

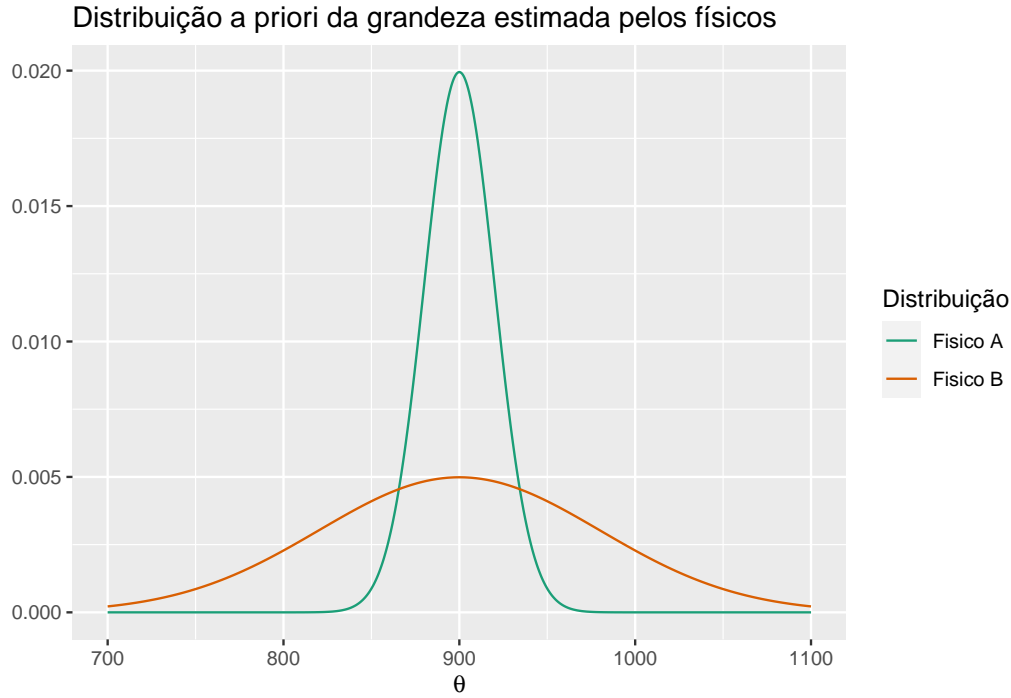
SME0809 - Inferência Bayesiana - Exercício Físicos

Grupo 13 - Francisco Miranda - 4402962 - Heitor Carvalho - 11833351

Setembro 2021

- a) Faça um esboço do gráfico das distribuições prioris dos dois físicos em um mesmo sistema cartesiano.

Temos $\theta_A \sim N(900, 20)$ e $\theta_B \sim N(900, 80)$. Assim:



- b) Encontre a distribuição a posteriori para o físico A e para o físico B.

Como $X|\theta \sim N(\theta, \sigma^2)$, com σ^2 conhecido, e $\theta \sim N(\mu_0, \tau_0^2)$ então $\theta|x \sim N(\mu_1, \tau_1)$, sendo

$$\mu_1 = \frac{\tau_0^2 \mu_0 + \sigma^{-2} \bar{x}}{\tau_0^{-2} + \sigma^{-2}}, \quad \text{e} \quad \tau_1^{-2} = \tau_0^{-2} + \sigma^{-2}$$

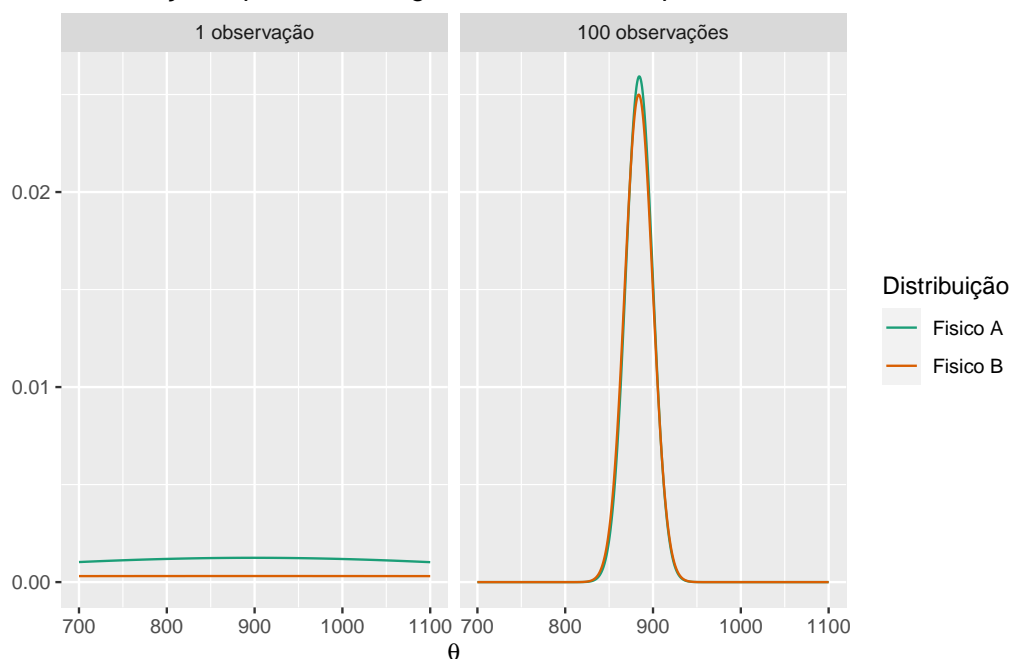
Assim, para 100 observações temos:

$$\theta_A|\tilde{x}_{100} \sim N(884.314, 15.3846), \quad \theta_B|\tilde{x}_{100} \sim N(883.7272, 15.9601)$$

Enquanto que para uma única observação, a posteriori é:

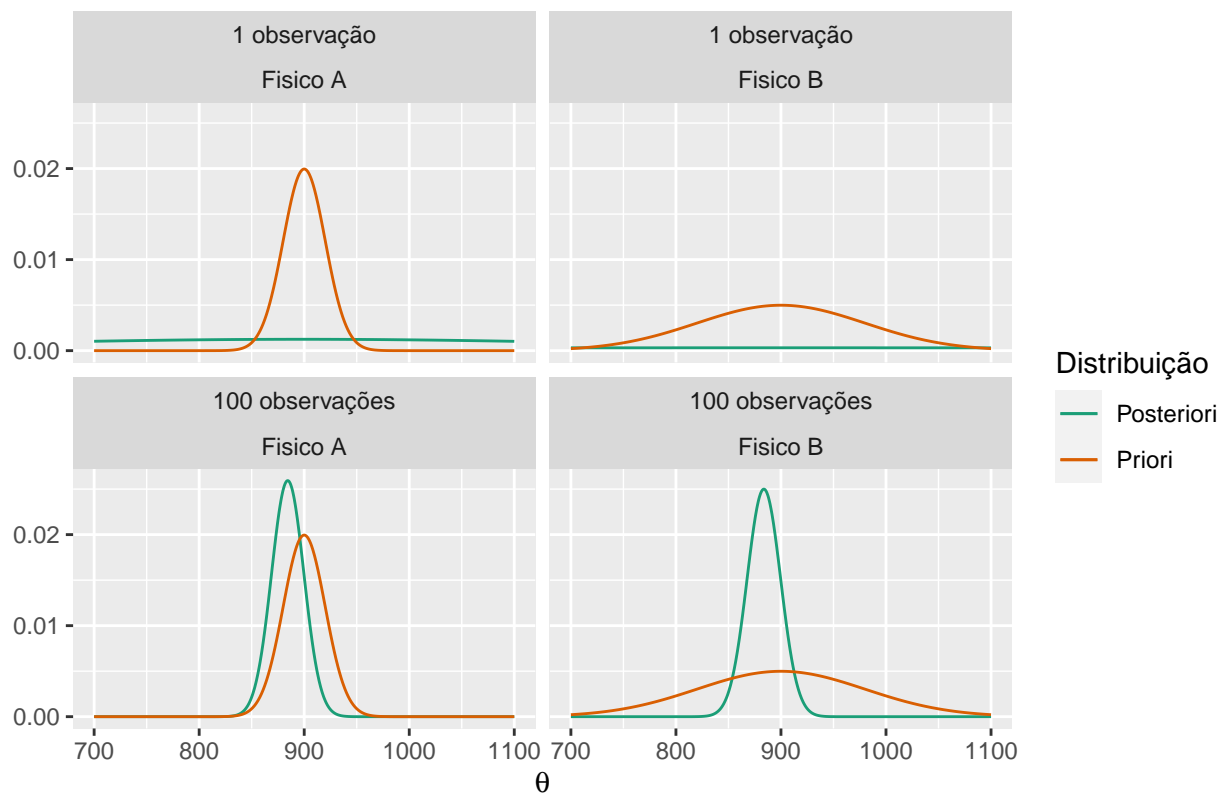
$$\theta_A|\tilde{x}_1 \sim N(898.4, 320), \quad \theta_B|\tilde{x}_1 \sim N(893.6, 1280)$$

Distribuição a posteriori da grandeza estimada pelos físicos

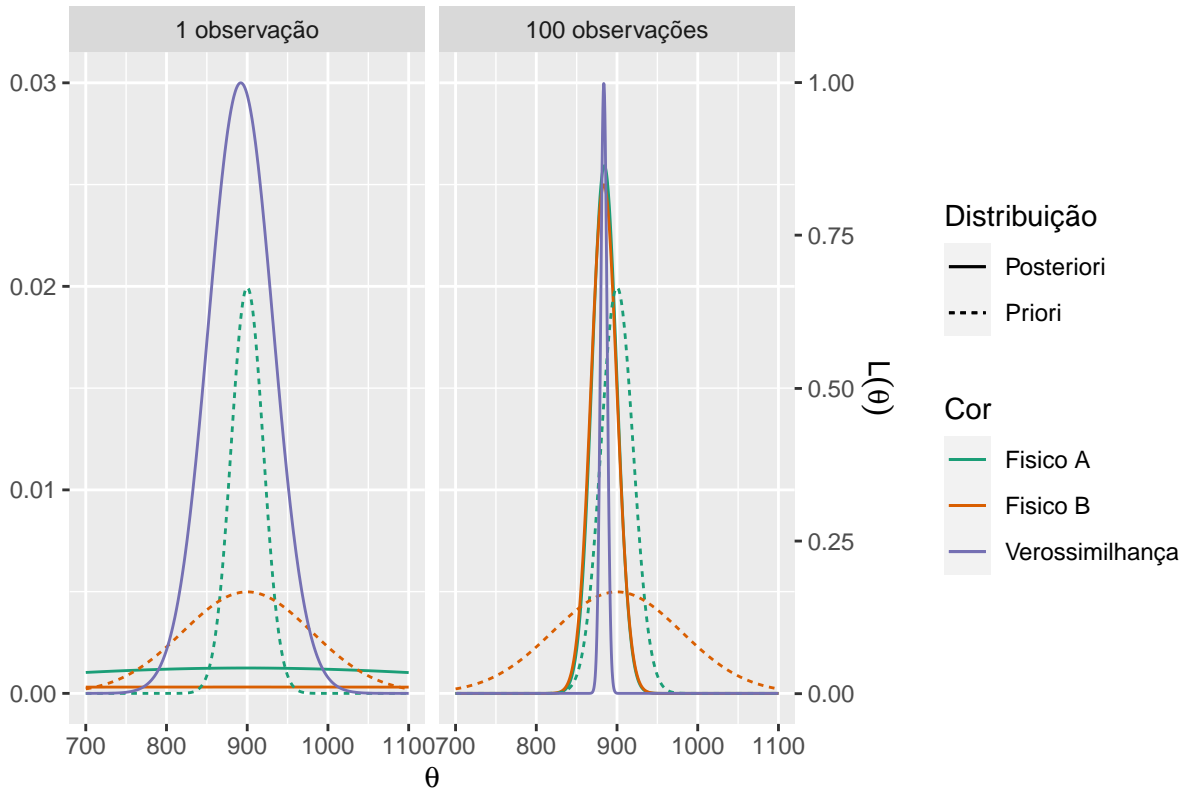


- c) Faça um esboço do gráfico das distribuições: a priori e a posteriori de cada um dos dois físicos em um mesmo sistema cartesiano.

Distribuição da grandeza estimada pelos físicos



Distribuição da grandeza estimada pelos físicos



- d) Observando o gráfico, qual físico aprendeu mais com o experimento? Justifique.

Aumentos nas precisões a posteriori em relação às precisões a priori com 100 observações:

- para o físico A: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.0025$ a $\tau_1^{-2} = 0.0042$ (aumento de 70%)
- para o físico B: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.0001$ a $\tau_1^{-2} = 0.0039$ (aumento de 3900%)

Diminuições nas precisões da posteriori com 1 observação:

- para o físico A: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.0025$ a $\tau_1^{-2} < 10^{-6}$.
- para o físico B: precisão(θ) passou de $\tau_0^{-2} = 0.0001$ a $\tau_1^{-2} < 10^{-6}$.
- e) Construa uma tabela que contenha o resumo a priori e o resumo a posteriori.

Físico	μ_0	$\mu_1(n = 100)$	$\mu_1(n = 1)$	τ_0	$\tau_1(n = 100)$	$\tau_1(n = 1)$
A	900	884.3140	898.4	20	15.3846	320
B	900	883.7272	893.6	80	15.9601	1280

- f) Encontre a distribuição preditiva e faça um esboço de seu gráfico.

A distribuição preditiva é dada por:

$$X \sim N(\mu_0, \tau_0^2 + \sigma^2)$$

Dessa forma, $X_A \sim N(900, 44.7213)$ e $X_B \sim N(900, 89.4427)$.

Distribuição da grandeza estimada pelos físicos

