# Análise de Componentes Principais

Francisco Rubens

### Análise descritiva

Fazendo primeiro a análise descritiva dos dados.

```
data(iris)
head(iris, 3)
```

```
  Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
1          5.1         3.5          1.4         0.2  setosa
2          4.9         3.0          1.4         0.2  setosa
3          4.7         3.2          1.3         0.2  setosa
```

```
diris=iris[,1:4]
(summary(diris))
```

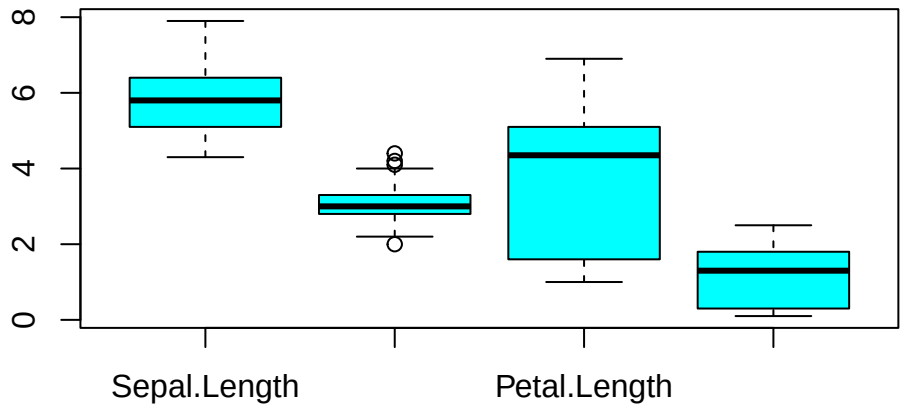
```
  Sepal.Length    Sepal.Width     Petal.Length    Petal.Width
 Min.   :4.300   Min.   :2.000   Min.   :1.000   Min.   :0.100
 1st Qu.:5.100   1st Qu.:2.800   1st Qu.:1.600   1st Qu.:0.300
 Median :5.800   Median :3.000   Median :4.350   Median :1.300
 Mean   :5.843   Mean   :3.057   Mean   :3.758   Mean   :1.199
 3rd Qu.:6.400   3rd Qu.:3.300   3rd Qu.:5.100   3rd Qu.:1.800
 Max.   :7.900   Max.   :4.400   Max.   :6.900   Max.   :2.500
```

Acima tem-se a média, os quartis e os mínimos e máximos das variáveis.
Nota-se que o comprimento da pétala possui uma distribuição bem assimétrica em torno da média, pois a mediana é 4,35 e a média é 3,76.

```
(varian=var(diris))
```

```
             Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
Sepal.Length    0.6856935  -0.0424340    1.2743154   0.5162707
Sepal.Width    -0.0424340   0.1899794   -0.3296564  -0.1216394
Petal.Length    1.2743154  -0.3296564    3.1162779   1.2956094
Petal.Width     0.5162707  -0.1216394    1.2956094   0.5810063
```

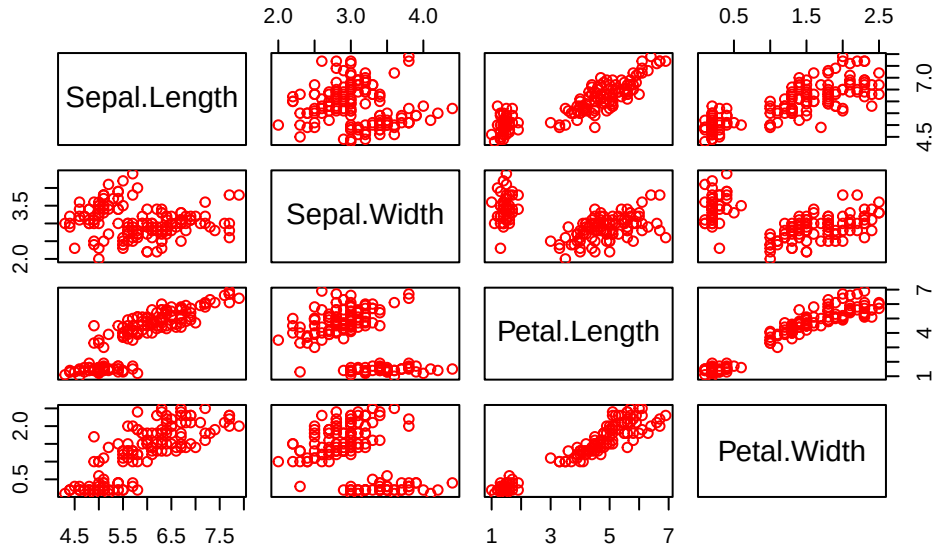
```
boxplot(diris,col="cyan")
```




```
(correl=cor(diris))
```

```
             Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
Sepal.Length    1.0000000  -0.1175698    0.8717538   0.8179411
Sepal.Width    -0.1175698   1.0000000   -0.4284401  -0.3661259
Petal.Length    0.8717538  -0.4284401    1.0000000   0.9628654
Petal.Width     0.8179411  -0.3661259    0.9628654   1.0000000
```

```
plot(diris,col="red")
```




Podemos ver pelos gráficos de correlação e a matriz de correlação uma correlação forte, principalmente, entre o comprimento da pétala com a largura da pétala (0,96), mas também vemos correlação forte entre comprimento da sépala com comprimento da pétala (0,87) e entre comprimento da sépala e largura da pétala (0,81).

### Análise de componentes principais

Começando a análise de componentes principais serão achados os autovalores e autovetores da matriz de covariância e da matriz de correlação.

```
(autov <- eigen(varian))
```

```
eigen() decomposition
$values
[1] 4.22824171 0.24267075 0.07820950 0.02383509

$vectors
           [,1]        [,2]        [,3]       [,4]
[1,]  0.36138659 -0.65658877 -0.58202985  0.3154872
[2,] -0.08452251 -0.73016143  0.59791083 -0.3197231
[3,]  0.85667061  0.17337266  0.07623608 -0.4798390
```

```
[4,]  0.35828920  0.07548102  0.54583143  0.7536574
```

```
(autoc <- eigen(correl))
```

```
eigen() decomposition
$values
[1] 2.91849782 0.91403047 0.14675688 0.02071484

$vectors
           [,1]        [,2]       [,3]       [,4]
[1,]  0.5210659 -0.37741762  0.7195664  0.2612863
[2,] -0.2693474 -0.92329566 -0.2443818 -0.1235096
[3,]  0.5804131 -0.02449161 -0.1421264 -0.8014492
[4,]  0.5648565 -0.06694199 -0.6342727  0.5235971
```

Os auvalores são as variâncias dos componentes principais. Para a matriz de covariância são:
$\text{var}(Y_1) = 4{,}22824171$
$\text{var}(Y_2) = 0{,}24267075$
$\text{var}(Y_3) = 0{,}07820950$
$\text{var}(Y_4) = 0{,}02383509$

Para a matriz de correlação:
$\text{var}(Y_1) = 2{,}91849782$
$\text{var}(Y_2) = 0{,}91403047$
$\text{var}(Y_3) = 0{,}14675688$
$\text{var}(Y_4) = 0{,}02071484$

Para se ter noção da proporção da variância das componentes:

```
autov$values[1:4]/sum(autov$values)
```

```
[1] 0.924618723 0.053066483 0.017102610 0.005212184
```

```
autoc$values[1:4]/sum(autoc$values)
```

```
[1] 0.729624454 0.228507618 0.036689219 0.005178709
```

Nota-se que para se ter ao menos 99% da proporção da variância das componentes, não é necessária a componente principal 4 para os dois métodos.
O método usando a matriz de correlação é o método quando padroniza as variáveis, pois padronizando as variáveis a matriz de covariância é igual a matriz de correlação.

```
padiris=scale(diris)
(varianp=var(padiris))
```

```
             Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width
Sepal.Length    1.0000000  -0.1175698    0.8717538   0.8179411
Sepal.Width    -0.1175698   1.0000000   -0.4284401  -0.3661259
Petal.Length    0.8717538  -0.4284401    1.0000000   0.9628654
Petal.Width     0.8179411  -0.3661259    0.9628654   1.0000000
```

```
correl-varianp
```

```
              Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length  Petal.Width
Sepal.Length -2.220446e-16           0 0.000000e+00 1.110223e-16
Sepal.Width   0.000000e+00           0 0.000000e+00 0.000000e+00
Petal.Length  0.000000e+00           0 1.110223e-16 0.000000e+00
Petal.Width   1.110223e-16           0 0.000000e+00 1.110223e-16
```

É possível usar a função `prcomp` para simplificar o processo de análise de componentes principais.

```
(cp=prcomp(diris)) # sem padronização (usa matriz de covariância)
```

```
Standard deviations (1, .., p=4):
[1] 2.0562689 0.4926162 0.2796596 0.1543862

Rotation (n x k) = (4 x 4):
                     PC1         PC2         PC3        PC4
Sepal.Length  0.36138659 -0.65658877  0.58202985  0.3154872
Sepal.Width  -0.08452251 -0.73016143 -0.59791083 -0.3197231
Petal.Length  0.85667061  0.17337266 -0.07623608 -0.4798390
Petal.Width   0.35828920  0.07548102 -0.54583143  0.7536574
```

```
(cp1=prcomp(diris,scale=TRUE)) # com padronização (usa matriz de correlação)
```

```
Standard deviations (1, .., p=4):
[1] 1.7083611 0.9560494 0.3830886 0.1439265

Rotation (n x k) = (4 x 4):
```

```
                    PC1         PC2        PC3        PC4
Sepal.Length  0.5210659 -0.37741762  0.7195664  0.2612863
Sepal.Width  -0.2693474 -0.92329566 -0.2443818 -0.1235096
Petal.Length  0.5804131 -0.02449161 -0.1421264 -0.8014492
Petal.Width   0.5648565 -0.06694199 -0.6342727  0.5235971
```

```
summary(cp)
```

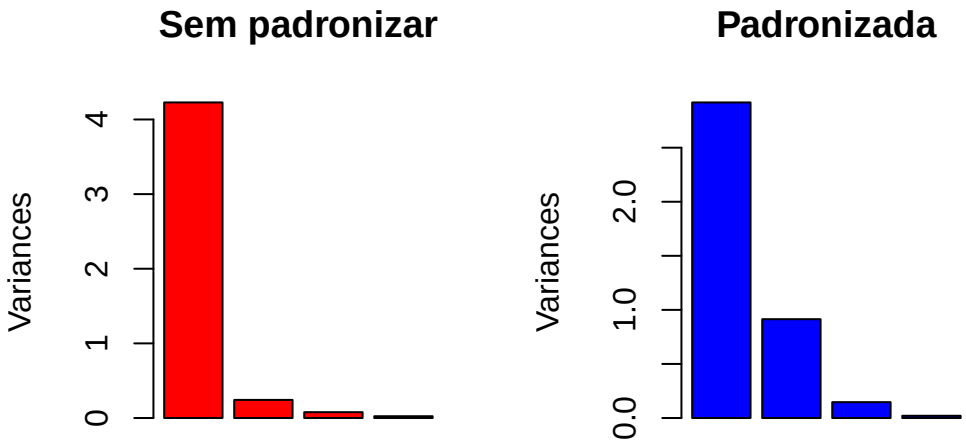
```
Importance of components:
                          PC1     PC2    PC3     PC4
Standard deviation     2.0563 0.49262 0.2797 0.15439
Proportion of Variance 0.9246 0.05307 0.0171 0.00521
Cumulative Proportion  0.9246 0.97769 0.9948 1.00000
```

```
summary(cp1)
```

```
Importance of components:
                          PC1    PC2     PC3     PC4
Standard deviation     1.7084 0.9560 0.38309 0.14393
Proportion of Variance 0.7296 0.2285 0.03669 0.00518
Cumulative Proportion  0.7296 0.9581 0.99482 1.00000
```

Nota-se que as proporções de variâncias são as mesmas achadas pelos autovalores, porém esse método retorna também a proporção acumulada. Com isso podemos ver a diferença entre padronizar ou não. E para esses dados podemos ver que, sem padronizar, aproximadamente 98% da variação são explicadas pelas componentes principais 1 e 2, e padronizando, aproximadamente 96% são explicadas pelas CP1 e CP2. Mas a principal diferença padronizando ou não está na CP1, que padronizando cai de 92,5% para 73%. O que faria diferença se fosse adotar o uso de componentes principais que expliquem ao menos 90% da variabilidade.

```
par(mfrow=c(1,2))
plot(cp,col="red", main="Sem padronizar")
plot(cp1,col="blue", main="Padronizada")
```




Pelos gráficos acima é possível perceber o impacto na proporção das variâncias quando se padroniza as variáveis. A CP1 continua tendo um grande impacto na variância total, mas a CP2 já tem um aumento expressivo quando se padroniza.