

SME0809 - Inferência Bayesiana - Exercício Físicos

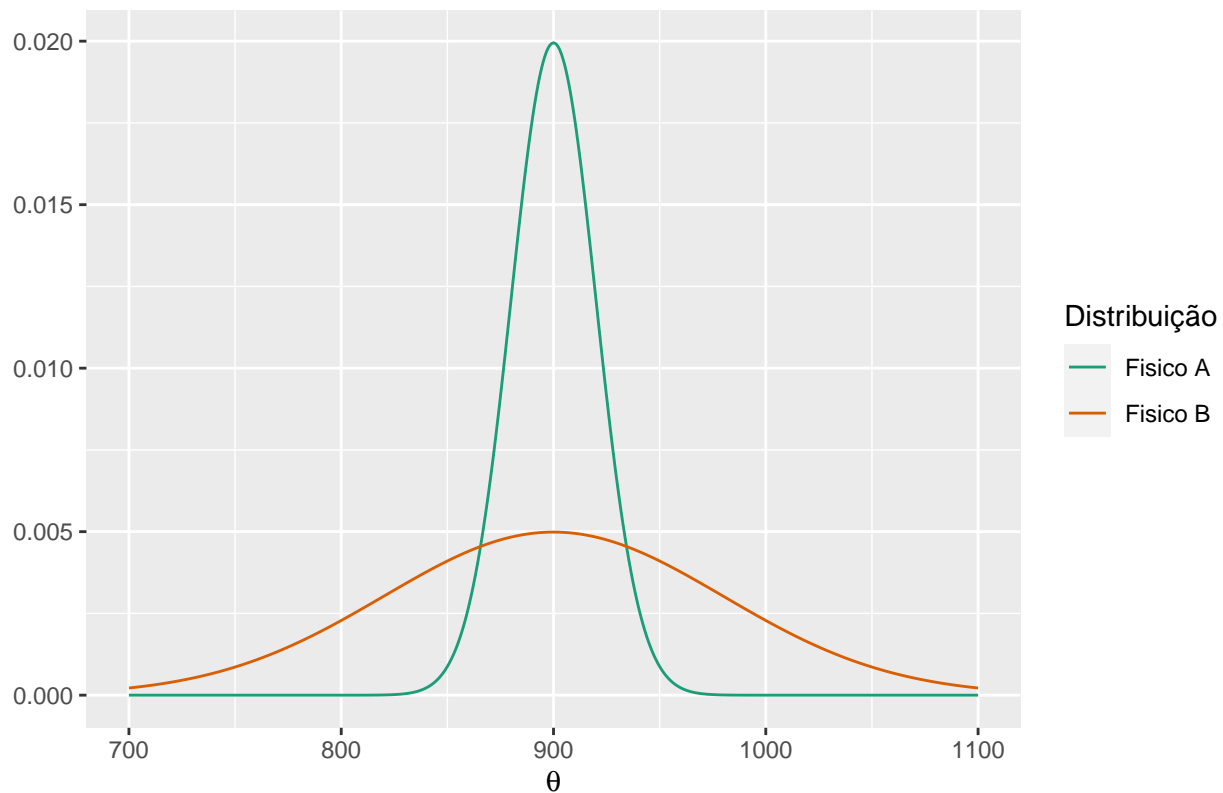
Grupo 13 - Francisco Miranda - 4402962 - Heitor Carvalho - 11833351

Setembro 2021

- a) Faça um esboço do gráfico das distribuições prioris dos dois físicos em um mesmo sistema cartesiano.

Temos $\theta_A \sim N(900, 20^2)$ e $\theta_B \sim N(900, 80^2)$. Assim:

Distribuição a priori da grandeza estimada pelos físicos



- b) Encontre a distribuição a posteriori para o físico A e para o físico B.

Como $X|\theta \sim N(\theta, 40^2)$ e $\theta \sim N(\mu_0, \tau_0^2)$ então $\theta|x \sim N(\mu_1, \tau_1)$, sendo

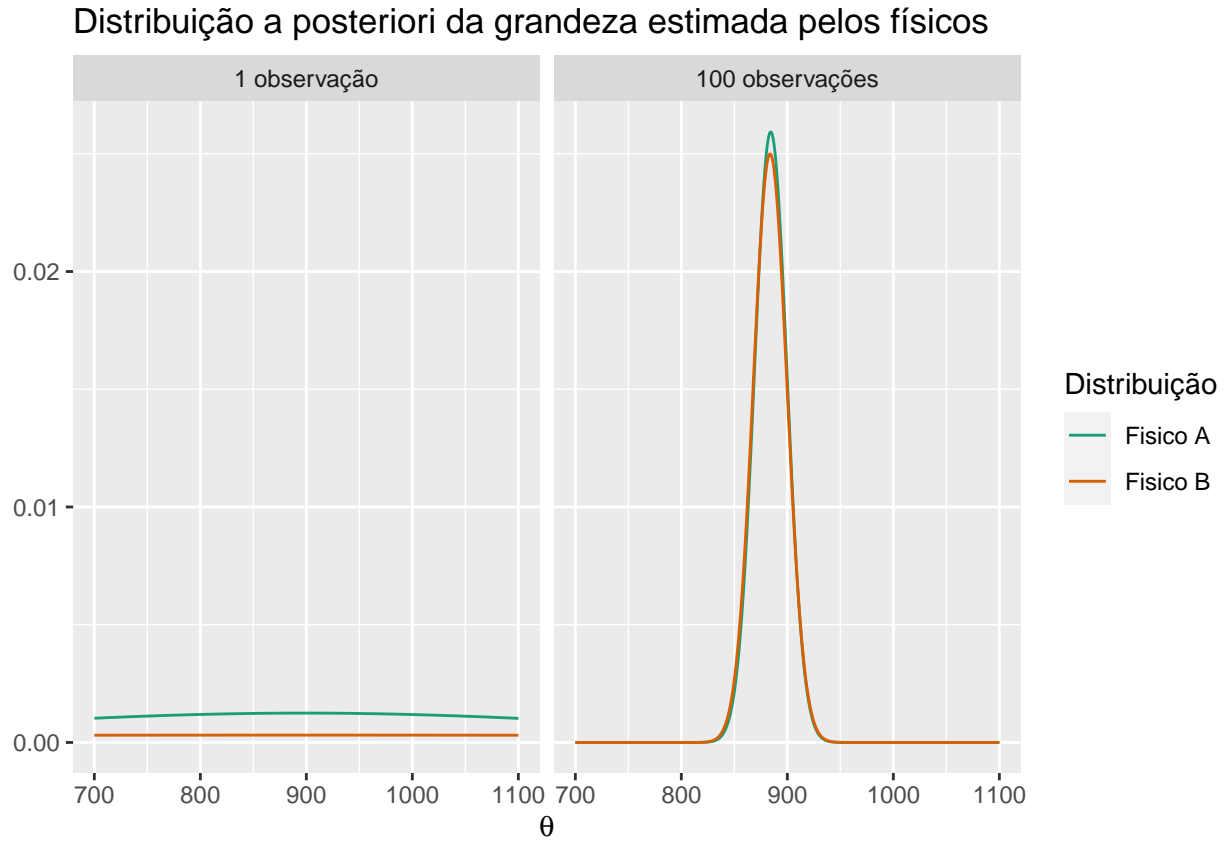
$$\mu_1 = \frac{\tau_0^2 \mu_0 + \sigma^{-2} x}{\tau_0^{-2} + \sigma^{-2}}, \text{ e } \tau_1^{-2} = \tau_0^{-2} + \sigma^{-2}$$

Assim, para 100 observações temos:

$$\theta_A \sim N(884.314, 15.3846), \quad \theta_B \sim N(883.7272, 15.9601)$$

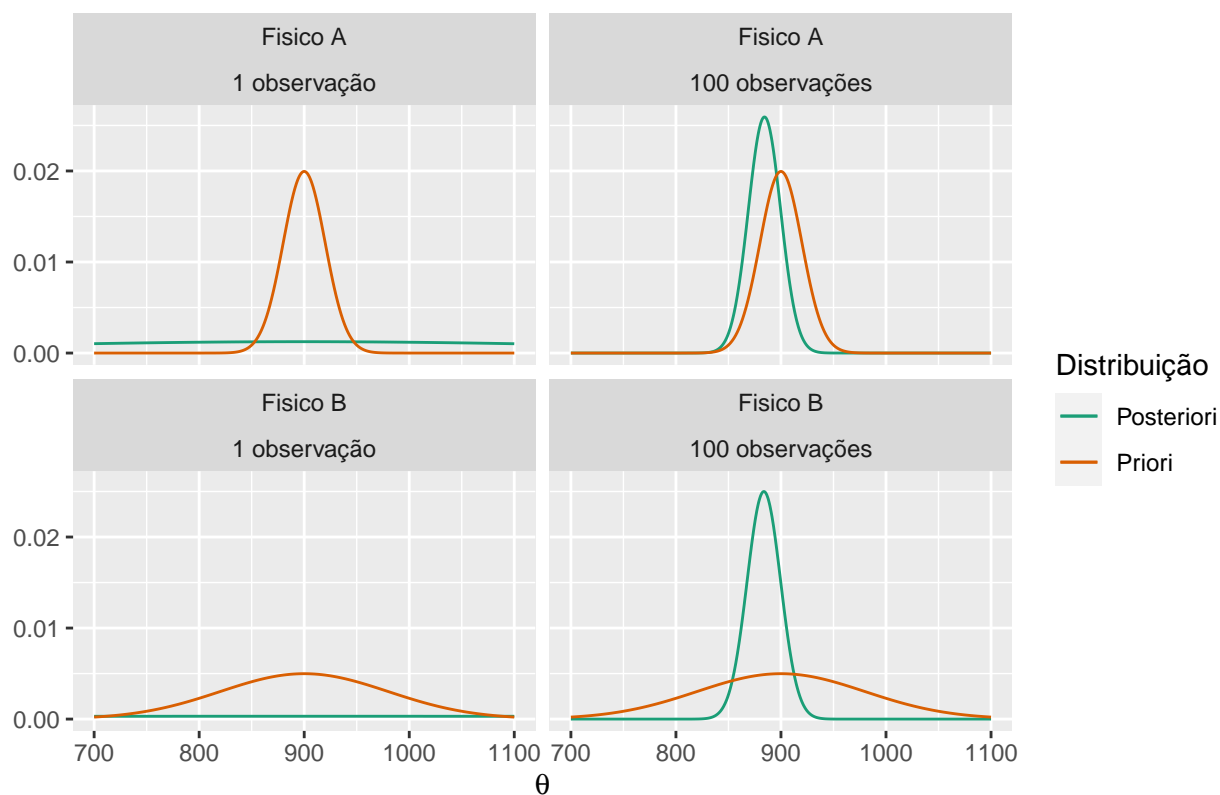
Enquanto que para uma única observação, a posteriori é:

$$\theta_A \sim N(898.4, 320), \quad \theta_B \sim N(893.6, 1280)$$

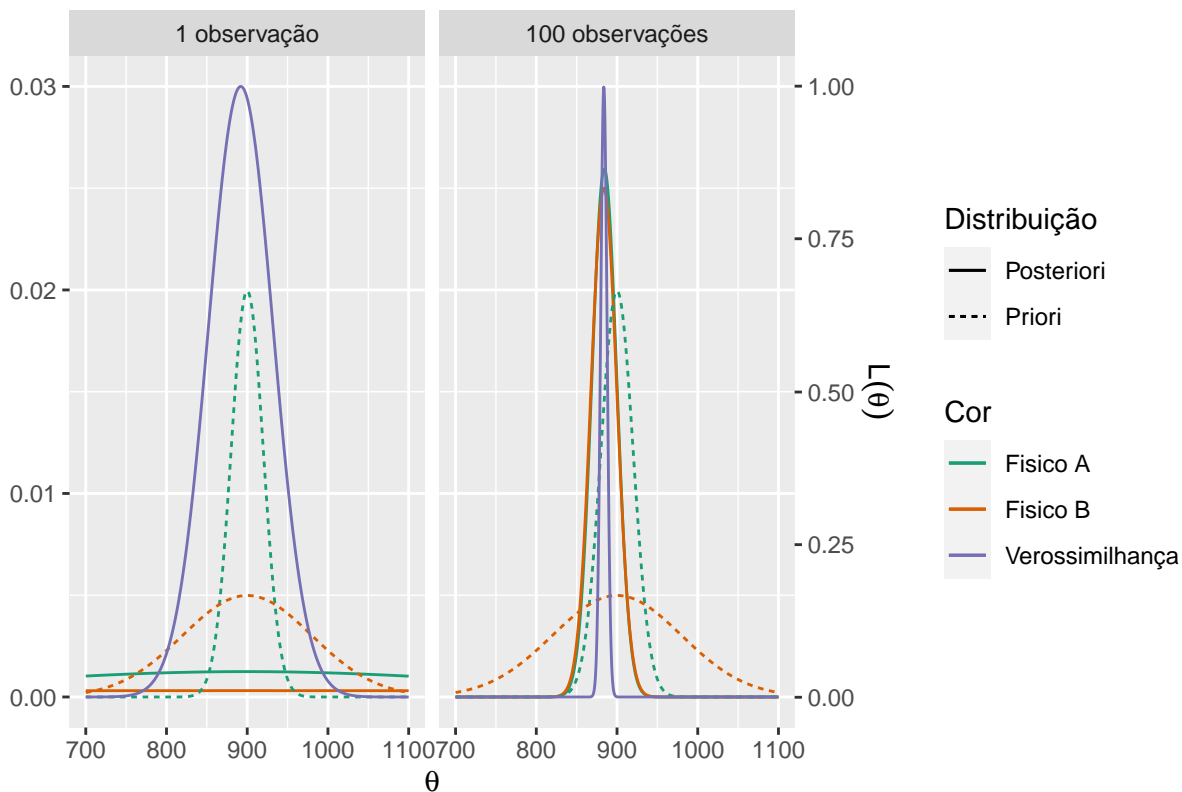


- c) Faça um esboço do gráfico das distribuições: a priori e a posteriori de cada um dos dois físicos em um mesmo sistema cartesiano.

Distribuição da grandeza estimada pelos físicos



Distribuição da grandeza estimada pelos físicos



- d) Observando o gráfico, qual físico aprendeu mais com o experimento? Justifique.

Aumentos nas precisões a posteriori em relação às precisões a priori com 100 observações:

- para o físico A: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.0025$ a $\tau_1^{-2} = 0.004225008$ (aumento de 70%).
- para o físico B: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.00015625$ a $\tau_1^{-2} = 0.003926$ (aumento de 2500%)

Com 1 observação:

- para o físico A: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.0025$ a $\tau_1^{-2} = 6.1035 * 10^{-7}$.
- para o físico B: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.00015625$ a $\tau_1^{-2} = 9.7656 * 10^{-6}$.
- e) Construa uma tabela que contenha o resumo a priori e o resumo a posteriori.

| Físico | Media.pri | Media.pos.100 | Media.pos.1 | SD.pri | SD.pos.100 | SD.pos.1 |
|--------|-----------|---------------|-------------|--------|------------|----------|
| A | 900 | 884.3140 | 898.4 | 20 | 15.3846 | 320 |
| B | 900 | 883.7272 | 893.6 | 80 | 15.9601 | 1280 |

- f) Encontre a distribuição preditiva e faça um esboço de seu gráfico.

A distribuição preditiva é dada por:

$$X \sim N(\mu_0, \tau_0^2 + \sigma^2)$$

