# Conjuntos: noções básicas - III

Thaís Jordão*

March 12, 2020

*ICMC - USP - SMA0805

# “Operações”

O1. A **união** de dois conjuntos $A$ e $B$ é:

$$\{x : x \in A \text{ ou } x \in B\}.$$

Notação: $A \cup B$.

O2. A **intersecção** de dois conjuntos $A$ e $B$ é:

$$\{x : x \in A \text{ e } x \in B\}.$$

Notação: $A \cap B$.

Se $A \cap B = \emptyset$, então dizemos que $A$ é **disjunto** de $B$.

## “Operações”

O3. A **diferença** de dois conjuntos $A$ e $B$ é:

$$\{x : x \in A \text{ e } x \notin B\}.$$

Notação: $A \setminus B$ ou $A - B$ ($A$ menos $B$).

O4. Se $B \subset A$, então o **complementar** de $B$ em $A$ é $A - B$.

# Propriedades

Sejam $B, C \subset A$.

P11. $(A - B) \cap B = \emptyset$ e $(A - B) \cup B = A$;

P12. $A - A = \emptyset$ e $A - \emptyset = A$;

P13. $A - (A - B) = B$;

P14. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

# Propriedades

Sejam $B, C \subset A$.

P11. $(A - B) \cap B = \emptyset$ e $(A - B) \cup B = A$;

P12. $A - A = \emptyset$ e $A - \emptyset = A$;

P13. $A - (A - B) = B$;

P14. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

P15. $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

# “Operações”

O5. O **produto cartesiano** de dois conjuntos $A$ e $B$ não vazios é:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \ \text{ e } \ y \in B\}.$$

# “Operações”

O5. O **produto cartesiano** de dois conjuntos $A$ e $B$ não vazios é:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ e } y \in B\}.$$

$$A \times \emptyset = \emptyset \times B = \emptyset.$$

# Conjuntos numéricos

N. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R};$

# Conjuntos numéricos

N. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$;

C. $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\mathbb{R}^n$;

# Conjuntos numéricos

N. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$;

C. $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\mathbb{R}^n$;

D. Divisores: Escrevemos $a|b$ (e lemos: $a$ divide $b$) se $b$ é múltiplo de $a$, equivalentemente,

$$b = an,$$

para algum $n \in \mathbb{Z}$.

# Conjuntos numéricos

N. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$;

C. $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\mathbb{R}^n$;

D. Divisores: Escrevemos $a|b$ (e lemos: $a$ divide $b$) se $b$ é múltiplo de $a$, equivalentemente,

$$b = an,$$

para algum $n \in \mathbb{Z}$.

Caso contrário, escrevemos $a \nmid b$.

# Conjuntos numéricos

1. $2\mathbb{Z} := \{n \in \mathbb{Z} : 2|n\}$;

# Conjuntos numéricos

1. $2\mathbb{Z} := \{n \in \mathbb{Z} : 2|n\}$;

2. $3\mathbb{Z} \cap 2\mathbb{Z} =??$;

# Conjuntos numéricos

1. $2\mathbb{Z} := \{n \in \mathbb{Z} : 2|n\}$;
2. $3\mathbb{Z} \cap 2\mathbb{Z} = ??$;
3. $5\mathbb{Z} := \{n \in \mathbb{Z} : 5|n\}$;

# Conjuntos numéricos

1. $2\mathbb{Z} := \{n \in \mathbb{Z} : 2|n\}$;
2. $3\mathbb{Z} \cap 2\mathbb{Z} = ??$;
3. $5\mathbb{Z} := \{n \in \mathbb{Z} : 5|n\}$;
4. $$\left\{-\frac{n^3}{6} + \frac{3n^2}{2} - \frac{7n}{3} + 3 : n \in \mathbb{N}\right\}$$

# PIF: Princípio da indução finita

Para proposições aplicáveis a $\mathbb{N}$.

# PIF: Princípio da indução finita

Para proposições aplicáveis a $\mathbb{N}$.

PIF. Uma proposição $P(n)$ é verdadeira para todo $n \geq n_0$, $n \in \mathbb{N}$, se

1. $P(n_0)$ é verdadeira;

# PIF: Princípio da indução finita

Para proposições aplicáveis a $\mathbb{N}$.

PIF. Uma proposição $P(n)$ é verdadeira para todo $n \geq n_0$, $n \in \mathbb{N}$, se

1. $P(n_0)$ é verdadeira;
2. Se $P(k)$, com $k \geq n_0$, é verdadeira, então $P(k+1)$ é verdadeira.

# PIF: exemplos

1. $n^2 = 1 + 3 + \ldots + (2n - 1), \; n \geq 1;$

# PIF: exemplos

1. $n^2 = 1 + 3 + \ldots + (2n - 1),\ n \geq 1;$

2. $1 + 2 + \ldots + n = n(n + 1)/2,\ n \in \mathbb{N};$

# PIF: exemplos

1. $n^2 = 1 + 3 + \ldots + (2n - 1),\ n \geq 1;$

2. $1 + 2 + \ldots + n = n(n + 1)/2,\ n \in \mathbb{N};$