



# 理论力学 II

主讲： 梁旭东

理学院 力学专业

哈尔滨工业大学(深圳)

电话： 15001335976

邮箱： liangxudong@hit.edu.cn

个人主页： <https://faculty.hitsz.edu.cn/liangxudong>





课程名称: **理论力学II** (2024年春)

授课对象: 自动化专业本科生5, 6班

授课教师: 梁旭东 (G栋621)

(邮箱: [liangxudong@hit.edu.cn](mailto:liangxudong@hit.edu.cn))

助教: 蒋浚琦、唐春生 (理学院)

教材: 哈尔滨工业大学理论力学第9版

参考书: 理论力学, 周培源编著, 科学出版社

理论力学, 李俊峰、张雄编著, 清华大学出版社

学时: 64学时 (静力学20, 运动学14, 动力学28,  
综合算例2)

课外答疑: 解答课程学习中的疑问

线上: QQ群;

课程交流群: 910554594 (发布通知, 作业, 课程内容交流、答疑)



# 班级交流QQ群



群名称: 理论力学II-自动化5,6班  
群 号: 910554594



上课地点: H407/H403

上课时间: 3,5-8,10-16周, 周三第5,6节 (H407, 五一假期)  
3,6-8,10-16周, 周五第5,6节 (H407, 清明、五一假期)  
7-8, 10-16周, 周二第3,4节 (H403, 4月16日开始)

时间	教师课表				
	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
第1-2节					
第3-4节	上午 10:30 – 12:15	【本】理论力学II [7-8,10-16周] [22级自动化5班,22级自动化6班,] [H403] 第3-4节			
第5-6节			【本】理论力学II [3,5-8,10-16周] [22级自动化5班,22级自动化6班,] [H407] 第5-6节	下午 2:00 – 3:45	【本】理论力学II [3,6-8,10-16周] [22级自动化5班,22级自动化6班,] [H407] 第5-6节
第7-8节					
第9-10节					





## 课程成绩:

平时成绩占约20%权重 (作业+考勤+课堂)

作业: 每周约6道题目, 每周第一次课课后提交, 大约11次

(题目主要来源于教材习题, 部分参考答案书有错误!!)

考勤: 出勤率

课堂: 课堂表现

(课堂中会有关键难点讨论与往年考题自测, 希望大家积极参与)

额外的学习资源: Bilibili

【理论力学-哈尔滨工业大学(精品课)】

[https://www.bilibili.com/video/BV1WT411J7ah/?share\\_source=copy\\_web&vd\\_source=4340fc1f5ffdd1da9b42868674483118](https://www.bilibili.com/video/BV1WT411J7ah/?share_source=copy_web&vd_source=4340fc1f5ffdd1da9b42868674483118)



手机扫码观看/分享





## 课程成绩：

**平时成绩约占20%权重（作业+考勤+课堂）**

作业：每周6道题目，每周第一次课课后提交，大约11次

考勤：出勤率

课堂：课堂表现

**期中考试占约30%权重**

**期末考试占50%权重**

形式：一校三区统一出题，闭卷考试



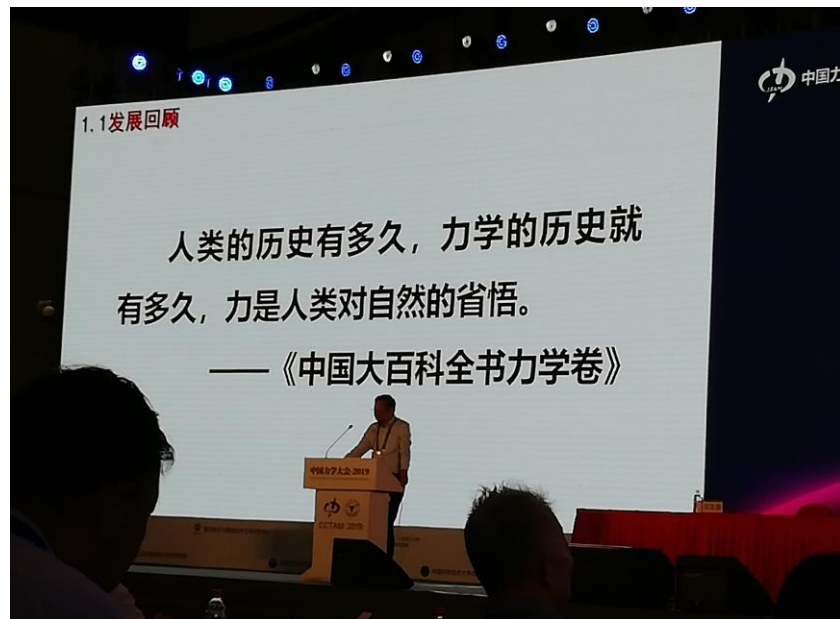
# 绪论



人类的历史有多久，力学的历史就有多久，  
力是人类对自然的省悟。

——《中国大百科全书力学卷》

中国力学大会2019







# 力学的地位与作用

自然科学

——  
技术科学

工程技术

牛顿三定律

——  
力学

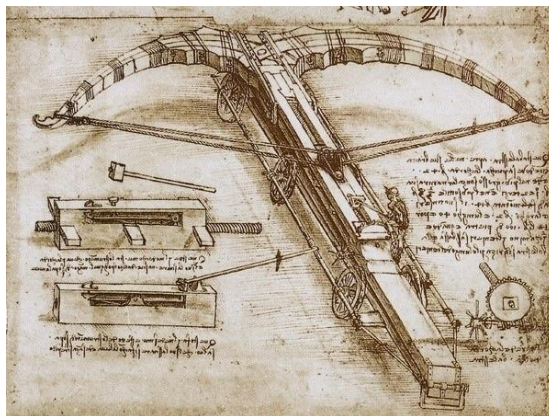
复杂工程结构





# 力学的地位与作用

- 20世纪以前，推动近代科学技术与社会进步的蒸汽机、内燃机、铁路、桥梁、船舶、兵器等，都是在力学知识的累积、应用和完善的基础上逐渐形成和发展起来的。



# 力学的地位与作用

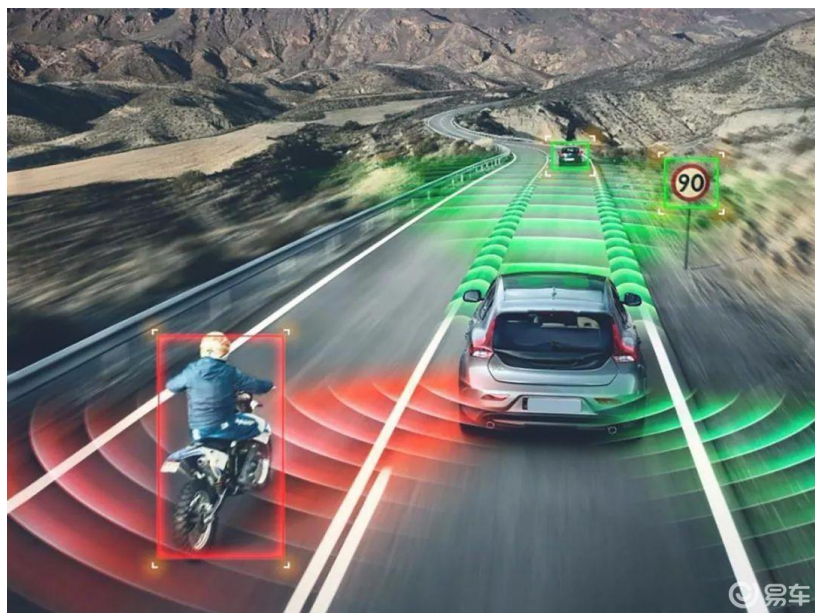
- 20世纪以来产生的诸多高新技术，如高层建筑、大跨度悬索桥、海洋平台、航空、航天、航海等许多重要工程更是在工程力学指导下得以实现，并不断发展完善的。





# 力学的地位与作用

- 近年来，随着人工智能技术与虚拟现实技术的发展，力学更是人类实现机械与现实世界的智能交互，以及准确模拟现实世界的必要工具。



## 飞驰人生- “需在离合器临界点把我左脚的力度，才能有更好的抓地力”

bilibili

五年来  
For the first time in five years,



## 汽车完美起步-四轮纯滚动



# 电动化+智能化是实现汽车控制的全新技术路径

## 新能源汽车为什么识别更准、响应更快

$$F = m a$$

F-代表轮胎与地面之间的相对作用  
a-代表加速度是车辆的动力学表现

电机旋变识别精度比传统轮速高 300 多倍

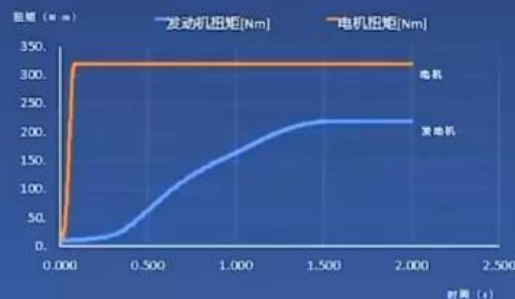
电机旋变传感器  
采集精度: 0.02 度  
信息采集精度高, 速度快



轮速传感器  
采集精度: 7.5 度  
信息采集精度低, 速度慢



电机毫秒级响应 比机械发动机快 100 倍



想必大家对于F=ma这个公式非常的熟悉

比亚迪仰望发布会

[https://www.bilibili.com/video/BV1uY41117Ys/?share\\_source=copy\\_web&vd\\_source=4340fc1f5ffdd1da9b42868674483118](https://www.bilibili.com/video/BV1uY41117Ys/?share_source=copy_web&vd_source=4340fc1f5ffdd1da9b42868674483118)



# 经典力学的分类

力学

{  
理论力学：研究质点与刚体系统，离散系统  
连续介质力学：研究变形体系统，连续系统

**理论力学：研究物体机械运动一般规律的科学。**







# 理论力学的研究对象和内容

理论力学是研究物体**机械运动**一般规律的科学。

机械运动：物体在空间的位置随时间的改变。包括：静止、移动、转动、振动、变形、流动、波动、扩散等。而热运动、化学运动、电磁运动、生命现象中都含有位置的变化，但不能把它们简单地归结为机械运动

热运动中每个分子（如空气）都在做机械运动吗？为什么热运动不能简单归结为机械运动？

理论力学

静力学，研究力系的简化与平衡

运动学，研究运动的几何性质

动力学，研究力与运动的关系



# 第一章 静力学公理和物体的受力分析

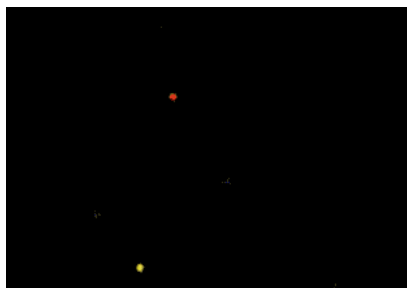


## 本章主要内容:

1. 力、刚体和平衡概念;
2. 五个静力学公理与两个推理;
3. 约束概念, 各种常见约束的性质;
4. 对物体系统能地取分离体, 画受力图。



**刚体：**在力的作用下，其内部任意两点间的距离始终保持不变的物体。  
(刚体与质点的区别：有形状，有大小)



三体问题



侧方停车

**变形体：**在力的作用下不能忽略变形的物体。

**平衡：**物体中各质点均处于平衡状态，即物体中各质点相对于惯性参考系静止或者做匀速直线运动。

平衡是物体运动的一种特殊形式。





**力：**物体间相互的机械作用，作用效果使物体的机械运动状态发生改变。

质点—力改变质点的速度（大小、方向）

刚体—力既会改变刚体上某点的速度，也会改变刚体绕该点转动的速度

力的三要素：大小、方向、作用点  $\longrightarrow$  力是矢量

出版教材上用黑斜体 $F$ 表示，手写体一般写成  $\vec{F}$

**力系：**一群力。

{ 平面汇交（共点）力系  
平面平行力系  
平面力偶系  
平面任意力系

{ 空间汇交（共点）力系  
空间平行力系  
空间力偶系  
空间任意力系

零力系：没有外力作用的力系

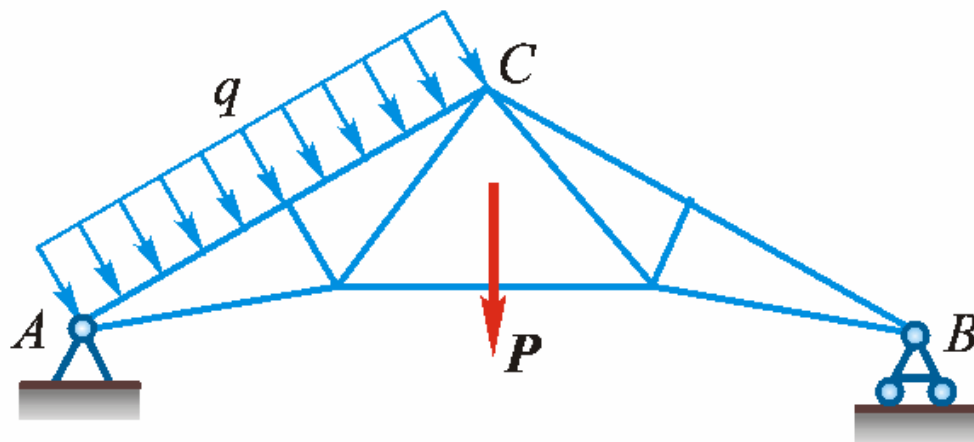
等效力系：作用于同一个物体产生了相同效果的两个力系

平衡力系：等效于零力系的力系





研究物体的受力分析、力系的等效替换（或简化）、建立各种力系的平衡条件的科学



## 1 物体的受力分析:

分析物体（包括物体系）受哪些力，每个力的作用位置和方向，并画出物体的受力图；

## 2 力系的等效替换（或简化）:

用一个简单力系等效代替一个复杂力系；

## 3 各种力系的平衡条件:

建立各种力系的平衡条件，并应用这些条件解决静力学实际问题。

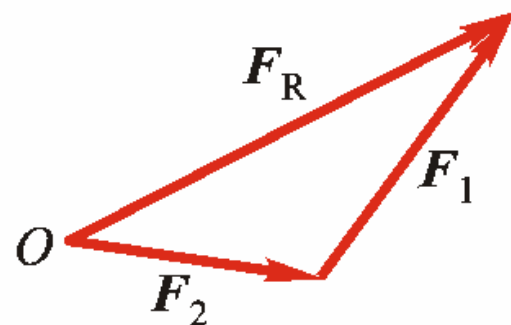
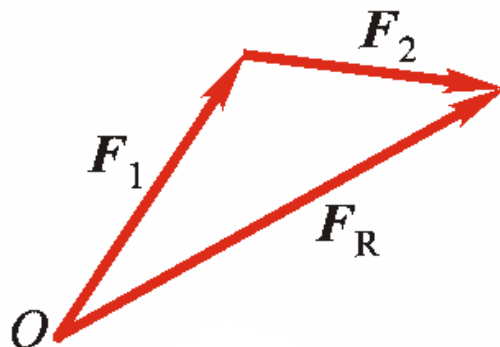
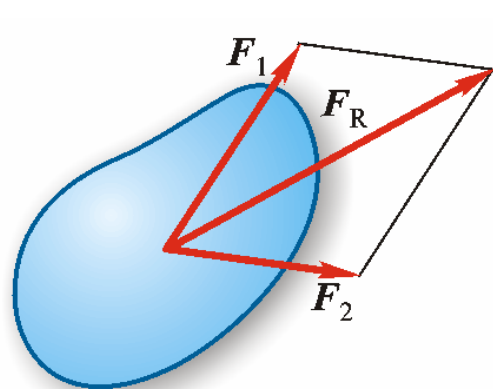




## 公理1 力的平行四边形法则

用于分析简化作用于刚体的力系，是人们长期生活和生产实践的经验总结，又经过实践反复检验，被确认是符合客观实际的规律

作用在物体上**同一点**的两个力，可以合成为一个合力。  
合力的作用点也在**该点**，合力的大小和方向，由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。



合力(合力的大小与方向)  $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  (矢量和)

亦可用力三角形求得合力矢 (首尾相连)

矢量加法与顺序无关  $\vec{F}_R = \vec{F}_2 + \vec{F}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$





## 公理2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。

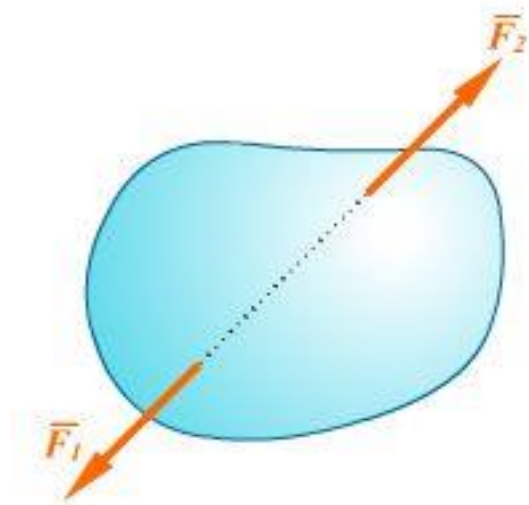
使刚体平衡的充分必要条件

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

公理2不是公理1的退化形式！

公理1：作用在同一个点

公理2：作用在同一条直线



最简单力系的平衡力系







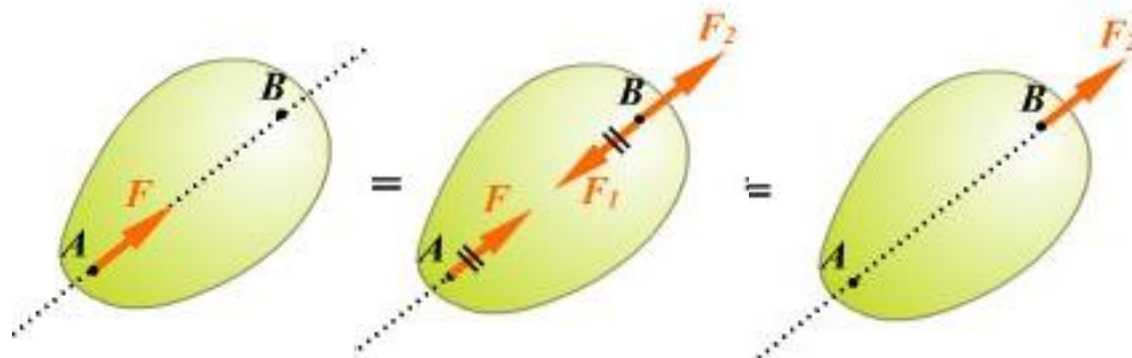
## 公理3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

### 推理1 力的可传性

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用。

想象：  
推桌子与  
拉桌子



公理3  
 $F_2 = -F_1$ , 平衡力系

公理2  
 $F_1 = -F$ , 二力平衡

+公理3

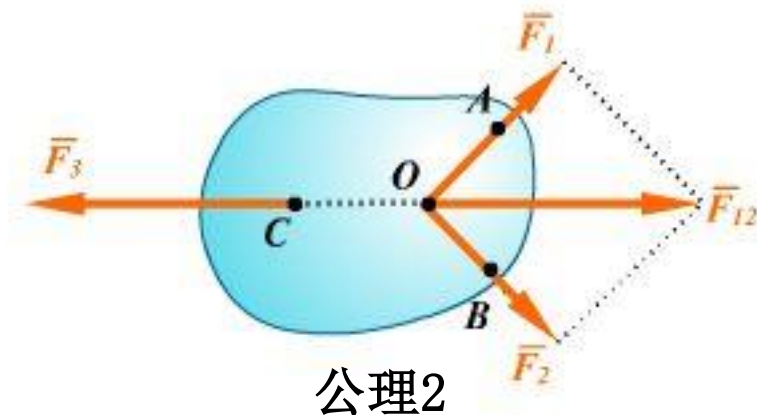
作用在刚体上的力的三要素为大小、方向和作用线。





## 推理2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。



前提：三力平衡+两力相交  
缺少任一前提均不成立，例如？

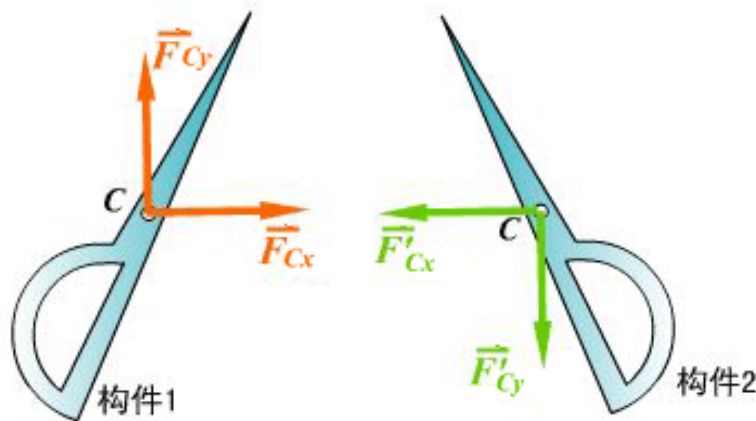
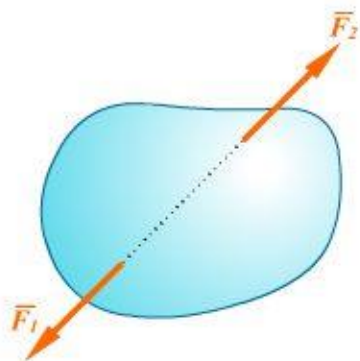




## 公理4 作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在，同时消失，等值、反向、共线，作用在相互作用的**两个物体**上。

在画物体受力图时要注意此公理的应用：作用力与反作用力  
(注意与公理2：二力平衡的区别)





## 公理5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此**变形体刚化为刚体**，其平衡状态保持不变。



柔性体（受拉力平衡）

反之不一定成立。



刚化为刚体（仍平衡）



刚体（受压平衡）



柔性体（受压不能平衡）





## 总结

公理1 力的平行四边形法则

公理2 二力平衡条件

公理3 加减平衡力系原理

公理4 作用和反作用定律

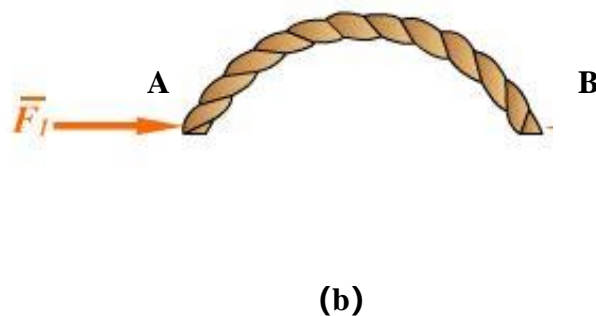
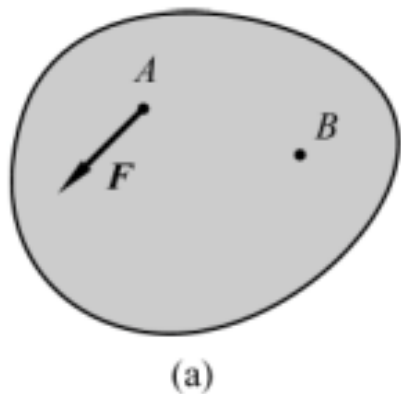
公理5 刚化原理

推理1 力的可传递性

推理2 三力平衡汇交定理



刚体上A点受到力 $F$ 的作用，问能否在B点上加一个力使刚体平衡？



(a) 不能。

因为B不在 $F$ 的作用线上，无法满足二力平衡的两个力作用线在同一直线上的条件

(b) 不能。

因为绳子无法满足刚化条件，二力平衡只在刚体上成立

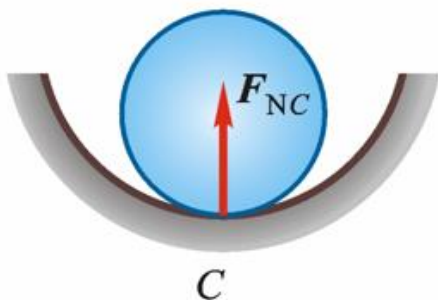




**约束：** 对非自由体的位移起限制作用的周围物体。

**约束力：** 约束对非自由体的作用力，又称为约束反力，或反力。

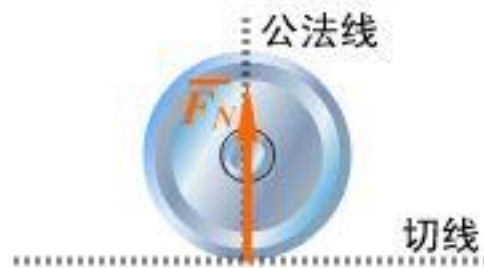
约束力 {  
大小——待定（求解）  
方向——与该约束所能阻碍的位移方向相反  
作用点——接触处





## 工程中常见的约束

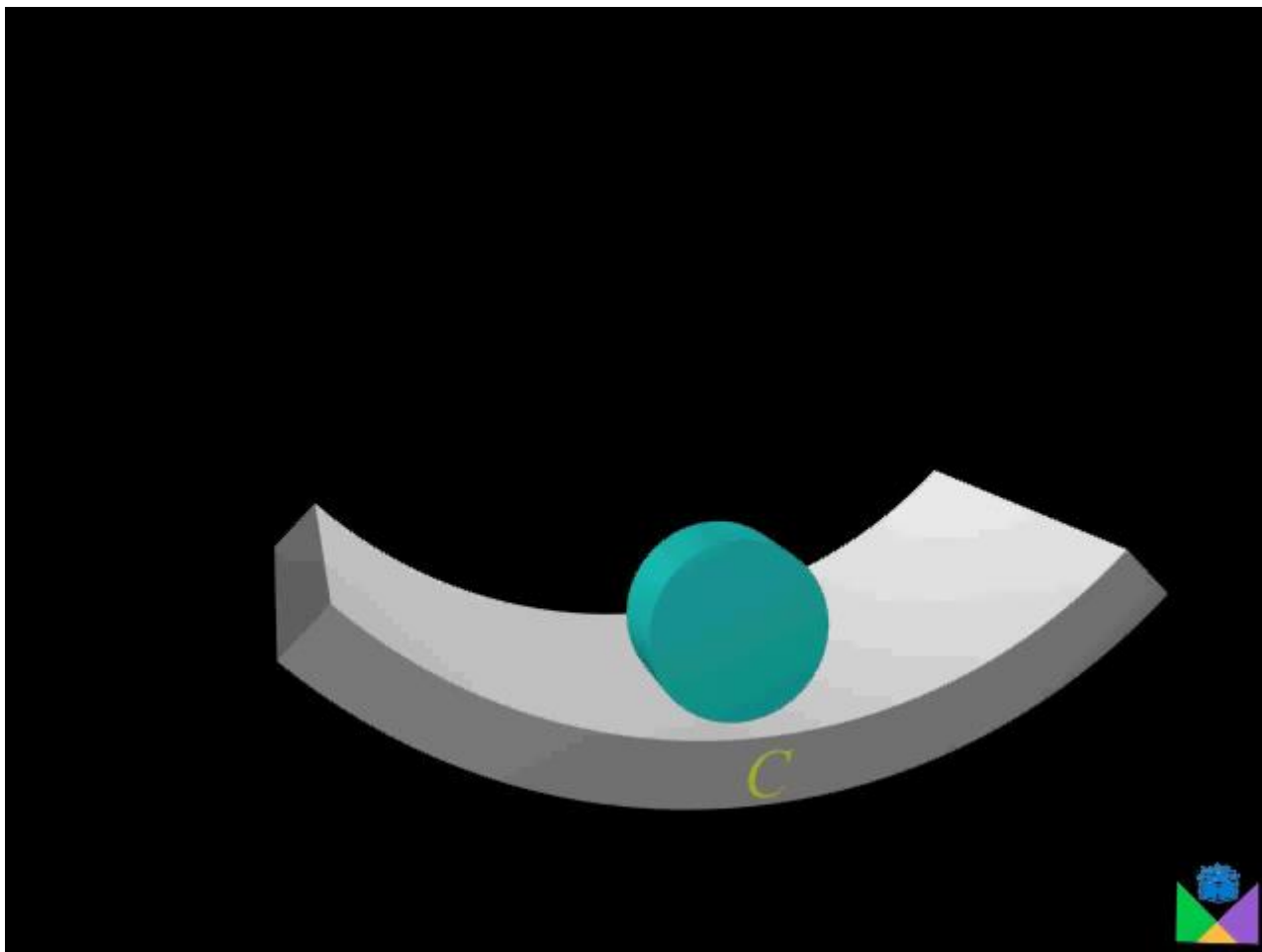
### 1. 具有光滑接触面（线、点）的约束（光滑接触约束）

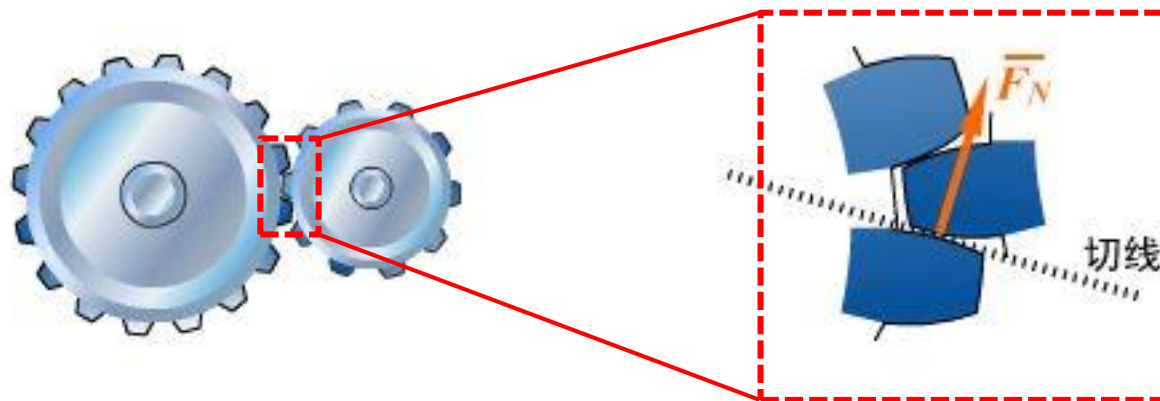






## 光滑接触面约束





光滑支承接触对非自由体的约束力，作用在接触处；方向沿接触处的公法线并指向受力物体，故称为法向约束力，用  $\vec{F}_N$  表示。



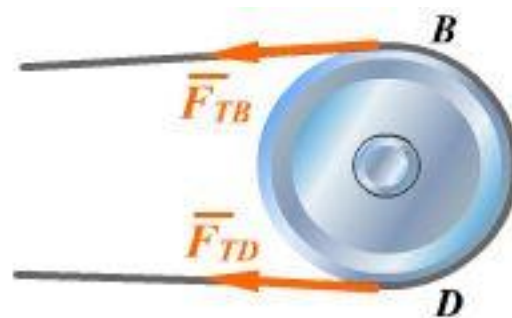
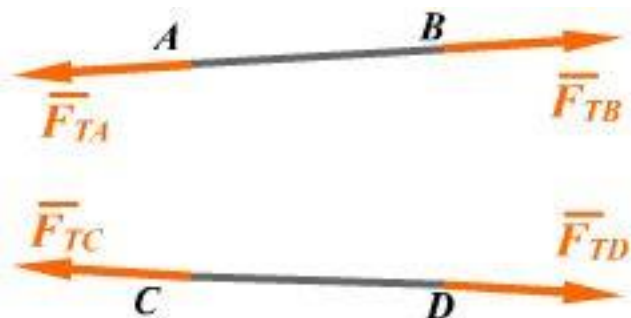
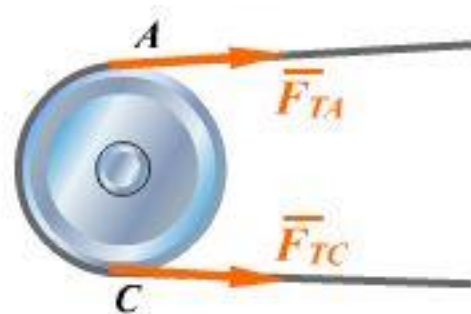
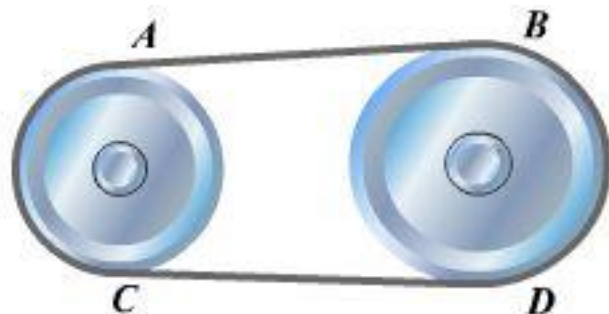


## 2. 由柔软的绳索、胶带或链条等构成的约束



柔索只能受拉力，又称张力. 用  $\vec{F}_T$  表示.





柔索对物体的约束力为拉力，沿着柔索背向被约束物体。

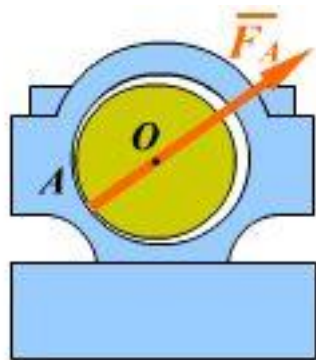
胶带对轮的约束力沿轮缘的切线方向，为拉力。





## 3. 光滑铰链约束（径向轴承、圆柱铰链、固定铰链支座等）

### (1) 径向轴承（向心轴承）



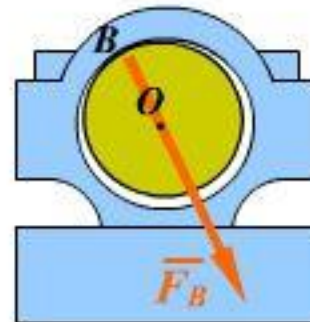
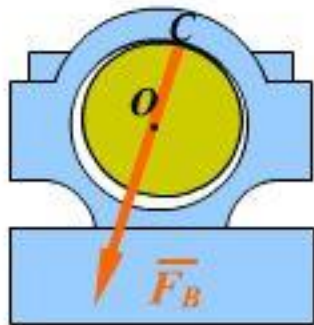
约束特点：  
轴在轴承孔内，轴为非自由体、  
轴承孔为约束。

约束力： 当不计摩擦时，轴与孔在接触处为光滑接触  
约束——法向约束力。约束力作用在接触处，沿径向  
指向轴心。

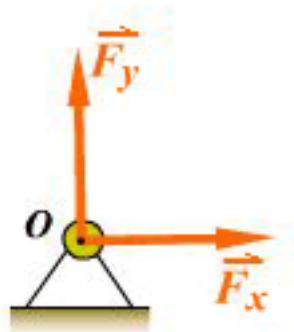




当外界载荷不同时，接触点会变，则约束力的大小与方向均有改变。



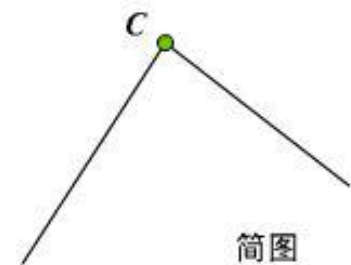
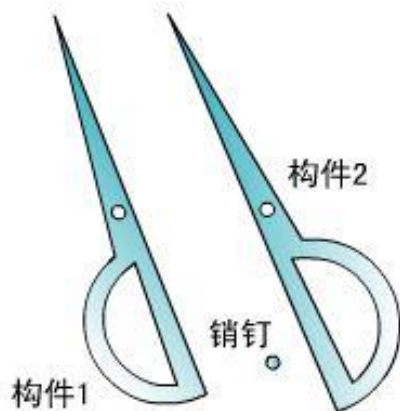
可用二个通过轴心的正交分力  $\vec{F}_x, \vec{F}_y$  表示。





## (2) 光滑圆柱铰链

约束特点：由两个各穿孔的构件及圆柱销钉组成，如剪刀。



## 光滑圆柱铰链约束

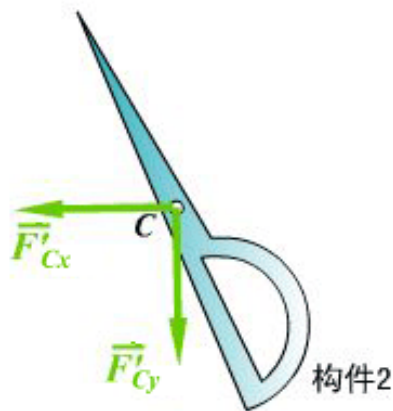
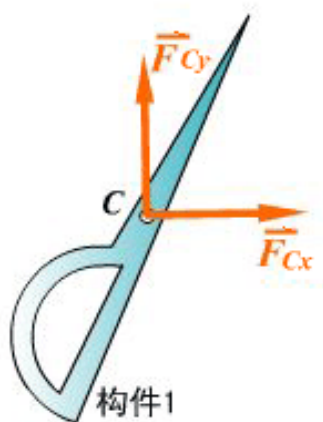






约束力:

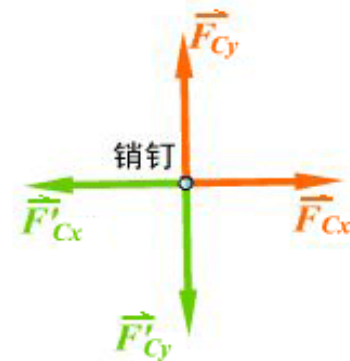
光滑圆柱铰链: 亦为孔与轴的配合问题, 与轴承一样, 可用两个正交分力表示.



其中有作用反作用关系

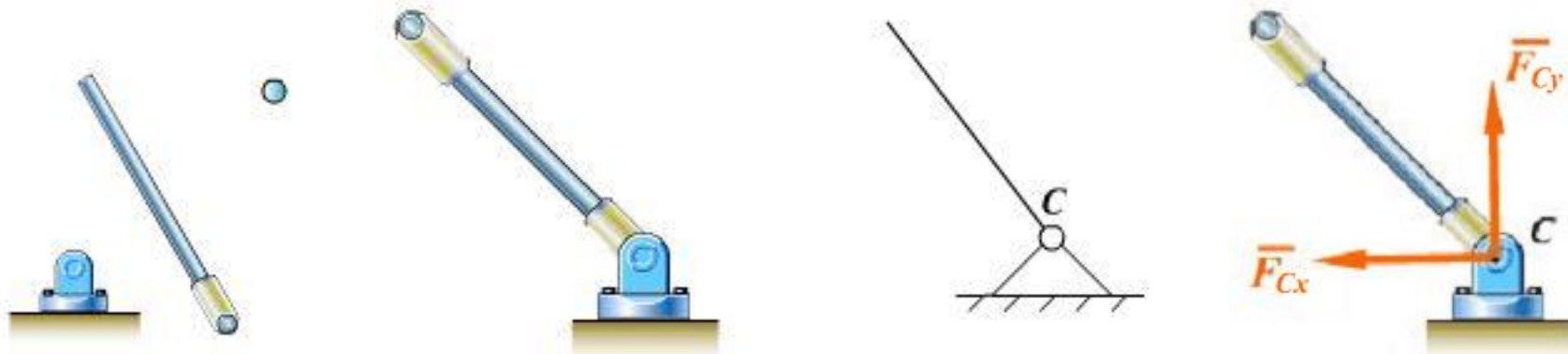
$$\vec{F}_{Cx} = -\vec{F}'_{Cx}, \vec{F}_{Cy} = -\vec{F}'_{Cy}$$

一般不必分析销钉受力, 当要分析时, 必须把销钉单独取出.





### (3) 固定铰链支座



约束特点: 由上面构件与地面或机架固定而成.

约束力: 与圆柱铰链相同

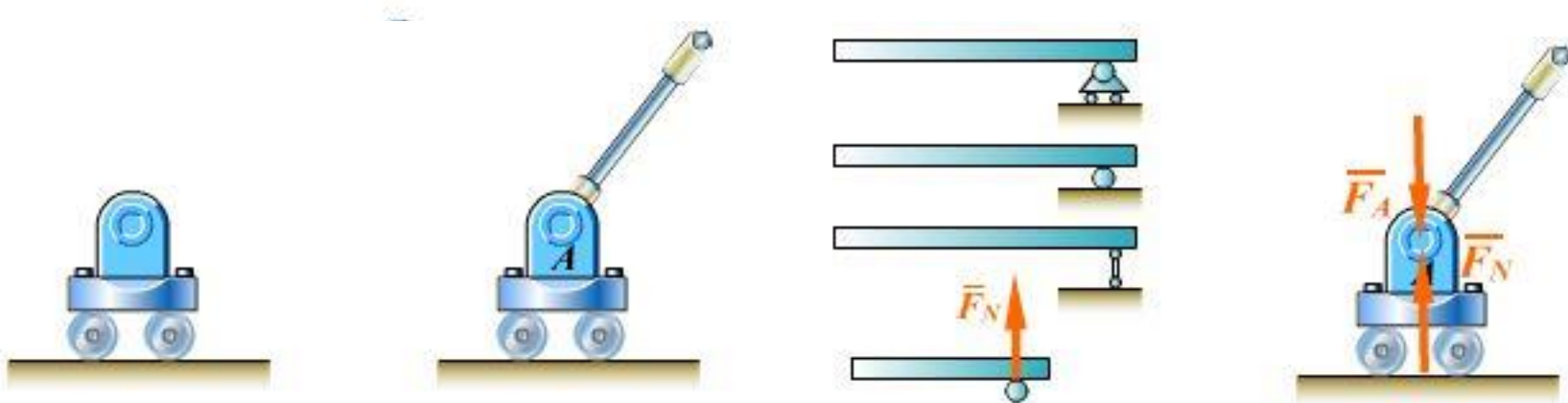
以上三种约束 (径向轴承、光滑圆柱铰链、固定铰链支座) 其约束特性相同, 均为轴与孔的配合问题, 都可称作光滑圆柱铰链.





## 4. 其它类型约束

### (1) 滚动支座



约束特点:

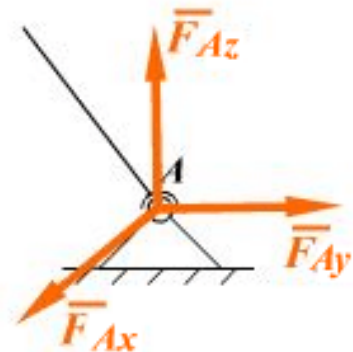
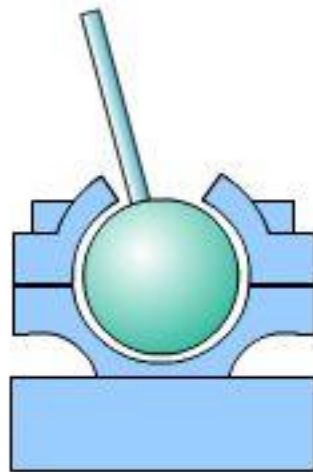
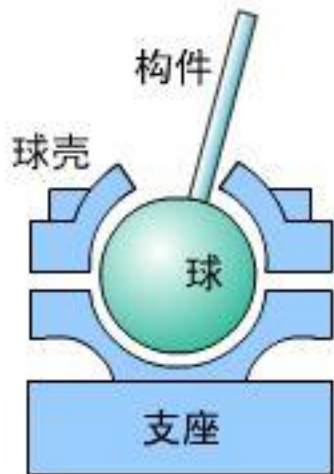
在上述固定铰支座与光滑固定平面之间装有光滑辊轴而成.

约束力: 构件受到垂直于光滑面的约束力.





## (2) 球铰链



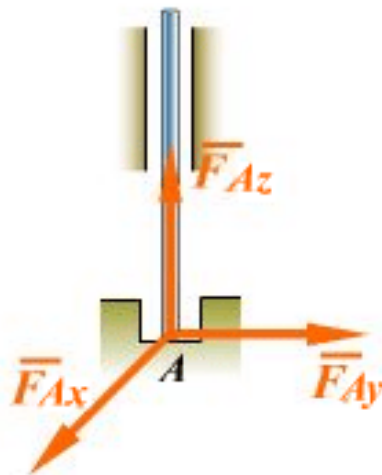
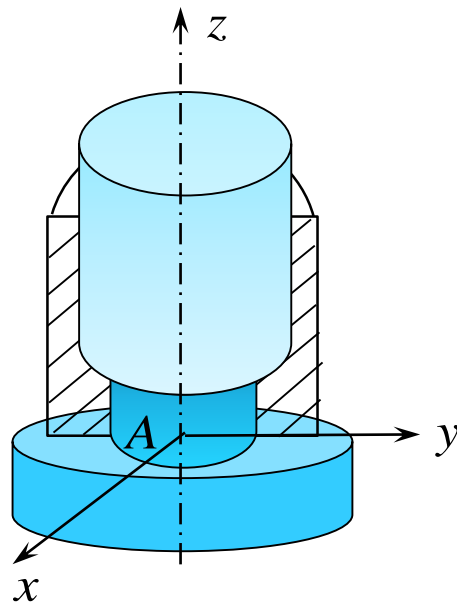
**约束特点：**通过球与球壳将构件连接，构件可以绕球心任意转动，但构件与球心不能有任何移动。

**约束力：**当忽略摩擦时，球与球座亦是光滑约束问题。约束力通过接触点，并指向球心，是一个不能预先确定的空间力。可用三个正交分力表示。





### (3) 止推轴承



约束特点：止推轴承比径向轴承多一个轴向的位移限制。

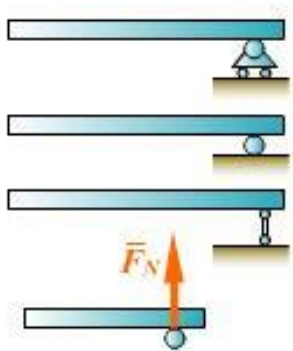
约束力：比径向轴承多一个轴向的约束力，亦有三个正交分力  $\vec{F}_{Ax}$ ,  $\vec{F}_{Ay}$ ,  $\vec{F}_{Az}$  。



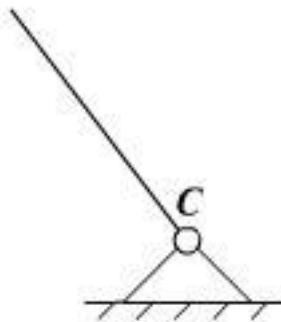


## ！！ 必须学会区分各种支座的示意图画法

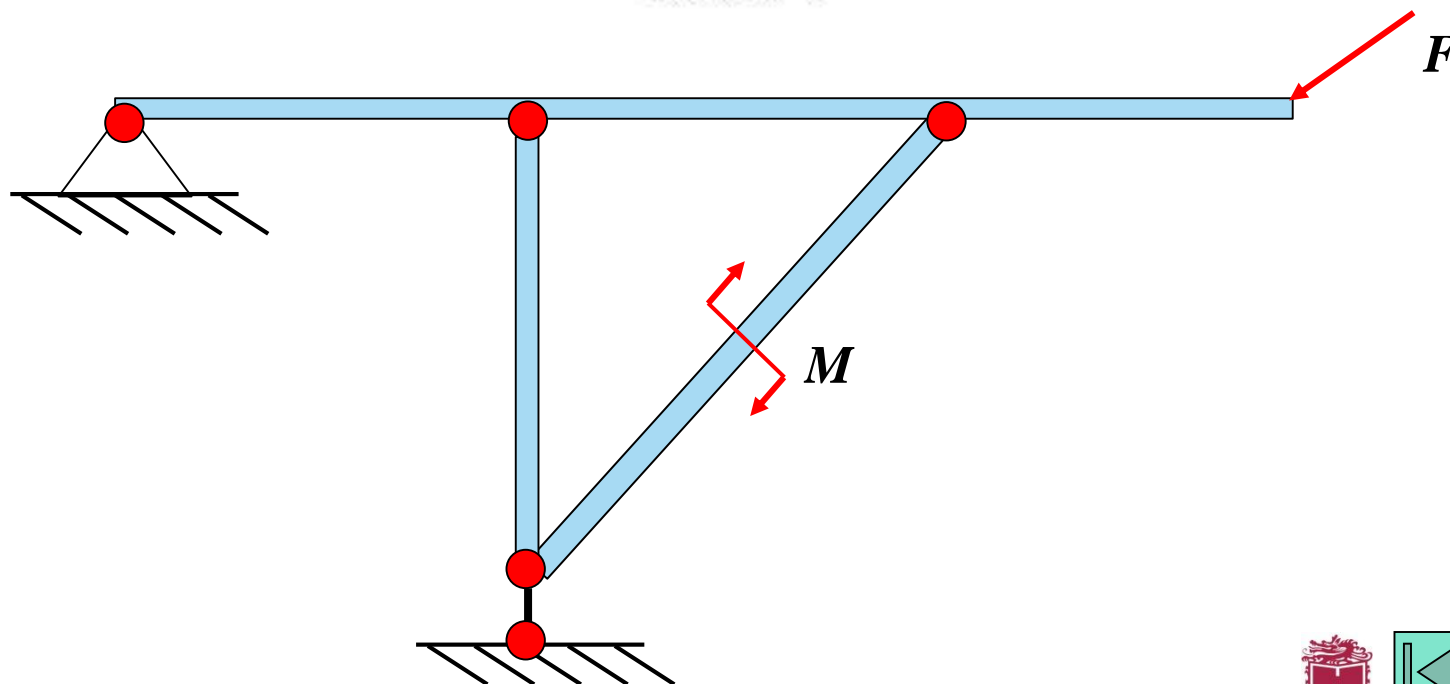
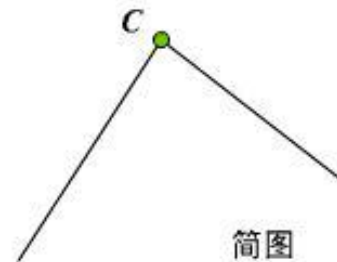
(1) 滚动支座



(2) 固定铰链支座



(3) 光滑圆柱铰链 (径向轴承)





## 总结

- (1) 光滑面约束——法向约束力  $\vec{F}_N$
- (2) 柔索约束——张力  $\vec{F}_T$
- (3) 光滑铰链——  $\vec{F}_{Ay}, \vec{F}_{Ax}$
- (4) 滚动支座——  $\vec{F}_N \perp$  光滑面
- (5) 球铰链——空间三正交分力
- (6) 止推轴承——空间三正交分力





### 受力分析

简单地说就是分析物体的受力情况，确定物体受到哪些力，各个力的作用点在哪儿？作用方向是什么？

### 为什么？

只有先定性地给出物体的受力情况，才能定量地求解各力的大小，然后才能解决其他问题。没有受力分析，求解静力学问题将会无从下手。

### 取研究对象 (取分离体)

为了把结果清晰地显示出来，把要研究的那个物体从周围的物体中分离出来，单独画它的简图，这个步骤叫做取研究对象，或者叫取分离体，画出来的这个简图称为分离体图。







### 受力图

把物体所受到的所有力（所有的主动力和约束反力）以一种简明的图形画出来，称为物体的受力图。

在受力图上应画出所有力，主动力和约束力（被动力）

**主动力：**外界对物体的作用（体力；面力；集中力）

**约束力：**未知的被动力（由约束提供）

画受力图步骤：

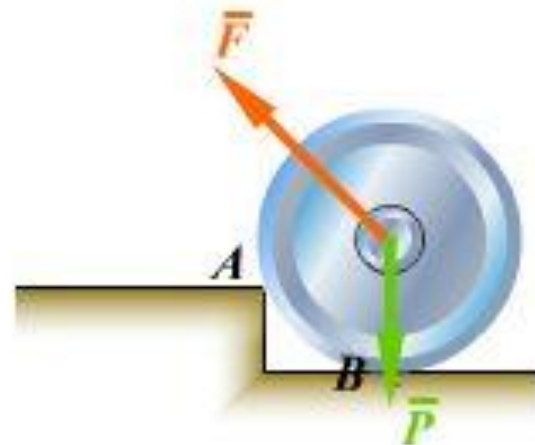
1. 取所要研究物体为研究对象（解除约束，获得分离体），画出其简图
2. 画出所有主动力
3. 按约束性质画出所有**约束（被动）力**





## 例1-1

轮子重为  $\bar{P}$ ，拉力为  $\bar{F}$ ， $A$ 、 $B$  两处光滑接触，画出碾子的受力图。



解： 画出简图  
-分离轮子



画出主动力  
-不由约束提供的力

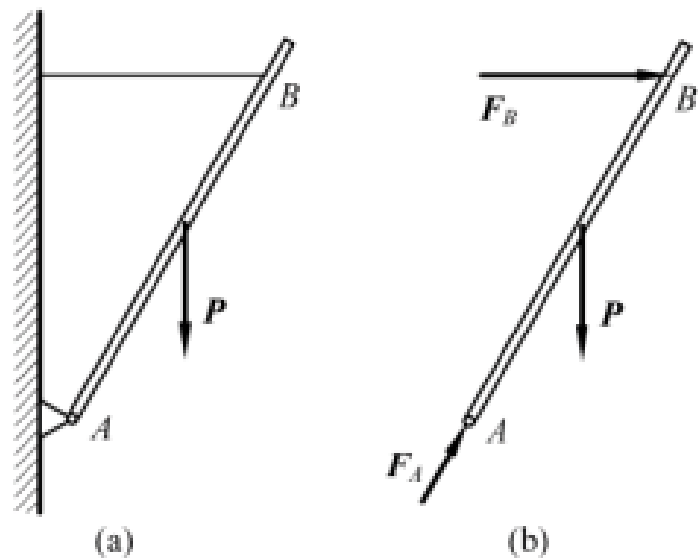


画出约束力  
-根据约束位移

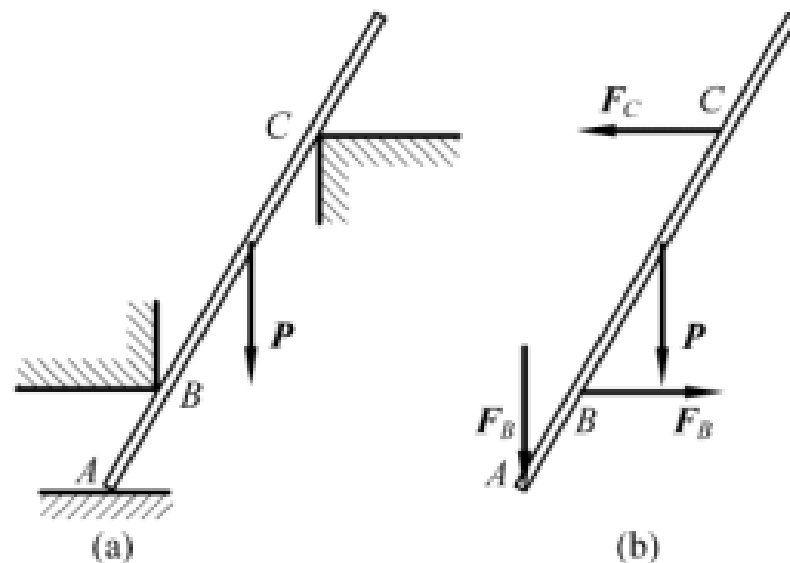


指出下面受力图的不正确地方

(A)



(B)



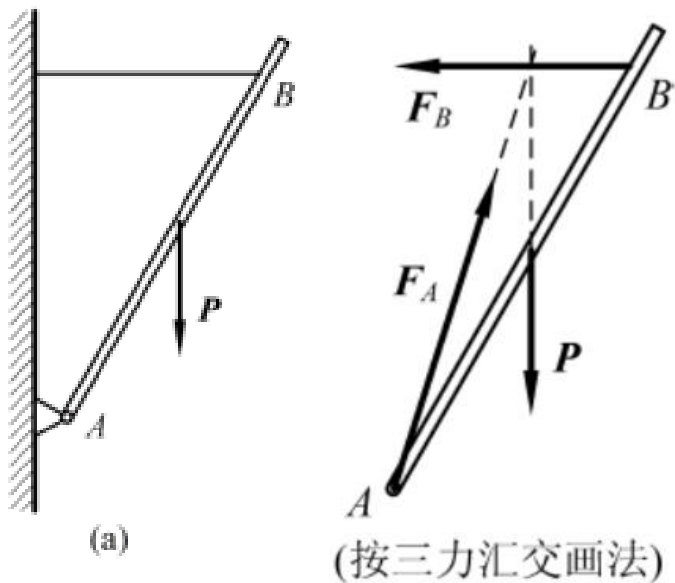
作答



## 指出下面受力图的不正确地方

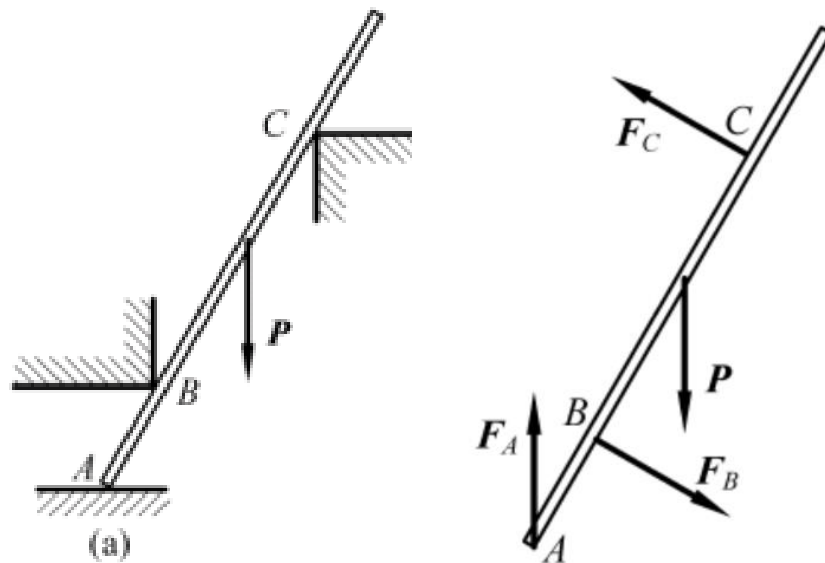
(A)

1. 绳索只能承受拉力
2.  $F_A$  方向由三力平衡汇交确定



(B)

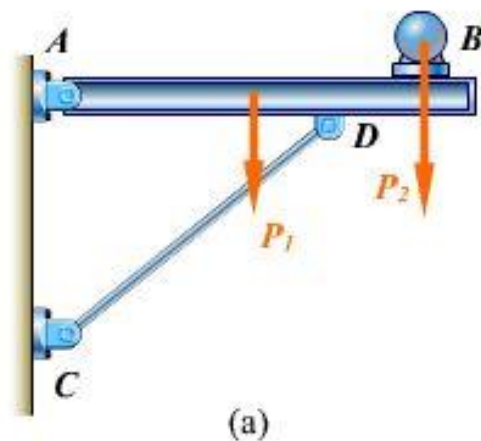
1. B处约束力垂直于ABC
2. C处约束力垂直于ABC
3. A处约束力应该用  $F_A$  表示，并且竖直向上



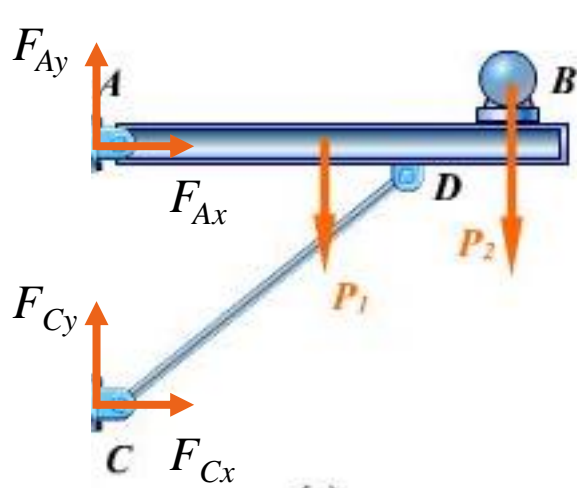


## 例1-3 (多个刚体组成)

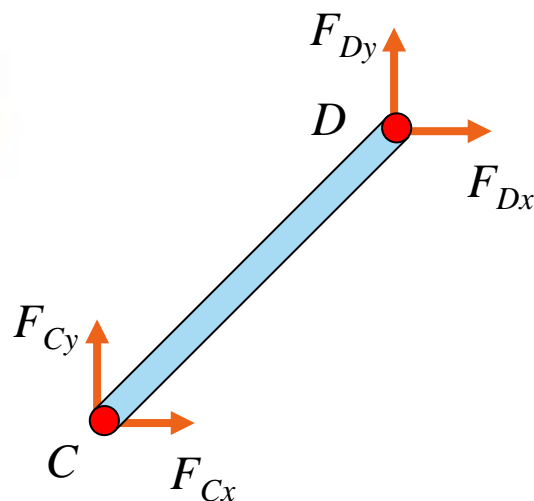
水平均质梁  $AB$  重为  $\vec{P}_1$ , 电动机重为  $\vec{P}_2$ , 不计杆  $CD$  的自重, 画出杆  $CD$  和梁  $AB$  的受力图。



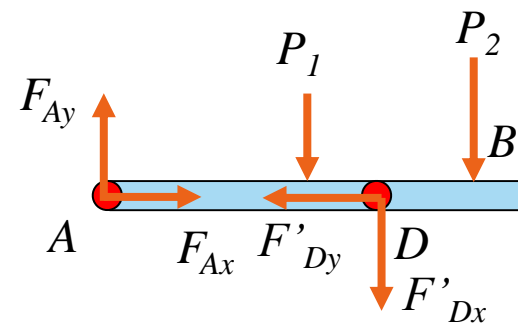
解: 解除A与C处的光滑铰链约束, 画主动力+约束力



整体



杆CD



反作用力, 必须反向

杆AB





**例1-3** 水平均质梁  $AB$  重为  $\bar{P}_1$ ，电动机重为  $\bar{P}_2$ ，不计杆  $CD$  的自重，画出杆  $CD$  和梁  $AB$  的受力图。

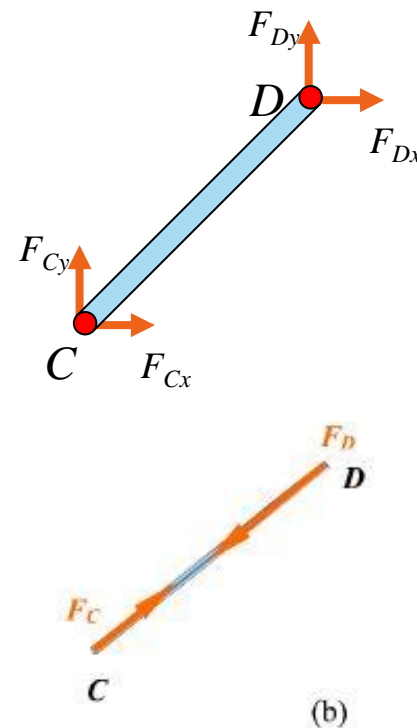
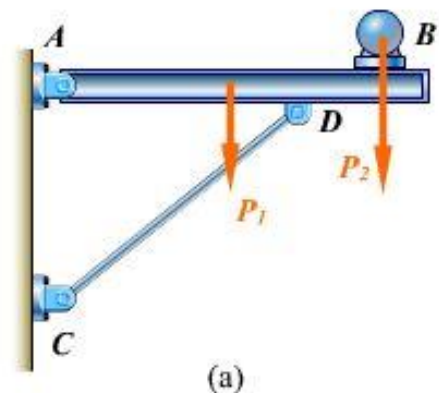
**解：** 取  $CD$  杆，其受力图如右，只受到两端  $C$  与  $D$  的力作用，处于平衡

公理2-二力平衡：物体受的力沿  
**两力作用点**的连线，等值、反向

$CD$  杆必须满足二力平衡，因此  $F_C$  与  $F_D$  必须等值、反向，沿  $CD$  连线方向

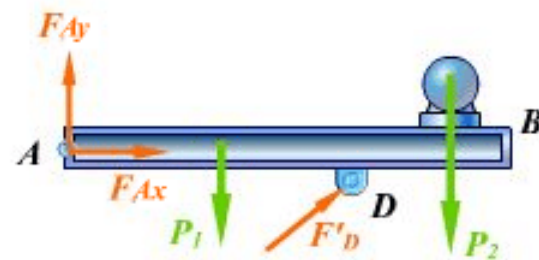
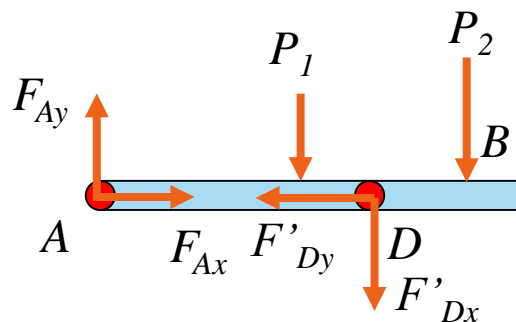
**二力杆**：只在两个力作用下平衡的结构。

一般**不受主动力**、**只在两端受到约束**的杆件都是二力杆



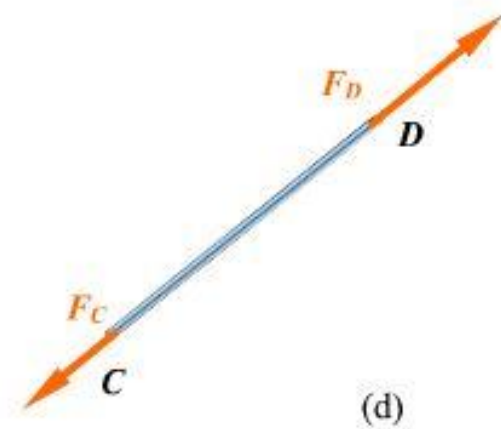


取  $AB$  梁，其受力图如图 (c)



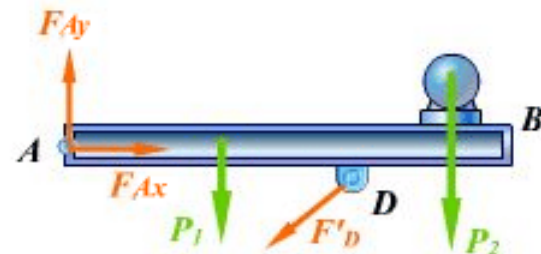
(c)

$CD$  杆的受力图能否画为图 (d) 所示?



(d)

若这样画，梁  $AB$  的受力图又如何改动?



可以，二力杆是刚体

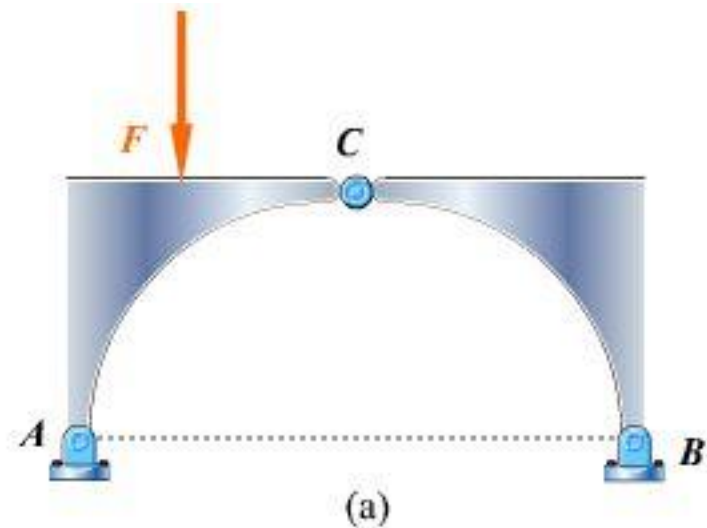
作用力与反作用力必须成对出现





## 例1-4

不计三铰拱桥的自重与摩擦，画出左、右拱  $AB, CB$  的受力图与系统整体受力图。

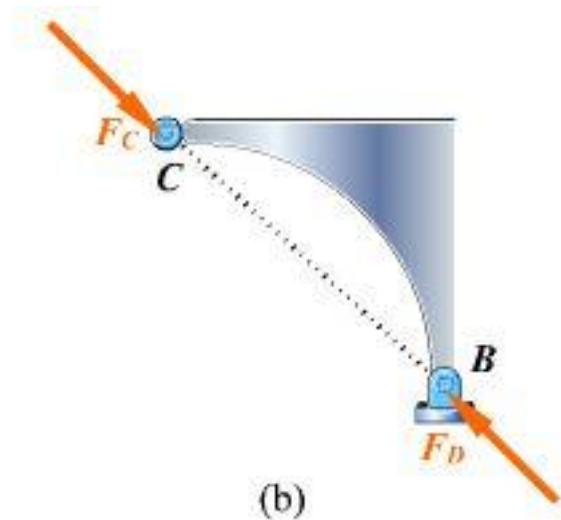


解：右拱  $CB$  为二力构件，其受力图如图 (b) 所示

**二力杆**：只在两个力作用下平衡的结构。

(与形状无关，只看受力)

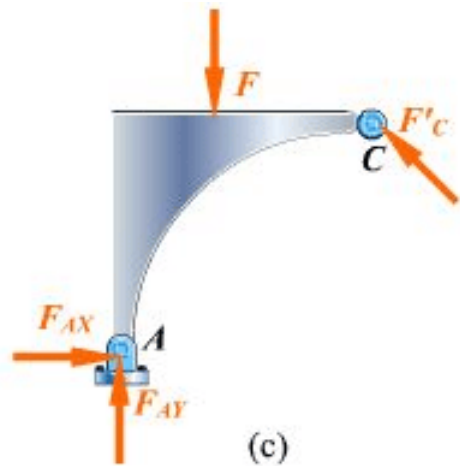
**二力杆**：所受力沿作用点连线



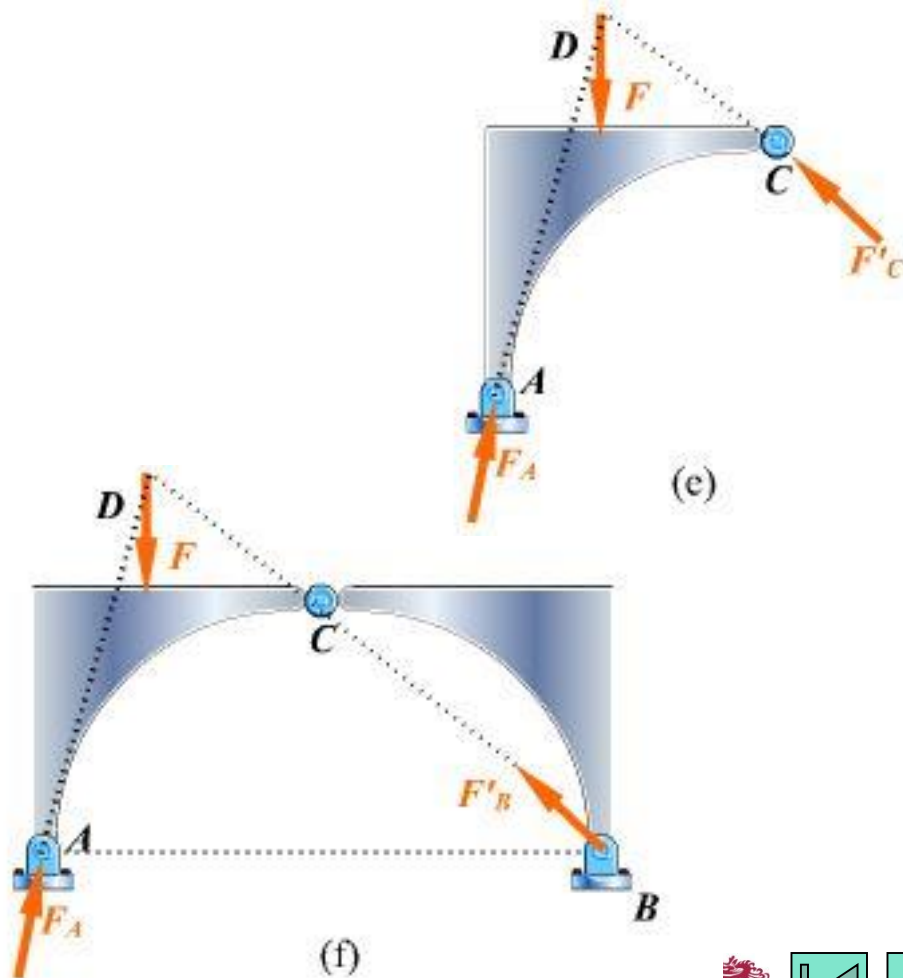




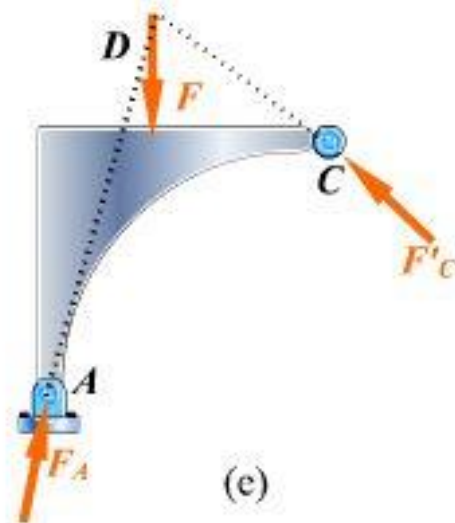
取左拱  $AC$ , 其受力图如图 (c) 所示



系统整体受力图如图 (f) 所示



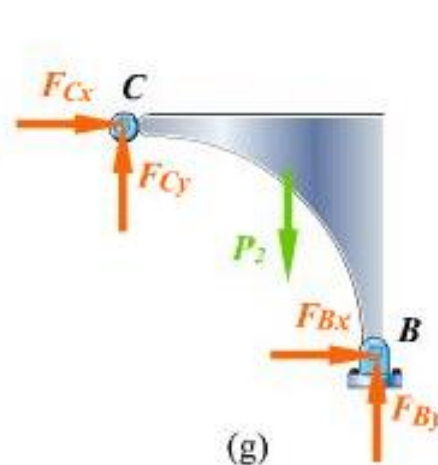
考虑到左拱  $AC$  三个力作用下平衡, 按三力平衡汇交定理画出左拱  $AC$  的受力图, 如图 (e)





讨论：若左、右两拱都考虑自重，如何画出各受力图？

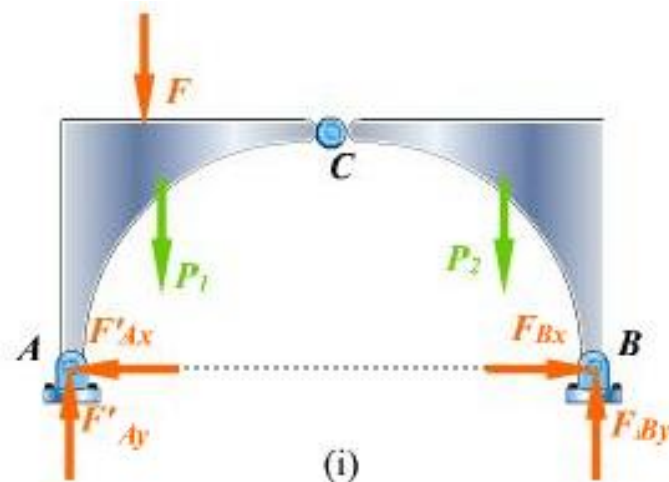
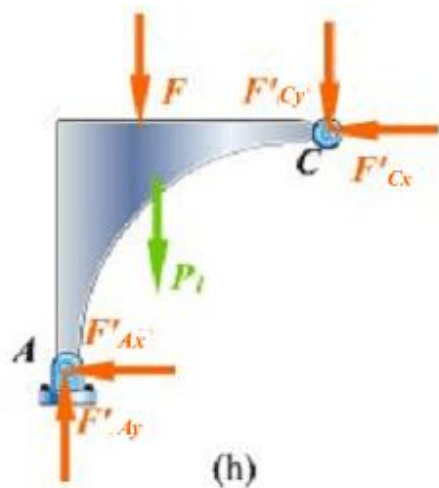
如图 (g) (h)



(g) 是否可以用三力平衡汇交？

不能。需要**已知二力汇交点**，才能使用。

整体受力





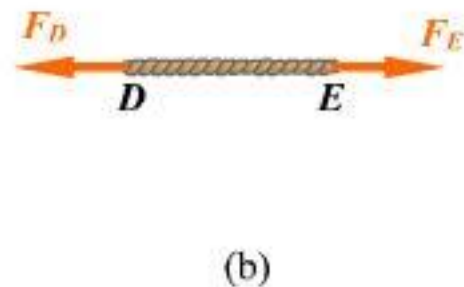
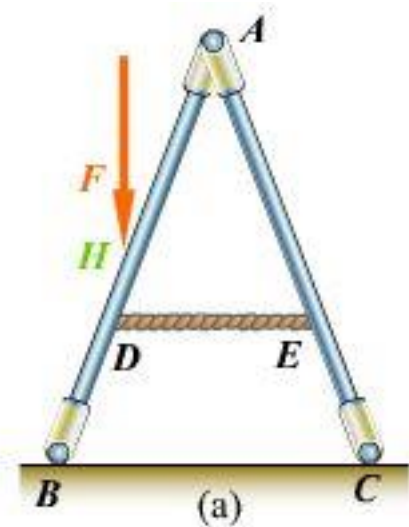
### 例1-5 (处理柔索)

不计自重的梯子放在光滑水平地面上，画出梯子、梯子左右两部分与整个系统受力图。

解：

绳子受力图如图 (b) 所示

刚化定理





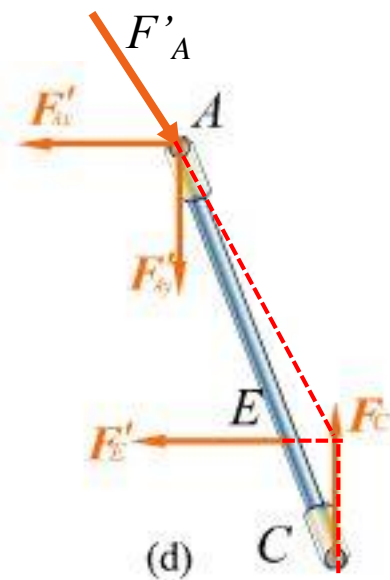
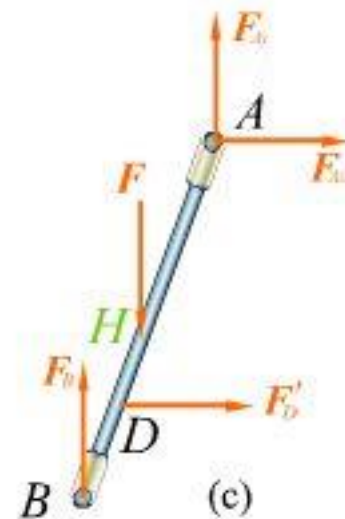
梯子左边部分受力图如图  
(c) 所示



多少对作用力与反作用力?

$$\begin{aligned} &F_D \text{ 与 } F'_D, \quad F_E \text{ 与 } F'_E \\ &F_{Ax} \text{ 与 } F'_{Ax}, \quad F_{Ay} \text{ 与 } F'_{Ay} \end{aligned}$$

梯子右边部分受力图如图  
(d) 所示

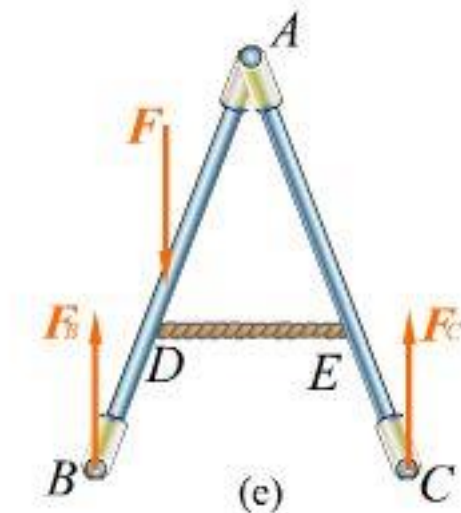


梯子右边部分受力图进一步简化?





整体受力图如图 (e) 所示



提问：左右两部分梯子在 A 处，绳子对左右两部分梯子均有力作用，为什么在整体受力图没有画出？

系统内各物体间的相互作用的力称为**内力**

内力总是成对出现，对系统的作用效应相互抵消，**不画在**受力图（公理4）

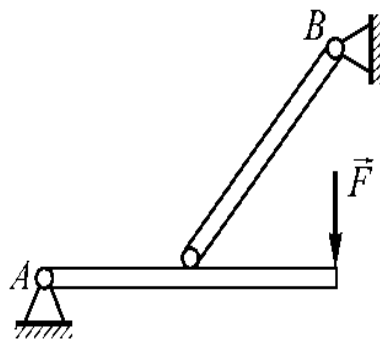
受力图里只画出**外力**（外部对系统的作用：主动力+约束力）



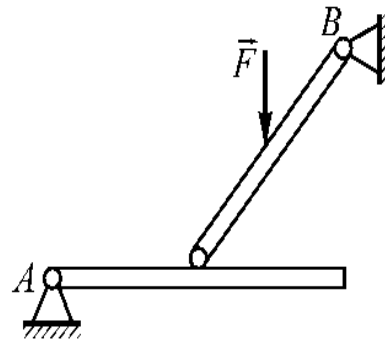


## 期中考题

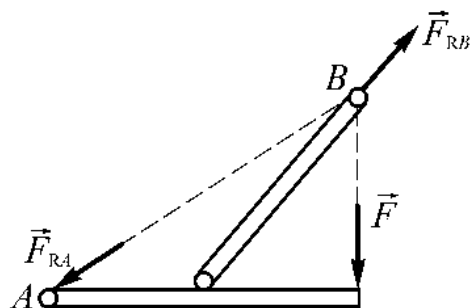
1、画出下列各图中A, B两处约束力的方向（包括方位和指向）。



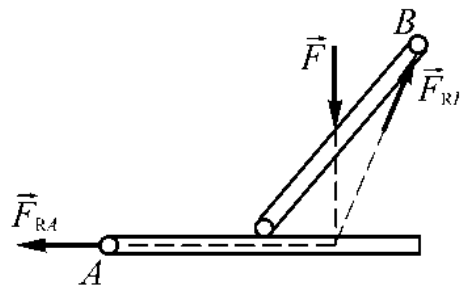
(a)



(b)



(a)



(b)



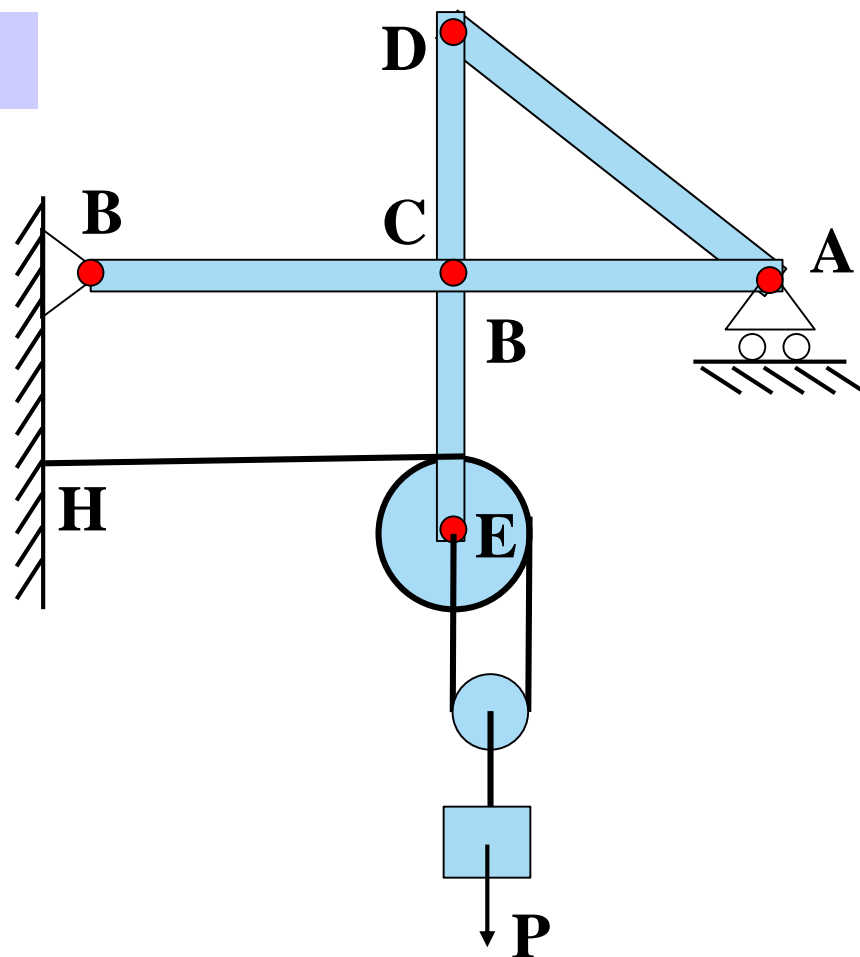
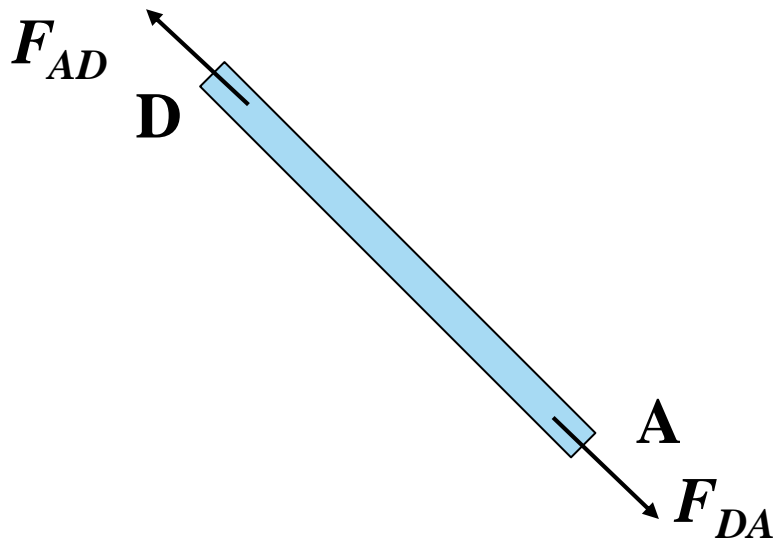


## 例1-6 (滑轮-柔索-杆件结构)

不计滑轮、杆件与绳索的重力，并且所有接触均光滑，画出图示结构各个物体的受力图。

解：

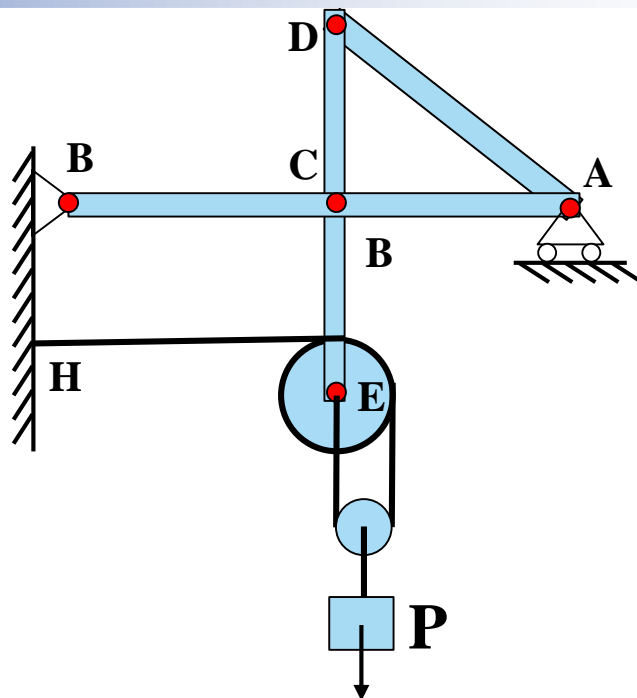
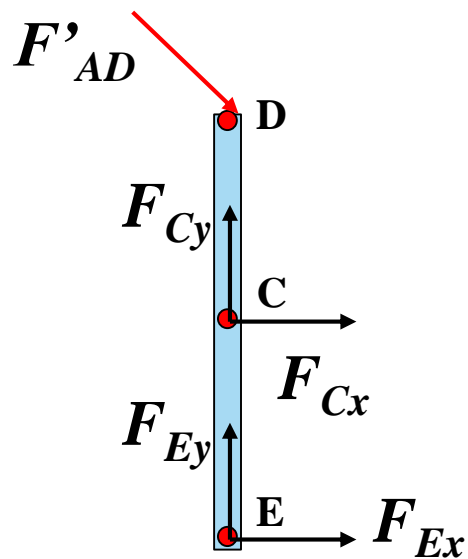
AD杆为二力杆，受力图为



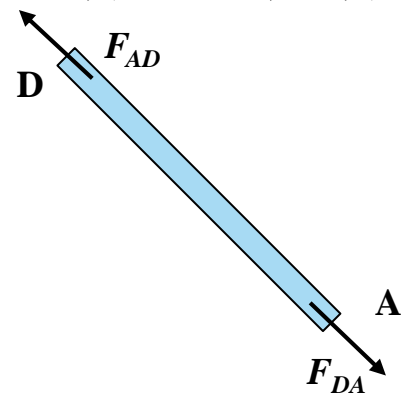


## § 1-3 物体的受力分析和受力图

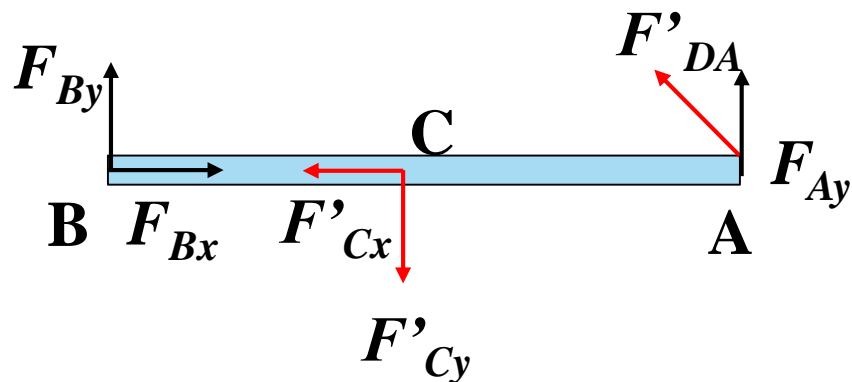
DE杆的受力图为



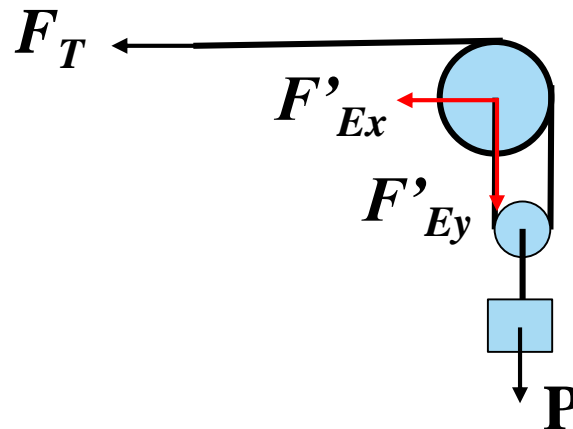
AD杆为二力杆



AB杆的受力图为



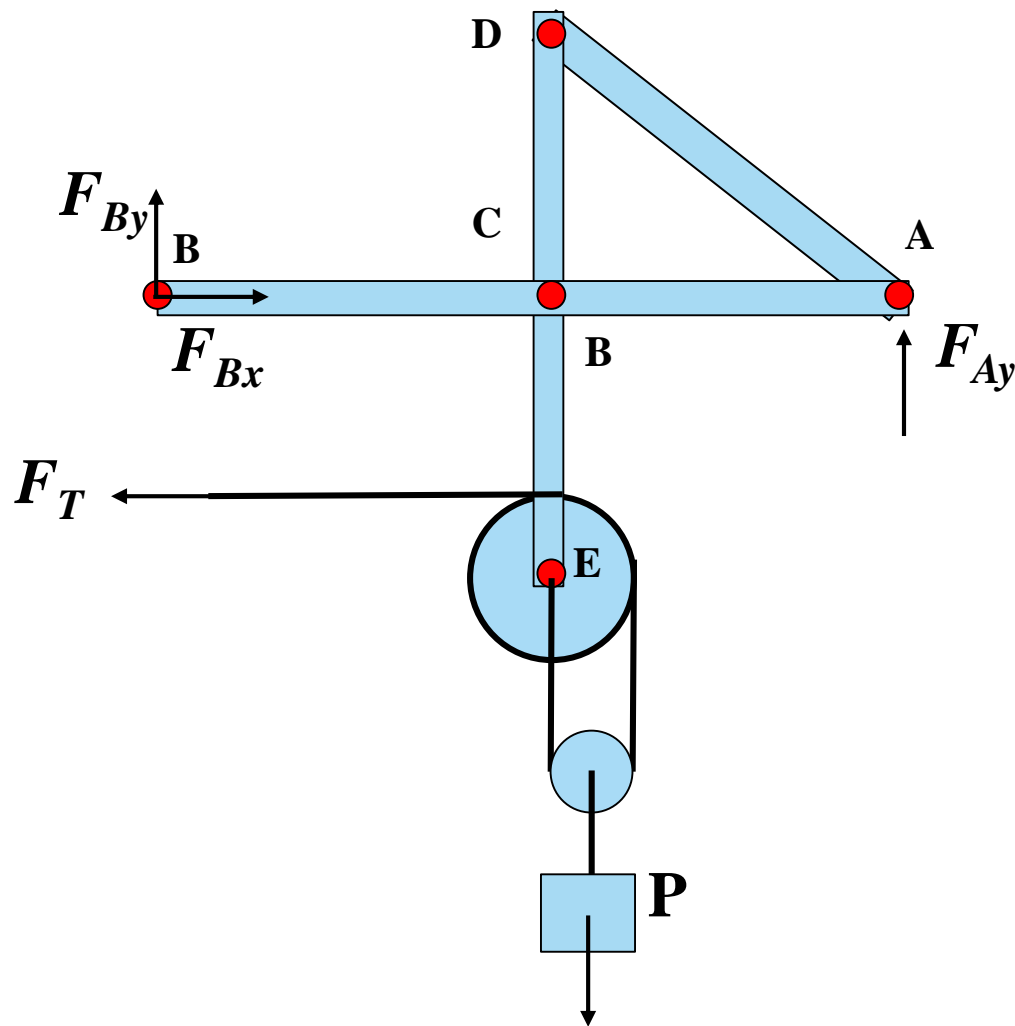
滑轮E的受力图为







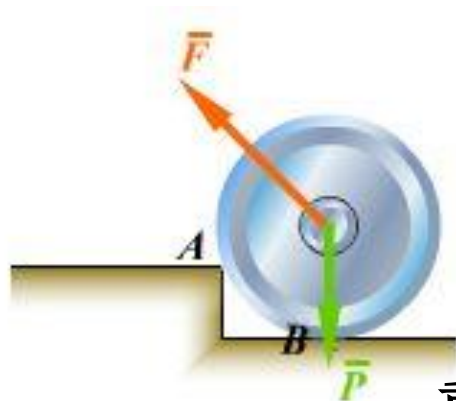
整体受力图为





在建立力学模型时，要抓住关键、本质的方面，忽略次要的方面。

例如：



忽略变形 → 刚体

三维问题 → 平面问题

几何形状 → 圆形

重力  $\bar{P}$  和力  $\bar{F}$  的简化 → 作用在圆心

$A, B$ 处约束力的简化 → 点接触  
光滑接触

→ 力学模型





## 理论力学中力学模型常遇到的几个方面

- ✚材料假设为均匀；
- ✚将物体视为刚体；
- ✚几何形状简化为圆柱、圆盘、板、杆及由它们组成的简单形状；
- ✚受力简化为集中力、分布力；
- ✚接触简化为光滑铰链、光滑接触、柔索等。



# 作业

## 教材习题: 1-1(d), (e), (g) 1-2(d), (e), (g), (j)

