cos \theta = mg$$

联立以上三式解得  $v = \sqrt{\frac{gR}{\cos \theta}} \cdot \sin \theta$

$$F_N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

12. 如图 11 所示装置可绕竖直轴  $OO'$  转动, 可视为质点的小球  $A$  与两细线连接后分别系于  $B$ 、 $C$  两点, 当细线  $AB$  沿水平方向绷直时, 细线  $AC$  与竖直方向的夹角  $\theta = 37^\circ$ . 已知小球的质量  $m = 1 \text{ kg}$ , 细线  $AC$  长  $L = 1 \text{ m}$ . (重力加速度  $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ ,  $\sin 37^\circ = 0.6$ ,  $\cos 37^\circ = 0.8$ )

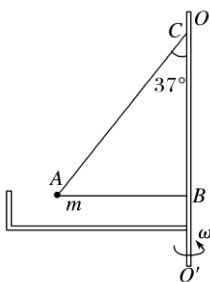


图 11

(1) 若装置匀速转动, 细线  $AB$  刚好被拉直成水平状态, 求此时的角速度  $\omega_1$  的大小;

(2) 若装置匀速转动的角速度  $\omega_2 = \frac{5\sqrt{6}}{3} \text{ rad/s}$ , 求细线  $AB$  和  $AC$  上的张力大小  $F_{TAB}$ 、 $F_{TAC}$ .

答案 (1)  $\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ rad/s}$  (2)  $2.5 \text{ N}$   $12.5 \text{ N}$

解析 (1) 当细线  $AB$  刚好被拉直, 则  $AB$  的拉力为零, 靠  $AC$  的拉力和重力的合力提供向心

力, 根据牛顿第二定律有  $mg \tan 37^\circ = mL_{AB}\omega_1^2$ , 又有  $L_{AB} = L \sin 37^\circ$ ,

$$\text{解得 } \omega_1 = \sqrt{\frac{g \tan 37^\circ}{L_{AB}}} = \sqrt{\frac{10 \times \frac{3}{4}}{1 \times \frac{3}{5}}} \text{ rad/s} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ rad/s}$$

$$(2) \text{ 若装置匀速转动的角速度 } \omega_2 = \frac{5\sqrt{6}}{3} \text{ rad/s}$$

$$L_{AB} = L \sin 37^\circ$$

$$\text{竖直方向上有 } F_{TAC} \cos 37^\circ = mg$$

$$\text{水平方向上有 } F_{TAC} \sin 37^\circ + F_{TAB} = mL_{AB}\omega_2^2$$

$$\text{代入数据解得 } F_{TAC} = 12.5 \text{ N}, F_{TAB} = 2.5 \text{ N}.$$

## 考点 2: 生活中的圆周运动

13.(多选)一个质量为  $m$  的物体(体积可忽略), 在半径为  $R$  的光滑半球顶点处以水平速度  $v_0$  运动, 如图 10 所示, 重力加速度为  $g$ , 则下列说法正确的是( )

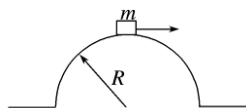


图 10

- A. 若  $v_0 = \sqrt{gR}$ , 则物体对半球顶点无压力
- B. 若  $v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{gR}$ , 则物体对半球顶点的压力为  $\frac{1}{2}mg$
- C. 若  $v_0 = 0$ , 则物体对半球顶点的压力为  $mg$
- D. 若  $v_0 = 0$ , 则物体对半球顶点的压力为零

答案 AC

解析 设物体受到的支持力为  $F_N$ , 若  $v_0 = \sqrt{gR}$ , 则  $mg - F_N = m\frac{v_0^2}{R}$ , 得  $F_N = 0$ , 则物体对半球顶点无压力, A 正确; 若  $v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{gR}$ , 则  $mg - F_N = m\frac{v_0^2}{R}$ , 得  $F_N = \frac{3}{4}mg$ , 则物体对半球顶点的压力为  $\frac{3}{4}mg$ , B 错误; 若  $v_0 = 0$ , 根据牛顿第二定律  $mg - F_N = m\frac{v_0^2}{R} = 0$ , 得  $F_N = mg$ , 物体对半球顶点的压力为  $mg$ , C 正确, D 错误.

14.如图 11 所示为汽车在水平路面做半径为  $R$  的转弯的后视图, 悬吊在车顶的灯左偏了  $\theta$  角, 则: (重力加速度为  $g$ )

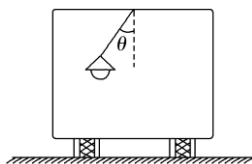


图 11

(1)车正向左转弯还是向右转弯?

(2)车速是多少?

(3)若(2)中求出的速度正是汽车转弯时不打滑允许的最大速度,则车轮与路面间的动摩擦因数  $\mu$  是多少?(最大静摩擦力等于滑动摩擦力)

答案 (1)向右转弯 (2) $\sqrt{gR\tan\theta}$  (3) $\tan\theta$

解析 (1)对灯受力分析可知,合外力方向向右,所以车正向右转弯;

(2)设灯的质量为  $m$ ,对灯受力分析知

$$mg\tan\theta = m\frac{v^2}{R} \text{ 得 } v = \sqrt{gR\tan\theta}$$

(3)设汽车的质量为  $M$ ,汽车刚好不打滑,有  $\mu Mg = M\frac{v^2}{R}$  得  $\mu = \tan\theta$ .

#### [拓展提升练]

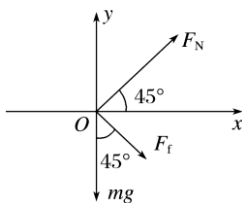
15.(2019·上海交大附中期中)“东风”汽车公司在湖北某地有一试车场,其中有一检测汽车在极限状态下车速的试车道,该试车道呈碗状,如图 13 所示.有一质量为  $m=1\text{ t}$  的小汽车在 A 车道上飞驰,已知该车道转弯半径  $R$  为 150 m,路面倾斜角为  $\theta=45^\circ$ (与水平面夹角),路面与车胎间的动摩擦因数  $\mu$  为 0.25,重力加速度  $g$  取  $10\text{ m/s}^2$ ,求汽车所能允许的最大车速.



图 13

答案 50 m/s

解析 以汽车为研究对象,其极限状态下的受力分析如图所示.当摩擦力达到最大时,速度最大,在竖直方向上有  $F_N\sin 45^\circ - F_f\cos 45^\circ - mg = 0$



根据牛顿第二定律,在水平方向上有  $F_N\cos 45^\circ + F_f\sin 45^\circ = m\frac{v^2}{R}$

又  $F_f = \mu F_N$

联立并将已知数据代入, 解得  $v=50 \text{ m/s}$

即汽车所能允许的最大车速为  $50 \text{ m/s}$ .

16.如图 13 所示, 斜面体  $ABC$  固定在水平地面上, 小球  $p$  从  $A$  点静止下滑.当小球  $p$  开始下滑时, 另一小球  $q$  从  $A$  点正上方的  $D$  点水平抛出, 两球同时到达斜面底端的  $B$  处.已知斜面  $AB$  光滑, 长度  $l=2.5 \text{ m}$ , 斜面倾角  $\theta=30^\circ$ .不计空气阻力,  $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ , 求:

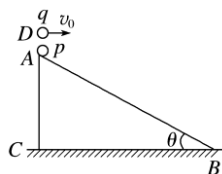


图 13

(1)小球  $p$  从  $A$  点滑到  $B$  点的时间;

(2)小球  $q$  抛出时初速度的大小.

答案 (1)  $1 \text{ s}$  (2)  $\frac{5\sqrt{3}}{4} \text{ m/s}$

解析 (1)设小球  $p$  从斜面上下滑的加速度为  $a$ , 由牛顿第二定律得:  $a = \frac{mg \sin \theta}{m} = g \sin \theta$  ①

设下滑所需时间为  $t_1$ , 根据运动学公式得

$$l = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad ②$$

$$\text{由①②得 } t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \theta}} \quad ③$$

$$\text{代入数据得 } t_1 = 1 \text{ s} \quad ④$$

$$(2)\text{对小球 } q: \text{ 水平方向位移 } x = l \cos \theta = v_0 t_2 \quad ⑤$$

$$\text{依题意得 } t_2 = t_1 \quad ⑥$$

$$\text{由④⑤⑥得 } v_0 = \frac{l \cos \theta}{t_1} = \frac{5\sqrt{3}}{4} \text{ m/s.}$$

17.(2019·天津市实验中学期中)如图 14 为一游戏中某个环节的示意图.参与游戏的选手会遇到一个人造山谷  $AOB$ ,  $AO$  是高  $h=3 \text{ m}$  的竖直峭壁,  $OB$  是以  $A$  点为圆心的弧形坡,  $\angle OAB=60^\circ$ ,  $B$  点右侧是一段水平跑道.选手可以自  $A$  点借助绳索降到  $O$  点后爬上跑道, 但身体素质好的选手会选择自  $A$  点直接跃上水平跑道.选手可视为质点, 忽略空气阻力, 重力加速度  $g$  取  $10 \text{ m/s}^2$ .

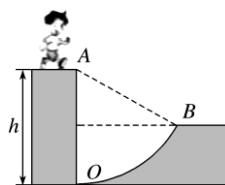


图 14

(1)若选手以速度  $v_0$  在  $A$  点水平跳出后，能落到水平跑道上，求  $v_0$  的最小值；

(2)若选手以速度  $v_1=4\text{ m/s}$  在  $A$  点水平跳出，求该选手在空中的运动时间.

答案 (1) $\frac{3}{2}\sqrt{10}\text{ m/s}$  (2) $0.6\text{ s}$

解析 (1)若选手以速度  $v_0$  在  $A$  点水平跳出后，能落到水平跑道上，则水平方向有  $h\sin 60^\circ \leq v_0 t$

竖直方向有  $h\cos 60^\circ = \frac{1}{2}gt^2$ ，解得  $v_0 \geq \frac{3}{2}\sqrt{10}\text{ m/s}$

则  $v_0$  最小值为  $\frac{3}{2}\sqrt{10}\text{ m/s}$

(2)若选手以速度  $v_1=4\text{ m/s}$  在  $A$  点水平跳出，因  $v_1 < \frac{3}{2}\sqrt{10}\text{ m/s}$ ，选手将落在弧形坡上，设该

选手在空中运动的时间为  $t_1$ . 下降高度为  $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$

水平前进距离  $x = v_1 t_1$ ，又  $x^2 + h_1^2 = h^2$

解得  $t_1 = 0.6\text{ s}$ .