第三章 栈和队列

机电工程与自动化学院 L栋301 任卫红 助理教授

renweihong@hit.edu.cn

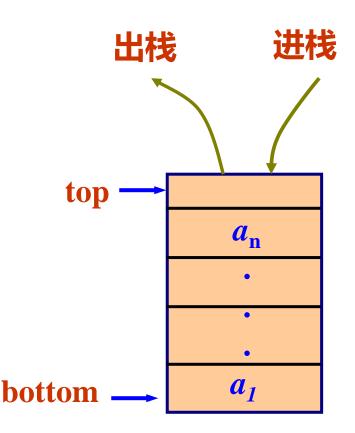
http://faculty.hitsz.edu.cn/renweihong



第一节栈

一、栈

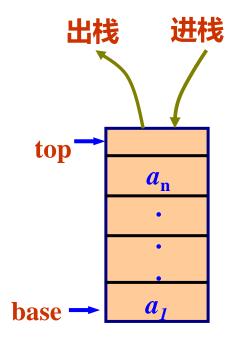
- 栈是限定仅在表尾(top)进行 插入或删除操作的线性表。
- 允许插入和删除的一端称为栈顶(top,表尾),另一端称为栈底(bottom,表头)
- 特点: 后进先出 (LIF0)

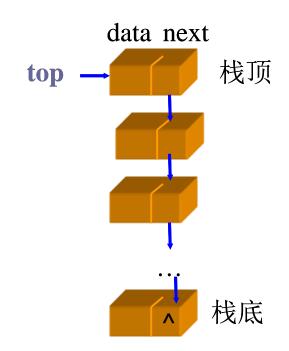




二、栈的实现

- 栈的存储结构主要有两种:
- 1. 顺序栈
- 2. 链式栈

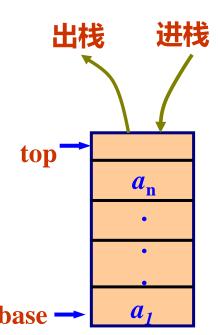




3.2 顺序栈

一、顺序栈

- 顺序栈是栈的顺序存储结构
- 利用一组地址连续的存储单元依次存放 自栈底到栈顶的数据元素
- 指针top指向栈顶元素在顺序栈中的下一个位置,
- base为栈底指针,指向栈底的位置。



第二节 顺表栈

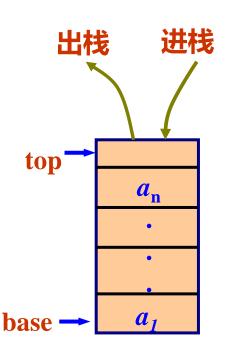
二、顺序栈的定义

■ 采用动态分配的一维数组表示顺序表

```
template <class T>
Folass SStack
 {
   Т
             *base: //顺序栈基址
             top; //ElemType *top;
   int
             MaxSize: //桟容單
   int
public:
                  7/初始化
   SStack():
   void Push(T e);
                   7/ 入 桟
                   7/出桟
   T Pop();
                  //判栈满。满,返回true:否则,返回false
   bool IsFull();
   bool IsEmpty();
                  //判栈空。空,返回true:否则,返回false
                  //得到栈顶元素,不出栈
   T GetTop();
   ~SStack():
                   7/析构,释祯空间
}:
```

三、顺序栈的特性

- top=0或top=base表示栈空
- base=NULL表示栈不存在
- 当插入新的栈顶元素时, 指针top+1
- ■删除栈顶元素时,指针top-1
- 当top>stacksize时,栈满,溢出

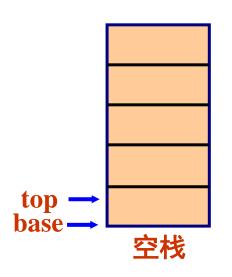


四、顺序栈的主要操作

```
template <class T>
∃class SStack
            *base: //顺序栈基址
   int
            top; //ElemType *top;
            MaxSize: //桟容里
   int
public:
   SStack();    //初始化
   void Push(T e); //入栈
   T Pop(); //出栈
   bool IsFull();  //判栈满。满,返回true;否则,返回false
   bool IsEmpty(): //判栈空。空,返回true:否则,返回false
   T GetTop(): //得到栈顶元素,不出栈
   ~SStack(): //析构,释放空间
```

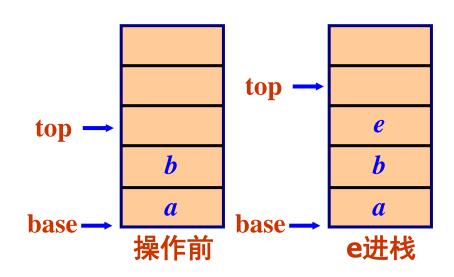
五、创建顺序栈

```
template (class T)
□SStack(T>::SStack() //创建栈
     MaxSize = 100;
     base = new T[MaxSize];
     if (!base)
        cout<<"malloc error!"<<endl;
        exit(-1);
                      //空栈
     top = 0;
```



六、进栈(插入新元素)

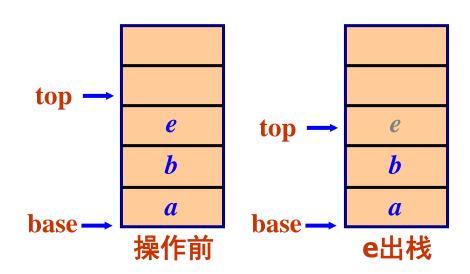
```
template <class T>
Jvoid SStack<T>::Push(T e)
{
    base[top++] = e;
}
```



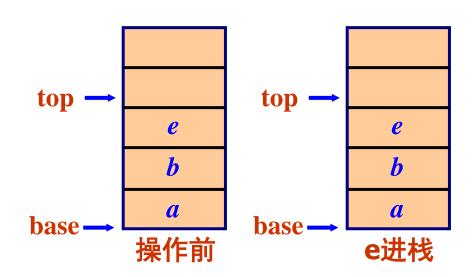
七、出栈(删除元素)

```
template <class T>

T SStack(T>::Pop()
{
    return base[--top];
}
```

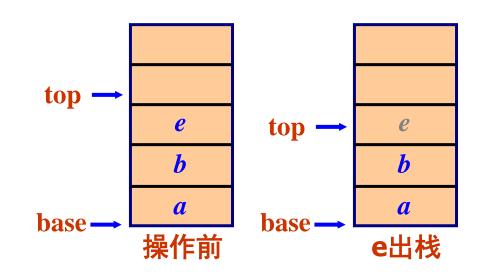


八、判栈满



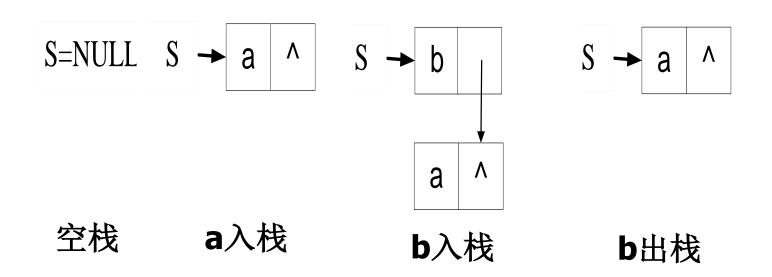
九、其它操作

- ◆ 判栈空
- ◆ 获得栈顶元素





链栈



链栈在栈底(表头)进行入栈,出栈操作。

链栈结构定义

栈的链式存储结构称为链栈,它是运算受限的 单链表,插入和删除操作仅限制在表头位置 上进行。

由于只能在链表头部进行操作,故链表没有必要像单链表那样附加头结点。栈顶指针就是链表的头指针。

1

C++中栈容器

stack 模板类的定义在〈stack〉头文件中。

```
定义stack 对象的示例代码如下:
stack(int) s1;
stack<string> s2;
stack 的基本操作有:
入栈,如例: s.push(x);
出栈,如例: s.pop();注意,出栈操作只是删除栈顶元素,
并不返回该元素。
访问栈顶,如例: s. top()
判断栈空,如例: s.empty(),当栈空时,返回true。
访问栈中的元素个数,如例: s. size()。
```

3.3 栈的应用举例

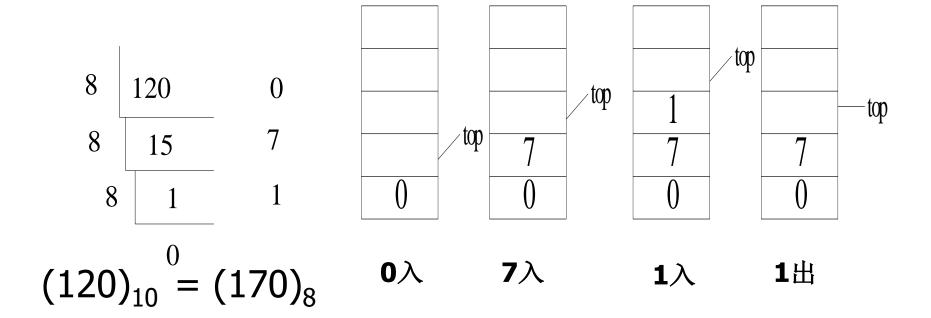
一、数值转换(八进制)

■ 将十进制转换为其它进制(d), 其原理为:

■ 数制转换

10进制到d (2,8,16)的转换公式:

$$(N)_{10} = (N / d) *d + N \mod d$$



一、数值转换(八进制)

```
]#include <stack>
                      //C++中已定义栈容器
#include <iostream>
using namespace std;
lvoid Converse(int n)
    stack(int) s:
                     - //创建栈
    do {
       s.push(n%8); //入栈
       n/=8:
    }while(n);
    while(!s.empty()) //栈非空
       printf("%d",s.top()); //输出栈顶元素
       s.pop();
                           - //出栈
```

21.	N	N /8	N mod 8	*
订管	1348	168	4	
折顺	168	21	0	
序	21	2	5	
,	2	0	2	

输出顺序

м

第三节 栈的应用举例

二、行编辑程序

- 用户输入一行字符
- 允许用户输入出差错,并在发现有误时,可以用退格符"#"及时更正
- 假设从终端接受两行字符:

```
whli##ilr#e (s#*s)
```

■ 实际有效行为:

while (*s)

二、行编辑程序

■ 对用户输入的一行字符进行处理,直到行结束("\n")

м

第三节 栈的应用举例

三、迷宫求解

- 迷宫求解一般采用"穷举法"
- 逐一沿顺时针方向查找相邻块(一共四块一东(右)、 南(下),西(左)、北(上))是否可通,即该相邻块既 是通道块,且不在当前路径上
- 用一个栈来记录已走过的路径



三、迷宫求解

■ 举例

#	#	#	#	#	#	#	#
#	*		#				#
#		#	#			#	#
#		#					#
#		#		#	#	#	#
#						#	#
#		#				0	#
#	#	#	#	#	#	#	#

三、迷宫求解(算法)

■ 设定当前位置为入口位置 do {若当前位置可通,则 将该位置插入栈顶(Push); 若该位置是出口,则结束; 否则切换当前位置的东邻方块为当前位置: 否则 {若栈不空且栈顶位置尚有其他位置未搜索则 { 设定新的当前位置为顺时针方向旋转找到下一邻块} 若栈不空但栈顶位置四周均不可通则 {删去栈顶位置; 若栈不空,则重新测试新的栈顶位置, 只到找到一个可通的相邻块或出栈至栈空; } }while(栈不空)



三、迷宫求解

■ 举例

#	#	#	#	#	#	#	#
#	*	→	*				#
#	ļ	#	#			#	#
#	↓	#					#
#	1	#		#	#	#	#
#	↓	→	→	<u> </u>	\uparrow	*	#
#	↓	#	—	+	↓	\rightarrow	#
#	#	#	#	#	*	#	#

四、表达式求值

表达式由操作数、运算符和界限符组成,它们皆称为单词

- 操作数: 常数或变量
- 运算符: +, -, *, / 等
- 界限符: (,), #(表达式开始及结束符)

四、表达式求值

思考: 表达式12+3*5+(2+10)*5的计算顺序。

м

计算步骤:假设操作数栈NS和运算符栈OS,

- (1) 依次读取表达式,若为操作数,则直接进栈; 若为运算符(记为op2),转(2)
- (2) 将op2与运算符栈顶元素(记为op1)按P53的表3.1 比较优先权,并按如下规则进行操作:
 - 若prec(op1) < prec(op2), 则op2入OS;</p>
 - > 若prec(op1) = prec(op2), 则op1出栈, 回到(1);
 - ▶ 若prec(op1) > prec(op2), 则NS出2个操作数 num2,num1,op1出栈, 计算num2 op1 num2, 结果入NS; 回到(2)。
- (3) 重复(1)、(2) 直至整个表达式求值完毕。

■ 例: 计算表达式12+(2+10)*5 对应的栈变化如下图。

增加了一个输入结束符'#',人为的在OS栈也加入了栈底'#"。

考虑:如何提取操作数?

如何实现优先级比较?

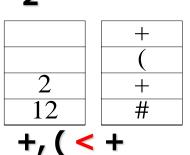
num1 op1 num2如何实现?

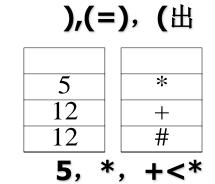


2+10) ***5**

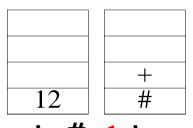
		42. (5
		12 + (2
		2
		2 12
	#	12
初始		2
חא ניון		_
		2
		2 12
12	#	12
12		+, (
12		.,(
		10
		10
	+	2

	(
2	+		12	
12	#		12	
		'		_





+ #



	+
10	(
2	+
12	#

60	+
12	#



	+
12	#



栈的应用:表达式的计算

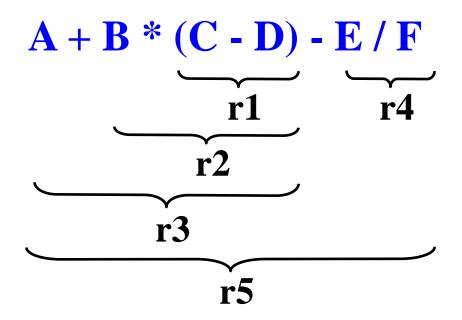
补充

- ■算术表达式有三种表示:
 - ◆中缀(infix)表示
 - <操作数><操作符><操作数>, 如 <math>A+B;
 - ◆前缀(prefix)表示
 - <操作符><操作数><操作数>,如+AB;
 - ◆后缀(postfix)表示
 - <操作数><操作数><操作符>,如AB+;



表达式示例





中缀表达式

A + B * (C - D) - E / F

后缀表达式

ABCD-*+EF/-

中缀表达式 A+B*(C-D)-E/F 补充

- 表达式中相邻两个操作符的计算次序为:
 - ◆优先级高的先计算
 - 优先级相同的自左向右计算
 - ◆当使用括号时从最内层括号开始计算

后缀表达式 ABCD-*+EF/-

■ 在后缀表达式的计算顺序中已隐含了加 括号的优先次序,括号在后缀表达式中 不出现。



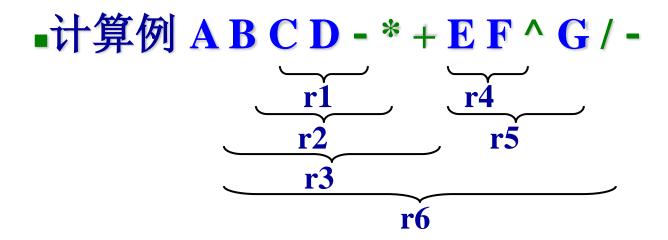
应用后缀表示计算表达式的值补充

Idea:

- 从左向右顺序地扫描表达式,并用一个 栈暂存扫描到的操作数或计算结果。
- ■扫描中遇操作数则压栈: 遇操作符则从 栈中退出两个操作数,计算后将结果压 入栈
- 最后计算结果在栈顶



补充



计算后缀表达式 **ABCD-*+EF^G/-**

步	输入	类 型	动作	栈内容
1			置空栈	空
2	A	操作数	进栈	A
3	В	操作数	进栈	AB
4	C	操作数	进栈	ABC
5	D	操作数	进栈	ABCD
6	_	操作符	D、C 退栈, 计算	ABr1
			C-D, 结果 r1 进栈	
7	*	操作符	r1、B退栈,计算	Ar2
			B*r1, 结果 r2 进栈	
8	+	操作符	r2、A退栈,计算	r3
			A+r2, 结果 r3 进栈	

计算后缀表达式 $AB CD - * + EF ^ G/ -$

步	输入	类 型	动作	栈内容
9	E	操作数	进栈	r3E
10	F	操作数	进栈	r3EF
11	٨	操作符	F、E 退栈, 计算	r3r4
			E^F, 结果 r4 进栈	
12	G	操作数	进栈	r3r4G
13	/	操作符	G、r4 退栈, 计算	r3r5
			r4/G, 结果 r5 进栈	
14	_	操作符	r5、r3 退栈, 计算	r6
			r3-r5, 结果 r6 进栈	



■ 一般表达式的操作符有4种类型:

补充

算术操作符 如双目操作符 (+、-、*、/和%) 以及单目操作符 (-)。

关系操作符 包括<、<=、==、!=、>=、>。这些

操作符主要用于比较。

逻辑操作符 如与(&&)、或(||)、非(!)。

括号 '('和')',它们的作用是改变运算顺序。

利用栈将中缀表示转换为后缀表示[了解]

■ 各个算术操作符的优先级

操作符 ch	•	(*,/,%	+, -)
isp (栈内)	0	1	5	3	6
icp (栈外)	0	6	4	2	1

- isp叫做栈内(in stack priority)优先级
- icp叫做栈外(in coming priority)优先级。
- 操作符优先级相等的情况只出现在括号配对或栈底的 "#"号与输入流最后的"#"号配对时。

利用栈将中缀表示转换为后缀表示

■ 转换步骤

- 操作符栈初始化,将结束符 '#'进栈。然后读入中缀表 达式字符流的首字符ch。
- 重复执行以下步骤,直到ch = '#',同时栈顶的操作符
 也是 '#',停止循环。
 - ◆ 若ch是操作数直接输出,读入下一个字符ch。
 - ◆ 若ch是操作符,判断ch的优先级icp和位于栈顶的操作符op的优先级isp:

利用栈将中缀表示转换为后缀表示

■ 转换步骤

- ◆ 若 icp(ch) > isp(op), 令ch进栈, 读入下一个字符ch。
- ◆ 若 icp(ch) < isp(op), 退栈并输出。
- ★ 描 icp(ch) == isp(op), 退栈但不输出, 若退出的是
 "("号读入下一个字符ch。
- 算法结束,输出序列即为所需的后缀表达式



A+B*(C-D)-E/F

步	输入	栈内容	语义	输出	动作
1		#			栈初始化
2	A	#		A	操作数A输出,读字符
3	+	#	+>#		操作符+进栈,读字符
4	В	#+		В	操作数B输出,读字符
5	*	#+	*>+		操作符*进栈, 读字符
6	(#+*	(>*		操作符(进栈, 读字符
7	C	# +*(C	操作数C输出,读字符
8	_	# +*(->(操作符-进栈, 读字符
9	D	# +*(-		D	操作数D输出,读字符
10)	# +*(-) < -	_	操作符-退栈输出
11		# +*() = ((退栈, 消括号, 读字符



A+B*(C-D)-E/F

动作	输出	语义	栈内容	输入	步
操作符*退栈输出	*	- < *	#+*	-	12
操作符+退栈输出	+	- < +	#+		13
操作符-进栈, 读字符		->#	#		14
操作数E输出,读字符	E		#-	E	15
操作符/进栈, 读字符		/>-	#-	/	16
操作数F输出,读字符	F		#-/	F	17
操作符/退栈输出	/	# < /	#-/	#	18
操作符-退栈输出	_	#<-	#-		19
#配对,转换结束		# = #	#		20

■ 递归的定义

若一个对象部分地包含它自己,或用它自己给自己定义,则称这个对象是递归的;若一个过程直接地或间接地调用自己,则称这个过程是递归的过程。

- 以下三种情况常常用到递归方法。
 - 定义是递归的
 - ◆ 数据结构是递归的
 - ◆ 问题的解法是递归的

例1: 阶乘函数

$$n! = \begin{cases} 1, & \exists n = 0 \text{ if} \\ n*(n-1)!, & \exists n \geq 1 \text{ if} \end{cases}$$

求解阶乘函数的递归算法

```
long Factorial(long n) {
   if (n == 0) return 1;
   else return n*Factorial(n-1);
}
```

求解阶乘 n! 的过程

$$n! = \begin{cases} 1, & \exists n = 0 \text{ bt} \\ n*(n-1)!, & \exists n \geq 1 \text{ bt} \end{cases}$$

求解阶乘函数的递归算法

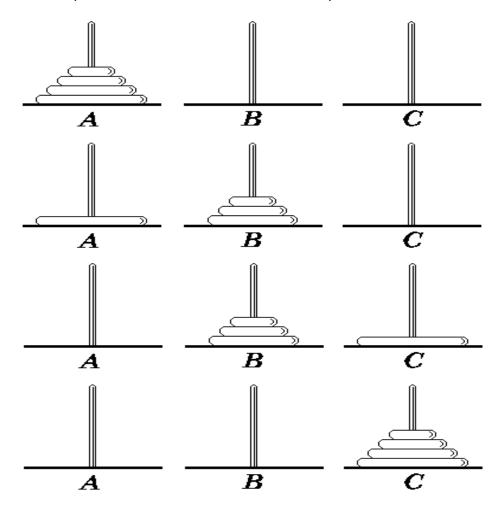
```
long Factorial(long n) {
  if (n == 0) return 1;
  else return n*Factorial(n-1);
}
```

例2: 单链表结构

搜索链表最后一个结点并打印其数值

```
template <class E>
void Print(ListNode<E> *f) {
  if (f \rightarrow link == NULL)
     cout << f -> data << endl;
  else Print(f -> link);
                   递归找链尾
                           a_2
                                              a_4 \wedge
```

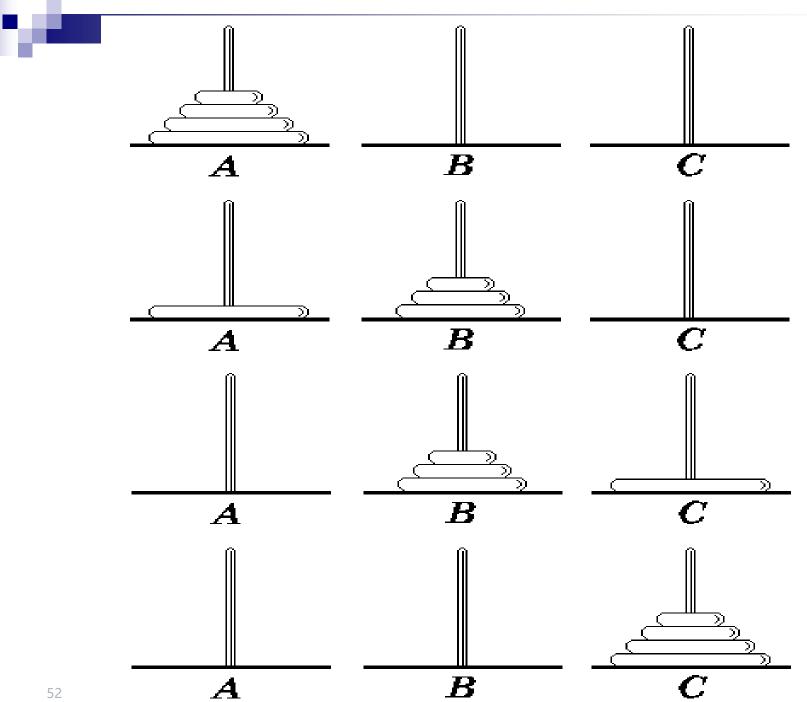
例3: 汉诺塔(Tower of Hanoi)问题的解法



例3: 汉诺塔(Tower of Hanoi)问题的解法

如果 n = 1,则将这一个盘子直接从 A 柱移到 C 柱上。否则,执行以下三步:

- ① 用 C 柱做过渡,将 A 柱上的 (n-1) 个盘子移到 B 柱上:
- ②将A柱上最后一个盘子直接移到C柱上;
- ③用A柱做过渡,将B柱上的(n-1)个盘子移到C柱上。





```
#include <iostream.h>
void Hanoi (int n, char A, char B, char C) {
//解决汉诺塔问题的算法
  if (n == 1) cout << " move " << A << " to "
     << C << endl:
  else { Hanoi(n-1, A, C, B);
        cout << " move " << A << " to " << C
             << endl;
        \text{Hanoi}(n-1, B, A, C);
```



什么时候运用递归?

- 子问题应与原问题做同样的事情,且更为简单;
- 把一个规模比较大的问题分解为一个或若干规模 比较小的问题,分别对这些比较小的问题求解, 再综合它们的结果,从而得到原问题的解。

— 分而治之策略(分治法)

这些比较小的问题的求解方法与原来问题的求解方法一样。

3.4 队列

一、队列

- 队列是只允许在表的一端进行插入,而在另一端删除元素的线性表。
- 在队列中,允许插入的一端叫队尾(rear),允许 删除的一端称为对头(front)。
- 特点: 先进先出 (FIF0)

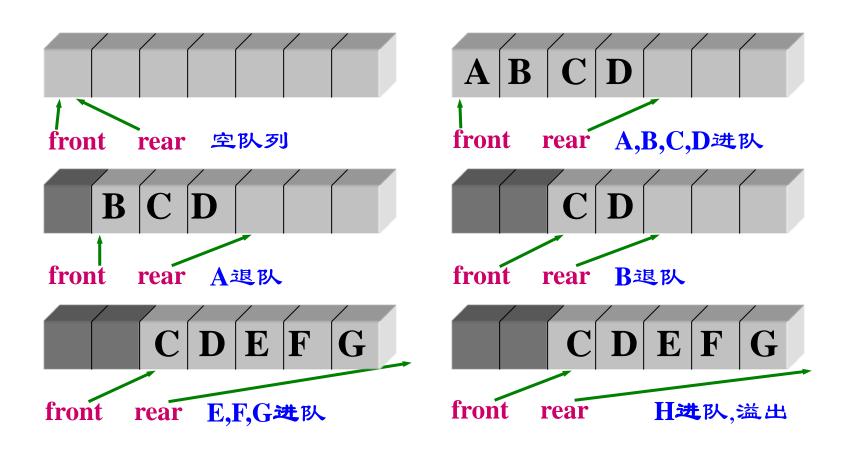
二、顺序队列

- 顺序队列:采用一组地址连续的存储单元依次存储从 队列头到队列尾的元素
- 顺序队列有两个指针: 队头指针front和队尾指针 rear

三、顺序队列的进队和出队原则

- 进队时,新元素按rear指针位置插入,然后队尾指针增一,即 rear = rear + 1
- 出队时,将队头指针位置的元素取出,然后队头指针增一,即 front = front + 1
- 队头指针始终指向队列头元素
- 队尾指针始终指向队列尾元素的下一个位置

四、顺序队列的进队和出队举例

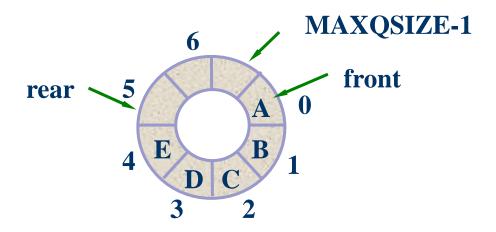


五、顺序队列存在的问题

- 当队尾指针指向队列存储结构中的最后单元时,如果 再继续插入新的元素,则会产生溢出
- 当队列发生溢出时,队列存储结构中可能还存在一些空白位置(已被取走数据的元素),假上溢。
- 解决办法之一:将队列存储结构首尾相接,形成循环 (环形)队列

一、循环队列

- 循环队列采用一组地址连续的存储单元
- 将整个队列的存储单元首尾相连



这种循环意义下的加1操作可以描述为: if(i+1==MAXQSIZE)i=0; else i++; 利用模运算可简化为: i=(i+1)% MAXQSIZE

如何判断队空还是队满呢?

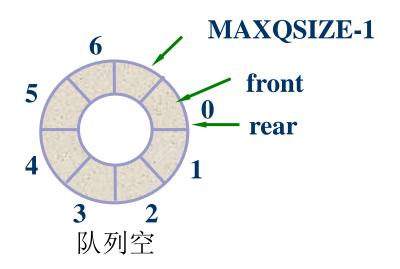
对循环队列而言,无法通过front==rear来判断队列"空"还是"满"。

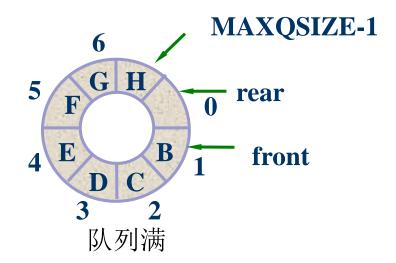
解决此问题的方法至少有三种:

- 其一是另设一个布尔变量以匹别队列的空和满;
- 其二是少用一个元素的空间,约定入队前,测试尾 指针在循环意义下加1后是否等于头指针,若相等 则认为队满(注意: rear所指的单元始终为空);
- 其三是使用一个计数器记录队列中元素的总数(实际上是队列长度)。

二、循环队列空与满

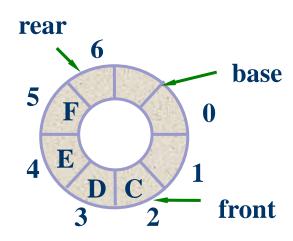
- front = rear, 循环队列空
- (rear+1) % MAXQSIZE = front, 循环队列满





三、循环队列定义

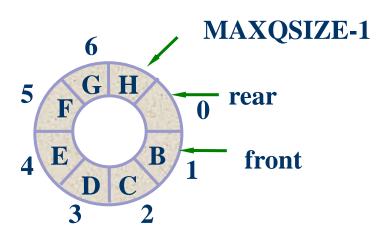
```
template (class T)
⊟class SQueue
             ----//顺序存储
    T *base:
    int MaxSize; //数组大小
    int front, rear: //队头、队尾
 public:
            //分配空间,置队头、队尾
    | SQueue () ; |
    void push(T e); //e入队列
    bool empty(); //判队空
    bool full(); //判队满
    T front(): //获得队头元素
    void pop(); //出队列
};
```



三、循环队列插入元素

```
template <class T>

=void SQueue<T>::push(T e)
{
    base[rear] = e;
    rear = (rear+1)%MaxSize;
}
```

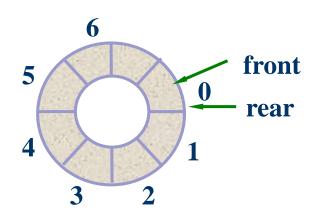


三、循环队列判队满

```
template <class T>

□bool SQueue<T>::Full()

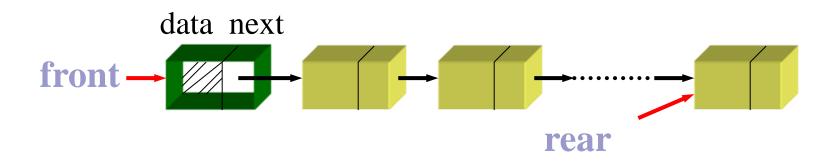
{
    return (rear+1)%MaxSize == front;
}
```



第六节 链队列

一、链队列

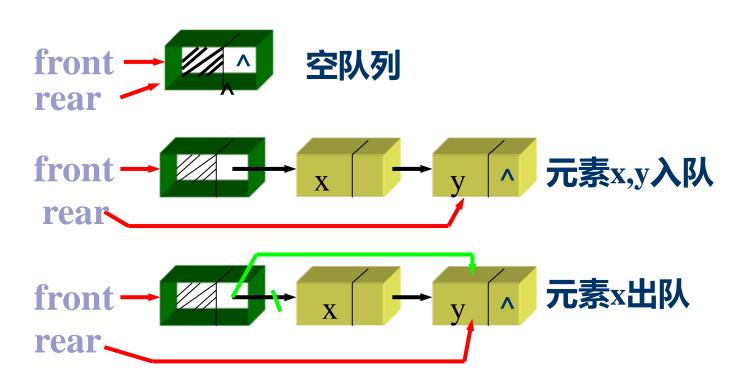
- 链队列采用链表存储单元
- 链队列中,有两个分别指示队头和队尾的指针。
- 链式队列在进队时无队满问题,但有队空问题。



第六节 链队列

二、链队列指针变化状况

■ 链队列是链表操作的子集



M

C++中队列容器

queue 模板类的定义在<queue>头文件中。

定义queue 对象的示例代码如下:

queue<int> q1;

queue<double> q2;

queue 的基本操作有: 入队,如例: q.push(x);将x接到队列的末端。 出队,如例: q.pop();弹出队列的第一个元素,注意,并不会 返回被弹出元素的值。 访问队首元素,如例: q.front(),即最早被压入队列的元素。 访问队尾元素,如例: q.back(),即最后被压入队列的元素。 判断队列空,如例: q.empty(),当队列空时,返回true。 访问队列中的元素个数,如例: q.size()

r,

C++中map容器

map是c++的一个标准容器,提供了key和value的映射。map 模板类定义在<map>头文件中。

map对象定义: map<string, int > mapstring;

map添加数据:
map<int ,string> maplive;
1.maplive.insert(pair<int,string>(102,"aclive"));
2.maplive.insert(map<int,string>::value_type(321,"hai"));
3.maplive[112]="April";//map中最简单最常用的插入添加!

- 1、设将整数1、2、3、4依次进栈,但只要出栈时 栈非空,则可将出栈操作按任何次序夹入其中,请 回答下有问题:
 - (1) 若入栈次序为push(1), pop(), push(2), push(3), pop(), pop(), push(4), pop(), 则出栈的数字序列为什么?
- 2、栈和队列是不是线性表?相比于线性表有什么特殊之处?

3、当利用大小为N的数组顺序存储一个栈时,假定用 top==N表示栈空,则向这个栈插入一个元素时,首 先应执行()语句修改top指针.

- **A.** top++
- B. top—
- C. top=0
- D. top=N-1

4、假定利用数组a[N]顺序存储一个栈,top表示栈顶指针,top==-1表示栈空,并已知栈未满,当元素X进栈是所执行的操作为()。

- A. a[--top]=x
- B. a[top--]=x
- C. a[++top]=x
- $\mathbf{D.} \quad \mathbf{a[top++]=x}$

- 5、判定一个栈s(最多元素数为m0)为空的条件是()。为满的条件是()。
 - A. $s\rightarrow top! = 0$
 - B. $s \rightarrow top == 0$
 - C. $s\rightarrow top! = m0$
 - **D.**s->top==m0
 - E. s top! = m0 1
 - $F. s\rightarrow top==m0-1$

- 6、单链表实现的栈,栈顶指针为Top(仅仅是一个指针),入栈一个P节点时,其操作步骤为:()。
 - A. Top->next=p
 - B. p->next=Top->next; Top->next=p
 - C. p->next=Top; Top=p->next
 - D. p->next=Top; Top=Top->next

- 7、循环队列的优点是什么?如何判断它的空和满?
- 8、设长度为n的链队列用单循环链表表示,若只设头指针,则怎样进行入队和出队操作;若只设尾指针呢?

9、一个队列的入队序列是1,2,3,4,则队列的输出序列是()

A. 4, 3, 2, 1

B. 1, 2, 3, 4

C. 1, 4, 3, 2

D. 3, 2, 4, 1

10、假定一个顺序循环队列的队首和队尾指针分别用 front和rear表示,则判断队空的条件为()。

- A. front +1==rear
- B. rear+1==front
- C. front==0
- D. front= =rear

11、假定一个顺序循环队列存储于数组a[N]中,其队首和队尾指针分别用front和rear表示,则判断队满的条件为()。

- A. (rear-1) %N = =front
- B. (rear+1) %N==front
- C. (front-1) %N== rear
- D. (front+1) %N==rear

- 12、循环队列用数组a[m]存放其元素值,已知其头尾指针分别用front和rear表示,则队列中的元素个数为()。
 - A. (rear-front+m) %m
 - B. rear-front+1
 - C. rear-front-1
 - D. rear-front

- 13、假定一个链队列的队首和队尾指针分别用front和rear表示,每个结点包含data和next两个域,出队时所进行的指针操作为()。
 - A. front=front->date
 - B. front=front->next
 - C. rear=rear->next
 - D. rear=rear->date

14、设栈S和队列Q的初始状态为空,元素e1, e2, e3, e4, e5, e6依次通过栈S, 一个元素出栈后即进入队列Q, 若出队的顺序为e2, e4, e3, e6, e5, e1,则栈S的容量至少应该为____。

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5