第2课时　等比数列的性质

学习目标

XUEXIMUBIAO

1.灵活应用等比数列的通项公式推广形式及变形.

2.理解等比数列的有关性质，并能用相关性质简化计算.

内容索引

NEIRONGSUOYIN

自主学习

题型探究

达标检测

1

PART ONE

自主学习

知识点一　等比数列通项公式的推广和变形

等比数列$\{a_n\}$的公比为q，则

$a_n = a_1$______　①

$= a_m$______　②

$= \dfrac{a_1}{q}\cdot$___　③

其中当②中$m = 1$时，即化为①.

当③中$q > 0$且$q \neq 1$时，$y = \dfrac{a_1}{q}\cdot q^x$为指数型函数.

答案

知识点二　等比数列常见性质

(1)对称性：$a_1a_n=a_2a_{n-1}=a_3a_{n-2}=\cdots=a_m\cdot a_{n-m+1}$($n>m$且$n$，$m\in\mathbf{N}^*$)；

(2)若$k+l=m+n$(k，l，m，$n\in\mathbf{N}^*$)，则$a_k\cdot a_l=a_m\cdot a_n$；

(3)若m，p，n成等差数列，则a_m，a_p，a_n成等比数列；

(4)在等比数列$\{a_n\}$中，连续取相邻k项的和(或积)构成公比为q^k(或q^{k^2})的等比数列；

(5)若$\{a_n\}$是等比数列，公比为 q，则数列$\{\lambda a_n\}$($\lambda\neq0$)，$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$，$\{a_n^2\}$都是等比数列，且公比分别是 q，$\frac{1}{q}$，q^2.

(6)若$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是项数相同的等比数列，公比分别是 p 和 q，那么$\{a_nb_n\}$与$\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$也都是等比数列，公比分别为 pq 和$\frac{p}{q}$.

思考辨析　判断正误

SIKAOBIANXIPANDUANZHENGWU

1.$a_n=a_mq^{n-m}(n，m\in\mathbf{N}^*)$，当$m=1$时，就是$a_n=a_1q^{n-1}$.(　　)

2.等比数列$\{a_n\}$中，若公比$q<0$，则$\{a_n\}$一定不是单调数列.(　　)

3.若$\{a_n\}$，$\{b_n\}$都是等比数列，则$\{a_n+b_n\}$是等比数列.(　　)

4.若数列$\{a_n\}$的奇数项和偶数项分别成等比数列，且公比相同，则$\{a_n\}$是等比数列.(　　)

答案　返回

2

PART TWO

题型探究

题型一　等比数列通项公式的推广应用

例1　等比数列$\{a_n\}$中.

(1)已知$a_4=2$，$a_7=8$，求a_n；

$$a_n=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{4}\right)^{n-1}$$

解答

(2)若$\{a_n\}$为递增数列，且$a_5^2=a_{10}$，$2(a_n+a_{n+2})=5a_{n+1}$，求通项公式a_n.

$$a_n=2^n$$

解答

反思感悟　(1)应用$a_n=a_mq^{n-m}$，可以凭借任意已知项和公比直接写出通项公式，不必再求a_1.

(2)等比数列的单调性由a_1，q共同确定，但只要单调，必有$q>0$.

跟踪训练1　已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1=3$，$a_1+a_3+a_5=21$，则$a_3+a_5+a_7$等于

A.21　　B.42　　C.63　　D.84

解析　答案

题型二　等比数列的性质及其应用

例2　已知$\{a_n\}$为等比数列.

(1)若$a_n>0$，$a_2a_4+2a_3a_5+a_4a_6=25$，求a_3+a_5；

5

解答

(2)若$a_n>0$，$a_5a_6=9$，求$\log_3a_1+\log_3a_2+\cdots+\log_3a_{10}$的值.

10

解答

反思感悟　抓住各项序号的数字特征，灵活运用等比数列的性质，可以顺利地解决问题.

跟踪训练2 设各项均为正的等比数列$\{a_n\}$满足$a_4a_8=3a_7$，则$\log_3(a_1a_2\cdots a_9)$等于

A.3^8　　B.3^9　　C.9　　D.7

解析　答案

题型三　由等比数列衍生的新数列

例3　已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，$a_1a_2a_3=5$，$a_7a_8a_9=10$，则$a_4a_5a_6$等于

A.$4\sqrt{2}$　　B.6　　C.7　　D.$5\sqrt{2}$

解析　答案

反思感悟　借助新数列与原数列的关系，整体代换可以减少运算量.

跟踪训练3 等比数列$\{a_n\}$中，若$a_{12}=4$，$a_{18}=8$，求a_{36}的值.

32

$$\frac{a_{18}}{a_{12}}$$

解答

等比数列的实际应用

典例　某人买了一辆价值13.5万元的新车，专家预测这种车每年按10%的速度贬值.

(1)用一个式子表示$n(n\in\mathbf{N}^*)$年后这辆车的价值.

$$价值=13.5\cdot 0.9^{n}$$

解答

(2)如果他打算用满4年时卖掉这辆车，他大概能得到多少钱?

88573.5元

解答

素养评析　(1)等比数列实际应用问题的关键是：建立数学模型即将实际问题转化成等比数列的问题，解数学模型即解等比数列问题.

(2)发现和提出问题，建立和求解模型，是数学建模的核心素养的体现.

3

PART THREE

达标检测

1.在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_2=8$，$a_5=64$，则公比q为

A.2　　B.3　　C.4　　D.8

解析　答案

2.等比数列$\{a_n\}$中，若 $a_2a_6+a_4^2=\pi$，则 a_3a_5等于

A.$\dfrac{\pi}{4}$　　B.$\dfrac{\pi}{3}$　　C.$\dfrac{\pi}{2}$　　D.$\dfrac{4\pi}{3}$

3.已知等比数列$\{a_n\}$共有10项，其中奇数项之积为2，偶数项之积为64，则其公比是

A.$\frac{3}{2}$　　B.$\sqrt{2}$　　C.2　　D.$2\sqrt{2}$

4.在1与2之间插入6个正数，使这8个数成等比数列，求插入的6个数的积的值.

8

解答

5.已知$a_n=2^n+3^n$，判断数列$\{a_n\}$是不是等比数列?

不是

解答

课堂小结
KETANGXIAOJIE

1.解题时，应该首先考虑通式通法，而不是花费大量时间找简便方法.

2.所谓通式通法，指应用通项公式，前n项和公式，等差中项，等比中项等列出方程(组)，求出基本量.

3.巧用等比数列的性质，减少计算量，这一点在解题中也非常重要.

本课结束