

SME0805 - Processos Estocásticos - Teste 9

Francisco Rosa Dias de Miranda - 4402962

novembro 2021

Exercício 1

- Temos que o tempo de atendimento $T \sim \text{Exp}(\alpha)$
- Dado $T = t \Rightarrow (N(t) \mid T = t) \sim \text{Pois}(\lambda t)$

Como $f_T(t) = \alpha e^{-\alpha t}$, utilizando os resultados dados temos que:

$$f_T(t \mid N(t) = n) = \frac{P(N(t) = n \mid T = t)f_T(t)}{P(N(t) = n)} = \frac{\frac{\alpha \lambda^n}{n!} t^n e^{-(\lambda + \alpha)t} \alpha e^{-\alpha t}}{\frac{\alpha \lambda^n}{(\lambda + \alpha)^{n+1}}} = \frac{(\lambda + \alpha)^{n+1}}{n!} t^n e^{-(\lambda + \alpha)t}$$

Assim, $(T \mid N(t) = n) \sim \mathcal{Gama}(n + 1, \lambda + \alpha)$

Como $n = 1, \lambda = \alpha = 1/2$, tome $X = (T \mid N(t) = 1)$. Como $X \sim \mathcal{Gama}(2, 1)$ obtemos computacionalmente

$$P(X < 1/2) = 0,09$$

A probabilidade do tempo de atendimento do referido cliente ser menor que 1/2 hora é de 9%.